

累量域虚拟阵列二维波达方向估计算法

向前 林春生

(武汉海军工程大学兵器工程系 武汉 430033)

摘要: 利用空间四阶累量的孔径扩展性质, 构造了一种新的累量域虚拟阵列波达方向矩阵。由累量域虚拟阵列波达方向矩阵非零特征值的幅值和相位即可分别估计出信号源的方位角和俯仰角。本算法阵元利用率高, 阵列布置灵活, 由于采用了累量, 通过适当布置阵列可压制任意分布噪声, 获得较好的估计效果。

关键词: 累量, 波达方向矩阵, DOA, 波达方向估计

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2005)02-0329-03

Cumulant-Based Virtual Array 2-D Direction of Arrival Estimation

Xiang Qian Lin Chun-sheng

(Department of Weapon Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract A new type cumulant-based virtual DOA matrix is formed using the property of aperture extension of fourth-order cumulants. The azimuth and elevation of the incident sources can be estimated simultaneity from the amplitude and phase information of non-zero eigenvalue of the new matrix respectively. With arbitrary geometry of the array, this method can extend actual array aperture efficiently. By properly laying out the array, this algorithm can suppress arbitrary distributed background noise and better estimation of DOA can be obtained.

Key words Cumulant, DOA matrix, DOA, Direction-of-arrival estimation

1 引言

在二维高分辨波达方向估计方法中^[1-3], 波达方向矩阵法是一种有代表性的方法, 该方法通过对波达方向矩阵的特征分解, 由特征值和特征矢量直接得到信号的方位角和俯仰角, 无需任何谱峰搜索, 计算量小且参数自动匹配, 但波达方向矩阵法存在以下不足: 首先, 不适用于信号方位角和俯仰角兼并的情况; 其次, 信噪比较低时方位角的估计性能不是很理想; 第三, 阵元利用率较低; 第四, 当各阵元噪声是空间有色高斯噪声时, 会出现性能急剧下降的情况。累量域上的波达方向矩阵法^[4,5]对有色高斯噪声有较好的鲁棒性, 其中虚拟累量域波达方向矩阵法^[4]在低信噪比下具有较好的稳健性, 但孔径损失很大; 文献[5]虽利用四阶累量的特殊性质, 使阵列孔径得到有效扩展, 但由于阵列流型与传统波达方向矩阵法相同, 因此, 其不足之处也与波达方向矩阵法相同。

本文综合上述 3 种方法各自的优点, 充分利用空间四阶累量孔径扩展特性和协方差与四阶累量的等价关系, 构造了具有特定位移关系的虚拟子阵列, 仿真实验表明, 该算法具有抗噪能力强, 阵元利用率高, 数值稳定性好等优点。

2 阵列模型和基本假设

阵列模型如图 1 所示, Y_0, Y_1, Y_2 为 3 个平行的线性

子阵列, 其中实心圆为实际阵元, 空心圆为虚拟阵元。子阵列 Y_1, Y_2 对称于 X 轴, 和 X 轴的距离为 d_y , 子阵列 Y_1, Y_2 第 1 个阵元和 Y 轴的距离为 d_x , 每个子阵列中的第 i 个阵元到第一个阵元的距离为 d_i 。

