

近邻边界 Fisher 判别分析

魏 莱^① 王守觉^② 徐菲菲^① 王睿智^①

^①(同济大学计算机科学与技术系 上海 201804)

^②(中国科学院半导体所 北京 100083)

摘要: 将数据集进行合理的维数约简对于一些机器学习算法效率的提高起着至关重要的影响。该文提出了一种利用数据点邻域信息的线性监督降维算法: 近邻边界 Fisher 判别分析(Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis, NMFDA)。NMFDA 尝试将每一数据点邻域内最远的同类数据点和最近的异类数据点之间的边界在投影子空间内尽可能地扩大, 从而提高基于距离的识别算法的准确率。同时为了解决非线性降维问题, 提出了 Kernel NMFDA, 通过在几个标准人脸数据库上与其它降维算法的对比识别实验, 验证了提出算法的有效性。

关键词: 维数约简; 流形学习; 主成份分析; Fisher 判别分析; 人脸识别

中图分类号: TP181

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)03-0509-05

Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis

Wei Lai^① Wang Shou-jue^② Xu Fei-fei^① Wang Rui-zhi^①

^①(Department of Computer Science and Technology, Tongji University, Shanghai 201804, China)

^②(Institute of Semiconductor, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

Abstract: The curse of high dimensionality is usually a major cause of limitations of many machine learning algorithms. A novel algorithm called Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis (NMFDA) is proposed for supervised linear dimensionality reduction. For every point, NMFDA tries to enlarge the margin of the farthest point with the same class label and the nearest point with the different class label. Also the Kernel NMFDA is proposed for nonlinear dimensionality reduction. The contrastive experiments on several benchmark face database show the effectiveness of proposed method.

Key words: Dimensionality reduction; Manifold learning; Principal Component Analysis(PCA); Fisher discriminant analysis; Face recognition

1 引言

由于数据维数的增加, 会导致一些机器学习算法(如 K-means, KNN, SVM 等)效率迅速地下降。为了解决这样的所谓“维数灾难”问题, 需要对原数据集进行合理的维数约简或称属性提取。

主成份分析^[1](Principal Component Analysis, PCA)和线性判别分析^[2](Linear Discriminant Analysis, LDA)是两种应用最为广泛的线性降维算法。PCA 期望找到一个低维子空间, 在这个子空间中约简后数据集的方差达到最大。PCA 不考虑数据的类别, 因而是一种无监督的降维算法。而 LDA 则考虑了数据点的类别, LDA 的目的是最大化数据集类间的离散度, 同时最小化类内的离散度, 由于利用了数据点的类别信息, 因此在一些识别和分类任务上, 使用 LDA 降维要比使用 PCA 更加有效^[3]。但需要指出的是, PCA 和 LDA 都假设数据集具有全局的线性结构, 而随着数据分析技术的发展, 人们发现高维数的数据集往往具有一些低维的非线性

结构^[4](这种低维结构数学上称为流形), 这样就使得 PCA 和 LDA 存在一定应用上的局限。

近几年兴起的流形学习算法^[5], 如 ISOMAP^[6], LLE^[7], Laplacian Eigenmaps^[8]等能够有效地对这种具有非线性低维几何结构的数据集进行维数约简。但是, 经典的流形学习算法都是批处理的, 如果要计算新增加的数据点(测试点)的低维坐标需要将新数据点加入训练集中, 重新运算整个算法, 这样的做法显然是比较费时的。保局部映射^[9](Locality Preserving Projection, LPP)为解决这个问题开辟了一条新路。LPP 是 Laplacian Eigenmaps 的一个线性逼近, 并且它不对数据集作其具有全局线性结构的假设, 只是期望保持数据点原本在流形上的邻域关系来对数据集进行降维, 和 PCA 及 LDA 一样, LPP 能直接得到一个线性变换矩阵, 通过这个矩阵, 测试点可以方便的得到低维坐标, 因此相比于经典的流形学习算法, LPP 在分类和识别上的优势就显而易见了。LPP 虽是非监督的降维算法, 但受到 LPP 算法的启发, 很多利用数据点邻域性质的监督降维算法也被不断的提出, 如 LDE^[10](Local Discriminant Embedding)、MFA^[11]

(Marginal Fisher Analysis)、SNNDA^[12](Stepwise Nearest Neighbor Discriminant Analysis)、ANMM^[13](Average Neighborhood Margin Maximization)等。

