

基于源信号数目估计的欠定盲分离

谭北海 谢胜利

(华南理工大学电信学院 广州 510641)

摘要: 该文利用欠定盲分离下稀疏源信号的特点, 估计源信号的数目且恢复源信号。通常在用两步法来解决欠定盲分离时, 首先利用 K-均值算法对观测信号聚类估计出混叠矩阵, 最后利用最短路径法来恢复源信号, 但是在以往的算法中, 第 1 步估计混叠矩阵时, 通常假设源信号数目是已知的, 从而进行 K-均值聚类, 而事实上源信号数目根本无法知道, 因此对源信号数目的估计对两步法有很重要的影响。因此本文提出了一种新的两步法算法, 其中第 1 步利用稀疏源信号反映在观测信号中的特征来准确地估计出稀疏源信号的数目, 且能得到混叠矩阵, 从而恢复源信号。最后的仿真结果, 以及与通常的 K-均值聚类算法对比的仿真结果说明了此算法的可行性和优异的性能。

关键词: 信号处理; 稀疏表示; 欠定盲分离; 混叠矩阵; 两步法

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)04-0863-05

Underdetermined Blind Separation Based on Source Signals' Number Estimation

Tan Bei-hai Xie Sheng-li

(College of Electronics and Information, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: This paper gives a new method to estimate the number of source signals and recover them by the characteristics of sparse source signals in underdetermined blind separation. It is well known that source signals can be recovered through the two-step algorithms generally. The first step is to estimate the mixture matrix by K-means clustering algorithm using the sensor signals, and then, the shortest path algorithm is used to recover source signals, whereas, people suppose that the number of source signals is known when they estimate the mixture matrix by the K-means clustering algorithm generally. In fact, the number of source signals is unknown or blind, so it is very important to estimate the number of source signals. In this paper, a new two-step algorithm is proposed, which not only can estimate the number of source signals but also get the mixture matrix instead of K-means algorithm through the characteristics of sensor signals. The last simulation results show the algorithm simply, efficient and good performance.

Key words: Signal processing; Sparse representation; Underdetermined blind separation; Mixture matrix; Two-step algorithm

1 引言

盲信号分离来自于鸡尾酒问题^[1], 也就是说仅仅从观测到的混叠信号来恢复源信号的波形, 而对混叠信道, 源信号的分布函数等等都一无所知。盲信号分离自研究至今已经被广泛用于数字通信, 语音, 图像处理, 以及阵列信号处理, 医学信号处理等领域, 而且由于盲分离还有许多潜在的应用, 因此成为信号处理和神经网络领域研究的热点^[2-6]。

所谓盲分离问题, 就是在未知混合参数的情况下, 仅仅根据观测到的混合信号恢复出源信号。因此盲分离的数学模

型可以表示如下:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t), \quad t = 1, \dots, T \quad (1)$$

其中 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$ 为观测信号向量, $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ 为混叠矩阵, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)]^T$ 为源信号向量, $\mathbf{N}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_m(t)]^T$ 为噪声, 盲分离的目的就是通过仅仅已知的观测信号向量 $\mathbf{X}(t)$ 恢复源信号的波形, 因此恢复出来的源信号可以有顺序和幅度的不确定性, 这并不影响盲分离, 而且通常在盲分离中暂时不考虑噪声的影响, 因此上述模型也可写作:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t), \quad t = 1, \dots, T \quad (2)$$

在通常的盲分离模型中, 一般都考虑超定情况的盲分离, 也就是说 $m \geq n$, 即观测信号的个数等于或者多于源信号的个数, 这在盲分离研究最早, 因此在这方面的工作已经取得了非常好的结果。但是在本文中, 考虑 $m < n$, 即观测信号的个数小于源信号的个数这种欠定情况下的盲分离。欠

2006-09-18 收到, 2007-03-19 改回

国家杰出青年自然科学基金(60325310), 广东省自然科学基金团队研究项目(04205783), 广东省自然科学基金(05103553, 05006508), 国家自然科学基金重点项目(U0635001)和科技部重大基础前期研究专项(2005CCA04100)资助课题