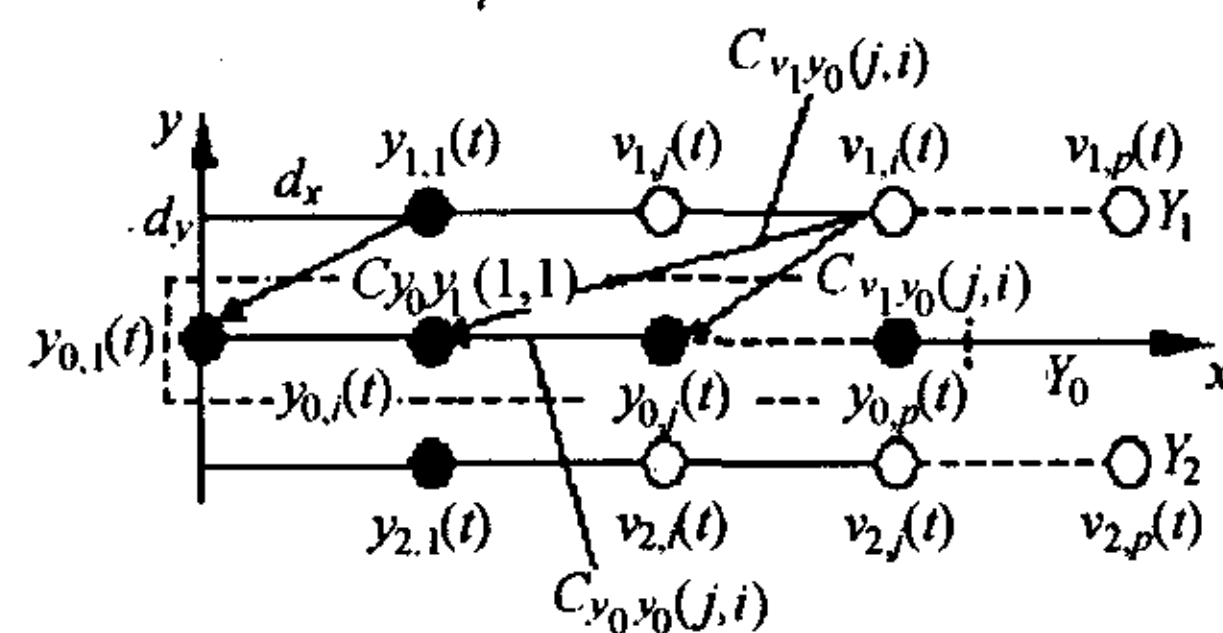


图 1 虚拟三线性平行子阵列

假设信号源为相互统计独立的窄带远场平面波。信号源个数为 P , 与 X 轴 Y 轴的夹角(本文中不严格地分别称为方位角和俯仰角)分别为 $(\alpha_i, \beta_i), i=1,2,\dots,P$, 噪声为时域和空域上的高斯白(有色)噪声, 并统计独立于各信号源。设 $y_{0,k}, k=1,2,\dots,M$, 代表阵列 Y_0 的第 k 个阵元的输出, 则由图 1 所示的几何关系有

$$y_{0,k} = \sum_{i=1}^P s_i(t) \exp[j\omega_i(k-1)\tau_{Di}] + n_{0,k}(t) \quad (1)$$

其中 $s_i(t)$ 表示第 i 个源信号; $\tau_{Di} = (d_x/c)\cos\alpha_i$ 表示子阵 Y_0 阵元间的相对时延, c 为波速; $n_{0,k}$ 表示子阵 Y_0 第 k 个阵元上的加性高斯噪声。同理, 子阵 Y_1, Y_2 上实际阵元输出为

$$y_{1,1} = \sum_{i=1}^P s_i(t) \exp[j\omega_i(\tau_{di} + \tau_{Di})] + n_{1,1}(t) \quad (2)$$

$$y_{2,1} = \sum_{i=1}^P s_i(t) \exp[j\omega_i(-\tau_{di} + \tau_{Di})] + n_{2,1}(t) \quad (3)$$

其中 $\tau_{di} = (d_y/c) \cos \beta_i$ 是源信号在子阵列 Y_0 与 Y_1, Y_2 相应传感器间的延时; $n_{1,1}(t)$ 和 $n_{2,1}(t)$ 分别为子阵 Y_1, Y_2 实阵元上的噪声。将式(1)写成矩阵形式

$$Y = AS + N_0 \quad (4)$$

其中 $Y = [y_{0,1}(t), y_{0,2}(t), \dots, y_{0,M}(t)]^T$, $S = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_P(t)]^T$; $A = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_P]^T$; $\alpha_i = [1 \quad \exp(j\omega_i \tau_{Di}) \quad \dots \quad \exp(j\omega_i(M-1) \cdot \tau_{Di})]^T$