本文提出了一种新的监督线性降维算法——近邻边界 Fisher 判别分析(Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis, NMFDA)。这里的近邻边界是指在某一数据点邻域内最远的同类数据点和最近的异类数据点之间的边界。NMFDA 尝试将数据点的这种近邻边界在投影子空间尽可能的扩大,在数学上和 LDA 一样通过一个 Fisher 准则函数来实现,但比 LDA 优越的是,NMFDA 可以将数据点投影到任意维数的子空间中,而 LDA 只能将数据点投影至 $c-1$ 子空间(这里 c 指数据类别个数)。并且 NMFDA 也是利用数据点邻域关系的一种线性降维方法,不需要假设数据集具有全局线性结构,应用范围更广。此外为了更好的处理非线性数据,本文引入了核函数,提出了 Kernel NMFDA,并通过在几个标准人脸库上的与 PCA、LDA、MFA 等算法的对比识别实验,验证了提出算法的有效性。

2 相关算法

这里首先回顾一下经典的监督线性降维算法——线性判别分析(LDA)。

直观地说,LDA 就是把数据点投影到一个低维子空间,在这个子空间里同类数据点靠的尽量近而异类点离得尽量远。

假设数据集为 $\{(\mathbf{x}_1, l_1), (\mathbf{x}_2, l_2), \dots, (\mathbf{x}_N, l_N)\}$, 其中 $\mathbf{x}_i \in R^D$, 表示一个 D 维的向量, $l_i \in L = \{1, 2, \dots, c\}$ 为 \mathbf{x}_i 的类别标签, L 是类别标签集。通过一个线性变换矩阵 $\mathbf{W} \in M_{d \times D}$, 就可以得到数据点 \mathbf{x}_i 的低维映射 $\mathbf{y}_i \in R^d, d < D$, 即 $\mathbf{y}_i = \mathbf{W}^T \mathbf{x}_i$ 。LDA 要寻找的 \mathbf{W} 满足如下等式:

$$\mathbf{W} = \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{\mathbf{W}^T \mathbf{S}_b \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \mathbf{S}_w \mathbf{W}} \quad (1)$$

其中 \mathbf{S}_b 是类间离散度矩阵, \mathbf{S}_w 称为类内离散度矩阵, $\mathbf{S}_b = \sum_{i=1}^c p_i (\mathbf{m}_i - \mathbf{m})(\mathbf{m}_i - \mathbf{m})^T$, $\mathbf{S}_w = \sum_{i=1}^c p_i \mathbf{S}_i$, p_i 第 i 类数据点出现的先验概率, \mathbf{S}_i 为该数据点的协方差矩阵, \mathbf{m}_i 为每类的均值, $\mathbf{m} = \sum_{i=1}^c p_i \mathbf{m}_i$ 。

可以看到, \mathbf{W} 其实就是从矩阵 $\mathbf{S}_w^{-1} \mathbf{S}_b$ 的 d 个最大特征值所对应的特征向量组成。由于 LDA 的直观和简洁,使得它成为应用广泛的监督线性降维算法。但是, LDA 假设了数据点在输入空间是成 Gauss 分布,即具全局的线性结构,而在很多情况下这样的假设并不成立,因而如上所定义的 \mathbf{S}_b 和 \mathbf{S}_w 并不能真实反映同类数据点的紧致性及不同类数据点区分性,当然满足式(1)的 \mathbf{W} 也并不是最优的低维映射矩阵。为此,很多学者提出了基于邻域的监督降维算法,通过数据点与其近邻点的关系来构造新的 \mathbf{S}_b 和 \mathbf{S}_w , 如上文提到的 MFA, ANMM 即是其中的代表。

3 近邻边界 Fisher 判别分析(NMFDA)

在这里介绍本文提出的近邻边界 Fisher 判别分析算法(Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis, NMFDA)。NMFDA 不需要对数据集的分布做任何假设,它也是一种基于局部的监督降维方法。

首先对于数据集中任一点 \mathbf{x}_i , 设其属于 c_i 类,定义它的邻域内与它同类别的最远的近邻点 $\tilde{\mathbf{x}}_i = \{\mathbf{x} \in c_i \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| \geq \|\mathbf{z} - \mathbf{x}_i\|, \forall \mathbf{z} \in c_i, \mathbf{x}, \mathbf{z} \in N_k(i)\}$, $N_k(i)$ 表示与 \mathbf{x}_i 同类别的 k 个近邻点。以及与 \mathbf{x}_i 不同类别的最近的近邻点 $\bar{\mathbf{x}}_i = \{\mathbf{x} \notin c_i \mid \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\| \leq \|\mathbf{z} - \mathbf{x}_i\|, \forall \mathbf{z} \notin c_i\}$ 。

