

# 基于采样点选择和矢量旋转的多载波 CDMA 定时跟踪方案

罗武 申畅 梁庆林  
(北京大学信息科学技术学院 北京 100871)

**摘要** 针对多载波 CDMA 系统的特点, 该文提出一种基于采样点选择和矢量旋转的全数字定时跟踪方案。该方案充分利用准时路复相关矢量信息, 通过矢量旋转得到非相干定时误差检测量, 进行定时跟踪调整。理论分析和数值结果表明, 该方案较传统的延迟锁定跟踪方案明显降低了实现复杂度, 而且性能有所提高。

**关键词** 多载波 CDMA, 延迟锁相环, 矢量旋转, 采样点选择

中图分类号: TN914.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)07-1238-04

## A Reduced Complexity Timing Tracking Scheme for Multi-Carrier CDMA Signals Based on Samples Selecting and Vector Rotation

Luo Wu Shen Chang Liang Qing-lin  
(School of EECS, Peking University, Beijing 100871, China)

**Abstract** A reduced-complexity all-digital timing tracking scheme suited for multi-carrier CDMA signals is proposed and studied. Based on samples selecting and vector rotation of correlation output vector at only on time channel, timing error detection statistics are approximately acquired and timing adjustment are carried out. Theoretical and numerical results show that the new scheme has an improved performance and remarkable complexity simplicity as compared with the classical digital delay-locked loop.

**Key words** MC-CDMA, Delay-locked loop, Vector rotation, Samples selecting

### 1 引言

MC-CDMA 继承了 OFDM 和 DS-SS-CDMA 技术的优点, 它可以在频域实现频谱扩展和码分多址<sup>[1]</sup>, 具有频带利用率高和设计灵活的优势, 并能分离和抑制窄带干扰<sup>[2]</sup>, 从而受到广泛重视。

MC-CDMA 系统对同步偏差非常敏感<sup>[3,4]</sup>。已提出的定时估计方法有独立或联合利用循环前缀(CP)和导频符号的方法<sup>[3]</sup>, 利用训练序列的估计方法<sup>[4]</sup>, 直接利用已调制数据进行定时误差鉴别<sup>[5]</sup>等。文献[5]给出了基于延迟锁定 PN 码定时跟踪方案, 该方案因多载波解调导致复杂度明显增加。根据多载波系统特点, 本文提出了基于准时支路相关输出矢量旋转的定时误差检测和调整方案, 明显减少了运算复杂度。文中给出了理论分析和计算机仿真结果。

### 2 系统方案

#### 2.1 MC-CDMA 发送接收模型

MC-CDMA 发射机和接收机模型如图 1。第  $k$  个用户发送的 QPSK 信号表示为

$$s_k(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=1}^M d_k(n)c_k(m)h(t-nT_c)e^{j(\omega_c+\omega_m)t} \quad (1)$$

其中  $c_k$  是第  $k$  个用户的频域扩频序列,  $M$  为扩频码周期,  $d_k(n)$  为发送信息序列,  $T_c$ ,  $T_s = MT_c$  分别为 chip 和符号持续时间。  $h(t)$  为波形成形滤波器冲激响应(满足

$\int |H(f)|^2 df = 1$ ),  $\omega_c$  是发送载波频率,  $\omega_m = (m-1)f_s$  是第  $m$  个子载波的中心频率相对于  $\omega_c$  的偏移, 且  $f_c = 1/T_c$ ,  $f_s = 1/T_s$ 。