3 累量域虚拟阵列波达方向矩阵法

根据文献[6,7], 窄带信号的协方差矩阵可由其四阶累量对角切片矩阵计算, 因此可以利用累量对高斯噪声的自然盲性提高信号协方差矩阵计算精度。更重要的是, 空间四阶累量服从矢量叠加的性质, 这在物理意义上可解释为具有不损失方向信息的虚拟阵元合成功能^[6], 利用这一性质, 可以实现阵列的孔径扩展。

在图 1 所示阵列中, 虚拟阵元输出信号用 $\{v_{1,2}, v_{1,3}, \dots, v_{1,M}\}$, $\{v_{2,2}, v_{2,3}, \dots, v_{2,M}\}$ 表示。虚阵元输出信号 $v_{m,i}$, $m=1,2; i=2, \dots, M$ 与实阵元输出信号 $y_{0,j}$, $j=1,2, \dots, M$ 的四阶累量记为 $C_{v_m y_0}(i, j)$; 实阵元输出信号 $y_{0,i}$ 和 $y_{0,j}$ 的四阶累量记为 $C_{y_0 y_0}(i, j)$ 。 $C_{v_m y_0}(i, j)$ 和 $C_{y_0 y_0}(i, j)$ 服从矢量叠加关系^[6], 即 $C_{v_m y_0}(i, j) = C_{y_0 y_0}(i, j) + C_{v_m y_0}(j, j)$, 则由图 1 中几何关系可得 $C_{v_m y_0}(j, j) = C_{y_m y_0}(1, 1)$, 故 $C_{v_m y_0}(i, j) = C_{y_0 y_0}(i, j) + C_{y_m y_0}(1, 1)$ 。其中

$$C_{v_m y_0}(i, j) = \text{cum}\{y_{m,1}^*(t), y_{0,1}(t), y_{0,i}^*(t), y_{0,j}(t)\} = \text{CUM}_m(i, j)$$

$$C_{y_0 y_0}(i, j) = \text{cum}\{y_{0,i}^*(t), y_{0,i}(t), y_{0,i}^*(t), y_{0,j}(t)\} = \text{CUM}_0(i, j)$$

写成矩阵形式

$$\text{CUM}_0 = A^* D A^{*H} \quad (5)$$

$$\text{CUM}_1 = A^* \Phi_1^* D A^{*H} \quad (6)$$

$$\text{CUM}_2 = A^* \Phi_2^* D A^{*H} \quad (7)$$

其中*表示共轭, H表示共轭转置,

$$\Phi_1 = \text{diag}\{\exp[j\omega_1(\tau_{D1} + \tau_{d1})], \exp[j\omega_2(\tau_{D2} + \tau_{d2})], \dots, \exp[j\omega_P(\tau_{DP} + \tau_{dP})]\}$$

$$\Phi_2 = \text{diag}\{\exp[j\omega_1(\tau_{D1} - \tau_{d1})], \exp[j\omega_2(\tau_{D2} - \tau_{d2})], \dots, \exp[j\omega_P(\tau_{DP} - \tau_{dP})]\}$$

$$D = \text{diag}[C_{4,1} \quad C_{4,2} \quad \dots \quad C_{4,P}]$$

$$C_{4,i} = \text{cum}[s_i^*(t), s_i(t), s_i^*(t), s_i(t)]$$

令

$$\text{CUM}_3 = \text{CUM}_1 + \text{CUM}_2 \quad (8)$$

则 $\text{CUM}_3 = A^* \Phi_3^* D A^{*H}$, 其中

$$\Phi_3 = \text{diag}\{2 \cos(\omega_1 \tau_{d1}) \exp(j\omega_1 \tau_{D1}), 2 \cos(\omega_2 \tau_{d2}) \exp(j\omega_2 \tau_{D2}), \dots, 2 \cos(\omega_P \tau_{dP}) \exp(j\omega_P \tau_{DP})\}$$