定盲分离是一个国际上目前非常棘手的问题,但是在实际应用中,因为有很多信号具备稀疏特性,或者可以通过适当的数学变换如 Fourier 变换、小波变换等相应变换使其稀疏化,故可以通过对信号的稀疏表示(Sparse representation),对盲分离中的一些棘手的问题进行探讨,这是国际上刚刚兴起的一个研究方向,已受到人们的广泛关注。

解决欠定信号盲分离问题,通常通过稀疏表示方法将信号稀疏化,到目前为止,两步法是解决稀疏信号盲分离的一种常用方法^[7,8],它分两步,第1步是K-均值聚类算法,估计混叠矩阵;第2步是最短路径法利用上步估计的混叠矩阵恢复源信号,本文称这种两步法为KTA(K-means Two-step Approach)。而在两步法中,K-均值聚类法又显得格外重要,因为K-均值聚类法通过两个步骤实现,首先通过聚类分析,以聚类中心估计混叠信道,然后在已知混叠矩阵情况下,借助线性规划估计出源信号。由于在K-均值聚类时要求知道源信号的数目,在实际应用中,如果不知道源信号的数目,就需要估计源信号的数目,有关阵列信号处理中的源信号数目的估计,人们对此做过一些专门的研究^[9-13],但是在以往的研究中,都是针对过定盲分离中源信号数目的估计,而且具体估计过程比较复杂,对于欠定盲分离的源信号数目的估计的相关研究尚不多见,所以源信号数目估计对盲分离技术的发展具有重要的意义,也是目前必须予以解决的问题。本文的算法仍然采用两步法,但是此两步法不同于上面的两步法,本文称其为PDTA(Probability Distribution Two-step Approach),在PDTA算法中,首先利用概率统计方法估计源信号数目,并且根据源信号数目的估计得到准确的混叠信道,第2步然后利用线性规划估计出源信号。因此可考虑的盲信号分离模型如下:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \\ \vdots \\ s_n(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $m < n$ 。或者写成向量形式为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 s_1(t) + \mathbf{a}_2 s_2(t) + \cdots + \mathbf{a}_n s_n(t), \quad t = 1, \dots, T \quad (4)$$

其中 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_m(t)]^T$, $\mathbf{a}_i = [a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{mi}]^T$, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

2 欠定盲分离中的稀疏表示

对于欠定盲分离情形,以往通常采用盲提取方法实现部分信号的盲分离,但这类方法无法实现所有源信号的盲分离。针对这种情况,人们利用信号的一些特性,采用稀疏分析工具,对信号进行稀疏表示或稀疏分解,成功地对欠定情况下的一些盲信号进行了分离。如 Belouchrani 针对离散源信号提出“最大后验概率”方法^[6]; Zibulevsky 稀疏分解方法^[7],以及 Li^[8], Lee^[14] 和 Lewicki^[15]的超完备基表示(overcomplete representation)方法, Bofill^[16]的频域稀疏表

示方法等等,这些算法都获得了较好的盲分离效果。

通常讲的稀疏信号,就是说源信号在绝大多数采样点取值为零,或者接近于零,少数采样点取值明显远离零;从统计角度看,相比于高斯信号,稀疏信号的概率密度函数更趋向于 Laplace 分布,即在零点有一个密度峰值,而在远离零点的地方不象高斯分布那样较快地趋向于零,表现出典型的超高斯性,由于同一时刻出现两个源信号取值较大的可能性很小,因此绝大部分时刻最多只有一个源信号取值较大。不妨假设在时刻 t , 只有源信号 $s_i(t)$ 取值非零,其它源信号幅值皆很小或为零,此时式(4)可写成

