

## 蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法研究

章扬<sup>①②</sup> 周正<sup>①</sup> 石磊<sup>③</sup> 邹卫霞<sup>①</sup> 李斌<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(北京邮电大学无线网络实验室 北京 100876)

<sup>②</sup>(中国石油大学(华东)计算机与通信工程学院 青岛 266555)

<sup>③</sup>(中国电子科技集团公司第五十四研究所 石家庄 050081)

**摘要:** 干扰是无线蜂窝网络面临的主要问题之一。蜂窝网络干扰对齐能消除干扰的影响从而提高系统信道容量。经典蜂窝网络下行链路干扰对齐算法仅优化单个用户自身信道容量,从而限制了蜂窝小区整体信道容量的提升。从提高蜂窝小区总信道容量出发,该文提出一种蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法。构建了蜂窝网络下行链路干扰对齐数学模型;在用户端以最大化用户 SINR 为目标构造接收矩阵;而在基站端以最大化小区总信道容量为目标构造预编码矩阵,并通过梯度投影算法来求解该优化问题。实验结果表明,相比于传统蜂窝小区下行链路干扰对齐算法,新算法可有效提高蜂窝网络下行链路信道容量。

**关键词:** 无线通信;多输入多输出;干扰对齐;蜂窝网络;下行链路;梯度投影

**中图分类号:** TN929.5

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1009-5896(2012)12-2816-07

**DOI:** 10.3724/SP.J.1146.2012.00583

## Interference Alignment with Single Feedback for Downlink Cellular Networks

Zhang Yang<sup>①②</sup> Zhou Zheng<sup>①</sup> Shi Lei<sup>③</sup> Zou Wei-xia<sup>①</sup> Li Bin<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Wireless Network Lab, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

<sup>②</sup>(College of Computer and Communication Engineering, China University of Petroleum, Qingdao 266555, China)

<sup>③</sup>(The 54th Research Institute of CETC, Shijiazhuang 050081, China)

**Abstract:** Interference is one of the key performance metrics in the design of cellular networks; Interference Alignment (IA) can eliminate the impact of interference and improve the capacity performance of cellular networks. In classic IA algorithms for downlink cellular networks, users improve the performance from their own point of view, so limit the sum capacity of cells. A new IA technique for downlink cellular networks is proposed in view of improving the sum capacity performance of per cell. Downlink IA mathematics model for cellular networks is constructed, receive vector is chosen to maximize SINR at the receivers, and precoder matrix is created by gradient projection method to maximize the sum capacity of per cell at base-stations. Numerical results show that the new algorithm has better capacity performance than classic downlink IA algorithms for cellular networks.

**Key words:** Wireless communication; MIMO; Interference Alignment (IA); Cellular networks; Downlink; Gradient projection

### 1 引言

干扰的存在严重限制了无线频谱资源的复用,成为现代无线通信面临的主要问题之一。在蜂窝系统中,干扰信号严重降低了小区信道容量,特别是小区边缘的用户(移动终端),其受相邻小区干扰信号的影响要远高于小区中心的用户。第四代蜂窝系

统(WiMAX<sup>[1]</sup>和 3GPP-LTE<sup>[2]</sup>)对蜂窝边缘用户的信道容量要求更高,是第三代蜂窝系统<sup>[2]</sup>的 2 倍以上。干扰对齐技术通过将干扰信号对齐到更小的、且与期望信号正交的信号空间,从而减少或消除其对期望信号的影响<sup>[3]</sup>。

目前关于干扰对齐的研究主要集中在点对点信道的干扰对齐<sup>[3-7]</sup>,对于蜂窝网络干扰对齐,特别是下行链路干扰对齐的研究还较少<sup>[8-10]</sup>。文献[8]通过子空间干扰对齐算法证明,在蜂窝网络中,通过干扰对齐,用户数为  $K$  的小区信道容量能够达到无干扰情况下的  $K/(K+1)$  倍,当用户数量较大时,每

2012-05-16 收到, 2012-08-23 改回

国家科技重大专项(2009ZX03006-009), 韩国知识经济部仁荷大学 ITRC 基金项目(NIPA-2011-C1090-1111-0007)和北京邮电大学优秀博士创新基金(CX201122)资助课题

\*通信作者: 章扬 zhangyang@upc.edu.cn

个小区几乎不受其它小区干扰信号的影响；但该方法需要全局信道参数信息，且未能考虑实际蜂窝网络中残留干扰信号的影响。文献[9]将点对点信道干扰对齐算法中最小化干扰泄露和最大化 SINR 的思想<sup>[4]</sup>应用到蜂窝网络干扰对齐中，分别提出了相对应的蜂窝网络干扰对齐算法。这两种算法均只需局部信道参数信息，但需多次迭代才能达到最佳性能，且不同小区基站之间需传输大量信道状态信息和编码矩阵信息，造成了较大的传输负担，在一定程度上又影响整个蜂窝系统的信道容量提升。文献[10]提出了一种基于干扰迫零的蜂窝小区下行链路干扰对齐算法，该算法仅需小区内部用户向基站反馈一次干扰信号信息，具有简单高效的特点，但其在残留干扰信号较大时性能较差；针对该算法所存在的问题，文献[10]进一步提出了一种蜂窝小区下行链路联合干扰对齐算法，该算法本质上是最大化单个用户 SINR 来提高信道容量，未能从蜂窝小区总信道容量角度来直接优化，因此其小区总信道容量并未达到最优。