按照与文献[1,4]类似的推导, 定义累量域虚拟阵列波达方向矩阵

$$C = \text{CUM}_0 \text{CUM}_3^\#$$

其中 $\text{CUM}_3^\#$ 为 CUM_0 的伪逆。对累量域虚拟阵列波达方向矩阵进行特征分解

$$C A^* = A^* \Phi^* \quad (9)$$

则信号源的方位角和俯仰角可由下式求出:

$$\alpha_k = \cos^{-1}(-\arg(\Phi_k) \lambda / (2\pi d_x)) \quad (10)$$

$$\beta_k = \cos^{-1}(\cos^{-1}(\text{abs}(\Phi_k) / 2) \lambda / (2\pi d_y)) \quad (11)$$

可见, 累量域虚拟阵列波达方向矩阵法利用特征值分解就可以直接得到两个方位角和俯仰角的估计, 无需任何谱峰搜索。

根据累量的性质, 相互独立的任意分布的随机变量的高阶累量为 0^[7], 因此只要阵元相互距离足够远使得各自接受到的噪声独立, 则理论上可以压制任意分布白或有色噪声^[8]。

对于前面所考虑的线性阵列, 存在着方位角兼并的问题。事实上, 可按图 2 的方式布置阵列, 这样所得波达方向矩阵 C 同时依赖于方位角和俯仰角, 由于空间四阶累量服从矢量叠加的性质, 因此仍可用前面给出的算法求解波达方向。

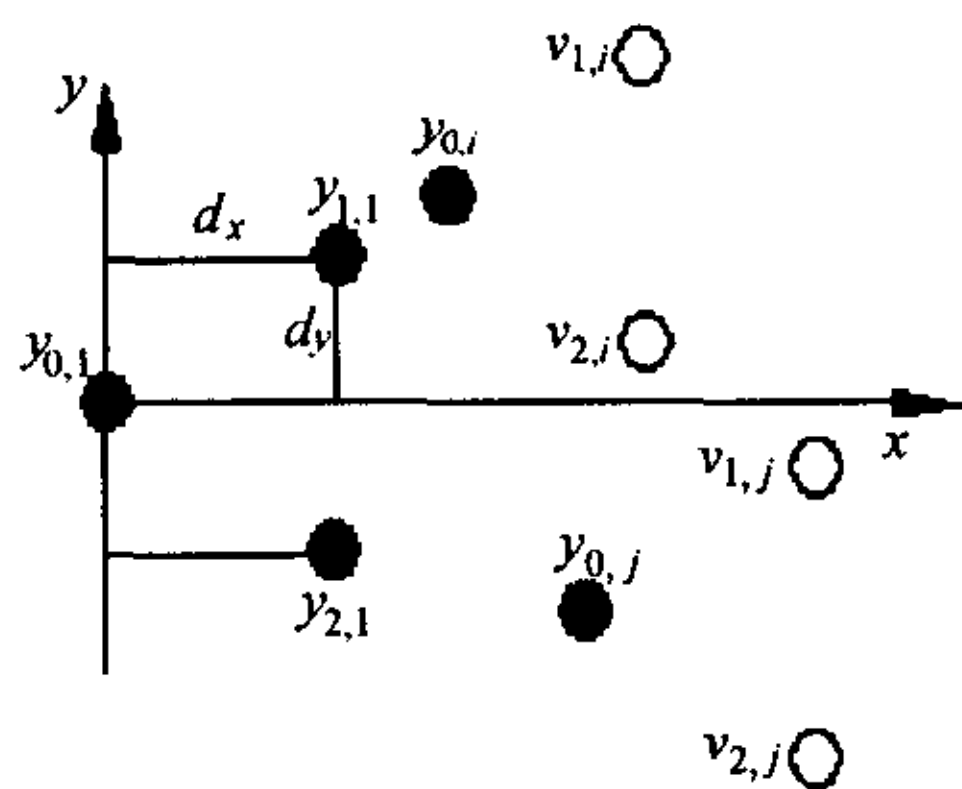


图 2 虚拟三阵元组阵列

4 仿真实验

本节对实际阵元阵列和虚拟阵元阵列的性能做了对比和分析, 并研究了在方位角存在兼并情况时算法的性能。每个实验由 50 次独立实验组成, 每次实验的快拍数为 5000。