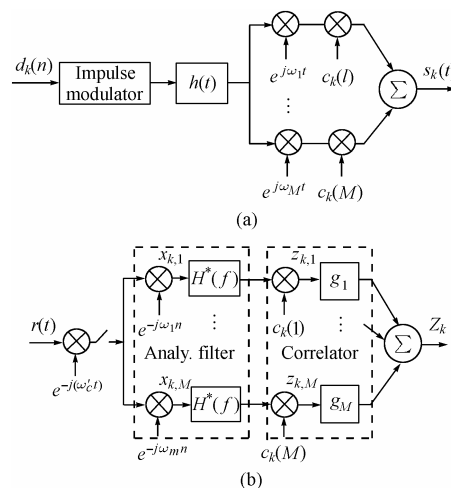


图 1 (a) 发射机模型 (b) 接收机模型  
Fig.1 (a) Transmitter model (b) Receiver model

接收机输入信号为

$$r(t) = \sum_{k=0}^K s_k(t - \tau_k) + n(t) \quad (2)$$

其中  $n(t)$  为加性高斯白噪声。对于第 0 个目标用户的第  $m$  个解调器输出为

$$z_{0,m}(i) = d_0(i)R_a(\tau)e^{j(\phi_m - \omega_m\tau)} + N_{0,m} \quad (3)$$

式中  $N_{0,m}$  包含了 ICI, MAI 和白噪声的影响,  $R_a(\tau) =$

$\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 \cos(2\pi f\tau) df$  为定时误差  $\tau$  引起的损失,  $\phi_m(i) = (i-1/2)N\Delta\omega T_c - \phi_0$ 。

当工作用户较多时, 多址干扰可等效为白噪声<sup>[5]</sup>。PN 定时同步非相干检验统计量是  $\Delta\omega$  和  $\tau$  的函数

$$\begin{aligned} \square_0(\Delta\omega, \tau) &= |Z_0(\Delta\omega, \tau)|^2 = |Z_{0,c} + j \cdot Z_{0,s}|^2 \\ &= \left| \sum g_m c_0(m) z_{0,m} \right|^2 \end{aligned} \quad (4)$$

对于 AWGN 信道, 权因子  $g_m = 1$ ,  $Z_0$  服从二维非中心  $\chi^2$  分布。不考虑频差影响, 统计量中 有用信号成分为  $\square_0^s(0, \tau) = R_a^2(\tau) \left| \sum e^{-j(\phi - \omega_m \tau)} \right|^2$ 。容易验证, 检测量的均值对定时误差非常敏感。

### 2.2 定时误差检测方案

经典非相干检测器(CD)采用超前臂和滞后臂非相干相关值差值作为定时误差信号

$$e(\tau) = \square_0(0, \tau - \Delta) - \square_0(0, \tau + \Delta) \quad (5a)$$

其中有 用信号成分为

$$[e(\tau)]^s = M^2 \left[ R_a^2(\tau - \Delta) R_f^2(0, \tau - \Delta) - R_a^2(\tau + \Delta) R_f^2(0, \tau + \Delta) \right] \quad (5b)$$

式中超前滞后时间量为  $\Delta = T_c/2$ ,  $R_f(0, \tau) = \sin(M\pi f_s \tau) / M \cdot \sin(\pi f_s \tau)$ 。

如图 2(a)所示, MC-CDMA 接收机前端采用整合 FFT 和匹配滤波器的多相分析滤波器结构以降低算法复杂度。接收机需要 3 组分析滤波器和相关器以分别产生超前、滞后、准时臂复相关复矢量, 其中前两个用于检测定时误差, 后一个用于解调。

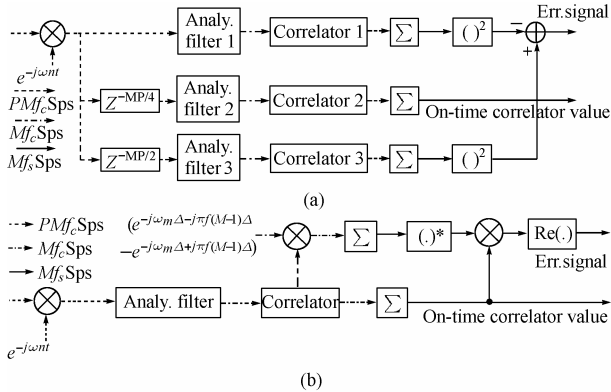


图 2 (a) 经典定时误差检测器 (b) 改进型检测器  
Fig.2 (a) Classical discriminator (CD)  
(b) Modified discriminator (PA-MD)

