

一种用于 OFDM 符号定时跟踪的盲估计算法

刘文强 王呈贵

(解放军理工大学通信工程学院 南京 210007)

摘要 利用具有循环前缀和循环后缀的 OFDM 帧结构, 该文提出了一种新的符号定时跟踪盲估计算法。理论分析及仿真表明, 无论在 AWGN 还是多径衰落信道条件下, 该定时算法估计的均方差都小于 ML 算法。

关键词 正交频分复用, 循环前缀, 循环后缀, 符号定时估计

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)07-1291-04

A Blind Estimation of Symbol Timing Tracking Algorithm for OFDM

Liu Wen-qiang Wang Cheng-gui

(Institute of Communications Engineering, PLAUST, Nanjing 210007, China)

Abstract A new blind symbol timing-tracking algorithm is proposed, using the special OFDM frame structure with cyclic prefix and cyclic postfix. Analysis and simulation results show that the mean square error of timing offset estimation for proposed method is superior to that of Maximum Likelihood (ML) method.

Key words OFDM, Cyclic prefix, Cyclic postfix, Symbol timing estimation

1 引言

正交频分复用 (Orthogonal Frequency-Division Multiplexing, OFDM) 技术是目前通信领域研究的热点之一。它具有频谱利用率高、抗多径衰落能力强等特点, 已被 ADSL, DAB, DVB, 802.11a 等标准所采纳, 并有可能成为第四代移动通信的核心技术。OFDM 采用正交子载波进行调制, 对载波的正交性比较敏感, 一旦正交性受到破坏, 就会形成自干扰, 性能严重下降。而符号同步误差会造成符号间干扰, 破坏子载波的正交性, 对系统影响较大, 因此精确的符号同步十分重要。

目前已有的符号定时同步算法大致可分为两类, 即数据辅助(DA)算法和非数据辅助(NDA)算法(即盲估计)。DA算法又可以进一步分为两种, 一是基于训练符号序列的方法^[1-3], 二是基于插入导频符号的方法^[4], 但这些方法都会降低数据速率, 导致系统的频谱利用率下降。NDA算法利用OFDM符号的结构, 如基于虚拟子载波^[5,6]和循环前缀^[7,8]进行估计。基于虚拟子载波的盲估计, 采用子空间算法时需要特征值分解, 计算量大, 实现较复杂; 基于循环前缀的最大似然(ML)算法易受数据、噪声和信道的影响, 算法的精度不高。

这两类算法中的基于训练符号序列的算法^[1-3]和基于循环前缀^[7]的最大似然算法分别利用已知的符号序列(如PN序列)和未知的数据符号序列在时域的相关性进行定时估计, 而本文是利用接收序列在FFT之后频域的特性进行定时估计。

2 系统模型

传统的OFDM信号模型如图 1(a)所示, 其中循环前缀是

把OFDM符号的后 L_{cp} 个样点复制到整个符号前面构成完整的OFDM符号, 而本文的OFDM符号采用循环前缀和循环后缀相结合的信号格式如图 1(b)所示, 其中循环前缀的构造方式同传统的OFDM信号一致, 而循环后缀则是取OFDM符号的前 L_{cp} 个样点复制到整个符号后面构成完整的OFDM符号。

假设 OFDM 系统有 N 个子信道, 则发送的一帧 OFDM 信号为

$$s_{i,m} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} X_{i,k} e^{j2\pi km/N}, \quad m \in [-L_{cp}, N + L_{cp} - 1] \quad (1)$$

式中, $\{X_{i,k}\}$ 表示符号 i , 子载波 k 上调制的信号, 通常取自一个固定的星座集; 本文以 QPSK 调制为例。符号长度为 $N_s = N + 2L_{cp}$ 。

假设多径衰落信道的特性可以用数学表达式表示如下:

$$h_i(n) = \sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} \cdot \delta(n - \tau_{i,l}) \quad (2)$$