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_i s_i(t) \quad (5)$$

由此可知 \mathbf{a}_i 与第 t 时刻的观测信号 $\mathbf{x}(t)$ 共线,因此要估计混叠矩阵,只要能够对 $\mathbf{x}(t)$ 在所有时刻进行聚类,即可得到混叠矩阵的估计 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n]$,这也是将稀疏分量分析用于欠定盲分离方法之一,K-均值聚类法,它通过两个步骤实现,首先通过聚类分析,以聚类中心估计混叠信道,然后在已知混叠矩阵情况下,借助线性规划估计出源信号。

因为在常用的KTA算法中,在K-均值聚类算法进行混叠矩阵的估计时,是事先给定了聚类的个数的,这就有很大的误差性,因此这将导致对混叠矩阵的估计的不精确性。本文采用的是PDTA算法,它和KTA有很大的不同,算法第1步是通过概率统计的方法首先估计源信号的数目,以便下面进行正确的混叠矩阵的估计,因此后面的混叠矩阵的估计和第2步的分离都有了充分的依据。

3 欠定盲分离通过稀疏表示的分离模型

对于现在已有的各种盲分离算法,包括JADE算法,ICA算法,H-J算法等等,在欠定盲分离情形下,是无法分离出源信号的,而基于稀疏表示盲分离算法可以解决这个问题,稀疏信号盲分离归结为求解如下优化问题:

$$\min_{A,S} \frac{1}{2\sigma^2} \|AS - X\|^2 + \sum_{i,t} |s_i(t)| \quad (6)$$

其中 σ^2 为噪声的方差,第1项为重构误差平方和,第2项为非稀疏罚项(假设源信号相互独立,服从 Laplace 分布)。则式(6)为一个多变量优化问题,直接求解比较困难。如果假定 \mathbf{A} 已经事先给定,这时候以上模型简化为

$$\min_{s(t)} \frac{1}{2\sigma^2} \|As(t) - x(t)\|^2 + \sum_i |s_i(t)|, \quad t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

在不考虑噪声的情况下,式(7)退化为

$$\left. \begin{aligned} \min_{s(t)} \sum_i |s_i(t)| \\ \text{s.t. } As(t) = x(t), \quad t = 1, 2, \dots, T \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

由模型式(7)和式(8)可知,在给定混叠矩阵 \mathbf{A} 的基础上,每个时刻 t 确定一个优化问题,从而上面的优化问题式(8)就分解为 T 个容易处理的小问题,通常两步法盲分离速度比较快,但K-均值聚类法因为聚类个数的未知,所以估计混叠矩阵 \mathbf{A} 精度不够理想,导致盲分离精度低。因此本文中重新定

义一种新的两步法(PDTA)来解决稀疏盲分离问题。

为了方便起见,不妨假设 $m = 2$, 即只有两个观测器的二维情况下的稀疏盲分离。由式(5)可知,这时观测信号可以看作是二维平面上的一些坐标点,且在稀疏盲分离情况下,与混叠矩阵 \mathbf{A} 的第 i 列向量 \mathbf{a}_i 共线的观测信号大致位于二维平面上的同一直线,因此为了进行 PDTA 算法,首先有必要对观测信号进行单位化和对称化的初始工作,下面是对观测信号初始化的方法。

对任何一个观测信号 $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T, t = 1, 2, \dots, T$, 经过如下初始化后得到新的观测信号 $\hat{\mathbf{x}}(t) = [\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t)]^T, t = 1, 2, \dots, T$ 。

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \begin{cases} \frac{\mathbf{x}(t)}{\|\mathbf{x}(t)\|}, & x_2(t) \geq 0 \\ -\frac{\mathbf{x}(t)}{\|\mathbf{x}(t)\|}, & x_2(t) < 0 \end{cases} \quad (9)$$

