

基于主特征向量提取与正交投影的稳健自适应波束成形算法

刘毅远 张晓凯* 徐煜华 郑学强 杨炜伟

(中国人民解放军陆军工程大学通信工程学院 南京 210007)

摘要: 该文针对传统自适应波束成形算法对信号到达角(DOA)失配敏感的问题,提出一种能有效抑制功率压制型干扰的稳健自适应波束成形算法。首先分析了DOA失配情况下的接收端波束成形输出信干噪比,基于正交投影理论提出一种能实现方向图精确控制的理想波束成形器。然后,通过干扰信号到达角扇区的功率谱积分构造协方差矩阵,分析了矩阵主空间与实际干扰导向矢量列空间的等价性,提出一种正交投影矩阵生成方法,能够提升波束成形器对干扰信号DOA失配的鲁棒性。同理,在期望信号到达角扇区进行功率谱积分,利用所得矩阵的主空间与实际期望信号导向矢量列空间的等价性来估计期望信号导向矢量。最后,基于生成的正交投影矩阵和估计的期望信号导向矢量提出一种能有效抑制干扰的稳健自适应波束成形器。仿真结果表明,所提算法在不存在失配、DOA失配、导向矢量失配等情况下都展现出比传统算法更优的空域抗干扰性能和鲁棒性。

关键词: 稳健自适应波束成形; 主特征向量提取; 导向矢量估计; 正交投影

中图分类号: TN911.7; TP393.0

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2025)12-4926-11

DOI: 10.11999/JEIT251282

CSTR: 32379.14.JEIT251282

1 引言

随着低空经济的快速发展,无人、有人飞行器面临日益严峻的定向干扰等安全威胁,亟须增强空域抗干扰能力以提升可靠性与安全性^[1]。此外,俄乌冲突等军事对抗中无人机的大量应用也催生了对空域抗干扰能力的迫切需求^[2]。自适应波束成形技术能够根据接收到的数据自适应地更新滤波权重,具备良好的空域抗干扰能力^[3],将在下一代无线通信中发挥重要作用^[4,5]。文献^[6]提出了著名的Capon波束成形器,也称为最小方差无失真响应(Minimum Variance Distortionless Response, MVDR)波束成形器,能够在导向矢量和干扰加噪声协方差矩阵(Jamming-plus-Noise Covariance Matrix, JNCM)准确已知的前提下实现最大的输出信干噪比(Signal-to-Jamming-plus-Noise Ratio, SJNR)。在实际应用中,通常接收到的信号除了干扰信号还包含期望信号成分,导致准确的JNCM难以获得。此外,导向矢量或到达角(Directional-Of-Arrival, DOA)失配的情况在实际应用中时常发生,这会使MVDR波束成形器的干扰抑制能力显著下降。

为了改善波束成形器的空域抗干扰能力和鲁棒性,目前已有多种稳健自适应波束成形策略被提

出,如不确定集约束^[7-9]、对角加载^[10-12]、特征子空间投影^[13-17]等。基于不确定集约束的策略将导向矢量限制在一个假定的球形或椭球形空间,然后寻找使输出性能最佳的最优导向矢量^[7-9]。这种方法的缺陷是当不确定集的大小选取不合理时,干扰抑制能力将难以保证^[9]。对角加载策略通过在协方差矩阵上增加一个特定大小的单位阵来改善自适应波束成形器的鲁棒性^[10-12]。这种方法的难度在于选择合适的对角加载因子,而对角加载因子与自适应波束成形器的空域抗干扰性能高度相关。特征子空间投影策略对采样协方差矩阵进行特征值分解并对导向矢量执行投影操作,进而校正标称导向矢量和JNCM^[13-16]。这种方法的缺陷是在输入信噪比(Signal-to-Noise Ratio, SNR)较低时空域抗干扰性能较差,因为此时难以有效划分信号子空间和噪声子空间^[17]。

近年来,一种基于协方差矩阵重构的稳健自适应波束成形技术被提出,它的出发点是从采样协方差矩阵中去除期望信号成分^[18-27]。文献^[18]首次提出通过在期望信号DOA扇区的补空间进行Capon谱积分来重构JNCM,这种基于协方差矩阵重构和导向矢量估计(Covariance Matrix Reconstruction and Steering Vector Estimation, CMRSVE)的加权矢量设计能够有效提升波束成形器对于DOA失配的鲁棒性,但算法复杂度较高。文献^[19-21]提出了一些低复杂度的基于JNCM重构的自适应波束成形算法,可以降低空域抗干扰的硬件成本。文献^[22]提出用三维体积分代替角度域线性积分的JNCM重构算法以提升波束成形器的鲁棒性,其难点在于确定三维积分空间的大小。文献^[23]提出一种最大

收稿日期: 2025-12-03; 改回日期: 2026-01-05; 网络出版: 2026-01-12

*通信作者: 张晓凯 xiaokaizhang@foxmail.com

基金项目: 国家自然科学基金(6240013161, 62327802), 江苏省自然科学基金(BK20241601)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (6240013161, 62327802), The Natural Science Foundation of Jiangsu (BK20241601)

