

基于非线性约束的局部投影降噪

韩 敏 刘云侠

(大连理工大学电子与信息工程学院 大连 116023)

摘 要: 基于相空间重构理论, 该文提出了一种改进的混沌时序降噪方法。首先利用递归图对实际观测的时间序列进行混沌特性分析, 然后将非线性约束条件引入局部投影方法之中, 并在局部邻域内进行奇异谱(SSA)分析, 利用代表吸引子的主分量来重构时间序列。该算法克服了传统局部投影方法不能充分刻画系统内在非线性关系的问题, 减小了重构误差, 提高了系统的信噪比。通过对 Lorenz 模型和太阳黑子混沌时间序列进行仿真分析, 证实了该文算法对实际观测混沌时序降噪的有效性。

关键词: 混沌时间序列; 局部投影; 非线性约束; 奇异谱分析; 递归图

中图分类号: TN911.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)02-0400-05

Local Projection Noise Reduction Based on Nonlinear Constraints

Han Min Liu Yun-xia

(School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

Abstract: An improved method is proposed for noise reduction of chaotic time series based on the reconstruction of phase space theory. Recursive map is firstly used for the chaos characteristics analysis of the time series observed, then the conditions of nonlinear constraints are introduced to the local projection method, and Singular Spectrum Analysis(SSA) is combined in the local neighborhood, which uses the main components representing the attractors to reconstruct the time series. The improved method raised in this paper overcomes the problems that the traditional local projection can not fully character the nonlinear relationship of system, reduces the deviation of the reconstruction, and improves the signal-to-noise ratio of the system. The chaotic time series generated by Lorenz model and sunspot time series are respectively applied to simulation analysis. The numerical experiment results confirm the effect of the method raised in this paper for noise reduction in the time series observed.

Key words: Chaotic time series; Local projection; Nonlinear constraints; SSA; Recursive map

1 引言

混沌运动是一种由确定性系统产生的永不重复的回复性非周期运动, 对初始条件具有敏感性和依赖性。近年来, 混沌理论在很多学科中都得到了广泛的应用^[1-3]。许多自然现象如水文、天文、气象等产生的时间序列都具有一定的混沌特性, 也都含有一定程度的噪声, 噪声的存在掩盖了系统的内在动态特性; 当分数维数和 Lyapunov 指数等混沌特征参数混有噪声时, 会使计算失去意义^[4], 因此对实际观测的混沌时间序列进行有效的降噪具有重要意义。

由于混沌信号具有功率宽带性和似噪声性, 与噪声的频谱在频域上很相似, 因此传统的频谱分析像低通、高通、带通等滤波器降噪方法对其并不适用。Farmer 和 Sidorowich^[5]提出的流动平均数——最大似然估计法需要预知混沌时序动力系统的精确模型; Urbanowicz K^[6]提出的局部非线性约束法, 只是小范围的对邻域内最邻近的 3 个点进行分析, 噪

声水平高时并不适用; 而近些年发展起来的小波方法虽然得到了广泛应用^[7, 8], 但是需要进行人为阈值选取, 同时分解层数的选择也具有主观性。

本文首先对观测的时间序列进行确定性分析, 采用了不需要预知动力系统精确模型的局部投影方法降噪。由于传统局部投影方法是一种局部线性化方法, 不能充分刻画时序的非线性动力学特性, 无法确定系统内在的非线性关系。因此, 本文结合奇异谱分析方法, 将非线性约束条件引入局部投影方法之中, 保留代表真实信号的较大的奇异值, 去掉代表噪声的较小的奇异值, 保持了系统的非线性特性以及平滑性。

2 局部投影降噪方法

局部投影降噪方法^[9,10]以相空间重构为基础, 在吸引子轨迹空间中选择合适的邻域点, 然后在每个局部邻域内, 将含噪声混沌数据在线性超平面上进行正交投影, 使得偏离轨道的流形能够逐渐接近真实动力学轨迹。

