

一类三元多子集零相关区序列集构造法

李玉博* 许成谦 李刚 岳卿
(燕山大学信息科学与工程学院 秦皇岛 066004)

摘要: 该文给出了一种构造三元多子集零相关区(ZCZ)序列集的方法。这类新的 ZCZ 序列集含有多个子集, 每个子集构成一个 ZCZ 序列集, 不同子集间存在零相关区。构造法基于二元 Hadamard 矩阵, 通过添零的方法得到了一类三元的多子集 ZCZ 序列集, 同 Hayashi 结果相比具有相同的性能参数但是具有更多序列数目。

关键词: 准同步 CDMA; 多子集; 集间零相关区; 零相关区序列集

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2012)12-2876-05

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.00187

A Class of Ternary Zero Correlation Zone Sequence Set with Multiple Subsets

Li Yu-bo Xu Cheng-qian Li Gang Yue Qing

(College of Information Science & Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: A construction of multiple Zero Correlation Zone (ZCZ) sequence sets is presented. The new ZCZ sequence set consists of several subsets, each subset is a ZCZ sequence set by itself and the cross-correlation function between sequences belonging to different subsets also has a zero-correlation zone. The sequence sets constructed are multiple ternary ZCZ sequence sets, these sequence sets have the same performance parameters but larger set size compared with that constructed by Hayashi.

Key words: Quasi-Synchronous CDMA (QS-CDMA); Multiple subsets; Inter-subset zero correlation zone; Zero Correlation Zone (ZCZ) sequence set

1 引言

近些年来, 准同步 CDMA 系统引起人们的广泛关注, 一些研究结果表明^[1,2], 利用零相关区序列集作为其扩频序列的准同步 CDMA 系统比传统的 CDMA 系统更具有良好抗多径干扰和多址干扰的能力。零相关区序列集的性能直接影响着准同步 CDMA 系统的性能。为进一步消除临近小区用户的干扰, 又提出了含有多个子集的零相关区 (Zero Correlation Zone, ZCZ) 序列集。含有多个子集的 ZCZ 序列集比单子集 ZCZ 序列集具有更好的抗干扰性能^[3]。目前的 ZCZ 序列集构造方法只关注构造一个良好性能的 ZCZ 序列集^[4], 这种多子集 ZCZ 序列集构造方法较少。Rathinakumar 等人^[5]研究了正交互补序列集和 ZCZ 序列集的构造方法, 可以得到多个相互正交的 ZCZ 序列集。后来又有一些相互正交的 ZCZ 序列集构造方法提出^[6-8]。这类相互正交的 ZCZ 序列集在实际应用中, 如果不同小区用户信

号不同步仍会存在干扰。基于正交互补序列集, Tang 等人^[9]构造了一类二元 ZCZ 序列集, 序列集可以分为多个子集, 每个子集构成一个 ZCZ 序列集, 不同子集间仍存在一个零相关区。文献[3]利用完备序列构造了一类多子集 ZCZ 序列集, 要求初始完备序列长度为 $l = N_0 l_1$, 这意味着长度为素数的完备序列是不能满足条件的。完备序列的存在数目是非常有限的, 尤其是二元和三元情况, 这大大限制了此方法的应用范围。基于二元 Hadamard 矩阵, Hayashi 等人^[10]给出一种多子集三元 ZCZ 序列集构造方法, 序列集的周期相关函数、非周期相关函数以及奇周期相关函数在零相关区内都为零。并且可以通过迭代来扩大序列长度和零相关区长度, 遗憾的是序列数目并不随着迭代次数的增大而增大。

本文提出一种新的多子集 ZCZ 序列集构造方法, 基于二元 Hadamard 矩阵构造出一类三元多子集 ZCZ 序列集。得到的序列集同文献[10]的结果具有相同的性能参数并且同样具有良好的周期、奇周期以及非周期相关特性。与文献[10]方法不同, 本文得到的序列集参数不仅序列长度和零相关区长度随着迭代次数增大而增大, 序列数目也随着迭代次数而增大, 所以本文方法可以提供更多的 ZCZ 序列。