其中 $\{h_{i,l}\}$ 为第 i 个符号、第 l 径对应的复增益, $\{\tau_{i,l}\}$ 为第 i 个符号、第 l 径相对于抽样间隔归一化多径时延, L 为路径的数目。不失一般性, 可以假设 $\tau_{i,0} = 0$, 同时假设最大路径时延为 τ_{max} 。

则在第 i 个符号、子载波 m 对应的信道频率响应为

$$\begin{aligned} H_{i,m} &= \sum_{n=0}^{N-1} h_i(n) e^{-j2\pi mn/N} \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} \delta(n - \tau_{i,l}) e^{-j2\pi mn/N} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} e^{-j2\pi m\tau_{i,l}/N} = \sum_{l=0}^{L-1} |h_{i,l}| e^{j\varphi_{i,l}} e^{-j2\pi m\tau_{i,l}/N} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} |h_{i,l}| e^{j(\varphi_{i,l} - 2\pi m\tau_{i,l}/N)} = |H_{i,m}| e^{j\hat{\varphi}_{i,m}} \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\{|h_{i,l}|\}$ 是第 i 个符号、第 l 径对应的信道冲激响应复值的模, $\{\phi_{i,l}\}$ 是对应的复值的辐角, 并假设在一个符号内信道冲激响应(CIR)是不变的或者慢变的。 $\{|H_{i,m}|\}$ 是第 i 个符号、子载波 m 对应的信道频率响应复值的模, $\{\phi_{i,m}\}$ 是对应复值的辐角。

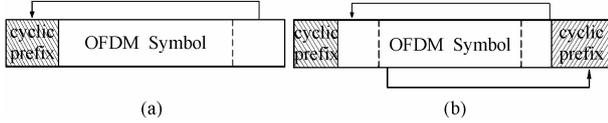


图1(a)传统的OFDM信号模型 (b)本文的OFDM信模型
Fig.1 (a) conventional OFDM symbol model
(b) proposed OFDM symbol model

3 定时同步

符号同步的目的就是找到FFT窗正确的起始位置, 定时偏离了正确的位置有定时超前和定时滞后两种情况, 假设 θ 是接收信号 $r(n)$ 归一化符号定时偏移, 则进行一帧FFT实际的时域信号为 $y(n) = r(n + \theta)$ 。传统的OFDM定时估计和本文的OFDM定时估计模型分别如图2(a)图2(b)所示。

3.1 定时超前

如图2(a), 2(b)所示定时超前的情况下。两模型的符号样点仍在一帧内, 可以表示为

$$y_i(n) = \begin{cases} r_i(n + N + \theta), & n = 0 \cdots -\theta + 1, \\ r_i(n + \theta), & n = -\theta \cdots N - 1, \end{cases} \quad -L_{cp} + \tau_{max} + 1 \leq \theta \leq 0 \quad (4)$$

设 $Y_{i,m}$ 为符号 i , 子载波 m 为对应的频域信号, 根据文献[4]有:

$$Y_{i,m} = X_{i,m} H_{i,m} e^{j2\pi m \theta / N} + W_{i,m} \quad (5)$$

其中 $\{W_{i,m}\}$ 是高斯加性复噪声。 $Y_{i,m}$ 只与对应发送信号 $X_{i,m}$ 和该符号周期内信道频率响应 $H_{i,m}$ 有关。

3.2 定时滞后

3.2.1 传统OFDM模型 如图2(a)所示定时滞后的传统OFDM模型在 $0 < \theta \leq L_{cp} - 1$ 的条件下, 实际FFT运算的样点并不在原来发送信号的一帧内, 实际信号表示为

$$y_i(n) = \begin{cases} r_i(n + \theta), & n = 0 \cdots N - \theta + 1, \\ r_{i+1}(n + \theta - L_{cp}), & n = N - \theta \cdots N - 1, \end{cases} \quad 0 < \theta \leq L_{cp} - 1 \quad (6)$$