因此经过初始化后的观测信号 $\hat{\mathbf{x}}(t), t = 1, 2, \dots, T$ 将位于上半圆周上的点。

4 稀疏信号盲分离

盲恢复的实质是:其一是辨识混叠矩阵,其二是恢复源信号。下面是本文算法对欠定盲分离的详细过程。

4.1 未知源信号数目的估计及混叠矩阵的确定

经过上述对观测信号初始化后,下面给出利用概率统计知识对源信号数目的估计及混叠矩阵的确定。

在以前的 KTA 两步法中,因为不知道源信号的数目,因此在利用 K-均值聚类时缺乏指导性,为了对混叠矩阵比较精确的估计,因此首先估计源信号的数目。由上述初始化后得到观测信号 $\hat{\mathbf{x}}(t), t = 1, 2, \dots, T$ 可知它们位于上半单位圆周上,因此可以计算它们到坐标点(1,0)的弧线距离 $d(t), t = 1, 2, \dots, T$, 因为属于同一直线的点应该属于同一类,因此属于同一类的观测信号到(1,0)的弧线距离相差不大,因此可以统计 $d(t), t = 1, 2, \dots, T$ 的距离分布来估计源信号的数目。同时如果为了更好地估计源信号的数目,还可以把观测信号初始化到半径为 $r(r > 1)$ 的上半圆周上,这时相应地需要计算它们到坐标点 $(r, 0)$ 的弧线距离,这样可以在统计 $d(t), t = 1, 2, \dots, T$ 的距离分布时把不同类的分隔得更开,但本文中仍然利用初始化到上半单位圆周的观测信号来统计 $d(t), t = 1, 2, \dots, T$ 的弧线距离分布。

$$d(t) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\hat{x}_2(t)}{\hat{x}_1(t)}\right), & \hat{x}_1(t) > 0 \\ \arctan\left(\frac{\hat{x}_2(t)}{\hat{x}_1(t)}\right) + \pi, & \hat{x}_1(t) < 0, t = 1, 2, \dots, T \\ \pi/2, & \hat{x}_1(t) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

为了统计 $d(t), t = 1, 2, \dots, T$ 的长度分布情况,令 $a = \min\{d(t), t = 1, 2, \dots, T\}$, $b = \max\{d(t), t = 1, 2, \dots, T\}$, 这

时把区间 $[a, b]$ 分成相等的 M 个子区间,它们是 $[a + i\delta, a + (i + 1)\delta], i = 0, 1, \dots, M - 2$ 和 $[a + (M - 1)\delta, b], \delta = \frac{b - a}{M}$, 且

M 充分大。统计 $d(t)$ 中样本点落在各区间的数目,记 m_i 为第 i 个子区间的样本数,则第 i 个子区间中的概率为

$$P_i = m_i/T, i = 1, 2, \dots, M \quad (11)$$

为了使估计概率密度变得平滑,下面使用如下滤波器:

$$\hat{P}_k = \frac{1}{16}(P_{k-2} + 4P_{k-1} + 6P_k + 4P_{k+1} + P_{k+2}) \quad (12)$$

为了估计源信号数目,即要得到峰值的个数,因为由式(11)可知 $\hat{P}_k, k = 1, 2, \dots, M$, 源信号的数目由峰值决定。

准则 如果下面 3 个条件满足^[17],

$$(1) \hat{P}_k + \hat{P}_{k+1} + \hat{P}_{k+2} \leq \hat{P}_{k+1} + \hat{P}_{k+2} + \hat{P}_{k+3};$$

$$(2) \hat{P}_{k+1} + \hat{P}_{k+2} + \hat{P}_{k+3} > \hat{P}_{k+2} + \hat{P}_{k+3} + \hat{P}_{k+4};$$

$$(3) \hat{P}_{k+1} > m_0/T, \text{ 或 } \hat{P}_{k+2} > m_0/T, \text{ 或 } \hat{P}_{k+3} > m_0/T;$$