2012-02-28 收到, 2012-09-27 改回

国家自然科学基金(60872061, 60971126, 61172094), 河北省自然科学基金(F2012203171)和河北省教育厅(2010286)资助课题

*通信作者: 李玉博 liyubo6316@ysu.edu.cn

2 基本概念

定义 1 设两个长度为 N 的复数序列 $s_k = (s_1^k, s_2^k, \dots, s_{N-1}^k)$ 和 $s_r = (s_0^r, s_1^r, \dots, s_{N-1}^r)$, 其中, $|s_i^k| = 1, |s_i^r| = 1, 0 \leq i \leq N-1$. 序列非周期相关函数定义如下:

$$R_{s_k, s_r}^A(\tau) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{N-1-\tau} s_j^k (s_{j+\tau}^r)^*, & 0 \leq \tau < N \\ \sum_{j=0}^{N-1+\tau} s_{j-\tau}^k (s_j^r)^*, & -N < \tau < 0 \\ 0, & |\tau| \geq N \end{cases} \quad (1)$$

$0 \leq \tau < N$, 周期相关函数定义为

$$R_{s_k, s_r}^P(\tau) = R_{s_k, s_r}^A(\tau) + R_{s_k, s_r}^A(\tau - N) \quad (2)$$

奇周期相关函数定义为

$$R_{s_k, s_r}^O(\tau) = R_{s_k, s_r}^A(\tau) - R_{s_k, s_r}^A(\tau - N) \quad (3)$$

式中 $(\bullet)^*$ 表示取共轭。

定义 2 设 U 是一个序列集合, 包含有 M 个长度为 N 的序列。对于任意 $u_i, u_j \in U$, 若当 $|\tau| \leq T$ 且 $i \neq j$ 或者 $0 < |\tau| \leq T$ 且 $i = j$ 时, 序列周期相关函数都满足

$$|R_{u_i, u_j}^P(\tau)| = 0 \quad (4)$$

则序列集 U 称为零相关区 (ZCZ) 序列集, 表示为 $ZCZ(N, M, T)$ 。

定义 3 设一个零相关区序列集 $ZCZ(N, M, T)$, 定义序列集的性能参数如下:

$$\eta = \frac{(T+1)M}{N} \quad (5)$$

由 ZCZ 序列集的理论界^[1]可知 $\eta \leq 1$, 当 $\eta = 1$ 时称 ZCZ 序列集为达到理论界限的最佳 ZCZ 序列集。

定义 4 设 S 表示一个序列集, 可以分成 P 个子集, $S = \{S_0, S_1, \dots, S_{P-1}\}$, 每个子集是一个 $ZCZ(N, M, T)$, 如: $S_i = \{s^{(i,0)}, s^{(i,1)}, \dots, s^{(i,M-1)}\}$, $s^{(i,r)} = (s_0^{(i,r)}, s_1^{(i,r)}, \dots, s_{N-1}^{(i,r)})$, $0 \leq i \leq P-1, 0 \leq r \leq M-1$. 不同子集间序列周期互相关函数满足:

$$R_{s^{(i,r)}, s^{(j,t)}}^P(\tau) = 0, i \neq j, 0 \leq r, t \leq M-1, 0 \leq |\tau| \leq Z \quad (6)$$