为在减少反馈对系统性能影响的基础上获得最优信道容量，本文提出一种蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法，该算法仅需用户向本小区基站反馈一次信息，以最大化系统信道容量为目标，在用户和基站中分别优化接收重组矩阵和预编码矩阵，在较低的传输代价的情况下获得更好的性能。本文通过仿真实验进一步验证了本文算法能显著提高蜂窝小区下行链路信道容量。

## 2 蜂窝网络干扰对齐系统模型

为简化多蜂窝 MIMO<sup>[11]</sup>系统信道容量研究，Wyner<sup>[11]</sup>提出了线性蜂窝模型和六边形蜂窝模型，在多蜂窝网络分析中得到了广泛应用。线性 Wyner 模型如图 1(a)所示，所有小区成线性排列，若用户  $\alpha i$  位于小区  $\alpha$  与小区  $\beta$  边缘，且通过小区  $\alpha$  基站接入网络，则小区  $\beta$  基站对其产生的干扰称为显性干扰，记为  $n_{\alpha i}^{\text{dom}}$ ，而  $\alpha$  与  $\beta$  之外的其它小区对用户  $\alpha i$  产生的干扰称为残留干扰，记为  $n_{\alpha i}^{\text{rem}}$ 。六边形 Wyner 模型如图 1(b)所示，用户通过实线圆形中基站接入网络，虚线圆形中基站对用户产生的干扰为显性干扰，其它基站对用户产生的干扰为残留干扰。

在 MIMO 系统中，用户可通过多天线和子载波产生多维信号空间来实现干扰对齐，用户信号空间维数=(子载波数量)×(天线数量)。本文仅考虑由多天线产生的多维信号空间，且用户自由度均为 1。设小区中基站发射天线数为  $M$ ，每个小区边缘同时通信用户数为  $L \geq 2$ ，用户接收天线数为  $N$ 。从基

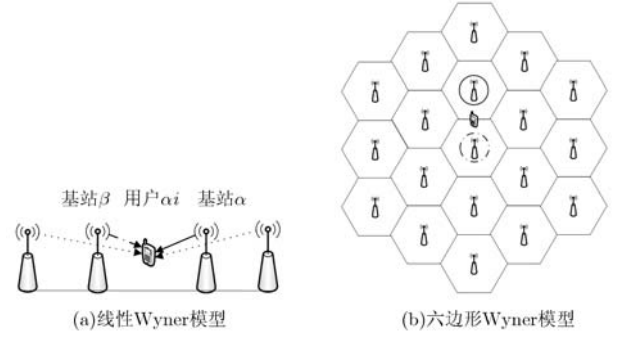


图 1 Wyner 蜂窝模型结构图

站  $\alpha$  到本小区(记为小区  $\alpha$ )内用户  $i$ (记为用户  $\alpha i$ ) 的下行链路信道矩阵为  $\mathbf{H}_{\alpha\alpha i} \in C^{N \times M}$ ；无线信道假设为平坦瑞利衰落，其元素服从均值为 0，方差为 1 的复高斯分布。设基站  $\alpha$  的预编码矩阵为  $\mathbf{V}_{\alpha} = [\mathbf{v}_{\alpha 1}, \dots, \mathbf{v}_{\alpha i}, \dots, \mathbf{v}_{\alpha L}]$ ，其中  $\mathbf{v}_{\alpha i}$  为基站  $\alpha$  对用户  $\alpha i$  的预编码矩阵，且  $\mathbf{v}_{\alpha i} \in C^{M \times 1}$ 。为保证功率归一化，预编码矩阵满足  $\text{tr}(\mathbf{V}_{\alpha}^H \mathbf{V}_{\alpha}) = 1$ 。用户  $\alpha i$  的接收矩阵为  $\mathbf{u}_{\alpha i} \in C^{N \times 1}$ ， $\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{u}_{\alpha i} = 1$ 。用户  $\alpha i$  发送的信号为  $x_{\alpha i} \in C$ ，本文将加性噪声归一化为 1，则发送信号功率均为 SNR。用户  $\alpha i$  的接收信号经接收矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$  变换之后为

$$Y_i = \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha i} x_{\alpha i} + \sum_{j=1, j \neq i}^L \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha j} x_{\alpha j} + \sum_{j=1}^L \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\beta\alpha i} \mathbf{v}_{\beta j} x_{\beta j} + \mathbf{u}_{\alpha i}^H n_{\alpha i}^{\text{rem}} + \mathbf{u}_{\alpha i}^H n_i \quad (1)$$

其中  $\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha i} x_{\alpha i}$  为用户  $\alpha i$  的期望信号， $\sum_{j=1, j \neq i}^L \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha j} x_{\alpha j}$  为用户  $\alpha i$  的小区内干扰信号， $\sum_{j=1}^L \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\beta\alpha i} \mathbf{v}_{\beta j} x_{\beta j}$  为用户  $\alpha i$  的显性干扰信号， $\mathbf{u}_{\alpha i}^H n_{\alpha i}^{\text{rem}}$  为其它小区对用户  $\alpha i$  产生的残留干扰信号。 $\mathbf{u}_{\alpha i}^H n_i$  为加性白噪声。蜂窝网络干扰对齐的目的就是通过优化设计预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}$  和接收矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$ ， $i = 1, \dots, L$ ，以达到减少或消除多用户间和小区间的相互干扰，从而提高系统信道容量的目标。