根据文献[4]其对应的频域信号为

$$Y_{i,m} = \frac{N - \theta}{N} X_{i,m} |H_{i,m}| e^{j(2\pi m \theta / N + \phi_{i,m})} + \frac{\theta}{N} X_{i+1,k} |H_{i+1,m}| e^{j[2\pi m(\theta - L_{cp}) / N + \phi_{i+1,m}]} + I_i + I_{i+1} + W_{i,m} \quad (7)$$

式(7)中的 $Y_{i,m}$ 不仅与对应发送信号 $X_{i,m}$ 和该符号周期内的信道频率响应 $H_{i,m}$ 有关, 而且还与本帧、下一帧所有其他子载波信号和下一个符号周期内的信道频率响应 $H_{i+1,m}$ 有关, 式(7)中的第2, 3, 4项视为含有符号间串扰的子信道干扰。

3.2.2 本文的OFDM模型 如图2(b)所示定时滞后的OFDM模型在 $0 < \theta \leq L_{cp} - 1$ 的条件下, 实际FFT运算的样点仍在原

来发送信号的一帧内, 实际信号表示为

$$y_i(n) = \begin{cases} r_i(n + \theta), & n = 0 \cdots N - \theta - 1, \\ r_i(n - N + \theta), & n = N - \theta \cdots N - 1, \end{cases} \quad 0 \leq \theta \leq L_{cp} - 1 \quad (8)$$

$Y_{i,m}$ 的推导过程类似定时超前的推导过程, 并且两者的结果相同, 所以实际的 $Y_{i,m}$ 为

$$Y_{i,m} = X_{i,m} |H_{i,m}| e^{j(2\pi m \theta / N + \phi_{i,m})} + W_{i,m} \quad (9)$$

引入循环后缀这种的特殊帧结构避免了符号间串扰和子信道干扰, 为之后的定时跟踪创造了条件。

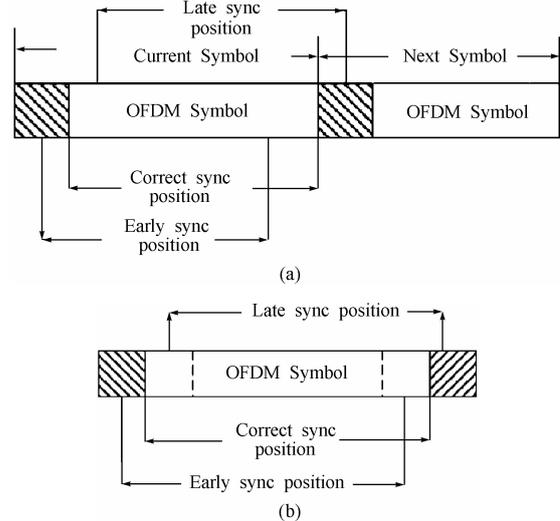


图2(a)传统的OFDM定时模型 (b)本文的OFDM定时模型
Fig.2 (a) conventional OFDM timing sync model
(b) proposed OFDM timing sync model

3.3 定时跟踪

根据上面的分析, 采用循环前缀和循环后缀相结合的OFDM信号模型, 无论在定时超前还是定时滞后在一定范围内 $(-L_{cp} + \tau_{max} + 1 \leq \theta \leq L_{cp} - 1)$ 均有

$$Y_{i,m} = X_{i,m} |H_{i,m}| e^{j(2\pi m \theta / N + \phi_{i,m})} + W_{i,m}$$

则符号 i , 子载波 $m+1$ 对应的频域信号为

$$Y_{i,m+1} = X_{i,m+1} |H_{i,m+1}| e^{j(2\pi(m+1)\theta / N + \phi_{i,m+1})} + W_{i,m+1} \quad (10)$$

$Y_{i,m}^*$ 为 $Y_{i,m}$ 的共轭, 则

$$M_m = Y_{i,m}^* Y_{i,m+1} = |H_{i,m}| |H_{i,m+1}| X_{i,m}^* X_{i,m+1} e^{j2\pi \theta / N} e^{j(\phi_{i,m+1} - \phi_{i,m})} + W_m \quad (11)$$