则 \hat{P}_{k+2} 被当成一个峰值,其中 m_0 为预先给定的一个正整数。另外,如果 $\hat{P}_1 + \hat{P}_2 + \hat{P}_3 > \hat{P}_2 + \hat{P}_3 + \hat{P}_4$, 且 $\hat{P}_1 > m_0/T$, 或 $\hat{P}_2 > m_0/T$, 或 $\hat{P}_3 > m_0/T$, 则 \hat{P}_2 为一个峰值。如果 $\hat{P}_{M-2} + \hat{P}_{M-1} + \hat{P}_M > \hat{P}_{M-3} + \hat{P}_{M-2} + \hat{P}_{M-1}$, 且 $\hat{P}_{M-2} > m_0/T$, 或 $\hat{P}_{M-1} > m_0/T$, 或 $\hat{P}_M > m_0/T$, 则 \hat{P}_{M-1} 为一个峰值。最后统计得到峰值的个数记为 peaknum。

由上述准则可知,统计得到的峰值个数即为源信号的数目,因此源信号数目被估计出来,同时可以根据估计峰值个数时,找到峰值所在的相关的区间 $[a + (i - 1)\delta, a + i\delta]$, 则在此区间中所对应的 \hat{P}_i 表示观测信号的一个比较大的聚类概率,亦即该区间的观测信号能够表示混叠矩阵的一个列向量方向,令

$$\begin{aligned} \text{length}_i &= (a + (i - 1)\delta + a + i\delta)/2 \\ &= a + (2i - 1)\delta/2 \end{aligned} \quad (13)$$

表示第 i 个峰值所对应的点到点(1,0)弧线长度的均值,亦即概率为 \hat{P}_i 所对应区间到点(1,0)的弧线长度,又因为在单位圆中,弧线的长度即为弧度,因此峰值为 \hat{P}_i 所对应的观测信号点的在上半单位圆的弧度已知,且这些点与混叠矩阵 \mathbf{A} 的某一列共线,因此混叠矩阵里 \mathbf{A} 的某一列写为

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= [\cos(\text{length}_i), \sin(\text{length}_i)]^T, \\ i &= 1, 2, \dots, \text{peaknum} \end{aligned} \quad (14)$$

从上面可知,混叠矩阵 \mathbf{A} 在估计源信号数目的同时可以精确得到,无需像 K-均值聚类一样事先给定聚类个数再聚类。下面是两步法的第 2 步,通过估计的混叠矩阵,利用最短路径法来解一个线性规划问题以恢复源信号。

4.2 源信号的恢复

由上一节估计得到的混叠矩阵,下面利用最短路径法恢复源信号。由式(8)可知源信号恢复就是解决一个线性规划问题,在式(4)中 \mathbf{a}_i 表示混叠矩阵 \mathbf{A} 的第 i 个列向量,其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n]$, \mathbf{a}_i 是单位向量,模为 1。且式(4)说明向量 $\mathbf{x}(t)$ 由单位向量 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ 的线性组合而成,其中组合系数分别为 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$ 。由几何分析表明式(4)中的向

量 $\mathbf{a}_1s_1(t), \mathbf{a}_2s_2(t), \dots, \mathbf{a}_ns_n(t)$ 和 $\mathbf{x}(t)$ 可以首尾相连组成一个封闭的几何图形, 而 $\sum_i^n |s_i(t)|$ 即为向量 $\mathbf{a}_1s_1(t), \mathbf{a}_2s_2(t), \dots, \mathbf{a}_ns_n(t)$ 的长度之和。而在欠定盲分离中, $m < n$, 则关于 $\mathbf{s}(t)$ 的方程组式(4)的解是不唯一。

由图1可知, 满足式(8)最小化 $\sum_i^n |s_i(t)|$, 等价于在所有可行解范围中找一条从原点 O 到 $\mathbf{x}(t)$ 的最短路径。对于二维的情形, 最短路径即为从上面和下面与 $\mathbf{x}(t)$ 角度最为靠近的两个向量 \mathbf{a}_i 和 \mathbf{a}_j 组成(如图1中 $\mathbf{x}(t)$ 由 \mathbf{a}_1 和 \mathbf{a}_2 组成)。