例 1 本实验采用图 1 所示的阵列结构。每个子阵有 4 个阵元, 功率相同的 2 个窄带信号源从 $(45^\circ, 40^\circ), (60^\circ, 60^\circ)$ 方向入射。噪声由时域与空域上的高斯白噪声通过 FIR 带通滤波器产生, 其中带通滤波器的通频带为 $(0.2, 0.3)$ (数字频率)。利用 Matlab5.3 在不同信噪比下的仿真计算结果见图 3。

从图 3 可以看出, 虚拟阵列性能比实际阵元阵列性能略

差, 但考虑到阵元的减少有利于阵列校准, 因此使用虚拟阵列代替实际阵列是可行的。

例 2 本实验采用图 1 所示的阵列结构, Y_0 子阵有 4 个阵元, 坐标分别为(0,0), (1,0.5), (1,1), (15,-4.7), 单位为信号源半波长。相互独立的 23 个信号源分别从 $(45^\circ, 40^\circ), (45^\circ, 60^\circ)$ 入射, 信号功率相等, 噪声为时域与空域上的均匀分布白噪声。实验结果见图 4。从图中可以看出, 虽然噪声为非高斯分布, 且信号在存在方位兼并现象, 本文方法仍可估计出各个信号源的方向。

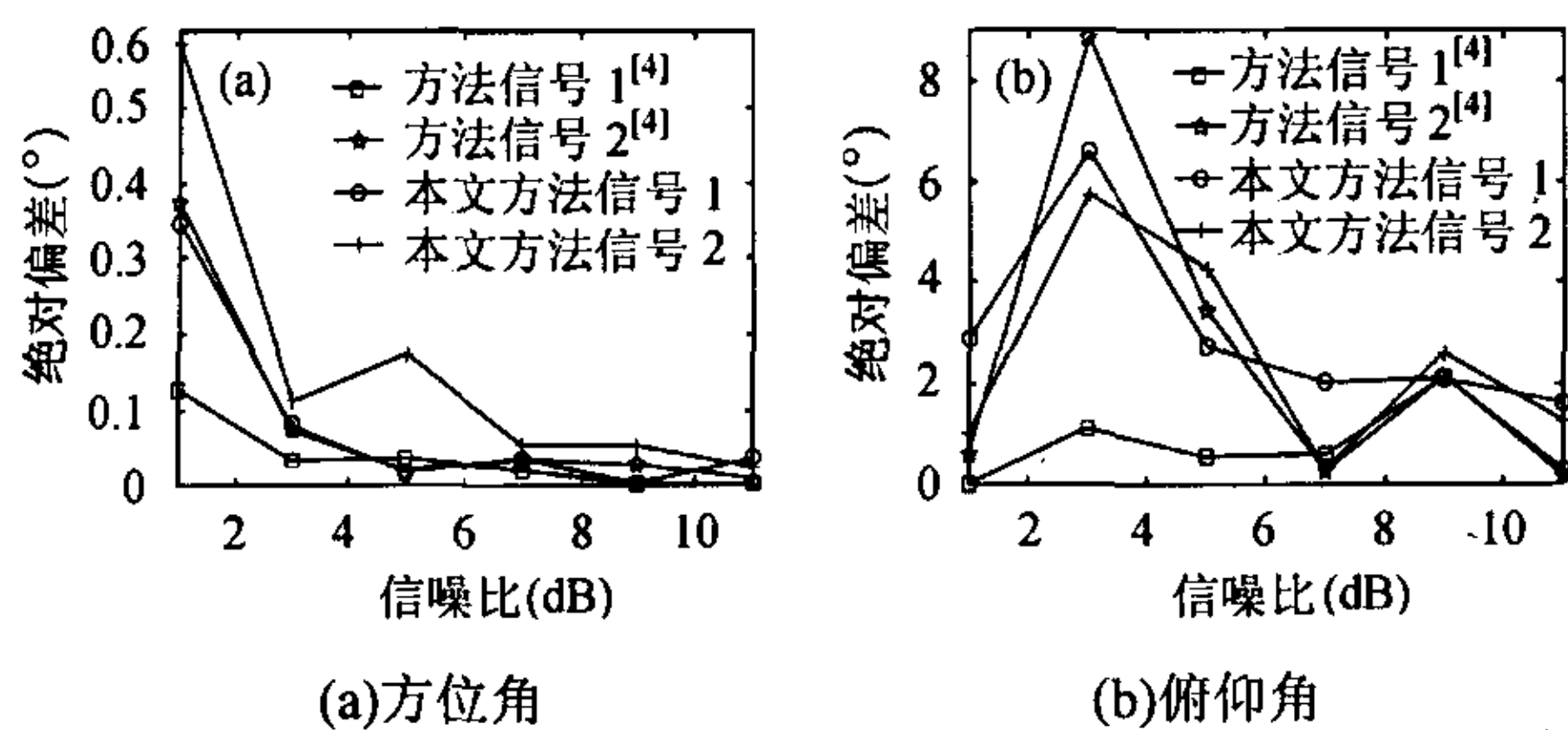


图 3 虚拟阵列与实际阵列性能比较

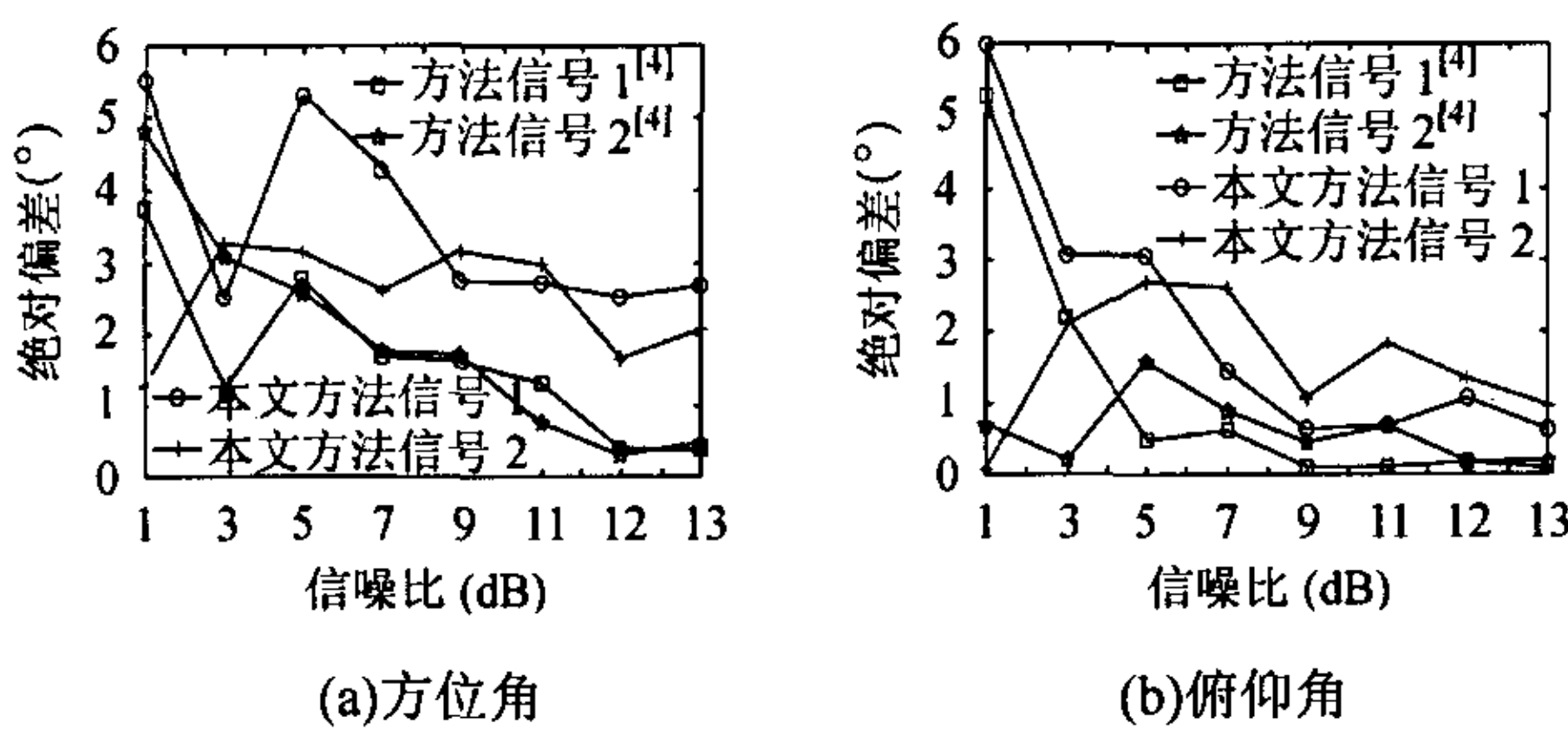


图 4 虚拟阵列与实际阵列性能比较

值得指出的是, 根据文献[9], 当快拍数与阵元数较大时, 估计方差的下限与快拍数成反比, 与阵元数的 3 次方成反比, 而在 Y_0 子阵阵元数 M 较大的情况下, 使用本方法将比文献[4]中方法减少约 $2M$ 个阵元, 因此当需要估计较多的信号源时, 采用图 2 的阵列结构估计性能将比实际阵列下降较多, 这时可将阵列分为多个小段, 在每段中采用虚拟阵列法。