假设 $\mathbf{y}_i = \mathbf{W}^T \mathbf{x}_i$, 我们希望通过投影变换 \mathbf{W} , 使得在投影空间任意 \mathbf{x}_i 的最远的同类点 $\tilde{\mathbf{x}}_i$ 和最近的不同类点 $\bar{\mathbf{x}}_i$ 的边界能够尽量地扩大。这样的目的可以通过如下的数学式子来描述:

$$\max \frac{\sum_{i=1}^N (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_i)(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_i)^T}{\sum_{i=1}^N (\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{y}}_i)(\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{y}}_i)^T} \quad (2)$$

其中 $\tilde{\mathbf{y}}_i, \bar{\mathbf{y}}_i$ 分别是 $\tilde{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{x}}_i$ 的低维投影。对式(2)做一些处理

$$\begin{aligned} & \max \frac{\sum_{i=1}^N (\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_i)(\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}_i)^T}{\sum_{i=1}^N (\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{y}}_i)(\mathbf{y}_i - \tilde{\mathbf{y}}_i)^T} \\ &= \max \frac{\sum_{i=1}^N (\mathbf{W}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{W}^T \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{W}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{W}^T \bar{\mathbf{x}}_i)^T}{\sum_{i=1}^N (\mathbf{W}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{W}^T \mathbf{x}_i - \mathbf{W}^T \tilde{\mathbf{x}}_i)^T} \\ &= \max \frac{\mathbf{W}^T \left(\sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)^T \right) \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \left(\sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)^T \right) \mathbf{W}} = \max \frac{\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{S}}_b \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{S}}_w \mathbf{W}} \quad (3) \end{aligned}$$

其中 $\hat{\mathbf{S}}_b = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)^T$, $\hat{\mathbf{S}}_w = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)^T$, 于是我们要求解的 \mathbf{W} 满足

$$\mathbf{W} = \arg \max_{\mathbf{W}} \frac{\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{S}}_b \mathbf{W}}{\mathbf{W}^T \hat{\mathbf{S}}_w \mathbf{W}} \quad (4)$$

为了除去尺度变化上的自由,我们约束 $\mathbf{W}^T \mathbf{W} = \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为单位阵。于是和 LDA 一样 \mathbf{W} 可以由如下一个方程的 d 个最大的广义特征向量组成

$$\hat{\mathbf{S}}_b \mathbf{w} = \lambda \hat{\mathbf{S}}_w \mathbf{w} \quad (5)$$

事实上,由于我们面临的数据维数相对于数据集的规模来说往往会大的多,因此 $\hat{\mathbf{S}}_w$ 常常是不可逆的, \mathbf{W} 也就不能直接由 $\hat{\mathbf{S}}_w^{-1} \hat{\mathbf{S}}_b$ 的 d 个最大特征向量求得。为了解决这样的小样本问题有一些常用的方法,比如先采用 PCA, 将数据集投影到低维空间然后再求解^[14], 零空间方法^[15](Null Space)以及正归法^[16](Regularized)等等。本文实验采用的是正归法,即对 $\hat{\mathbf{S}}_w$ 加上一个正则项, $\hat{\mathbf{S}}_w + u\mathbf{I}$, 然后求解 $(\hat{\mathbf{S}}_w + u\mathbf{I})^{-1} \hat{\mathbf{S}}_b$ 的 d 个最大特征向量,其中 u 是一个小的正实数。

NMFDA 的具体算法步骤如下:

步骤 1 设定同类数据点邻域参数 k ;

步骤 2 对每一数据点 \mathbf{x}_i , 计算其最远的同类近邻点 $\tilde{\mathbf{x}}_i$, 以及最近的不同类近邻点 $\bar{\mathbf{x}}_i$;

步骤 3 构造表征同类数据点离散度的矩阵 $\widehat{\mathbf{S}}_w = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \tilde{\mathbf{x}}_i)^T$ 及不同类数据点离散度的矩阵 $\widehat{\mathbf{S}}_b = \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)(\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}_i)^T$;

步骤 4 求解 $\widehat{\mathbf{S}}_b \mathbf{w} = \lambda \widehat{\mathbf{S}}_w \mathbf{w}$ 的 d 个最大的广义特征向量, 组成映射矩阵 \mathbf{W} 。