则序列集 S 称为具有集间零相关区的多子集 ZCZ 序列集, 表示为 $ZCZ(N, [M, P], [T, Z])$ 。

定义 5 设 2 个 $N \times N$ 阶矩阵 $Q^1 = [q_{i,j}^1]_{N \times N}$ 和 $Q^2 = [q_{i,j}^2]_{N \times N}$, 矩阵的元素都是长度为 L 的序列, 表示为 $q_{i,j}^k = [q_{i,j}^k(0), q_{i,j}^k(1), \dots, q_{i,j}^k(L-1)]$, 其中, $0 \leq i, j \leq N-1, k = 1, 2$. 2 个矩阵的交织运算定义为矩阵中对应元素间各自进行交织运算。交织运算用符号 “ \otimes ” 表示。具体过程如下:

$$Q^1 \otimes Q^2 =$$

$$\begin{bmatrix} q_{0,0}^1 \otimes q_{0,0}^2 & q_{0,1}^1 \otimes q_{0,1}^2 & \cdots & q_{0,N-1}^1 \otimes q_{0,N-1}^2 \\ q_{1,0}^1 \otimes q_{1,0}^2 & q_{1,1}^1 \otimes q_{1,1}^2 & \cdots & q_{1,N-1}^1 \otimes q_{1,N-1}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{N-1,0}^1 \otimes q_{N-1,0}^2 & q_{N-1,1}^1 \otimes q_{N-1,1}^2 & \cdots & q_{N-1,N-1}^1 \otimes q_{N-1,N-1}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $q_{i,j}^1 \otimes q_{i,j}^2 = (q_{i,j}^1(0), q_{i,j}^2(0), q_{i,j}^1(1), q_{i,j}^2(1), \dots, q_{i,j}^1(L-1), q_{i,j}^2(L-1)), 0 \leq i, j \leq N-1$ 。

3 一类三元多子集 ZCZ 序列集构造法

第 1 步 取一个 $n_0 \times n_0$ 阶正交矩阵 $H^1 = [h_{ij}^1]_{n_0 \times n_0}$ 和一个 $n_1 \times n_1$ 阶正交矩阵 $H^2 = [h_{ij}^2]_{n_1 \times n_1}$. 设 $h_k^1 = [h_{k,0}^1, h_{k,1}^1, \dots, h_{k,n_0-1}^1], h_k^2 = [h_{k,0}^2, h_{k,1}^2, \dots, h_{k,n_0-1}^2]$ 分别表示正交矩阵 H^1 和 H^2 的第 k 行, $0 \leq k \leq n_0-1$. 首先利用正交矩阵 H^1 和 H^2 构造得到 n_0 个 $n_1 \times n_0$ 阶矩阵 $\{D_k^{(0)}, 0 \leq k \leq n_0-1\}$. 具体的构造过程可以表示如下:

$$D_k = h_k^1 \cdot H^2 = \begin{bmatrix} h_{k,0}^1 h_0^2 & h_{k,1}^1 h_0^2 & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_0^2 \\ h_{k,0}^1 h_1^2 & h_{k,1}^1 h_1^2 & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_1^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k,0}^1 h_{n_1-1}^2 & h_{k,1}^1 h_{n_1-1}^2 & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_{n_1-1}^2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

“ \cdot ” 表示 Kronecker 乘积, 其中矩阵中每个元素为长度 n_1 的序列, $h_{k,j}^1 \cdot h_i^2 = [h_{k,j}^1 h_{i,0}^2, h_{k,j}^1 h_{i,1}^2, \dots, h_{k,j}^1 h_{i,n_1-1}^2], 0 \leq k, j \leq n_0-1, 0 \leq i \leq n_1-1$ 。

第 2 步 将上述矩阵每个元素后面加上 Δ 个连续的 0 元素, $1 \leq \Delta \leq n_1$. 得到新的初始矩阵。

$$S_k^{(0)} =$$

$$\begin{bmatrix} h_{k,0}^1 h_0^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & h_{k,1}^1 h_0^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_0^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} \\ h_{k,0}^1 h_1^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & h_{k,1}^1 h_1^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_1^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{k,0}^1 h_{n_1-1}^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & h_{k,1}^1 h_{n_1-1}^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} & \cdots & h_{k,n_0-1}^1 h_{n_1-1}^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} \end{bmatrix} \quad (9)$$