假设实际观测的时间序列为

$$\mathbf{x}_n = \mathbf{y}_n + \boldsymbol{\eta}_n \quad (1)$$

其中 \mathbf{y}_n 表示无噪声时间序列; $\boldsymbol{\eta}_n$ 表示噪声时间序列, 且其

2007-08-16 收到, 2008-01-21 改回

国家自然科学基金 (60674073), 国家 973 计划项目(2006CB403405) 和国家科技支撑计划项目(2006BAB14B05) 资助课题

服从正态分布。

如果实际观测的时间序列具有混沌特性, 那么可以从时间序列中重构出动力系统的形式, 而来自于随机系统的噪声则不能, 因此对观测的时间序列进行确定性分析是必要的。利用递归图^[11]能够刻画观测时间序列来自于确定性系统的程度和特征, 进而判断观测的时间序列是否来自于混沌系统。

对一个观测的混沌时序, 根据 Takens 嵌入定理将其嵌入一个 m 维的相空间:

$$\mathbf{X}_n = (\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-\tau}, \dots, \mathbf{x}_{n-(m-1)\tau}) \quad (2)$$

其中 m 是嵌入维数, 并且 $m \geq 2D + 1$, D 是吸引子的维数, τ 是延迟时间。

Takens 已经证明可以找到一个合适的嵌入维数, 在这个嵌入维空间里可以把系统有规律的轨迹恢复出来, 即在重构的 \mathbb{R}^m 空间中的轨线上原动力系统保持微分同胚。在这个 m 维的相空间中, 由系统动力学所形成的吸引子只局限于一个低维的子空间中。

假设在局部邻域 U 内存在函数 H 和 \tilde{H} 使得:

$$\mathbf{x} = H(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n-\tau}, \dots, \mathbf{x}_{n-(m-1)\tau}) = \sum_{\mathbf{x} \in U} \mathbf{A}_n \mathbf{x}_i + \mathbf{b}_n \quad (3)$$

即 $\tilde{H}(\mathbf{x}_{n+1}, \mathbf{x}_n, \dots, \mathbf{x}_{n-(m-1)\tau}) = 0$, 其中 \mathbf{A}_n 和 \mathbf{b}_n 是相点在局部邻域内线性化的系数。

式(3)表明, 在重构的 m 维相空间中, 存在一个超平面, 相点与超平面的偏差代表了噪声部分, 吸引子所占据子空间不会延伸到由噪声产生的零子空间中。假设零子空间是 Q 维的, 局部投影方法就是要找 Q 个正交的矢量, 使得相点与超平面的偏差在这些矢量上的局部投影为最小值。

虽然局部投影方法不需要预知系统动力学特性以及模型, 并且对实际观测的时间序列也能够起到一定的降噪效果, 但是在实际应用中仍然存在一定的缺陷, 主要表现在: 当噪声水平较低时, 直线与投影的超平面相割而不是相切, 局部的线性近似可能会损失部分有效信息, 引起时序误差, 造成滤波后的波形剧烈振荡; 当噪声水平较大时, 邻域相点数增加, 分段线性难以模拟非线性系统的复杂的动态特性, 一些细微的结构得不到反映, 降噪效果不明显; 此外, 传统的局部投影方法对相空间的前后分量一同校正, 但是吸引子的不稳定性导致首末分量难以被准确的校正, 因此在每次迭代中嵌入向量都会带来较大的误差。

3 改进的基于非线性约束的局部投影降噪

针对传统局部投影方法存在的问题, 本文提出一种改进算法, 在局部投影中引入非线性的约束方程, 并在局部邻域内进行奇异谱分析(SSA), 即对重构相空间局部邻域内的含噪时序进行奇异值分解, 保留代表真实信号的较大的奇异值, 去掉代表噪声的较小的奇异值。这种改进算法能够从一定程度上刻画系统内在的非线性关系, 减小重构吸引子与真实吸引子之间的偏差, 保持系统的非线性动力学特性以及平滑性, 提高系统的信噪比与增益参数, 降低系统的均方误差。