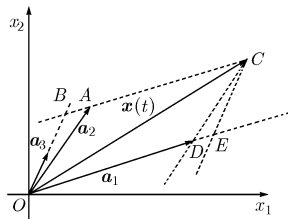


图1 最短路径示意图

让 $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_i, \mathbf{a}_j]$ 由估计的混叠矩阵 \mathbf{A} 的第 i 列和第 j 列构成的方阵, $\mathbf{s}_r(t)$ 为 $\mathbf{x}(t)$ 沿 \mathbf{a}_i 和 \mathbf{a}_j 的分解的系数, 可得优化问题式(3)的解:

$$\begin{cases} \mathbf{s}_r(t) = \mathbf{A}_r^{-1}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{s}_k(t) = 0, k \neq i, j \end{cases} \quad (15)$$

而在具体计算时, 因为任何 $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_n$ 两两之间都可组成的 \mathbf{A}_r^{-1} , 所以共 C_n^2 次矩阵求逆运算, 以后在 $t = 1, \dots, T$, 都可以利用这 C_n^2 个逆矩阵 \mathbf{A}_r^{-1} , 因此它们其实只需计算一次即可。

5 仿真实验

在下面仿真中, 取 $m = 2, n = 6$, 即有6个源信号, 只有2个观测器的情况进行仿真实验, 6个源信号来自6个长笛声音信号, 共32768个采样点, 同时随机选取混叠矩阵为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0.7660 & 0.5000 & 0.2588 & -0.1736 & -0.7071 & -0.9063 \\ 0.6428 & 0.8660 & 0.9659 & 0.9848 & 0.7071 & 0.4226 \end{bmatrix}$$

为使观测信号有较好的稀疏性, 对两个观测信号进行 Fourier 变换, 由于这个仿真用到的信号比较平稳, 直接进行 Fourier 变换, 回避了分帧和加 Hanning 窗。在变换域中进行稀疏信号盲分离, 得到变换域中的稀疏源信号, 然后再通过反 Fourier 变换重构源信号。变换后得到的观测信号单位化和对称化后的散点图如图2所示。然后把图2中的观测信号都计算出它们到(1,0)这个点的弧线距离, 利用式(11)统计弧线距离的概率分布如图3所示, 为了使距离的概率分布图更加平滑, 可使用式(12)滤波器适当多几次以便更好地估计源信号的数目。因此利用上述算法可以得到源信号的数目 $\text{peaknum} = 6$, 而在图4中分别表示的是6个源信号。同时利用式(13), 式(14)即可估计得到混叠矩阵为

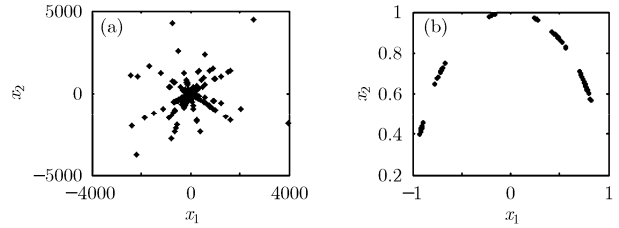


图2 观测信号和初始化后的观测信号

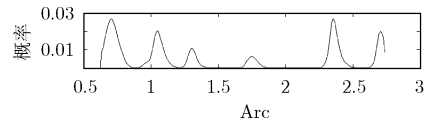


图3 初始化后的观测信号到(1,0)坐标点的弧线距离的概率分布

$$\hat{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0.7635 & 0.5029 & 0.2672 & -0.1667 & -0.7007 & -0.9039 \\ 0.6458 & 0.8644 & 0.9636 & 0.9860 & 0.7135 & 0.4277 \end{bmatrix}$$