## 3 蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法

本文结合蜂窝小区特点，提出了一种蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法，该算法在用户端通过最大化用户 SINR 来优化接收矩阵，在基站中通过最大化小区总信道容量来优化预编码矩阵。算法充分利用了蜂窝小区的特点，在减少反馈信息传输的基础上实现了信道容量的最大化。

### 3.1 下行链路干扰对齐

干扰对齐的目标是通过在基站端调整预编码矩阵和用户端调整接收矩阵，使小区总信道容量  $R_{\alpha}$  达到最大。

$$R_\alpha = \sum_{i=1}^K \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \|\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i}\|_F^2}{\Phi_{\alpha i}} \right) \quad (2)$$

其中  $\Phi_{\alpha i}$  为用户  $\alpha i$  的干扰加噪声功率, 其第 1 项为加性白噪声和残留干扰信号功率, 第 2 项为显性干扰信号功率, 且  $\mathbf{G}_{\alpha i} = \mathbf{H}_{\beta \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{V}_\beta$ , 第 3 项为小区内其它用户造成的干扰信号功率。

$$\Phi_{\alpha i} = (1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}) + \text{SNR} \|\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{G}_{\alpha i}\|_F^2 + \text{SNR} \sum_{j=1, j \neq i}^L \|\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j}\|_F^2 \quad (3)$$

蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐如图 2 所示。小区内用户通过前导码估计本小区基站与用户间的信道矩阵和用户的显性干扰信号, 计算出最优接收矩阵后将期望信号信息与显性干扰信息反馈到基站, 并由基站对预编码矩阵进行优化以实现小区总信道容量最大。算法如表 1 所示(以小区  $\alpha$  为例)。

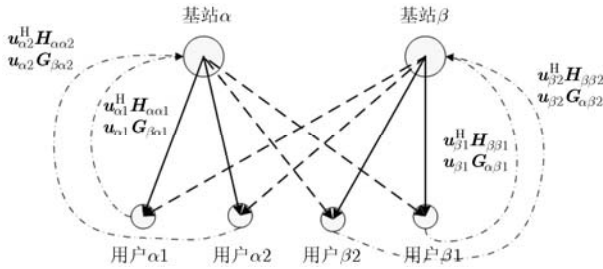


图 2 蜂窝小区干扰对齐示意图

表 1 蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法

#### 算法 1

- (1) 用户  $\alpha i$  通过前导码估计基站  $\alpha$  到用户  $\alpha i$  的信道矩阵  $\mathbf{H}_{\alpha \alpha i}$ ,  $i = 1, \dots, L$ 。
- (2) 用户  $\alpha i$  通过前导码估计基站  $\beta$  到用户  $\alpha i$  的显性干扰  $\mathbf{G}_{\alpha i} = \mathbf{H}_{\beta \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{V}_\beta$ ,  $i = 1, \dots, L$ , 其中  $\mathbf{P} \mathbf{V}_\beta$  为基站  $\beta$  的预编码矩阵。
- (3) 用户  $\alpha i$  以最大化 SINR 为目标优化接收矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$ ,  $\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{u}_{\alpha i} = 1$ ,  $i = 1, \dots, L$ 。
- (4) 用户  $\alpha i$  将  $\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i}$  和  $\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{G}_{\alpha i}$  通过上行信道反馈到基站  $\alpha$ 。
- (5) 基站  $\alpha$  以最大化小区总信道容量为目标优化预编码矩阵  $\mathbf{V}_\alpha$ ,  $\text{tr}(\mathbf{V}_\alpha^H \mathbf{V}_\alpha) = \|\mathbf{V}_\alpha\|_F^2 = 1$ 。

基站预编码矩阵由两个串联的矩阵组成<sup>[10]</sup>, 其中固定预编码矩阵为  $\mathbf{P}$ , 实现对其他小区用户残留干扰信号的白噪声化; 而可变预编码矩阵为  $\mathbf{V}_\alpha$ , 由该矩阵与用户接收矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$ ,  $i = 1, \dots, L$  实现干扰信号对齐和期望信号功率最大化, 从而最大限度提高小区系统容量。固定预编码矩阵  $\mathbf{P}$  为:  $\mathbf{P} = [f_1, \dots, f_L, kf_{L+1}, \dots, kf_M]$ , 其中  $[f_1, \dots, f_M]$  为单位阵。  $k = \min(\sqrt{\gamma}, 1)$ ,  $\gamma = n^{\text{rem}} / n^{\text{dom}}$  为用户残留干扰信号功率与未实现干扰对齐时显性干扰信号功率之比。在实际网络中,  $\gamma$  的值随用户在小区中位置不同而不