图 1 为 NMFDA 的直观解释。两个同心圆的圆心即为 \mathbf{x} , 小圆上的点为与 \mathbf{x} 同类别的最远的近邻点 $\tilde{\mathbf{x}}$, 大圆上的点为与 \mathbf{x} 最近的不同类别点 $\bar{\mathbf{x}}$, 两个圆的半径差即为边界距离。

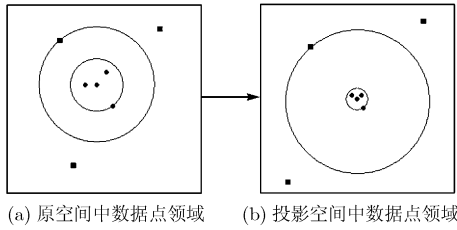


图 1 NMFDA 的示意图

4 Kernel NMFDA (Kernel Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis)

由于数据集的高度非线性性, 上述的线性降维算法效果可能仍然不够理想, 因此本文借助于核函数使其能进行非线性的维数约简, 提出了 Kernel NMFDA。

假设存在一个非线性映射 $\Phi: R^D \rightarrow H$, H 为一个高维内积空间。 $\Phi(\mathbf{x}_i)$ 表示 \mathbf{x}_i 在 H 中的值, 对于在空间 H 中两点间 $\Phi(\mathbf{x}_i), \Phi(\mathbf{x}_j)$ 的距离, 定义成 $\|\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\mathbf{x}_j)\| = \sqrt{(\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\mathbf{x}_j))^T (\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\mathbf{x}_j))} = \sqrt{\mathbf{K}_{ii} + \mathbf{K}_{jj} - 2\mathbf{K}_{ij}}$, 其中 $\mathbf{K}_{ij} = \Phi(\mathbf{x}_i)\Phi(\mathbf{x}_j)^T$, 是核矩阵 \mathbf{K} 的 (i, j) 个元素。于是

$$\left. \begin{aligned} \widehat{\mathbf{S}}_b^\Phi &= \sum_{i=1}^N (\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\bar{\mathbf{x}}_i))(\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\bar{\mathbf{x}}_i))^T \\ \widehat{\mathbf{S}}_w^\Phi &= \sum_{i=1}^N (\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\tilde{\mathbf{x}}_i))(\Phi(\mathbf{x}_i) - \Phi(\tilde{\mathbf{x}}_i))^T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由于不知道映射函数 Φ 的具体形式, 因此无法直接计算 $\widehat{\mathbf{S}}_b^\Phi, \widehat{\mathbf{S}}_w^\Phi$, 但是根据核函数性质, 变换矩阵 $\mathbf{W} = (\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_d)$ 的列向量 $\mathbf{w}_t (1 \leq t \leq d)$ 必定位于由 $\Phi(\mathbf{x}_1), \Phi(\mathbf{x}_2), \dots, \Phi(\mathbf{x}_N)$ 张成的空间中, 因此可以得到 $\mathbf{w}_t = \sum_{i=1}^N a_i^t \Phi(\mathbf{x}_i)$, 于是

$\mathbf{w}_t^T \Phi(\mathbf{x}_p) = \sum_{i=1}^N a_i^t \Phi(\mathbf{x}_i)^T \Phi(\mathbf{x}_p) = (\alpha^t)^T \mathbf{K}_{\cdot p}$, $\mathbf{K}_{\cdot p}$ 表示 \mathbf{K} 的第 p 列。这时候我们要求解的实际上是向量 α^t 。同时

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{w}_t^T \widehat{\mathbf{S}}_b^\Phi \mathbf{w}_t &= (\alpha^t)^T (\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \bar{i}})(\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \bar{i}})^T \alpha^t \\ \mathbf{w}_t^T \widehat{\mathbf{S}}_w^\Phi \mathbf{w}_t &= (\alpha^t)^T (\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \tilde{i}})(\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \tilde{i}})^T \alpha^t \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

令 $\mathbf{A} = (\alpha^1, \alpha^2, \dots, \alpha^d)$, $\mathbf{S}_{bK} = (\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \bar{i}})(\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \bar{i}})^T$, $\mathbf{S}_{wK} = (\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \tilde{i}})(\mathbf{K}_{\cdot i} - \mathbf{K}_{\cdot \tilde{i}})^T$, 故 \mathbf{A} 满足如下等式

$$\mathbf{A} = \arg \max_{\mathbf{A}} \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{bK} \mathbf{A}}{\mathbf{A}^T \mathbf{S}_{wK} \mathbf{A}} \quad (8)$$