其中, 矩阵中每个元素为长度 $n_1 + \Delta$ 的序列,

$$h_{k,j}^1 \cdot h_i^2 \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta} = (h_{k,j}^1 h_{i,0}^2, h_{k,j}^1 h_{i,1}^2, \dots, h_{k,j}^1 h_{i,n_1-1}^2, \overbrace{0 \cdots 0}^{\Delta}), 0 \leq k, j \leq n_0-1, 0 \leq i \leq n_1-1$$

第 3 步 利用矩阵交织运算迭代得到 n_0 个阶数为 $2^m n_1 \times 2^m n_0$ 的矩阵 $\{S_k^{(m)}, 0 \leq k \leq n_0-1\}$, 迭代过程如下:

$$S_k^{(m)} = \begin{bmatrix} S_k^{(m-1)} \otimes S_k^{(m-1)} & -S_k^{(m-1)} \otimes S_k^{(m-1)} \\ -S_k^{(m-1)} \otimes S_k^{(m-1)} & S_k^{(m-1)} \otimes S_k^{(m-1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中, $-S_k^{(m-1)}$ 表示矩阵 $S_k^{(m-1)}$ 中的元素取负, “ \otimes ” 为矩阵交运算。可以看出, 矩阵 $S_k^{(m)}$ 中的元素长度是 $S_k^{(m-1)}$ 的 2 倍, 是长度为 $2^m(n_1 + \Delta)$ 的序列。

定理 1 将矩阵 $S_k^{(m)}$ 的每行元素顺序联接, 得到长度为 $2^{2m}n_0(n_1 + \Delta)$ 的序列, 所有行组成一个含有 $2^m n_1$ 个序列的序列集 $S_k^{(m)}$ 。序列集 $S^{(m)} = \{S_k^{(m)} | 0 \leq k \leq n_0 - 1\}$ 将每个序列集 $S_k^{(m)}$ 做为一个子集, 则序列集 $S^{(m)}$ 是一个 ZCZ($2^{2m}n_0(n_1 + \Delta), [2^m n_1, n_0], [2^m - 1, 2^m \Delta]$)。

证明 下面利用数学归纳法进行证明。

当 $m = 0$ 时, 设 $S_{(k_1, r)}^{(0)} \in S_{k_1}^{(0)}$ 表示子集 $S_{k_1}^{(0)}$ 中第 r 个序列, $S_{(k_2, t)}^{(0)} \in S_{k_2}^{(0)}$ 表示子集 $S_{k_2}^{(0)}$ 中第 t 个序列。因为每个序列末尾都有 Δ 个连续 0 元素, 所以当 $0 \leq \tau \leq \Delta$ 时, 有

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(0)}, S_{(k_2, t)}^{(0)}}^A(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(0)}, S_{(k_2, t)}^{(0)}}^O(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(0)}, S_{(k_2, t)}^{(0)}}^P(\tau) \quad (11)$$

所以只需要对周期相关函数进行考虑, 计算如下:

计算同一子集内序列的互相关函数如下:

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(0)}, S_{(k_1, t)}^{(0)}}^P(0) = \sum_{j=0}^{n_0-1} h_{k_1, j}^1 h_{k_1, j}^1 \cdot \sum_{l=0}^{n_1-1} h_{r, l}^2 h_{t, l}^2 = \begin{cases} n_0 n_1, & r = t \\ 0, & r \neq t \end{cases} \quad (12)$$

计算不同子集间序列的互相关函数, 对于 $0 \leq |\tau| \leq \Delta$, 有下面式子:

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(0)}, S_{(k_2, t)}^{(0)}}^P(\tau) = \sum_{j=0}^{n_0-1} \left[\sum_{l=0}^{n_1-1-\tau} h_{k_1, j}^1 h_{r, l}^2 \cdot h_{k_2, j}^1 h_{t, l+\tau}^2 \right] \\ = \sum_{j=0}^{n_0-1} h_{k_1, j}^1 h_{k_2, j}^1 \cdot \sum_{l=0}^{n_1-1-\tau} h_{r, l}^2 h_{t, l+\tau}^2 = 0 \quad (13)$$