由式(5)看出, 造成相关峰快速衰减的主要原因在于定时误差引起各子载波解调器输出矢量之间的相位差, 从而导致  $\left| \sum e^{-j(\phi - \omega_m \tau)} \right|^2$  项快速衰减。好在 该相位差可以补偿, 具体作法是对各子载波输出复矢量进行矢量旋转后求和, 从而利用一组复矢量近似得到对应不同定时误差的同步检测统计量。例如可以将准时臂解调器输出复矢量乘上相位因子  $e^{-j\omega_m \Delta}$  和  $e^{j\omega_m \Delta}$ , 来获得相位上近似超前和滞后  $\Delta = T_c/2$  时间的相关矢量。这样 CD 检测器中, 超前、滞后两臂分析滤波器和相关器都没有单独存在的必要。此外, 用于判决解调的准时支

路输出相关值已包含了调制数据和载波相位信息, 因此可以作为相位辅助参考以得到新的定时误差检测量。

本文采用改进型检测器(PA-MD), 其原理如图 2(b)。利用准时臂相关器输出作为相位参考, 其复共轭与间接得到的超前、滞后臂相关器输出复矢量之差点乘, 结果作为定时误差检测量。数学表示如下:

$$\begin{aligned} e(\tau) &= \text{Re} \left\{ Z_0^*(0, \tau) \left[ \sum c_0(m) z_{0,m} \cdot \left( e^{-j\omega_m \Delta + j\pi f_s (M-1)\Delta} - e^{j\omega_m \Delta - j\pi f_s (M-1)\Delta} \right) \right] \right\} \\ [e(\tau)]^s &= M^2 R_a^2(\tau) R_f(0, \tau) \left[ R_f(0, \tau - \Delta) - R_f(0, \tau + \Delta) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

式中  $e^{j\pi f_s (M-1)\Delta}$ ,  $e^{-j\pi f_s (M-1)\Delta}$  用于相位补偿,  $[e(\tau)]^s$  为定时误差检测量中有用信号成分。

采用基于采样值选择和准时臂辅助参考的改进型检测器的全数字定时跟踪环如图 3 所示<sup>[6]</sup>。输入信号采样进入定时误差检测器, 与本地 PN 序列相关并通过矢量旋转间接得到超前臂和滞后臂相关值之差的近似值, 该值与准时支路相关值的复共轭相乘得到定时误差检测量, 经数字平滑滤波后, 用于控制作为采样选择电路时钟的数控振荡器(NCO)。

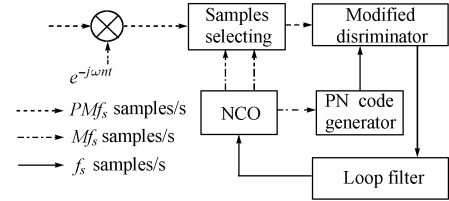


图 3 PN 码定时跟踪环

Fig.3 PN code timing tracking loop

### 2.3 提高定时同步调整精度的方案

定时跟踪精度直接影响系统同步性能和解调性能。常用的时域插值算法可以用于提高定时同步调整精度, 以避免 ADC 采样速率过高。如图 1 和图 2 所示, 在过采样速率  $Pf_c$  固定的前提下, 通过时域插值需要付出成倍增加接收机算法复杂度的代价, 例如定时调整精度增加  $L$  倍, 则接收机前端复杂度将增加  $L$  倍。