5 结论

从前面的理论分析和仿真试验结果可以看出, 本文提出

的累量域虚拟阵列波达方向矩阵法是一种具有较好性能的二维波达方向估计方法: 阵元利用率高, 计算量小, 参数自动匹配; 不需特殊处理就能够适用于方位角与俯仰角发生兼并的情况; 子阵列的结构任意, 配置灵活; 采用特征值估计方位角和俯仰角, 避免了特征向量的不稳定性对估计性能的影响; 适当布置阵列可压制任意分布噪声。

参考文献

- [1] 殷勤业, 邹理和, Newcomb R W. 一种高分辨率二维信号参量估计方法—波达方向矩阵法. 通信学报, 1991, 12(4): 1-7.
- [2] 姜卫东, 庄钊文, 陈曾平. 基于矩阵束的二维谐波恢复. 信号处理, 2000, 16(3): 235-239.
- [3] Mathews C P, Zoltowski M D. Eigenstructure techniques for 2-D angle estimation with uniform circular array. *IEEE Trans. on SP*, 1994, 42(9): 2395-2407.
- [4] 刘全. 一种新的二维快速波达方向估计方法——虚拟累量域波达方向矩阵. 电子学报, 2002, 3(3): 351-353.
- [5] 姚敏立, 殷勤业. 累量域高分辨率二维波达方向估计算法. 西安交通大学学报, 1999, 33(1): 15-18.
- [6] Dogan M C, Mendel J M. Application of cumulants to array processing-part I: Aperture extension and array calibration. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(5): 1200-1216
- [7] 张贤达. 时间序列分析-高阶统计量方法. 北京: 清华大学出版社, 1996: 25-46.
- [8] Dogan M C, Mendel J M. Application of cumulants to array processing part II: Non-Gaussian noise suppression. *IEEE Trans. on SP*, 1995, 43(7): 1663-1676.
- [9] Stoica P, Nehoral A. Music, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. *IEEE Trans. on ASSP*, 1989, 37(5): 720-741.

向前: 男, 1978 年生, 博士生, 研究方向为微弱信号检测与估计、神经网络、小波分析、舰船物理场。
 林春生: 男, 1962 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字信号处理, 人工智能、传感器技术、舰船物理场。
 龚沈光: 男, 1939 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为舰船物理场、非触发引信、现代信号处理等。