可知当 $m = 0$ 时定理成立。

当 $m \geq 1$ 时, 设 $S_{(k_1, r)}^{(m-1)} \in S_{k_1}^{(m-1)}$ 表示子集 $S_{k_1}^{(m-1)}$ 中第 r 个序列, $S_{(k_1, t)}^{(m-1)} \in S_{k_1}^{(m-1)}$ 表示子集 $S_{k_2}^{(m-1)}$ 中第 t 个序列。因为每个序列末尾都有 $2^{m-1}\Delta$ 个连续 0 元素, 所以当 $0 \leq \tau \leq 2^{m-1}\Delta$ 时, 则有

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^A(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^O(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau) \quad (14)$$

所以只需要对周期相关函数进行考虑, 假设定理对于 $S^{(m-1)}$ 成立, 即

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) = \begin{cases} 2^{2^{m-1}} n_0 n_1, & k_1 = k_2, t = r, \tau^{(m-1)} = 0 \\ 0, & k_1 = k_2, t = r, 0 < |\tau^{(m-1)}| \leq 2^{m-1} - 1 \\ 0, & k_1 = k_2, t \neq r, 0 \leq |\tau^{(m-1)}| \leq 2^{m-1} - 1 \\ 0, & k_1 \neq k_2, 0 \leq |\tau^{(m-1)}| \leq 2^{m-1} \Delta \end{cases} \quad (15)$$

那么对于 $S_{(k_1, r)}^{(m)} \in S_{k_1}^{(m)}$ 和 $S_{(k_1, t)}^{(m)} \in S_{k_1}^{(m)}$, 因为每个序列末尾都有 $2^{m-1}\Delta$ 个连续 0 元素, 所以当 $0 \leq |\tau| \leq 2^m \Delta$ 时, 同样有

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^A(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^O(\tau) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau) \quad (16)$$

只对周期相关函数进行考虑。当 $0 \leq |\tau^{(m)}| \leq 2^m \Delta$ 时, 分下面情况讨论。

(1) 当 $0 \leq r, t \leq 2^{m-1}n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)}$ 时,

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau^{(m)}) = 4R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) \\ = \begin{cases} 2^{2m} n_0 n_1, & k_1 = k_2, t = r, \tau^{(m)} = 0 \\ 0, & k_1 = k_2, t = r, 0 < |\tau^{(m)}| \leq 2^m - 2 \\ 0, & k_1 = k_2, t \neq r, 0 \leq |\tau^{(m)}| \leq 2^m - 2 \\ 0, & k_1 \neq k_2, 0 \leq |\tau^{(m)}| \leq 2^m \Delta \end{cases} \quad (17)$$

(2) 当 $2^{m-1}n_1 \leq r, t \leq 2^m n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)}$ 时, 同(1)类似。

(3) 当 $0 \leq r, t \leq 2^{m-1}n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)} + 1$ 时

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau^{(m)}) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)} + 1) \\ + R_{-S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) \\ + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, -S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)} + 1) = 0 \quad (18)$$

(4) 当 $2^{m-1}n_1 \leq r, t \leq 2^m n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)} + 1$ 时, 同(3)类似。

(5) 当 $0 \leq r \leq 2^{m-1}n_1 - 1, 2^{m-1}n_1 \leq t \leq 2^m n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)}$ 时

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau^{(m)}) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, -S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) \\ + R_{-S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) = 0 \quad (19)$$

(6) 当 $0 \leq r \leq 2^{m-1}n_1 - 1, 2^{m-1}n_1 \leq t \leq 2^m n_1 - 1, \tau^{(m)} = 2\tau^{(m-1)} + 1$ 时