假设邻域 U 内所有的相点可以用相同的系数 \mathbf{A}_n 和 \mathbf{b}_n 进行表示, 在 U 内找到与每个相点最近的两个邻点 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_k 。

对于一维的原始时间序列, 非线性约束条件取为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_n(i) &= \mathbf{x}_{n-i}(\mathbf{x}_{k+1-i} - \mathbf{x}_{j+1-i}) + \mathbf{x}_{k-i}(\mathbf{x}_{j+1-i} - \mathbf{x}_{n+1-i}) \\ &+ \mathbf{x}_{j-i}(\mathbf{x}_{n+1-i} - \mathbf{x}_{k+1-i}) = 0, \\ i &= 1, 2, \dots, m-1 \end{aligned} \quad (4)$$

对于多维情况, 非线性的约束条件取为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_n(i) &= \left(\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{a}_{i+1} \mathbf{x}_{n-i} \right) (\mathbf{x}_{k+1-i} - \mathbf{x}_{j+1-i}) \\ &+ \left(\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{a}_{i+1} \mathbf{x}_{k-i} \right) (\mathbf{x}_{j+1-i} - \mathbf{x}_{n+1-i}) \\ &+ \left(\sum_{i=0}^{m-1} \mathbf{a}_{i+1} \mathbf{x}_{j-i} \right) (\mathbf{x}_{n+1-i} - \mathbf{x}_{k+1-i}) \neq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

其中 \mathbf{a}_i 是系数 \mathbf{A}_n 中的元素。由式(5)可以看出, $\mathbf{G}_n(i)$ 是相空间每个相点的不同邻点 \mathbf{x}_i 和 \mathbf{x}_k 的函数, 并且相点中的每一个元素对应的 $\mathbf{G}_n(i)$ 都具有不同的符号; 由于在连续时间序列中相近邻点具有相似的行为特征, 当嵌入维数足够大时, 随着 i 的变化, $\mathbf{G}_n(i)$ 也会逐渐趋向于零, 但是实际中嵌入维数不可能足够大, 因此 $\mathbf{G}_n(i)$ 不可能为零。

取 $\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{U} \sum_{n \in U} \mathbf{X}_n$, $\bar{\mathbf{G}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{G}_n(i)$ 分别为重构相空间

邻域内相点的平均值和每个相点在局部邻域内相近邻点非线性约束的平均值。

由于引入了非线性的约束方程, 此时相点与超平面的偏差可以写为

$$\mathbf{Z}_n = \mathbf{R}(\mathbf{X}_n - \bar{\mathbf{X}} - \bar{\mathbf{G}}) \quad (6)$$

其中 \mathbf{R} 是对角权重矩阵, 其主要作用是抑制相点的第一个元素项和最后一个元素项所产生的畸变, 保留最稳定的中间元素项。

假设 Q 个正交矢量为 \mathbf{a}^q ($q = 1, 2, \dots, Q$), 引入拉格朗日乘子 λ^q , 则最小化拉格朗日算子:

$$\mathbf{L} = \sum_{n \in U} \left[\sum_{q=1}^Q \mathbf{a}^q (\mathbf{a}^q \mathbf{Z}_n) \right]^2 - \sum_{q=1}^Q \lambda^q (\mathbf{a}^q \mathbf{a}^q - 1) \quad (7)$$

取局部邻域 U 的协方差矩阵为

$$\mathbf{C} = \sum_{n \in U} [\mathbf{Z}_n]_i [\mathbf{Z}_n]_j \quad (8)$$

则对于每一个 q 有

$$\mathbf{C} \mathbf{a}^q - \lambda^q \mathbf{a}^q = 0 \quad (9)$$

由式(9)求出矩阵 \mathbf{C} 的特征矢量及特征值, 去掉较小特征值所对应的特征矢量就可以得到去噪后的时间序列:

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X} - \mathbf{R}^{-1} \sum_{q=1}^Q \mathbf{a}^q \left[\mathbf{a}^q \mathbf{R} (\mathbf{X}_n - \bar{\mathbf{X}} - \bar{\mathbf{G}}) \right] \quad (10)$$

基于以上分析, 改进算法的实现步骤如下:

步骤 1 通过递归图判断观测时间序列的动态系统确定性, 如果观测时间序列系统具有混沌特性, 那么可以从时间

序列中重构出动力系统的形式。

步骤 2 根据 Takens 延迟定理重构相空间, 选定嵌入维数 m 和延迟时间 τ 。

步骤 3 利用欧几里德距离方法找出每个相点在邻域内的所有邻近点, 然后找到距离每个相点最近的两个邻点。

步骤 4 求出每个相点的局部非线性约束方程。

步骤 5 利用 SSA 方法, 在局部邻域内构造协方差矩阵, 并计算其特征值和特征向量。

步骤 6 重构吸引子, 对实际信号进行修正, 消除噪声部分。

步骤 7 重复步骤 3—步骤 6, 直到搜寻完毕所有相点。

步骤 8 利用上述算法对降噪过程进行多次迭代。

由于噪声含量较大时, 一次降噪并不能很好的降低噪声, 因此需要进行多次迭代。本文主要依据降噪后系统均方误差最小的原则来确定迭代次数; 经过仿真, 当迭代次数为 1 到 3 次时, 降噪后系统的均方误差就会达到最小, 因此在实际应用中, 可以根据不同的时序选择迭代次数为 1 到 3 次。

利用本文改进算法对混沌时序降噪时, 由于在每个邻域内都利用 SSA 进行分析, 因此计算复杂度有所提高。但是由于实际观测的时间序列都是非线性的, 与基本的局部投影方法和局部非线性约束方法相比, 要在提高系统信噪比和增益参数, 降低系统均方误差的同时, 精确地描述系统内在的非线性特性, 本文改进方法仍然是一种更有效的降噪方法。

在对降噪效果进行评判的时候, 本文采用以下标准:

(1) 对于已知模型的时间序列, 从信噪比、增益参数和均方误差 3 个方面考虑, 其公式分别如下:

$$\text{信噪比 SNR} = 10 \times \lg 10 \left[\frac{\text{var}(\mathbf{y})}{\text{var}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})} \right], \text{ 增益参数 GP} =$$

$$10 \times \lg 10 \left[\frac{\text{var}(\boldsymbol{\eta})}{\text{var}(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{y})} \right], \text{ 均方误差 MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{x}_i - y_i)^2$$

其中 \mathbf{y} 表示无噪声混沌时间序列, $\boldsymbol{\eta}$ 表示噪声时间序列, $\hat{\mathbf{x}}$ 表示降噪后的时间序列。

(2) 对于未知模型的观测时间序列, 利用自相关函数和递归图从侧面反映降噪效果。对于时间序列, 自相关函数越大, 说明序列的自相关性越强, 越能体现序列的特性; 根据递归图的特性, 对混沌时序, 递归图由一些和对角线平行的小带构成, 其中有一些近乎周期的轨线的迹象; 而对确定性周期系统的时序, 递归图由与对角线平行的一些带构成, 这些带之间的间距为周期, 并且对角线两边的带对称相等。

4 仿真实例分析

为验证本文方法的有效性, 分别以加白噪声的 Lorenz 混沌时间序列和实际观测的太阳黑子混沌时间序列为研究对象, 并对其进行降噪, 仿真结果及分析如下。

4.1 Lorenz 混沌时间序列降噪

Lorenz 系统的动力学方程可以用一个三维常微分方程

组描述, 即

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\sigma(x - y) \\ \dot{y} &= -xz + rx - y \\ \dot{z} &= xy - bz \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

当 $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$ 时, 系统处于混沌状态。采用龙格库塔法计算 Lorenz 模型, 步长选为 0.01。取 200 个数据, 计算当参数 $m = 5$, $\tau = 1$, $r = 0.5$ 时的 Lorenz 时序递归图, 如图 1 所示:

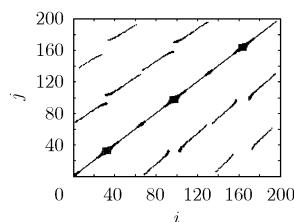


图 1 原始 Lorenz 时间序列递归图

由图 1 可以看出, Lorenz 时间序列递归图由与对角线平行的一些带构成, 带之间的间距相等, 并且对角线两边的带是对称的, 因此可以得出如下结论:

(1) Lorenz 混沌时间序列来自于一个确定性的系统。

(2) 由 Lorenz 时间序列呈现混沌状态可知, 可以从时间序列中重构出动力系统的形式。

分别利用局部投影方法、局部非线性约束方法和本文改进算法对含噪 10% 的 Lorenz 混沌时序进行降噪处理。在相空间重构中, 选取参数 $m = 9$, $\tau = 1$, 3 种方法降噪后 Lorenz 混沌时序的相空间图形如图 2 所示:

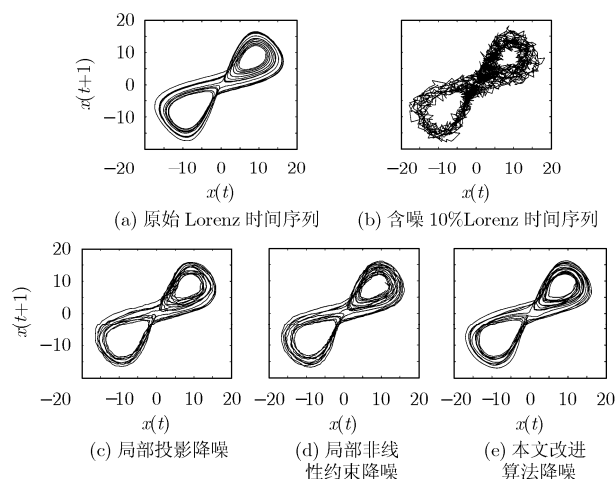


图 2 Lorenz 时间序列以及降噪后的相空图

从图 2 可以看出, 与局部投影方法降噪和局部非线性约束方法降噪相比, 本文改进算法保持了原来时间序列的非线性特性和平滑性。

下面分别从信噪比(SNR)、增益参数(GP)和均方误差(MSE)3个方面对比3种方法的降噪效果,从表1中可以看出,本文所提改进算法降噪相对于局部投影法和局部非线性约束法信噪比分别提高了0.8467dB和1.0893dB,增益参数分别提高了0.5343dB和1.024dB,均方误差分别降低了0.0167和0.0191;上述分析说明本文改进算法比局部投影方法和局部非线性约束方法降噪效果好。

表 1 3种方法降噪的比较结果

| 算 法 | SNR(dB) | GP(dB) | MSE |
|-------------------------|---------|--------|--------|
| 局部投影法 ^[4] | 29.5965 | 4.9989 | 0.0678 |
| 局部非线性约束法 ^[6] | 29.3539 | 4.5097 | 0.0702 |
| 本文改进算法 | 30.4432 | 5.5337 | 0.0511 |

4.2 太阳黑子时间序列降噪

太阳活动及其对地球环境影响受到了广泛的重视,主要是由于它与人类的生存环境和活动有着密切的联系。太阳黑子是最容易观测到的缓变的太阳活动现象,直接影响地球气候、水文等现象的变化。近年来,随着混沌理论和分形技术的发展,关于太阳黑子的混沌特性的研究也日益增多^[12]。由于实际观测的太阳黑子数总是混有一定程度的噪声,因此需要对观测的太阳黑子时间序列进行有效的降噪。

在仿真中,首先利用递归图来判断观测太阳黑子时间序列的系统特性,选取1756年1月到2005年12月3000个数据中的前200个数据进行分析,当 $m=5$, $\tau=1$, $r=25$ 时,其递归图如图3所示:

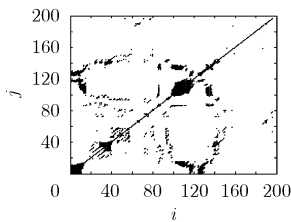


图 3 观测太阳黑子数的递归图

从图3可以看出,观测太阳黑子时间序列的递归图由一些和对角线平行的小带构成,其中有一些近乎周期的轨线的迹象;根据递归图的特性,太阳黑子时间序列具有混沌的特性,来自于确定性的系统,可以从时间序列中重构出动力系统的形式。

分别利用局部投影方法、局部非线性约束方法和本文改进算法对1756年1月到2005年12月3000个太阳黑子数据进行降噪,降噪前后的太阳黑子时序图如图4所示。从图4可以看出:本文改进算法能对观测的混沌时序进行有效的降噪,保持了观测时间序列系统的非线性动态特性和平滑性。

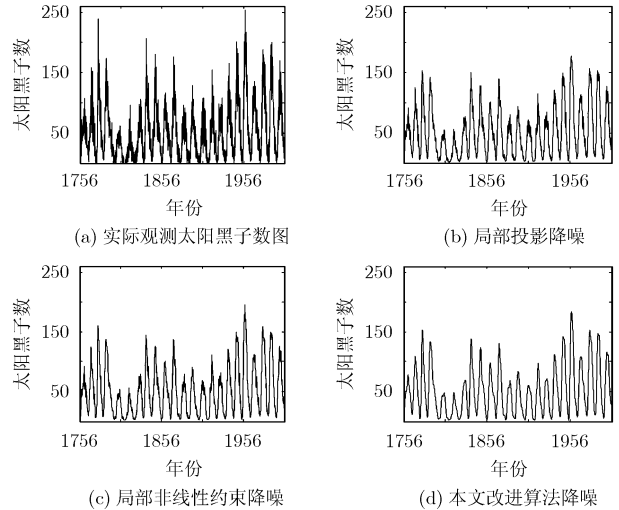


图 4 观测的太阳黑子数及降噪后的图

为了进一步比较3种方法的降噪效果,降噪前后太阳黑子序列以及去除的噪声部分的自相关函数如表2和表3所示:

从表2和表3可以看出,本文改进算法降噪后的时序自相关函数相比于局部投影和局部非线性约束降噪后的都要大,而去除的噪声部分的自相关函数都要小,说明相比于前两种方法,本文改进算法降噪后的时序自相关性更强,去除了时序中的大部分噪声,能够很好的体现时序的特性,从侧面反映了本文改进算法的优越性。

下面利用递归图来验证本文改进算法的有效性,取降噪后的前200个数据,当 $m=5$, $\tau=1$, $r=5$ 时,对其进行仿真,降噪后的太阳黑子混沌时序递归图如图5所示:

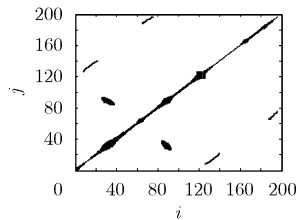


图 5 降噪后的太阳黑子递归图

从图5中可以看出降噪后的太阳黑子递归图由与对角线平行的一些带构成,并且对角线两边的带具有对称性,与图3相比,在半径比较小时就能滤除递归图中杂乱无章的点,将图3中一些近乎周期的轨线的迹象充分的显现出来,从侧面反映出本文改进降噪算法对实际观测时间序列降噪的有效性。

5 结束语

本文将局部非线性的约束条件引入局部投影中,并结合奇异谱分析对观测的时间序列进行降噪,保持了系统的非线性

表2 降噪前后太阳黑子时序的自相关函数表

| 延迟时间(年) | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 实际太阳黑子序列 | 0.9321 | 0.8742 | 0.6707 | 0.6265 | 0.5960 | 0.5194 |
| 局部投影法 ^[4] | 0.9686 | 0.9098 | 0.6996 | 0.6534 | 0.6221 | 0.5422 |
| 局部非线性约束法 ^[6] | 0.9599 | 0.9023 | 0.7008 | 0.6541 | 0.6255 | 0.5448 |
| 本文改进算法 | 0.9755 | 0.9165 | 0.7040 | 0.6575 | 0.6258 | 0.5455 |