根据估计的混叠矩阵, 由式(15)的最短路径法得到源信号如图5所示, 它们源信号和估计的源信号之间的相关系数矩阵为

$$\text{corrcoef} = \begin{bmatrix} 0.9969 & 0.0084 & 0.0014 & -0.0021 & -0.0016 & -0.0071 \\ 0.0168 & 0.9951 & 0.0035 & 0.0009 & -0.0001 & 0.0003 \\ 0.0014 & 0.0246 & 0.9946 & 0.0162 & -0.0000 & 0.0001 \\ -0.0000 & 0.0011 & 0.0250 & 0.9950 & 0.0039 & -0.0025 \\ -0.0009 & 0.0003 & 0.0005 & 0.0202 & 0.9972 & 0.0014 \\ -0.0121 & -0.0008 & -0.0008 & 0.0014 & 0.0288 & 0.9979 \end{bmatrix}$$

从相关系数矩阵看出, 此算法无论是在估计源信号数目和恢复源信号阶段都是非常成功的。

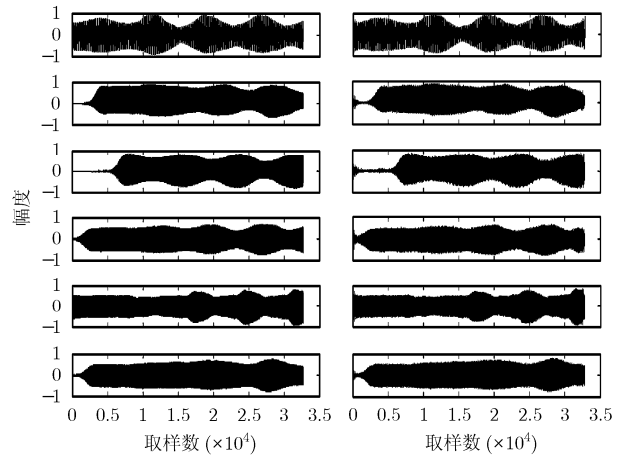


图4 6个源信号

图5 利用本文算法恢复的6个源信号

最后, 为了说明本文算法与通常的 K-均值聚类算法在估计混叠矩阵的优势, 下面给出在事先给出聚类个数, 即源信号数目已知的条件下, 利用 K-均值聚类算法估计混叠矩阵的结果是

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0.7956 & 0.5017 & 0.7477 & 0.0782 & -0.7078 & -0.9063 \\ 0.6052 & 0.8643 & 0.6634 & 0.9726 & 0.7059 & 0.4224 \end{bmatrix}$$

并通过下面公式分别计算本文算法以及 K-均值聚类算法估计出来的两个矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 和 $\tilde{\mathbf{A}}$ 与初始矩阵 \mathbf{A} 对应的列向量之间

表 1 估计的混叠矩阵与原矩阵偏角的对比表

算法	分别与混叠矩阵对应列向量之间的夹角(°)					
	$\text{ang}(\mathbf{a}_1, \hat{\mathbf{a}}_1)$	$\text{ang}(\mathbf{a}_2, \hat{\mathbf{a}}_2)$	$\text{ang}(\mathbf{a}_3, \hat{\mathbf{a}}_3)$	$\text{ang}(\mathbf{a}_4, \hat{\mathbf{a}}_4)$	$\text{ang}(\mathbf{a}_5, \hat{\mathbf{a}}_5)$	$\text{ang}(\mathbf{a}_6, \hat{\mathbf{a}}_6)$
常规 K-均值聚类	3.1980	2.0379	33.4526	19.2192	1.4490	0.7581
本文算法	0.2255	0.1891	0.5001	0.4063	0.5199	0.3225

的夹角,

$$\text{ang}(\mathbf{a}, \hat{\mathbf{a}}) = \frac{180}{\pi} \arccos \left\{ \frac{\langle \mathbf{a}, \hat{\mathbf{a}} \rangle}{\|\mathbf{a}\| \cdot \|\hat{\mathbf{a}}\|} \right\} \quad (16)$$

其中 \mathbf{a} 表示初始混叠矩阵 \mathbf{A} 的列向量, 而 $\hat{\mathbf{a}}$ 表示在矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 和 $\hat{\mathbf{A}}$ 中与 \mathbf{a} 对应的列向量, 因此由式(16)计算得到如下偏角对比表(表 1)。