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau^{(m)}) = R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, -S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)} + 1) \\ + R_{-S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)}) \\ + R_{S_{(k_1, r)}^{(m-1)}, S_{(k_2, t)}^{(m-1)}}^P(\tau^{(m-1)} + 1) = 0 \quad (20)$$

综合上述情况可得下面式子成立

$$R_{S_{(k_1, r)}^{(m)}, S_{(k_2, t)}^{(m)}}^P(\tau^{(m)}) = \begin{cases} 2^{2m} n_0 n_1, & k_1 = k_2, t = r, \tau^{(m)} = 0 \\ 0, & k_1 = k_2, t = r, 0 < |\tau^{(m)}| \leq 2^m - 1 \\ 0, & k_1 = k_2, t \neq r, 0 \leq |\tau^{(m)}| \leq 2^m - 1 \\ 0, & k_1 \neq k_2, 0 \leq |\tau^{(m)}| \leq 2^m \Delta \end{cases} \quad (21)$$

根据定义 3，序列集 $S^{(m)}$ 是一个 $ZCZ(2^{2m}n_0(n_1 + \Delta), [2^m n_1, n_0], [2^m - 1, 2^m \Delta])$ ，定理成立。 证毕

4 序列集性能比较及实例

文献 [10] 得到的序列集参数为 $ZCZ(n_0^{m+2}(n_1 + \Delta), [n_0, n_1], [n_0^{m+1} - 1, \Delta n_0^{m+1}])$ ，其中 m 为迭代次数。序列集性能参数为

$$\eta = \frac{n_0 n_1 n_0^{m+1}}{n_0^{m+2}(n_1 + \Delta)} = \frac{n_1}{n_1 + \Delta} \quad (22)$$

可见随着迭代次数的增加，序列长度和零相关区长度都得到了扩展，然而子集中的序列数目却保持不变。

实际应用中，子集中的序列数目直接决定了系统可支持用户的多少。因而序列集中序列数目越多越好。本文得到的序列集 $ZCZ(2^{2m}n_0(n_1 + \Delta), [2^m n_1, n_0], [2^m - 1, 2^m \Delta])$ 。序列集包含 n_0 个子集，每个子集包含 $2^m n_1$ 个长度为 $2^{2m}n_0(n_1 + \Delta)$ 的 ZCZ 序列。同一子集内序列间相关函数存在一个长度为 $2^m - 1$ 的零相关区，不同子集的序列间相关函数存在一个长度为 $2^m \Delta$ 的零相关区。由序列集参数形式可知，迭代次数每增加一次，序列集中序列的长度 $2^{2m}n_0(n_1 + \Delta)$ 扩展为原来的 4 倍，每个子集中的序列数目 $2^m n_1$ 扩展为原来的 2 倍，同一子集内零相关区长度 $2^m - 1$ 大约扩展为原来的 2 倍，集间零相关区长度扩展为原来的 2 倍。如果将所有子集看做一个大的 ZCZ 序列集，根据定义 2，本文得到的序列集 $S^{(m)}$ 是一个 $ZCZ(2^{2m}n_0(n_1 + \Delta), 2^m n_1 n_0, 2^m - 1)$ ，其性能参数为

$$\eta' = \frac{2^m (2^m n_0 n_1)}{2^{2m} n_0 (n_1 + \Delta)} = \frac{n_1}{n_1 + \Delta} \quad (23)$$

可见得到的序列集具有同文献 [10] 相同的性能参数，但是具有更多的序列数目。

本文得到的三元 ZCZ 序列集包含 n_0 个子集，子集间的零相关区长度是子集内零相关区长度的 Δ 倍。在多小区环境下的准同步 CDMA 系统中，每个不同的小区分配一个子集。由于每个子集内的序列间相关函数存在一个零相关区，可以在系统允许的同步延期内消除多址干扰和多径干扰。同时由于子集间序列相关函数仍存在一个更大的零相关区，小区间用户的干扰同样得到抑制或消除。实际应用中可以根据系统需要适当选择迭代次数 m 来获得合适长度的 ZCZ 序列，同时还可以通过增加迭代次数 m 来获得更多的 ZCZ 序列以支持更多的通信用户。