采用矢量旋转算法同样能减少定时同步调整计算量。假如将定时估计精度提高  $L=4$  倍, 调整步长为  $q = T_c/LP$ , 第  $m$  个子载波所对应的相位补偿因子为  $l\omega_m q$ 。矢量旋转后子载波输出表示为

$$\begin{aligned} z'_{0,m} &= z_{0,m} e^{j l \omega_m q} \\ z_{0,m} &= R(\Delta\omega, \tau + kT_c/P) d_0(n) e^{j(\phi_m - \omega_m(\tau + kT_c/P))} \end{aligned} \quad (7)$$

其中  $l$  为整数, 即  $l \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ,  $l(i)$  表示第  $i$  时刻  $l$  的取值,  $\tau$  表示定时误差。

保持采样速率为  $P/T_c = Pf_c$  不变, 提高定时同步调整精度的跟踪策略如下(仍假定  $L=4$ ):

- (1) 若滞后臂检验统计量大于超前臂: 若  $l(i) = -3$ , 则  $l(i+1) = 0$ , 时钟后调 1 个采样时间,  $k(i+1) = k(i) + 1$ , 转第(3)步; 否则, 则  $l(i+1) = l(i) - 1$ , 转第(3)步。
- (2) 若超前臂检验统计量大于滞后臂: 若  $l(i) = 3$ , 则

$l(i+1)=0$ ，时钟前调 1 个采样时间， $k(i+1)=k(i)-1$ ；  
 否则，则  $l(i+1)=l(i)+1$ 。

(3)对  $(i+1)$  时刻的相关器输出进行矢量旋转，相关运算以产生超前、滞后、准时三支路非相干相关值以及用于解调的准时支路的相干相关值，转第(1)步。

### 3 数值与仿真结果

#### 3.1 PA-MD 检测器性能

准时支路复相关值为  $Z_{0,c} + jZ_{0,s}$ ，其中  $Z_{0,c}$ ， $Z_{0,s}$  为独立高斯随机过程

$$\left. \begin{aligned} E[Z_{0,c}] &= Md_0(n)R_l \cos \phi, \quad E[Z_{0,s}] = Md_0(n)R_l \sin \phi \\ \text{Var}[Z_{0,c}] &= \text{Var}[Z_{0,s}] = MN_0/2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中  $R_l = R(\tau) = R_a(\tau)R_f(0, \tau)$ 。

准时支路输出矢量旋转、相关运算间接得到的超前/滞后臂相关值之差为  $Z_{0,\Delta,c} + jZ_{0,\Delta,s}$ ，其中  $Z_{0,\Delta,c}$ ， $Z_{0,\Delta,s}$  为独立高斯随机过程

$$\left. \begin{aligned} E[Z_{0,\Delta,c}] &= Md_0(n)R_\Delta \cos \phi, \quad E[Z_{0,\Delta,s}] = Md_0(n)R_\Delta \sin \phi, \\ \text{Var}[Z_{0,\Delta,c}] &= \text{Var}[Z_{0,\Delta,s}] \approx MN_0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中  $Z_{0,\Delta} = Z_{0,-} - Z_{0,+}$ ， $R_\Delta = R_- - R_+ = R_a(\tau)[R_f(0, \tau - \Delta) - R_f(0, \tau + \Delta)]$ 。

$$\begin{aligned} e(\tau) &= \text{Re}\left\{\left(Z_{0,\Delta,c} + jZ_{0,\Delta,s}\right)\left(Z_{0,c} + jZ_{0,s}\right)^*\right\} \\ &= Z_{0,\Delta,c}Z_{0,c} + Z_{0,\Delta,s}Z_{0,s} \end{aligned} \quad (10)$$

可以证明

$$E[e(\tau)] = M^2 R_l [R_- - R_+] = M^2 R_l R_\Delta \quad (11)$$

$$\text{Var}[e(\tau)] \leq (MN_0)^2 + M^3 N_0 (2R_l^2 + R_\Delta^2)/2 \quad (12)$$