从表 1 可以看出本文算法在估计混叠矩阵时通过首先估计源信号数目, 同时得到混叠矩阵, 相比通常的 K-均值聚类算法, 需事先知道源信号数目再来确定聚类, 以及最后得到的聚类结果与本文算法相比都有一定的差距, 同时也说明了本文算法的优异性能。

6 结束语

在通常的欠定盲分离算法中, 利用稀疏信息采用两步法来恢复源信号, 以前的两步法的第 1 步中的 K-均值算法, 一般都是提前任意给出聚类中心的个数, 但是这个聚类中心的个数就是源信号的数目, 因此原来的两步法在 K-均值聚类时有很大的任意性和不确定性, 这将直接影响后面的最短路径法来恢复源信号, 因此本文提出了一种不依赖 K-均值聚类且能够对源信号数目估计并得到混叠矩阵的新的两步法, 在此算法中第 1 步是首先利用初始化的观测信号到某一特定点的距离分布来估计和得到混叠矩阵, 第 2 步与原两步法相同, 都是采用最短路径法, 从仿真结果和相关系数矩阵来看, 在估计和最后恢复源信号阶段算法简单, 效果良好, 性能也非常优越。

参考文献

- [1] Jutten C and Herault J. Blind separation of sources, Part I: An adaptive algorithm based on neuromimetic. *Signal Processing*, 1991, 24(1): 1-10.
- [2] Hyvarinen A and Oja E. Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural Networks*, 2000, 13(4-5): 411-430.
- [3] Xie Shengli, He Zhaoshui, and Fu Yuli. A note on Stone's conjecture of blind separation. *Neural Computation*, 2004, 17(2): 245-319.
- [4] Hyvarinen A. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 1999, 10(3): 626-634.
- [5] Zhang Jinlong, Xie Shengli, and He Zhaoshui. Separability theory for blind signal separation. *Acta. Automatica Sinica*, 2004, 30(3): 337-344.
- [6] Belouchrani A and Cardoso J F. Maximum likelihood source separation for discrete sources. In *Proceeding of DUSIPCO*, Edinburg, Scotland, 1994, 768-771.
- [7] Zibulevsky M and Pearlmutter B A. Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary. *Neural computation*, 2001, 13(4): 863-882.
- [8] Li Yuanqing, Cichocki A, and Amari S. Analysis of sparse representation and blind source separation. *Neural Computation*, 2004, 16(6): 1193-1234.
- [9] Wax M and Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Trans. on ASSP*, 1985, 33(2): 276-280.
- [10] 张洪渊, 贾鹏, 史习智. 确定盲分离中未知信号源个数的奇异值分解法. *上海交通大学学报*, 2001, 35(8): 1155-1158.
- [11] 章新华, 张安清, 孙剑平. 一种信号源数目的盲估计方法. *系统工程与电子技术*, 2001, 23(9): 9-11.
- [12] 张翼, 柯亨玉, 文必洋, 吴雄斌. 相位法估计信号源数. *武汉大学学报*, 2003, 49(1): 137-140.
- [13] 李广彪, 许士敏. 基于源数估计的盲源分离. *系统仿真学报*, 2006, 18(2): 485-488.
- [14] Lee T W, Lewicki M S, Girolami M, and Sejnowski T J. Blind source separation of more sources than mixtures using overcomplete representation. *IEEE Signal Processing Letter*, 1999, 6(4): 87-90.
- [15] Lewicki M S and Sejnowski T J. Learning overcomplete representations. *Neural Computation*, 2000, 12(1): 337-365.
- [16] Bofill P and Zibulevsky M. Underdetermined source separation using sparse representation. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2353-2362.
- [17] 李远清, 张丽清. 一种数字图像盲增强的新算法. *控制理论与应用*, 2003, 20(4): 525-528.

谭北海: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为盲信号处理。

谢胜利: 男, 1958年生, 教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 目前感兴趣的领域为非线性系统学习控制理论、自适应信号处理、盲信号分离、图像处理及无线网络等。