例 1 取两个 Hadamard 矩阵，用“+”表示“1”，“-”表示“-1”。令 $n_0 = 4, n_1 = 2, \Delta = 2, m = 1$ 。

$$H^1 = \begin{bmatrix} + & + & - & - \\ + & - & - & + \\ + & + & + & + \\ + & - & + & - \end{bmatrix}, H^2 = \begin{bmatrix} + & + \\ + & - \end{bmatrix}$$

利用本文方法经一次迭代得到序列集

$$S^{(1)} = \{S_0^{(1)}, S_1^{(1)}, S_2^{(1)}, S_3^{(1)}\}$$

$$S_{(0,0)}^{(1)} = (+ + + + 0000 + + + + 0000 - - - - - 0000 - - - - - 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 + - + - 0000 + - + - 0000)$$

$$S_{(0,1)}^{(1)} = (+ + - - 0000 + + - - 0000 - - + + 0000 - - + + 0000 - + + - 0000 - + + - 0000 + - - + 0000 + - - + 0000)$$

$$S_{(0,2)}^{(1)} = (- + - + 0000 - + - + 0000 + - + - 0000 + - + - 0000 + + + + 0000 + + + + 0000 - - - - - 0000 - - - - - 0000)$$

$$S_{(0,3)}^{(1)} = (- + + - 0000 - + + - 0000 + - - + 0000 + - - + 0000 + + - - 0000 + + - - 0000 - - + + 0000 - - + + 0000)$$

$$S_{(1,0)}^{(1)} = (+ + + + 0000 - - - - - 0000 - - - - - 0000 + + + + 0000 - + - + 0000 + - + - 0000 + - + - 0000 - + - + 0000)$$

$$S_{(1,1)}^{(1)} = (+ + - - 0000 - - + + 0000 - - + + 0000 + + - - 0000 - + + - 0000 + - - + 0000 + - - + 0000 - + + - 0000)$$

$$S_{(1,2)}^{(1)} = (- + - + 0000 + - + - 0000 + - + - 0000 - + - + 0000 + + + + 0000 - - - - - 0000 - - - - - 0000 + + + + 0000)$$

$$S_{(1,3)}^{(1)} = (- + + - 0000 + - - + 0000 + - - + 0000 - + + - 0000 + + - - 0000 - - + + 0000 - - + + 0000 + + - - 0000)$$

$$S_{(2,0)}^{(1)} = (+ + + + 0000 + + + + 0000 + + + + 0000 + + + + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000)$$

$$S_{(2,1)}^{(1)} = (+ + - - 0000 + + - - 0000 + + - - 0000 + + - - 0000 - + + - 0000 - + + - 0000 - + + - 0000 - + + - 0000)$$

$$S_{(2,2)}^{(1)} = (- + - + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 - + - + 0000 + + + + 0000 + + + + 0000 + + + + 0000 + + + + 0000)$$

$$S_{(2,3)}^{(1)} = (- + + - 0000 - + + - 0000 - + + - 0000 \\ - + + - 0000 + + - - 0000 + + - - 0000 \\ + + - - 0000 + + - - 0000)$$

$$S_{(3,0)}^{(1)} = (+ + + + 0000 - - - - 0000 + + + + 0000 \\ - - - - 0000 - + - + 0000 + - + - 0000 \\ - + - + 0000 + - + - 0000)$$

$$S_{(3,1)}^{(1)} = (+ + - - 0000 - - + + 0000 + + - - 0000 \\ - - + + 0000 - + + - 0000 + - - + 0000 \\ - + + - 0000 + - - + 0000)$$

$$S_{(3,2)}^{(1)} = (- + - + 0000 + - + - 0000 - + - + 0000 \\ + - + - 0000 + + + + 0000 - - - - 0000 \\ + + + + 0000 - - - - 0000)$$

$$S_{(3,3)}^{(1)} = (- + + - 0000 + - - + 0000 - + + - 0000 \\ + - - + 0000 + + - - 0000 - - + + 0000 \\ + + - - 0000 - - + + 0000)$$