其中 $W_m = X_{i,m}^* H_{i,m}^* e^{-j2\pi m \theta / N} W_{i,m+1} + X_{i,m+1} H_{i,m+1} e^{j2\pi(m+1)\theta / N} W_{i,m}^* + W_{i,m}^* W_{i,m+1}$, $X_{i,m}$ 是符号 i , 子载波 m 上QPSK调制的信号的一个固定的星座集, 其模为1, 辐角为 $\{0, \pi/2, \pi, 3\pi/2\}$ 中的任何一个值, 则 $X_{i,m}^4 = 1$, 也就是对 $X_{i,m}$ 4次方就可以去除QPSK调制对系统的影响。

不考虑 w_m 的影响则有

$$\begin{aligned} K_m &= \text{angle}(M_m^4) = \text{angle}(Y_{i,m}^* Y_{i,m+1})^4 \\ &= \text{angle}\left(|H_{i,m}|^4 |H_{i,m+1}|^4 e^{j8\pi \theta / N} e^{j4(\phi_{i,m+1} - \phi_{i,m})}\right) \\ &= 8\pi \theta / N + 4(\phi_{i,m+1} - \phi_{i,m}) \end{aligned} \quad (12)$$

根据上式有

$$\begin{aligned}\theta &= K_0 N / 8\pi - N(\phi_{i,1} - \phi_{i,0}) / 2\pi \\ \theta &= K_1 N / 8\pi - N(\phi_{i,2} - \phi_{i,1}) / 2\pi \\ &\vdots \\ \theta &= K_{N-2} N / 8\pi - N(\phi_{i,N-1} - \phi_{i,N-2}) / 2\pi\end{aligned}\quad (13)$$

$$P = \sum_{m=0}^{N-2} K_m \quad (14)$$

$$(N-1)\theta = (N/8\pi)P - N(\phi_{i,N-1} - \phi_{i,0}) / 2\pi \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\theta &= [PN/(N-1)] / 8\pi - \left[(\phi_{i,N-1} - \phi_{i,0}) N / (N-1) \right] / (2\pi) \\ -\pi &< \phi_{i,m}, \phi_{i,n} \leq \pi, \quad -2\pi < \phi_{i,m} - \phi_{i,n} \leq 2\pi\end{aligned}\quad (16)$$

由式(3)可知

$$\begin{aligned}\phi_{i,m} - \phi_{i,n} &= \text{angle} \left(\sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} (e^{-j2\pi\tau_{i,l}m/N} - e^{-j2\pi\tau_{i,l}n/N}) \right) \\ &= \text{angle} \left(\sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} e^{-j\pi\tau_{i,l}(m+n)/N} j2\sin(\pi\tau_{i,l}(n-m)/N) \right)\end{aligned}\quad (17)$$

上式的值不仅与 m, n 的位置有关, 还与多径数目 L 、多径时延和信道冲激响应均有关系。其中多径数目越多, 对于相同的 m, n , 其值变化越大。虽然可以认为相邻子载波的信道频率响应近似相等, 但是如果 $\text{abs}(\phi_{i,m} - \phi_{i,n}) > 2\pi/N$, 尤其是在 N 比较大情况下, 例如 $\text{abs}(\phi_{i,m} - \phi_{i,n}) = 16\pi/N$, 仅仅利用式(13)中的一项进行定时估计, 则会出现偏移值为 8 的定时偏差。采用式(16)不仅可以避免 N 较大的情况下采用式(13)中的一项进行定时估计的偏差, 而且还能够平滑噪声的影响。即使 $\text{abs}(\phi_{i,N-1} - \phi_{i,0}) = 2\pi$, 由式(16)可知定时偏差的为 1, 也就是在多径数为无穷大的情况下本算法仍然能较为精确地定时而且定时偏差最大值仅为 1 个抽样间隔。