作为对比，对于 CD 检测器

$$E[e(\tau)] = M^2 [R_-^2 - R_+^2] \quad (13)$$

$$\text{Var}[e(\tau)] \leq 2M^3 N_0 (R_-^2 + R_+^2) + 2(MN_0)^2 \quad (14)$$

图 4 给出了 PA-MD 和 CD 检测器鉴相特性曲线，其鉴相特性相近。

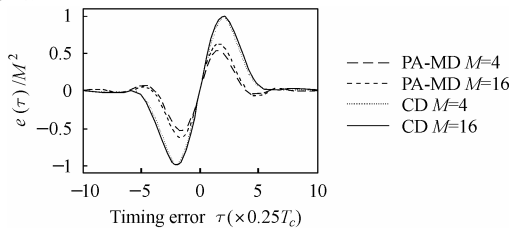


图 4 鉴相特性曲线 (PA-MD vs CD)

Fig.4 S-curve (PA-MD vs CD)

作为性能的评价，定义检测器等效输出信噪比  $\rho = \text{Var}^{-1}[e(\tau)] \left[ \frac{dE[e(\tau)]}{d\tau} \right]^2 \Big|_{\tau=0}$ ，并将方差上界作为方差的近似值。于是

$$\rho_{CD} \approx 4\mu [Rd(\Delta)]^2 \left[ 1 + (2\mu R^2(\Delta))^{-1} \right]^{-1} \quad (15)$$

$$\rho_{PA-MD} \approx 4\mu [Rd(\Delta)]^2 (1 + \mu^{-1})^{-1} \quad (16)$$

式中  $\mu = M/N_0$  为每比特信噪比， $R(\tau) = R_a(\tau)R_f(0, \tau)$ ，

$$Rd(\tau) = \begin{cases} d[R_a(\tau)R_f(0, \tau)]/d\tau, & \text{CD} \\ d[R_a(0)R_f(0, \tau)]/d\tau, & \text{PA-MD} \end{cases}$$

图5(a)与图5(b)分别给出了  $\Delta = 0.5T_c$  和  $\Delta = 0.75T_c$  时，CD和 PA-MD定时误差检测器的等效输出信噪比特性曲线。可以看出 PA-MD检测性能较CD检测器有一定改善，尤其是  $\Delta$  较大和信噪比较低时更为明显。此外，计算机仿真与数值分析结果基本相符。

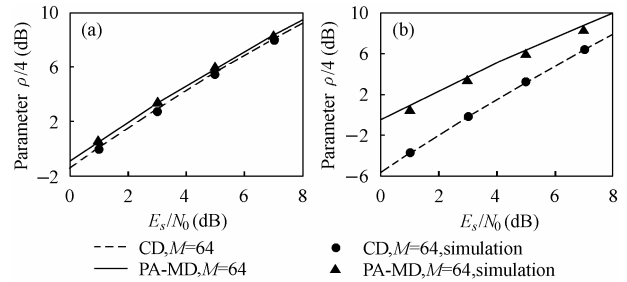


图 5 (a) 输出等效信噪比  $\rho(\Delta = 0.5T_c)$

(b) 输出等效信噪比  $\rho(\Delta = 0.75T_c)$

Fig.5 (a) Equivalent SNR ( $\Delta = 0.5T_c$ )

(b) Equivalent SNR ( $\Delta = 0.75T_c$ )

#### 3.2 环路性能

为表述方便，误差信号重写作  $e_k = S_k + N_k$ ，归一化定时误差表示为  $\varepsilon_k = \tau_k/T_c$ 。对于一阶环，将噪声项  $N_k$  近似为高斯分布。 $\varepsilon_k$  可视为离散时间和取值的 Markov 过程，其概率分布满足 Chapman-Kolmogorov 方程<sup>[7]</sup>

$$p_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0) = \sum_{\varepsilon_{k-1}} f_{k-1}(\varepsilon_k | \varepsilon_{k-1}) p_{k-1}(\varepsilon_{k-1} | \varepsilon_0) \quad (17)$$