表3 去除的噪声部分的自相关函数表

| 延迟时间(年) | 1 | 2 | 5 | 10 | 20 | 50 |
|-------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 局部投影法 ^[4] | 0.0568 | 0.0440 | 0.0278 | 0.0245 | 0.0215 | 0.0184 |
| 局部非线性约束法 ^[6] | 0.2676 | 0.1824 | 0.0883 | 0.0603 | 0.0410 | 0.0279 |
| 本文改进算法 | 0.0246 | 0.0239 | 0.0172 | 0.0161 | 0.0148 | 0.0133 |

性特性和降噪后图形的平滑性；将本文改进算法与局部投影降噪方法和局部非线性约束降噪方法进行比较，通过对Lorenz时间序列和观测太阳黑子时间序列进行仿真分析，验证了本文改进算法能够对实际观测的混沌时序进行有效的降噪。同时本文利用递归图来判断观测系统的确定性，能从一定程度上反映出观测时间序列的混沌特性，并且通过自相关函数和递归图来比较降噪效果，能作为模型未知的混沌时序降噪效果的佐证。

参考文献

- [1] 杨杰, 姜明启. 混沌研究方法在雷达海杂波分析中的应用. 电子与信息学报, 2001, 23(6): 552-558.
Yang J and Jiang M Q. The application of chaos theory to radar clutter. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2001, 23(6): 552-558.
 - [2] 邹恩, 李祥飞, 张泰山. 混沌与混沌应用. 计算机工程与应用, 2002, 11(18): 53-56.
Zou E, Li X F, and Zhang T S. Chaos and Chaotic Application. *Computer Engineering and Application*, 2002, 11(18): 53-56.
 - [3] Alexander L F and Robin J E. Control of chaos: Methods and applications in engineering. *Annual Reviews in Control*, 2005, 29(1): 33-56.
 - [4] Kostelich E J and Thomas S. Noise reduction in chaotic time series data: A survey of common methods. *Physical Review E*, 1993, 48(3): 1752-1763.
 - [5] Farmer J D and Sidorowich J J. Optimal shadowing and noise reduction. *Physica D*, 1991, 47(3): 373-392.
 - [6] Urbanowicz K and Holyst J A. Noise reduction for flows using nonlinear constraints. *Acta Physica Polonica B*, 2005, 36(9): 2805-2820.
 - [7] Murguia J S and Campos C E. Wavelet analysis of chaotic time series. *Revista Mexicana De Fisica*, 2006, 52(2): 155-162.
 - [8] 潘泉, 孟晋丽, 张磊等. 小波滤波方法及应用. 电子与信息学报, 2007, 29(1): 236-242.
Pan Q, Meng J L, and Zhang L, et al. Wavelet filtering method and its application. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(1): 236-242.
 - [9] Grassberger P, Hegger R, and Kantz H. On noise reduction methods for chaotic data. *Chaos*, 1993, 3(2): 127-141.
 - [10] Hegger R, Kantz H, and Matassini L. Noise reduction for human speech signals by local projections in embedding spaces. *Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, 2001, 48(12): 1454-1461.
 - [11] Norbert M and Jürgen K. Line structures in recurrence plots. *Physics Letters A*, 2005, 336(4-5): 349-357.
 - [12] George L and Xenophon M. The sunspot as an autonomous dynamical system: A model for the growth and decay phases of sunspots. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2007, 379(2): 436-458.
- 韩敏: 女, 1959年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为神经网络、混沌序列分析、专家系统及3S系统。
刘云侠: 女, 1983年生, 硕士生, 研究方向为混沌时间序列降噪。