而 $\text{Pr}(\text{abs}(\phi_{i,N-1} - \phi_{i,0}) \geq 2\pi(N-1)/N) < 1/N$, 随着多径数的增加, 其概率增加。也就是多径数目较大的情况下会出现定时偏差, 但在 N 较大或多径数目较少的情况下, 出现定时偏差的概率十分小, 式(16)中的信道频率响应的相位对定时估计的影响可以忽略。

$$\phi_{i,N-1} = \text{angle}(H_{i,N-1}) = \text{angle} \left(\sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} e^{-j2\pi\tau_{i,l}(N-1)/N} \right) \quad (18)$$

在 N 很大的情况下, $\frac{N-1}{N} \rightarrow 1$, 因为 $\tau_{i,l}$ 是相对于抽样间隔归一化的多径时延, 所以

$$e^{-j2\pi\tau_{i,l}(N-1)/N} \rightarrow 1 \quad \text{即} \quad \phi_{i,N-1} \approx \text{angle} \left(\sum_{l=0}^{L-1} h_{i,l} \right) = \phi_{i,0} \quad (19)$$

由式(18), 式(19)有

$$\theta = [PN/(N-1)] / 8\pi \quad (20)$$

其中 $\text{angle}(\square)$ 表示取辐角, 因为 $-\pi \leq \text{angle}(\square) \leq \pi$, 所以本算法定时跟踪的范围是 $(-N/8 + \tau_{\max}, +N/8)$, 为能正确定时跟

踪则要求 $L_{\text{cp}} \geq N/8 > \tau_{\max}$ 。同时, 如果采用 BPSK 调制, 只需要进行两次方即可以去除调制的影响, 则定时的跟踪范围可以增大到 $(-N/4 + \tau_{\max}, +N/4)$, 但需要的循环前缀和循环后缀的长度分别为 $N/4$, 其有效的数据数率则为 QPSK 调制的 5/12, 数据数率和定时跟踪范围的关系可用于实际系统中调制方式的选择。

需要指出本算法的推导基础是在一个 OFDM 符号内信道冲激响应(CIR)是不变的或者慢变的, 所以在 AWGN 信道条件下, 若信噪比足够大, 可以完全正确定时, 在多普勒频移较小的多径衰落信道条件下本算法仍然适用, 快衰落信道条件下的定时跟踪是下一步的研究方向。

4 复杂度分析比较

假设 ML 算法和本算法的抗多径能力相同情况下, 保护间隔的长度相同且均为 L_g , 则 ML 算法的循环前缀长度为 L_g , 而本算法的循环前缀和循环后缀长度分别为 $L_g/2$ 。设一次复数乘法的运算量为 C_M , 一次复数加法的运算量为 C_A , 本文算法的总的运算量为 $C(\text{This})$, ML 算法的运算量为 $C(\text{ML})$, 根据文献[7]和 3.3 节可知:

$$C(\text{ML}) \approx 3NL_g C_M + \frac{3}{2} NL_g C_A$$

$$C(\text{This}) \approx \left(\frac{N}{2} \log_2 N + 4(N-1) \right) C_M + \left(N \log_2 N + \frac{N}{2} - 1 \right) C_A$$

可以看出 ML 算法的运算量和保护间隔长度有直接关系, 而本算法的运算量只和有效符号长度有关。

在 $N=128$, $L_g=32$ 的情况下

$$C(\text{ML}) = 12288C_M + 6144C_A$$

$$C(\text{This}) = 956C_M + 959C_A$$

本算法的运算量明显地低于 ML 算法, 然而在 L_g 较小的情况下虽然 $C(\text{This}) > C(\text{ML})$, 但需要指出的本算法是在 FFT 后进行运算的, 其主要复杂度集中于 FFT 的运算, 然而从整个 OFDM 系统的结构看, ML 算法在时域进行定时估计, 补偿定时偏差后还必须进行 FFT, 而本文直接在频域进行定时估计, 定时估计后利用简单的乘法就可以完成定时偏差的补偿, 所以从整个 OFDM 系统的角度出发, 本文的复杂度仍低于 ML 算法。