同, 这给实际系统设计带来很大困难。为简化系统设计, 文献[10]通过将  $\gamma$  值确定为固定值, 当  $\text{SNR}=20$  dB 时, 在蜂窝小区边缘, 若蜂窝为如图 1(a)所示线性 Wyner 模型, 则  $\gamma = 0.1$ , 若蜂窝网络为如图 1(b)所示六边形环绕小区模型, 则  $\gamma = 0.4$ 。

### 3.2 用户端接收重组矩阵设计

蜂窝网络用户端需要通过接收矩阵设计使式(2)所示的小区信道容量最大化, 但由于式(2)为非凸函数(凹函数), 因此直接求解接收重组矩阵的解析解非常困难。文献[6,7]对类似问题采用数值方法进行求解, 一方面计算量较大, 不适用于移动终端这类靠电池供电的设备; 另一方面需要多次在终端与基站之间交换信道矩阵和编码矩阵信息, 严重影响系统性能。

对每个用户, 考虑到其信道容量  $R_{\alpha i} = \log_2(1 + \text{SINR}_{\alpha i})$  为  $\text{SINR}_{\alpha i}$  的单调递增函数, 因此将总信道容量最大化问题简化为单个用户 SINR 最大化问题:

$$\text{SINR}_{\alpha i} = \frac{\text{SNR} \|\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i}\|_F^2}{\Phi_{\alpha i}} \quad (4)$$

为减少反馈信息对信道容量的影响, 本文首先对基站预编码信息进行估算, 在此基础上计算接收重组矩阵。设用户能通过接收矩阵将小区内干扰完全消除, 用户  $\alpha i$  可根据信道矩阵信息和显性干扰信号估计较优的预编码矩阵, 其接收信号 SINR(未经过接收矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$  变换之前)为  $\text{SINR}'_{\alpha i}$ :

$$\text{SINR}'_{\alpha i} = \frac{\text{SNR} \cdot \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha i}^H \mathbf{P}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i}^H}{\Phi_{\alpha i}^*} \quad (5)$$

其中  $\Phi_{\alpha i}^* = (1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}) \mathbf{I}_{N \times N} + \text{SNR}(\mathbf{G}_{\beta \alpha i} \mathbf{G}_{\beta \alpha i}^H)$ 。

则使式(5)最大的  $\mathbf{v}_{\alpha i}$  为  $\mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} (\Phi_{\alpha i}^*)^{-1} \mathbf{P}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i}^H$  最大特征值所对应的特征向量。

用户  $\alpha i$  估算到  $\mathbf{v}_{\alpha i}$  的值之后, 可由式(4)得到  $\mathbf{u}_{\alpha i}$  的最优值为

$$\mathbf{u}_{\alpha i} = \frac{\mathbf{B}_{\alpha i}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i}}{\|\mathbf{B}_{\alpha i}^{-1} \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i}\|_F} \quad (6)$$

其中

$$\mathbf{B}_{\alpha i} = (1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}) \mathbf{I}_{N \times N} + \text{SNR}(\mathbf{G}_{\alpha i} \mathbf{G}_{\alpha i}^H) + \text{SNR} \sum_{j=1, j \neq i}^L \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \mathbf{v}_{\alpha j}^H \mathbf{P}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i}^H \quad (7)$$

### 3.3 基站端发送预编码矩阵设计

相对于移动终端, 基站拥有更强大的计算能力, 具有全部先验的用户预编码矩阵  $\mathbf{v}_{\alpha i}$ ,  $i = 1, \dots, L$ , 且通过用户反馈可获得小区内所有用户的接收重组矩阵  $\mathbf{u}_{\alpha i}$ ,  $i = 1, \dots, L$ , 因此在基站可通过对预编码矩阵进行优化, 在接收矩阵确定的情况下获得最优的信道容量。即在  $\mathbf{u}_{\alpha i}$ ,  $i = 1, \dots, L$  确定的情况下求解式(2)

的最优解。

对于式(2), 以预编码矩阵  $\mathbf{v}_{\alpha i}, i = 1, \dots, L$  为变量,  $R_{\alpha}$  为非凹函数(凸函数), 因此很难求出其解析表达式。考虑到梯度投影法是求解约束非线性优化问题的一种简单有效的方法<sup>[12,13]</sup>, 本文采用梯度投影法求解式(2)的最优值。

梯度投影法是无约束最速下降法在约束优化问题中的扩展, 其基本思想是: 若要求函数  $f(\mathbf{x})$  的最大值, 其中  $\mathbf{x} \in \chi, \chi$  为凸集, 对于任意一个可行点  $\mathbf{x}_0 \in \chi$ , 根据式(8)更新解为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha_k(\bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k) \quad (8)$$

$$\bar{\mathbf{x}}_k = [\mathbf{x}_k + s_k \nabla f(\mathbf{x}_k)]_{\chi} \quad (9)$$

其中  $0 < \alpha_k \leq 1$  为步长,  $s_k > 0$  为标量,  $\nabla f(\mathbf{x}_k)$  为函数  $f(\mathbf{x})$  在点  $\mathbf{x}_k$  的梯度,  $[\cdot]_{\chi}$  表示在凸集  $\chi$  上的投影。执行上述更新操作直到收敛, 从而得到函数  $f(\mathbf{x})$  的一个极大值点。