其中  $p_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0)$  为给定  $\varepsilon_0$  条件下  $\varepsilon_k$  的概率密度函数， $f_{k-1}(\varepsilon_k | \varepsilon_{k-1})$  为给定  $\varepsilon_{k-1}$  条件下  $\varepsilon_k$  的转移概率密度函数。 $p_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0) \approx p_{k-1}(\varepsilon_{k-1} | \varepsilon_0)$  时，可认为达到了稳态。

$$\varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} - q \text{sgn}[S_{k-1}(x) + N_{k-1}],$$

$$f_{k-1}(\varepsilon_k | \varepsilon_{k-1}) = \begin{cases} Q[-e(\varepsilon_{k-1})/\sigma], & \varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} - q/T_c \\ Q[e(\varepsilon_{k-1})/\sigma], & \varepsilon_k = \varepsilon_{k-1} + q/T_c \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (18)$$

其中  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-x^2/2} dx$ ， $\sigma^2 = \text{Var}[e_k]$ 。可见，转移概率密度函数  $f_{k-1}$  与时间  $k$  无关。

由式(17)和  $\varepsilon_0$ ，可递归求解  $P_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0)$  的稳态分布。设调整步长  $q = T_c/8$ ，归一化定时误差  $\varepsilon_k$  的稳态分布如图 6 所示。其中由于  $\varepsilon_k$  的量化特性，环路达到稳态时在奇、偶拍分布是不同的。递归求解  $P_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0)$  的稳态分布时，当  $P_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0) \approx P_{k-2}(\varepsilon_{k-2} | \varepsilon_0)$  即认为码环已进入稳态。

计算环路的平均失锁时间(MTLL)，是求解 Markov 过程的首次通过问题。假定经过  $\bar{k}T_c$  后，环路定时误差  $\varepsilon_k$  首次超越预设门限  $\varepsilon_b$ 。定义  $\pm\varepsilon_b$  为 Markov 过程  $\varepsilon_k$  的吸收边界，当定时误差达到  $\pm\varepsilon_b$  时，检测器指示失锁。定义一个截尾函数  $\tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0)$ ，使得  $\tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0)$  在  $|\varepsilon| \geq \varepsilon_b$  时为 0，在  $|\varepsilon| < \varepsilon_b$  时等于  $k$  时刻定时误差  $\varepsilon_k$  的概率分布。 $\tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0)$  满足的

Chapman-Kolmogrov 方程为

$$\tilde{P}_k(\varepsilon_k | \varepsilon_0) = \sum_{\varepsilon_{k-1} < \varepsilon_b} f_{k-1}(\varepsilon_k | \varepsilon_{k-1}) \tilde{P}_{k-1}(\varepsilon_{k-1} | \varepsilon_0) \quad (19)$$

其中  $f_{k-1}(\varepsilon_k | \varepsilon_{k-1})$  由式(21)确定。在第  $k$  步时码环误差  $\varepsilon_k$  到达吸收边界的概率为

$$P[\text{第 } k \text{ 步时 } \varepsilon_k \text{ 到达 } \pm \varepsilon_b] = \sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} [\tilde{P}_{k-1}(\varepsilon | \varepsilon_0) - \tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0)] \quad (20)$$

由此平均失锁步数(时间)

$$\begin{aligned} \bar{k} &= \sum_{k=1}^{\infty} k \sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} [\tilde{P}_{k-1}(\varepsilon | \varepsilon_0) - \tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0)] \\ &= \sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} \tilde{P}_0(\varepsilon | \varepsilon_0) + \sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} \sum_{k=1}^{\infty} \tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0) \end{aligned} \quad (21)$$

由于  $\tilde{P}_0(\varepsilon | \varepsilon_0) = \delta(\varepsilon - \varepsilon_0)$ , 所以  $\sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} \tilde{P}_0(\varepsilon | \varepsilon_0) = 1$ , 于是

$$\bar{k} = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{\varepsilon < \varepsilon_b} \tilde{P}_k(\varepsilon | \varepsilon_0) \quad (22)$$