5 仿真性能分析

这里对第 3 节中的定时跟踪算法, 分别在加性高斯白噪声(AWGN)信道和多径衰落信道下进行了仿真, 并与文献[7]的最大似然(ML)算法进行比较。

仿真参数为: 载波频率 2.4GHz, 子载波数为 128, 保护间隔长度为 32, 采样频率为 1MHz, 带宽为 1MHz, 采用 QPSK 调制。Monte Carlo 仿真次数为 10000。其中多径衰落信道采用多径瑞利衰落信道模型^[9,10], 采用三种不同路径时延和相对功率的多径衰落信道结构, 如表 1 所示。

表1 3种不同路径时延和相对功率的多径衰落信道
Tab. 1 three fading multipath with different path delay and relative power distribution

	路径时延	相对功率(dB)
多径结构 1	{0T, 2T}	{0, -6}
多径结构 2	{0T, 2T, 4T}	{0, -6, -12}
多径结构 3	{0T, 2T, 4T, 6T}	{0, -6, -12, -18}

图3为AWGN信道下定时算法的均方差比较图。从图中可以看出随着信噪比的增加本文算法的MSE下降很快,在大约15dB左右可以完全正确定时,而ML算法在25dB左右就出现平台,所以本文定时准确率远大于ML算法,性能上有明显的提高。

图4,图5,图6给出的是分别对应多径1,2,3两种算法符号定时均方差比较图。随着多径数的增加,ML算法的性能基本保持不变,而本文的算法的性能则有所下降,这是因为随着多径数目的增加式(16)中对应与一个符号内第一个和最后一个子载波的信道频率响应的相位差增大导致式(20)的近似性降低,性能有所下降;分别从图4,图5,图6可以看出,随着多普勒频移的增大,本算法和ML算法的性能都有所下降,但ML算法影响较小,而本算法性能下降则较快,对多普勒频移较为敏感,因为本算法适用于准静态信道,相对衰落较快的多径信道性能有所下降,但在多径数比