对基站来说, 最大化信道容量即在满足约束条件  $\text{tr}(\mathbf{V}_{\alpha}^H \mathbf{V}_{\alpha}) = 1, \mathbf{V}_{\alpha} = [\mathbf{v}_{\alpha 1}, \dots, \mathbf{v}_{\alpha L}]$  时求出式(2)的最大值, 为简化表示, 令  $\Phi'_{\alpha i} = \mathbf{u}_{\alpha i}^H (1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}) \mathbf{u}_{\alpha i} + \text{SNR}(\mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{G}_{\alpha i} \mathbf{G}_{\alpha i}^H \mathbf{u}_{\alpha i})$ , 则  $\Phi'_{\alpha i}$  与预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}$  无关。

$$\Phi_{\alpha i} = \Phi'_{\alpha i} + \text{SNR} \sum_{j=1, j \neq i}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2 \quad (10)$$

将式(10)代入式(2), 可得

$$R_{\alpha} = \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \right\|_F^2}{\Phi'_{\alpha i} + \text{SNR} \sum_{j=1, j \neq i}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2} \right) \quad (11)$$

我们通过梯度投影法求解式(11)的最优解。令凸集  $\chi = \{ \mathbf{V}_{\alpha}(k) = [\mathbf{v}_{\alpha 1}(k), \dots, \mathbf{v}_{\alpha L}(k)], \text{tr}(\mathbf{V}_{\alpha}^H(k) \mathbf{V}_{\alpha}(k)) = 1 \}$ 。根据梯度投影法原理, 算法如表 2 所示。

表 2 基站端预编码矩阵优化算法

#### 算法 2

初始化预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}(0)$ 。

$k = 0$

do

计算梯度  $\mathbf{A}_{\alpha i}(k) = \nabla_{\mathbf{v}_{\alpha i}^*} R_{\alpha}(\mathbf{v}_{\alpha 1}(k), \dots, \mathbf{v}_{\alpha L}(k)), i = 1, \dots, L$

选择合适的  $s_k$

计算  $\mathbf{V}'_{\alpha}(k) = [\mathbf{v}'_{\alpha 1}(k), \dots, \mathbf{v}'_{\alpha L}(k)]$

$\mathbf{v}'_{\alpha i}(k) = \mathbf{v}_{\alpha i}(k) + s_k \mathbf{A}_{\alpha i}(k), i = 1, \dots, L$

计算  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}(k) = [\mathbf{V}'_{\alpha}(k)]_{\chi}$

选择合适的  $\alpha_k$

计算  $\mathbf{V}_{\alpha}(k+1) = \mathbf{V}_{\alpha}(k) + \alpha_k(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}(k) - \mathbf{V}_{\alpha}(k)),$

$i = 1, \dots, L$

$k = k + 1$

until  $\max(|\mathbf{v}_{\alpha i}(k) - \mathbf{v}_{\alpha i}(k-1)|) < \varepsilon, i = 1, \dots, L$

有界函数梯度投影算法能够通过任一可行点收敛到一个极大值点, 但初始点的选取会影响算法迭代的次数和运算量, 为减少算法运算时间, 有必要对预编码矩阵的初始化进行进一步研究, 在算法 1 中, 梯度和投影的计算复杂, 本文也将在后续章节中进一步分析。

(1)预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}$  的初始化 预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}$  初始化的首要条件是保证其为凸集  $\chi$  的一个点。同时, 若预编码矩阵的初始解  $\mathbf{V}_{\alpha}(0)$  能保证  $R_{\alpha}$  为一个较优值, 则可减少梯度投影算法搜索次数, 从而减少算法整体计算量。考虑到直接计算式(11)的最优值非常困难, 因此为减少移动终端计算量, 本文将总信道容量最大化问题简化为单个用户发射增益最大化问题, 并设基站对每个用户平均分配功率。由文献[10]有

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha i}(0) = \mathbf{F}^H (\mathbf{F} \mathbf{F}^H)^{-1} \quad (12)$$

的第  $i$  列

$$\mathbf{v}_{\alpha i} = \frac{\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha i}}{L \times \|\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha i}\|_F} \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \vdots \\ \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (14)$$

(2)参数  $\alpha_k$  和  $s_k$  的选取 梯度投影法中参数  $\alpha_k$  和  $s_k$  的选取规则主要有 3 种<sup>[13]</sup>, 分别为: 有限最小准则(limited minimization rule), 可行方向 Armijo 规则(Armijo rule along the feasible direction), 投影角度 Armijo 规则(Armijo rule along the projection arc)。本文采用可行方向 Armijo 规则来确定参数  $\alpha_k$  和  $s_k$ 。选择  $s_k = 1, \alpha_k = \beta^{m_k}$ , 其中  $m_k$  为满足式(15)条件的最小非负整数。

$$R_{\alpha}(\mathbf{V}_{\alpha}(k+1)) - R_{\alpha}(\mathbf{V}_{\alpha}(k))$$

$$\geq \sigma \beta^m \left\langle \nabla_{\mathbf{V}_{\alpha}^*} R_{\alpha}(\mathbf{V}_{\alpha}(k)), \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}(k) - \mathbf{V}_{\alpha}(k) \right\rangle$$

$$= \sigma \beta^m \sum_{i=1}^L \text{tr} \left( \left( \nabla_{\mathbf{v}_{\alpha i}^*} R_{\alpha}(\mathbf{V}_{\alpha}(k)) \right)^H (\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}(k) - \mathbf{V}_{\alpha}(k)) \right) \quad (15)$$