一阶环MTLL如图7所示。图7中假定初始误差  $\varepsilon_0 = 0$ , 吸收边界位于  $\varepsilon_b = \pm T_c/2$ 。可见, MTLL随  $E_b/N_0$  增加呈指数规律增长, 减小调整步长  $q$  可以明显增加环路的平均失锁时间。

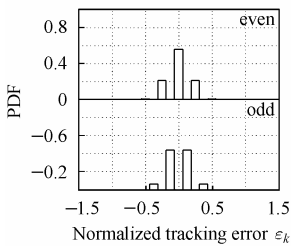


图6 环路误差稳态分布 ( $\rho=9\text{dB}$ )  
Fig.6 Steady state timing error pdf ( $\rho=9\text{dB}$ )

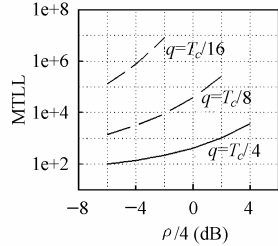


图7 环路平均失锁时间  
Fig.7 MTLL

### 3.3 运算复杂度

不考虑 NCO 的影响, 环路运算复杂度主要取决于定时误差检测器。表1给出了改进型定时误差检测器所需的复数

表1 运算量评价

Tab.1 Computational effort evaluation

检测器	复乘运算数(次/秒)	复加运算数(次/秒)
CD	$3(M \log_2 M / 2 + 1)f_s$	$3(M \log_2 M + 2M)f_s$
PA-MD	$(M \log_2 M / 2 + M + 2)f_s$	$(M \log_2 M + 4M)f_s$

乘法运算和复数加法运算量, 并于 CD 检测器进行了对比,

其中二进制 PN 序列解扩按加法运算来统计。可见, PA-MD 检测方案的复乘和复加运算量约为 CD 检测方案的 1/3。

## 4 结束语

本文提出利用采样点选择和矢量旋转实现 MC-CDMA 信号的 PN 码定时同步。与传统方案相比, 改进方案简单可行, 明显降低了算法复杂度, 因而有很强的实用性。通过分析, 给出了定时误差检测量的统计性能、环路稳态跟踪误差分布、以及环路平均失锁时间 MTLL 等。计算机仿真结果证明了新方案的合理性和可行性。

## 参考文献

- [1] Hara S, Prasad R. Overview of multicarrier CDMA. *IEEE Communication Magazine*, 1997, 35(12): 126-133.
- [2] Kondo S, Milstein L B. Performance of multicarrier DS CDMA systems. *IEEE Trans. on Communications*, 1996, 44(2): 238-246.
- [3] Schmidl T M, Cox D C. Robust frequency and timing synchronization for OFDM. *IEEE Trans. on Communications*, 1997, 45(12): 1613-1621.
- [4] Minn H, Zeng M, et al.. On timing offset estimation for OFDM systems. *IEEE Communications Letters*, 2000, 4(7): 242-244.
- [5] 曹叶文, 项海格. 多载波频率分集扩展频谱通信的同步原理分析. *通信学报*, 1997, 18(1): 34-39.
- [6] 汪晓阳, 张朝阳等. 利用采样点选择法实现 DS-SS 中频接收机的码片同步. *电路与系统学报*, 2000, 5(1): 95-99.
- [7] Gaudenzi R D, Luise M. A digital chip timing recovery loop for band-limited direct sequence spread spectrum signals. *IEEE Trans. on Communications*, 1993, 41(11): 1760-1769.

罗 武: 男, 1970 年生, 副教授, 研究方向为扩频通信、多载波通信、嵌入式系统等。

申 畅: 女, 1980 年生, 硕士生, 研究方向为数字通信、信号处理。

梁庆林: 男, 1941 年生, 教授, 主要研究方向为数字通信、信号处理。