对 \mathbf{A} 做尺度上的约束, 即 $\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{I}$, 这时候 \mathbf{A} 实际是由特征分析问题 $\mathbf{S}_{bK} \alpha^t = \lambda_t \mathbf{S}_{wK} \alpha^t$ 的 d 最大的特征值 $\lambda_t (1 \leq t \leq d)$ 所对应的特征向量组成。对于新的测试数据点 \mathbf{x}_t , 它的投影坐标即为 $\mathbf{W}^T \Phi(\mathbf{x}_t) = \mathbf{A}^T \mathbf{K}_{\cdot t}$ 。从上面的叙述中可以看到, 不需要知道 Φ 的具体形式, 只需要知道核函数 \mathbf{K}_{ij} 的形式即可。常用的核函数有多项式核函数、Gauss 核函数等,

本文实验采用的是 Gauss 核函数, 即 $\mathbf{K}_{ij} = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|^2}{t}\right)$ 。

5 算法评价

引言中简述了 NMFDA 相比于 LDA 的优势, 在这里再评述一下 NMFDA 与最近提出的一些监督降维算法 (MFA, ANMM, SNNDA) 相比的优劣, 这些算法也是基于邻域的。

首先, 从直观目的上来说 MFA 和 ANMM 也是力图去拉开邻域内同类点和异类点之间的边界距离, 但可以看到它们所定义的边界距离是邻域内所有不同类别点之间的平均边界距离, 因此不一定能很好地表示不同类别点之间真正的区分性。而 SNNDA 扩大的则是邻域内同类最近点和异类最近点之间的距离, 这个距离也不是不同类点之间真正的边界宽。NMFDA 在数据点邻域内选择最远的同类点和最近的异类点, 它们之间的边界应该是不同类别数据点的真正边界, NMFDA 试图扩大这个边界应该是更加合理的。

其次, 从算法设计上来看 MFA 和 ANMM 都需要设定两个参数, 数据点同类点近邻大小 k_1 和异类点近邻大小 k_2 。而 NMFDA 只需要设定一个参数, 同类点近邻大小 k , SNNDA 不需要设置任何参数, 但 SNNDA 采用的逐步 (Stepwise) 求解投影矩阵的方法是非常费时的, 并且 ANMM 和 MFA 在计算平均边界时, 所有的近邻点都需要参与, 同样会增加算法时间复杂度。

由此可见, NMFDA 与其他线性监督降维算法相比是有一定优势的。

6 实验分析

这一节通过人脸识别实验来验证 NMFDA 和 Kernel NMFDA 算法的有效性。我们用到 ORL 人脸数据库和 YALE 人脸数据库。ORL 人脸数据库^[17]包含 40 个人共 400 张照片, 每人 10 张, 具有不同的脸部细节、光线亮度和面部表情。YALE 人脸数据库^[18]包含了 15 个人每人 11 张照片, 同样拍摄在不同的光线和表情下, 我们将图像都正规化到 32×32 大小。图 2 是 ORL face 的图片样本。图 3 是 YALE face 的图片样本。

对于线性降维方法, 本文采用 PCA, LDA (PCA+LDA), MFA, ANMM, SNNDA 来做对比试验; 对于核方法 Kernel NMFDA, 采用 Kernel PCA, Kernel LDA 和 Kernel MFA



图 2 ORL face 的图片样本



图 3 YALE face 的图片样本

表 1 各种算法降维后最优识别准确率的比较(%)

方法	ORL			YALE		
	2 训练样本	3 训练样本	4 训练样本	2 训练样本	3 训练样本	4 训练样本
PCA	67.13(77)	75.45(114)	81.23(157)	46.17(30)	53.94(42)	57.54(59)
LDA	78.45(29)	87.85(39)	90.17(39)	46.04(10)	60.13(13)	69.19(16)
MFA	77.34(40)	88.34(35)	92.19(33)	49.56(38)	65.14(39)	75.24(39)
ANMM	80.11(39)	89.14(44)	93.27(45)	50.35(41)	67.87(38)	80.69(41)
SNNDA	79.23(49)	86.49(56)	91.14(37)	50.11(50)	65.37(49)	77.47(48)
NMFDA	81.25(40)	91.34(42)	95.47(44)	51.24(50)	69.23(45)	81.34(49)
KPCA	63.21(48)	77.14(52)	80.34(58)	49.34(45)	54.97(48)	61.19(54)
KDA	80.29(38)	87.75(38)	94.24(39)	53.25(15)	65.17(14)	71.29(16)
KMFA	81.45(44)	90.67(50)	95.37(59)	54.17(54)	68.32(49)	73.14(47)
KNMFDA	82.17(49)	93.24(40)	96.89(54)	56.64(52)	70.43(67)	82.19(64)