式中  $0 < \beta < 1, 0 < \sigma < 1$ , 均为固定的标量, 通常  $\sigma$  取值较小,  $\beta$  取值在 0.1 到 0.5 之间。

(3)梯度  $\mathbf{A}_{\alpha i}(k)$  的计算 对式(11),  $R_{\alpha}$  可记为

$$R_{\alpha} = \sum_{l=0}^L R_{\alpha l}, \text{ 则}$$

$$\nabla_{\mathbf{v}_{\alpha i}^*} R_{\alpha} = \frac{\partial R_{\alpha i}}{\partial \mathbf{v}_{\alpha i}^*} + \sum_{l=1, l \neq i}^L \frac{\partial R_{\alpha l}}{\partial \mathbf{v}_{\alpha i}^*} \quad (16)$$

若  $l = i$ , 则

$$\frac{\partial R_{\alpha i}}{\partial \mathbf{v}_{\alpha i}^*} = \frac{1}{\ln 2} \times \frac{\text{SNR} \cdot \mathbf{E}_{\alpha i} \mathbf{v}_{\alpha i}}{\Phi'_{\alpha i} + \text{SNR} \sum_{i=0}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \right\|_F^2} \quad (17)$$

其中

$$\mathbf{E}_{\alpha i} = \mathbf{P}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i}^H \mathbf{u}_{\alpha i} \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \quad (18)$$

若  $l \neq i$ , 则

$$\begin{aligned} \frac{\partial R_{\alpha l}}{\partial \mathbf{v}_{\alpha i}^*} &= \frac{-1}{\ln 2} \times \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha l}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha l} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha l} \right\|_F^2}{\Phi'_{\alpha l} + \text{SNR} \sum_{j=0}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha l}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha l} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2} \\ &\times \frac{\text{SNR} \cdot \mathbf{E}_{\alpha l} \mathbf{v}_{\alpha i}}{\Phi'_{\alpha l} + \text{SNR} \sum_{j=0, j \neq i}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha l}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha l} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2} \quad (19) \end{aligned}$$

由式(16), 式(17)和式(19)可得

$$\nabla_{\mathbf{v}_{\alpha i}^*} R_{\alpha} = \frac{\text{SNR}}{\ln 2} \times \left\{ \frac{\mathbf{E}_{\alpha i}}{Q_{\alpha i}} - \sum_{l=0, l \neq i}^L \frac{T_{\alpha l} \mathbf{E}_{\alpha l}}{Q_{\alpha l} (Q_{\alpha l} - T_{\alpha l})} \right\} \mathbf{v}_{\alpha i} \quad (20)$$

其中

$$Q_{\alpha i} = \Phi'_{\alpha i} + \text{SNR} \sum_{j=0}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2 \quad (21)$$

$$T_{\alpha i} = \text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \right\|_F^2 \quad (22)$$

(4) 投影操作的计算 本文用  $F$  范数作为矩阵距离度量, 则矩阵  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$  和  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  距离的平方为

$$\begin{aligned} D^2(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}, \mathbf{V}'_{\alpha}) &= \left\| \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha} \right\|_F^2 \\ &= \text{tr} \left( (\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha}) (\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha})^H \right) \quad (23) \end{aligned}$$

对于矩阵  $\mathbf{V}'_{\alpha}$ , 若矩阵  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$  满足  $\text{tr}(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}^H) = 1$ , 且使其与矩阵  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  的距离  $D(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}, \mathbf{V}'_{\alpha})$  最小, 则矩阵  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$  为矩阵  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  在空间  $\chi$  上的投影。使用拉格朗日乘子法来求解矩阵  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$ , 定义:

$$f = \left\| \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha} \right\|_F^2 + \mu \left( \text{tr}(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}^H) - 1 \right) \quad (24)$$

其中  $\mu$  为拉格朗日乘子。对函数  $f$  求导可得

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}} = (\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha})^* + \mu \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}^* = 0 \quad (25)$$

$$\mathbf{V}'_{\alpha} = (1 + \mu) \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \quad (26)$$

代入  $\text{tr}(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \bar{\mathbf{V}}_{\alpha}^H) = 1$  方程中可得

$$\mu = \pm \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1 \quad (27)$$

此时,  $D(\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}, \mathbf{V}'_{\alpha}) = \left\| \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - \mathbf{V}'_{\alpha} \right\|_F = \left\| \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} - (1 + \mu) \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \right\|_F = |\mu| \left\| \bar{\mathbf{V}}_{\alpha} \right\|_F = |\mu|$ 。当  $\mu = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1$  时,  $d_1 = \left| \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1 \right|$ ; 当  $\mu = -\sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1$  时,  $d_2 = \left| -\sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1 \right| = \left| \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} + 1 \right|$ ; 因为  $\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H) \geq 0$ ,  $\left| \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} + 1 \right| \geq \left| \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1 \right|$