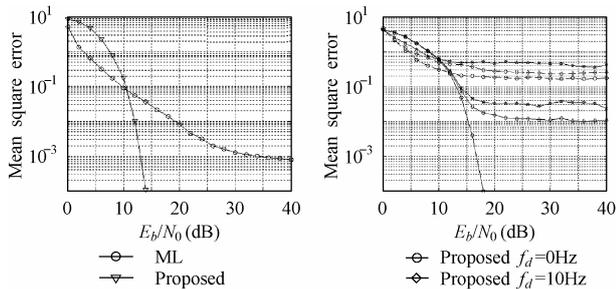


图3 AWGN信道下符号定时均方差

Fig.3 MSE of symbol timing in AWGN channel

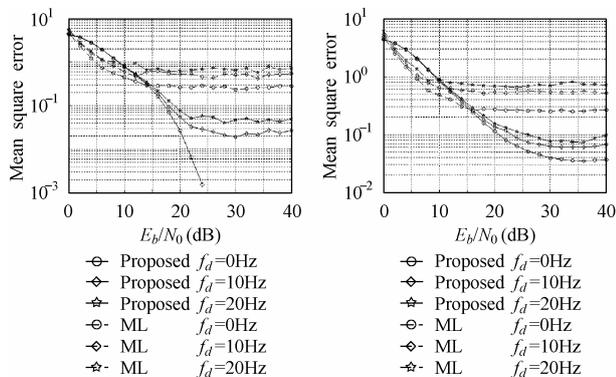


图4 多径结构1下的符号定时均方差

Fig.4 MSE of symbol timing in the first multipath channel

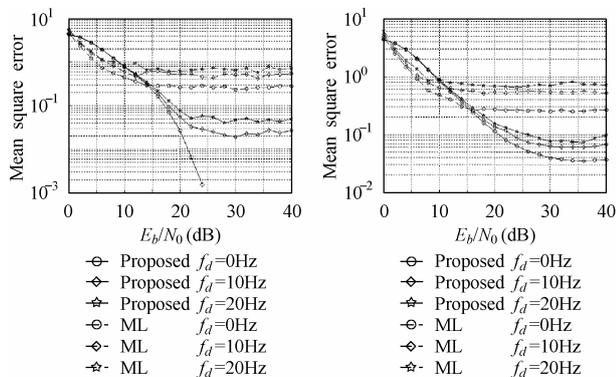


图5 多径结构2下的符号定时均方差

Fig. 5 MSE of symbol timing in the second multipath channel

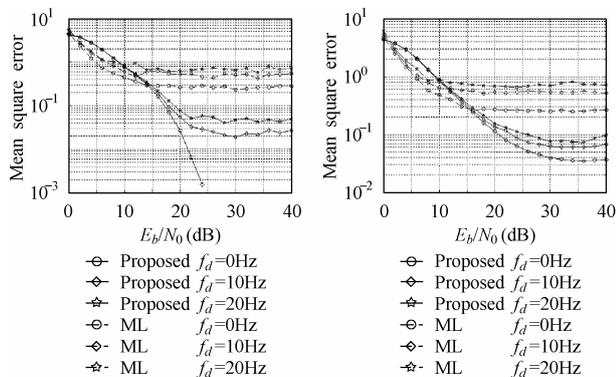


图6 多径结构3下的符号定时均方差

Fig. 6 MSE of symbol timing in the third multipath channel

较少、多普勒频移较小的情况下本算法的性能明显远高于ML算法。

6 结束语

本文在基于循环前缀和循环后缀的OFDM帧结构的基础上,提出了一种定时跟踪的盲估计算法,在一个符号内就可以完成较为准确的定时跟踪,在AWGN信道中,在足够大的信噪比条件下可以完全正确定时;在多径数目较少,多普勒频移较小的情况下本算法的性能也明显优于ML算法,而且运算量也低于ML算法。由于本算法是在准静态信道条件下获得的,所以随着多普勒频移的增大性能有所下降,对于多普勒频移较大的快衰落信道是下一步研究方向。

参考文献

- [1] Minn H, Zeng M, Bhargava V K. On timing offset estimation for OFDM systems. *IEEE Communication Letters*, 2000, 4(7): 242 – 244.
- [2] Byungjoon Park, Hyunsoo Cheon, Changeon Kang, Daesik Hong. A novel timing estimation method for OFDM systems. *IEEE Communication Letters*, 2003, 7(5): 239 – 241.
- [3] Schmidl T M, Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. on Communications*, 1997, 45(12): 1613 – 1621.
- [4] Speth M, Classen F, Meyr H. Frame synchronization of OFDM systems in frequency selective fading channels. The 47th IEEE Vehicular Technology Conference, Phoenix, Arizona, USA, 1997, 3(3): 1807 – 1811.
- [5] Van de Beek J J, Borjesson P O, Boucheret M L, Landström D, Arenas J M, C Östberg P Ödling, Wahlqvist M, Wilson S K. A time and frequency synchronization scheme for multiuser OFDM. *IEEE J. Select. Areas Communication*, 1999, 17(11): 1900 – 1903.
- [6] Barbarossa Sergio, Massimiliano Pompili, Georgios B G, Channel-independent synchronization of orthogonal frequency division multiple access systems. *IEEE J. Select. Areas Communications*, 2002, 20(2): 474 – 486.
- [7] Van de Beek J J, Sandell M. ML estimation of time and frequency offset in OFDM systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, 45(7): 1800 – 1805.
- [8] Byungjoon P, Hyunsoo C, Changeon Kang, Daesik Hong. A blind OFDM synchronization algorithm based on cyclic correlation. *IEEE Signal Processing letters*, 2004, 11(2): 83 – 85.
- [9] Jakes W C. *Microwave Mobile Communications*. New York: Wiley-Interscience, 1974: 1 – 152..
- [10] Zheng Yahong Rosa, Xiao Chengshan. Simulation models with correct statistical properties for rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Communications*, 2003, 51(6): 920 – 928.

刘文强: 男, 1980年生, 硕士生, 研究方向为移动通信。

王呈贵: 男, 1970年生, 博士生, 副教授, 研究方向为无线通信、数据通信网。