来做对比试验。MFA 和 ANMM 的两个参数最大值都设为 10, NMFDA 参数的最大值也设为 10, 核函数取 Gauss 核函数, 通过交叉实验确定 Gauss 核函数中的参数 t 。

从两个数据库中, 对每个人随机分别抽取 2, 3, 4 张照片, 组成训练集, 余下的照片作为测试集, 降维后识别算法采用最简单的最近邻方法。表 1 是经过各个算法降维后的最优识别准确率, 括号内的是最优准确率所对应的投影空间维数。可见 NMFDA 和 Kernel NMFDA 的降维效果要明显优于其他降维算法。

7 结束语

本文提出了一种新的基于邻域的监督降维算法, 近邻边界 Fisher 判别分析 (Neighborhood Margin Fisher Discriminant Analysis, NMFDA)。对每一数据点, NMFDA 去寻找其邻域内与它距离最远的同类数据点以及距离最近的异类数据点, 将这两个点之间的边界在投影空间中尽量扩大, 因而能提高基于距离的识别算法的准确率。同时为了处理高度非线性的数据, 将 NMFDA 扩展, 提出了 Kernel NMFDA, 在 ORL 人脸数据库和 YALE 人脸数据库上的识别实验, 证明了提出算法的有效性。

参考文献

- [1] Jolliffe I T. Principal Component Analysis[M]. New York: Springer-Verlag, 1986, 10.
- [2] Fukunaga K. Introduction to Statistical Pattern Recognition[M]. New York: Academic Press, 1991, 20.
- [3] Martinez A M and Kak A C. PCA versus LDA[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2001, 23(2): 228-233.
- [4] Seung H S and Lee D D. The manifold ways of perception[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2268-2269.
- [5] 罗四维, 赵连伟. 基于谱图理论的流形学习[J]. *计算机研究与发展*, 2006, 43(7): 1173-1179.
- [6] Tenenbaum J B, De Silva V, and Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2319-2323.
- [7] Roweis S T and Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. *Science*, 2000, 290(5500): 2323-2326.
- [8] Belkin M and Niyogi P. Laplacian eigenmaps and spectral techniques for embedding and clustering[C]. *Advances in Neural Information Processing System*, Vancouver, British Columbia, Canada, Dec. 3-8, 2001: 585-591.
- [9] He X, Yan S, Hu Y, Niyogi P, and Zhang H. Face recognition using laplacianfaces[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2005, 27(3): 328-340.

- [10] Chen H T, Chang H W, and Liu T L. Local discriminant embedding and its variants[C]. In Proceeding of International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, San Diego, CA, USA, June 20-25, 2005: 846-853.
- [11] Yan S, Xu D, Zhang B, and Zhang H. Graph embedding: A general framework for dimensionality reduction[C]. In Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. San Diego, CA, USA, June 20-25, 2005: 830-837.
- [12] Qiu X and Wu L. Face recognition by stepwise nonparametric margin maximum criterion[C]. In Proceedings of Tenth IEEE International Conference on Computer Vision, Beijing, China, Oct. 17-21, 2005: 1567-1572.
- [13] Fei W and Changshui Z. Feature extraction by maximizing the average neighborhood margin[C]. In Proceeding of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, Minneapolis, Minnesota. June 18-23, 2007: 1-8.
- [14] Belhumeur P N, Hespanha J, and Kriegeman D. Eigenfaces vs. fisherfaces. recognition using class specific linear projection[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1997, 19(7): 711-720.
- [15] Liu K and Yang J Y. Generalized optimal set of discriminant vectors[J]. *Pattern Recognition*, 1992, 25(7): 731-739.
- [16] Friedman J H. Regularized discriminant analysis[J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1989, 84(405): 165-175.
- [17] Cambridge University Engineering Department. ORL 人脸数据库. <http://www.uk.research.att.com/facedatabase.html>, 1992, 4.
- [18] Georghiadis A S. YALE 人脸数据库. <http://cvc.yale.edu/projects/yalefaces/yalefaces.html>, 1997,10.
- 魏 莱: 男, 1980 年生, 博士生, 研究方向为仿生模式识别、流形学习.
- 王守觉: 男, 1925 年生, 中国科学院院士, 研究方向为仿生模式识别、神经网络.