$\geq 0$ , 所以  $d_1 \leq d_2$ 。

由导数运算性质可得, 当  $\mu = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)} - 1$  时, 矩阵  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$  和  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  距离最小, 即  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha}$  为  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  在凸集  $\chi$  上的投影, 因此矩阵  $\mathbf{V}'_{\alpha}$  在凸集  $\chi$  上的投影为:  $\bar{\mathbf{V}}_{\alpha} =$

$$\frac{\mathbf{V}'_{\alpha}}{\sqrt{\text{tr}(\mathbf{V}'_{\alpha} \mathbf{V}'_{\alpha}^H)}}。$$

(5) 算法收敛性分析 对于小区  $\alpha$  的总信道容量  $R_{\alpha}$  有

$$\begin{aligned} R_{\alpha} &= \sum_{i=1}^L R_{\alpha i} \\ &= \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \right\|_F^2}{(1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}) + \text{SNR} \sum_{j=0, j \neq i}^L \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha j} \right\|_F^2} \right) \\ &< \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \mathbf{v}_{\alpha i} \right\|_F^2}{1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}} \right) \\ &< \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{u}_{\alpha i}^H \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \right\|_F^2}{1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}} \right) \\ &\leq \sum_{i=1}^L \log_2 \left( 1 + \frac{\text{SNR} \left\| \mathbf{H}_{\alpha \alpha i} \mathbf{P} \right\|_F^2}{1 + n_{\alpha i}^{\text{rem}}} \right) \quad (28) \end{aligned}$$

由式(28)可知, 对于预编码矩阵  $\mathbf{V}_{\alpha}$ , 小区总信道容量  $R_{\alpha}$  为有界函数, 由梯度投影法性质可知算法 2 必定能收敛到某个极大值点。

## 4 仿真分析

为验证新提出的蜂窝网络下行链路单反馈干扰对齐算法有效性, 本文将算法与迫零干扰对齐算法<sup>[10]</sup>、匹配滤波算法<sup>[14]</sup>和联合优化算法<sup>[10]</sup>等 4 种算法的总信道容量进行比较。仿真实验按照 4G 标准天线配置<sup>[1]</sup>, 发射天线与接收天线数均为 4, 且仅考虑在多天线产生的多维信号空间内实现干扰对齐。分别考察线性 Wyner 蜂窝模型和六边形 Wyner 蜂窝模型两种模型, 信道为平坦瑞利衰落, 其元素服从均值为 0, 方差为 1 的复高斯分布。为分析方便起见, 不失一般性地进一步设用户均位于两个蜂窝小区基站中间, 均位于蜂窝小区边缘, 如图 1 所示。移动终端数量  $L = 3$  (满足文献[8]提出的蜂窝小区干扰对齐条件), 以小区单位频谱信道容量(bps/Hz)为性能指标。为保证公平性, 4 种算法均只采用单反馈模式, 即匹配滤波算法和联合优化算法迭代次数为 0。对本文基站梯度投影算法中参数, 取  $s_k = 1$ ,  $\sigma = 0.1$ ,  $\beta = 0.5$ ,  $\varepsilon = 0.01$ 。为突出本文算法解决

的问题，本文在仿真中没有考虑小区内用户调度问题。每种蜂窝模型均重复 1000 次取平均值。

图 3 为六边形 Wyner 蜂窝模型<sup>[1]</sup>中 4 种算法小区总信道容量比较，在该模型中， $\gamma = 0.4$ 。从图中可以看出，当  $\text{SNR} < 0$  时，本文算法与匹配滤波算法、联合优化算法性能基本一致，均优于迫零干扰对齐算法。而当  $\text{SNR}$  较大，特别是当  $\text{SNR} > 10$  时，本文算法与联合优化算法性能要明显好于匹配滤波算法和迫零干扰对齐算法。当  $\text{SNR} = 20$  时，本文算法比联合优化算法高约 8%，比迫零干扰对齐法高约 52%，比匹配滤波法高约 58%。

图 4 所示为线性 Wyner 蜂窝模型<sup>[1]</sup>中 4 种算法小区总信道容量比较，在该模型中， $\gamma = 0.1$ 。从图中可以看出，与图 3 中类似，当  $\text{SNR} < 0$  时，本文算法与匹配滤波算法、联合优化算法性能基本一致，均优于迫零干扰对齐算法。而当  $\text{SNR}$  较大，特别是当  $\text{SNR} > 10$  时，本文算法与联合优化和迫零干扰对齐算法性能接近，均高于匹配滤波法。当  $\text{SNR} = 20$  时，本文算法约比联合优化算法高约 5% 左右，比迫零干扰对齐算法高约 18%，比匹配滤波法高约 81%。

匹配滤波算法仅从期望信号功率最大化的角度对预编码矩阵进行优化，完全忽略了干扰信号的影响；相应地在  $\text{SNR}$  较低 ( $\text{SNR} < 0$ ) 时，由于相互间干扰较弱，因此系统性能较好；但当  $\text{SNR}$  较高 ( $\text{SNR} > 10$ ) 时，由于相互之间干扰显著增强，信道容量受干扰信号功率影响较大，因此总体系统性能相对于其他算法较差。迫零干扰对齐算法将小区内干