序列集 $S^{(1)}$ 是一个 ZCZ(64,[4,4],[1,4])，子集内零相关区长度为 1，集间零相关区长度为 4。

5 结束语

本文给出一种方法构造具有集间零相关区的多子集 ZCZ 序列集。方法基于二元 Hadamard 矩阵，可以构造出三元多子集 ZCZ 序列集。得到的序列集同文献[10]的结果具有相同的性能参数，并且同样具有良好的周期相关、奇周期相关以及非周期相关特性，即序列的周期、奇周期以及非周期相关函数在零相关区内都为零。与文献[10]不同，本文方法通过迭代，序列数目也得到很大增加，可以为通信系统提供更多的可用序列。

参考文献

- [1] Fan Ping-zhi and Hao Li. Generalized orthogonal sequences and their applications in synchronous CDMA systems[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2000, E83-A(11): 2054-2069.
- [2] Torii H and Nakamura M. Inter-cell interference of approximately synchronized CDMA system in asynchronous condition[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2004, E87-B(5): 1318-1327.
- [3] Torii H and Nakamura M. A study of asymmetric ZCZ sequence sets[C]. Proceedings of the 11th WSEAS

- International Conference on Multimedia Systems & Signal Processing, Wisconsin, USA, 2011: 79-86.
- [4] 王扬志, 许成谦. 一类三元非周期零相关区序列集的构造[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(11): 2626-2629.
- Wang Yang-zhi and Xu Cheng-qian. Construction of ternary sequence sets with aperiodic zero correlation zone[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(11): 2626-2629.
- [5] Rathinakumar A and Chaturvedi A K. Mutually orthogonal sets of ZCZ sequences[J]. *Electronics Letters*, 2004, 40(18): 1133-1134.
- [6] Zeng Fan-xin. New perfect polyphase sequences and mutually orthogonal ZCZ polyphase sequence sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2009, E92-A(7): 1731-1736.
- [7] 李玉博, 许成谦. 交织法构造移位不等价的 ZCZ/LCZ 序列集[J]. *电子学报*, 2011, 39(4): 796-802.
- Li Yu-bo and Xu Cheng-qian. Construction of cyclically distinct ZCZ/LCZ sequence sets based on interleaving technique[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(4): 796-802.
- [8] Li Yu-bo, Xu Cheng-qian, and Liu Kai. Construction of mutually orthogonal zero correlation zone polyphase sequence sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(4): 1159-1164.
- [9] Tang Xiao-hu, Fan Ping-zhi, and Lindner J. Multiple binary ZCZ sequence sets with good cross-correlation property based on complementary sequence sets[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2010, 56(8): 4038-4045.
- [10] Hayashi T, Maeda T, and Okawa S. A generalized construction of zero-correlation zone sequence set with sequence subsets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2011, E94-A(7): 1597-1602.
- [11] Tang Xiao-hu and Fan Ping-zhi. Lower bounds on correlation of spreading sequence set with low and zero correlation zone[J]. *Electronics Letters*, 2000, 36(6): 551-552.

- 李玉博: 男, 1985年生, 博士生, 研究方向为扩频序列设计。
 许成谦: 男, 1961年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为编码理论、密码学、信号设计。
 李刚: 男, 1979年生, 讲师, 研究方向为编码理论研究、最佳离散信号设计。
 岳卿: 女, 1983年生, 硕士生, 研究方向为信息安全、编码密码学。