扰和显性干扰对齐到与期望信号正交的信号空间，但未能考虑期望信号功率最大化，因此其在显性干扰较小的线性 Wyner 蜂窝模型<sup>[1]</sup>中性能较好，而在显性干扰较大的六边形 Wyner 蜂窝模型中性能较差。联合优化算法其本质是从 SINR 最大化角度对预编码矩阵和重组矩阵进行最优化，因此其性能要好于匹配滤波算法和迫零干扰对齐算法，但在基站发送预编码矩阵的优化中，仅通过对单个用户 SINR 进行优化，未能从系统整体角度来考虑预编码矩阵的优化问题。本文提出的算法在移动终端中对每个用户信道容量进行最优化，在基站中结合蜂窝小区特点，从系统整体性能角度对发送预编码矩阵进行最优化，因此其性能要优于其它 3 种算法。

## 5 结束语

从减少反馈的基础上最大化蜂窝小区总信道容量出发，本文提出了一种蜂窝小区下行链路单反馈干扰对齐算法。在用户端以最大化 SINR 为目标优化接收矩阵；在基站中以蜂窝小区总信道容量最大化为目标优化预编码矩阵。由于总信道容量为非凸函数(凹函数)，因此很难得出其闭式解，本文通过设计梯度投影法求其最优解，并给出了信道容量上界。仿真实验表明：当  $\text{SNR}$  较高 ( $\text{SNR} = 20$ ) 时，相对于传统算法，无论在六边形 Wyner 蜂窝模型还是在线性 Wyner 蜂窝模型中，本文算法均能有效提高系统总信道容量。下一步的工作主要是降低算法复杂度进一步减少系统反馈信息量。

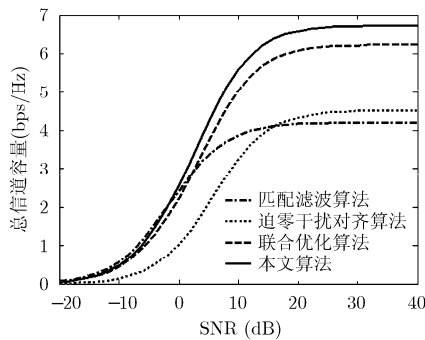


图 3 六边形 Wyner 蜂窝模型中不同算法性能比较

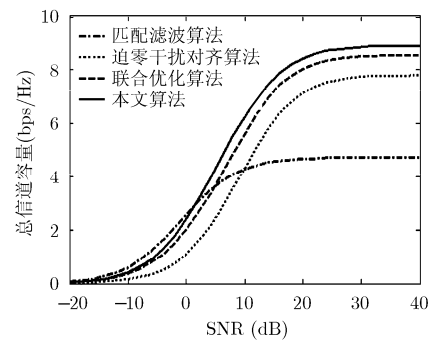


图 4 线性 Wyner 蜂窝模型中不同算法性能比较

## 参考文献

- [1] IEEE, 802.16m-08/0004r2, IEEE802.16m Evaluation Methodology Document (EMD)[S]. July 2008.
- [2] 3GPP TR 25.814 V7.1.0 Physical Layer Aspects for Evolved Universal Terrestrial Radio Access[S]. October 2007.
- [3] Cadambe R and Jafar S. Interference alignment and degrees of freedom of the  $K$ -user interference channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2008, 54(8): 3425-3441.
- [4] Gomadam K, Cadambe V, Jafar S, et al. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2011, 57(6): 3309-3322.
- [5] Yetis C, Gou T, Jafar S, et al. On feasibility of interference alignment in MIMO interference networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(9): 4771-4782.
- [6] Peters W and Heath W. Cooperative algorithms for MIMO

- interference channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(1): 206–218.
- [7] Santamaria I and Gonzalez O. Maximum sum-rate interference alignment algorithms for MIMO channels [C]. Global Telecommunications Conference (GLOBECOM), Houston, December 6–10, 2010: 1–6.
- [8] Suh C and Tse D. Interference alignment for cellular networks[C]. Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Allerton House, September 23–26, 2008: 1037–1044.
- [9] Schreck J and Wunder G. Iterative interference alignment for cellular systems[C]. 2011 International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA), Aachen, February 24–25, 2011: 1–8.
- [10] Suh C, Ho M, and Tse D. Downlink interference alignment[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(9): 2616–2626.
- [11] Wyner A D. Shannon-theoretic approach to a gaussian cellular multiple-access channel[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1994, 40(6): 1713–1727.
- [12] Ye Sigen and Blum S. Optimized signaling for MIMO interference systems with feedback [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(11): 2839–2848.
- [13] Bertsekas D P. Nonlinear Programming[M]. Belmont: Athena Scientific, 1995: 223–244.
- [14] Pan Z, Wang K K, and Ng T S. Generalized multiuser orthogonal space-division multiplexing[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2004, 3(6): 1969–1973.
- 章 扬: 男, 1980 年生, 讲师, 博士生, 研究方向为无线通信新技术.
- 周 正: 男, 1945 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信技术、信号与信息处理.
- 石 磊: 男, 1982 年生, 博士, 工程师, 研究方向为宽带无线通信、卫星导航与定位技术.
- 邹卫霞: 女, 1972 年生, 博士, 副教授, 研究方向为短距离无线通信及电磁兼容.
- 李 斌: 男, 1985 年生, 博士生, 研究方向为超宽带通信技术及信号处理.