熵功率谱(Maximum Entropy Power Spectrum, MEPS)积分方法,可以更准确地重构JNCM从而改善波束成形器的抗干扰能力。文献[24,25]分析了干扰功率估计对自适应波束成形器抗干扰性能的影响,并提出了一种通过干扰功率估计来重构JNCM的自适应波束成形器。文献[26]提出一种通过估计信号功率谱和不定区域(Power Spectral Estimation and Uncertainty Region, PSEUR)来重构JNCM的算法,文献[27]提出一种通过期望信号导向矢量估计和JNCM重构来得到最优加权矢量的算法,都能够改善自适应波束成形器的空域抗干扰能力。

当信号DOA失配时,基于DOA信息的信号导向矢量将难以准确获得,导致自适应波束成形器的空域抗干扰性能下降。此时一些稳健自适应波束成形算法(如文献[1,18,22,24])通过求解2次约束2次规划(Quadratically Constrained Quadratic Programming, QCQP)问题来减小信号导向矢量估计值与实际值的误差,代价是会使硬件成本大幅增加。此外,在DOA失配等非理想条件下传统自适应波束成形算法常常出现方向图失真的情况。文献[28]提出了一种基于正交投影的低复杂度稳健波束成形算法(Robust Beamforming via ORthogonal Projection, RBORP),RBORP算法可以控制方向图在干扰信号DOA处形成零陷。然而,RBORP算法需要知道干扰信号和期望信号的精确DOA先验信息,因此对DOA失配高度敏感。本文旨在设计一种稳健自适应波束成形器,使其在DOA失配等非理想条件下仍能有效地抑制干扰信号,同时防止方向图发生失真现象。

本文聚焦于对空间可分辨的功率压制型干扰信号的有效抑制,针对传统自适应波束成形算法对信号DOA失配等敏感的问题,提出一种用于空域抗干扰的稳健自适应波束成形算法。首先分析了DOA失配情况下的接收端输出SJNR,提出一种能实现方向图精确控制的理想波束成形器。然后,基于协方差矩阵构造、主特征向量提取、正交投影矩阵构造、导向矢量估计等步骤,提出一种稳健自适应波束成形器。最后,通过仿真实验测试了所提算法在多种场景下的空域抗干扰性能。本文的具体贡献如下:

(1)分析了DOA失配情况下的输出SJNR,提出一种能实现方向图精确控制的理想波束成形器。

(2)分析了重构的干扰协方差矩阵的主空间与实际干扰导向矢量列空间的等价性,提出一种正交投影矩阵生成策略,能够提升波束成形器对于干扰信号DOA失配的鲁棒性。

(3)基于生成的正交投影矩阵和估计的期望信号导向矢量,提出一种稳健自适应波束成形算法。仿真结果表明,所提算法在不失配或不同失配情况下都展现出比传统算法更优的输出SJNR性能和鲁棒性。

2 系统模型

不失一般性,假设接收机处直线阵列含有 M 个阵元,该阵列接收到 $L+1$ 个远场窄带信号,包含期望信号 $s_0(t)$ 和 L 个功率压制型干扰信号 $s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)$ 。需要说明的是,本文方法的主要应用场景为对功率压制型干扰的抑制,对欺骗型干扰的处理不在本文讨论范围之内。接收机阵列在第 k ($k=1, 2, \dots, K$)个快拍的采样信号矢量 $\mathbf{x}(k)$ 表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k) &= \mathbf{a}(\theta_0)s_0(k) + \sum_{l=1}^L \mathbf{a}(\theta_l)s_l(k) + \mathbf{x}_n(k) \\ &= \mathbf{x}_s(k) + \mathbf{x}_{\text{jam}}(k) + \mathbf{x}_n(k)\end{aligned}\quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_s(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, $\mathbf{x}_{\text{jam}}(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$, $\mathbf{x}_n(k) \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 分别代表接收混合信号中的期望信号成分、干扰信号成分和噪声成分,假设三者之间满足统计独立特性。 θ_0 代表期望信号的DOA; θ_l 代表第 l ($l=1, 2, \dots, L$)个干扰信号的DOA; $\mathbf{a}(\theta)$ 代表对应DOA为 θ 的导向矢量,如式(2)所示

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[e^{j2\pi \frac{z_1 \sin \theta}{\epsilon}}, e^{j2\pi \frac{z_2 \sin \theta}{\epsilon}}, \dots, e^{j2\pi \frac{z_M \sin \theta}{\epsilon}} \right]^T \quad (2)$$

其中, z_m 代表第 m ($m=1, 2, \dots, M$)个阵元相对于参考阵元的坐标; ϵ 代表信号波长。

为了抑制非期望信号成分,利用加权矢量 $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ 对 $\mathbf{x}(k)$ 进行滤波处理,处理后的信号 $y(k)$ 表示为

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)s_0(k) + \mathbf{w}^H \sum_{l=1}^L \mathbf{a}(\theta_l)s_l(k) + \mathbf{w}^H \mathbf{x}_n(k) \quad (3)$$

文献[6]给出了理想情况下使得输出SJNR最大的MVDR波束成形器。MVDR波束成形器在协方差矩阵 \mathbf{R}_{j+n} 和导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 准确已知的前提下可以实现理论最大输出SJNR。但实际中阵列采样信号常常包含期望信号成分,因此理想的 \mathbf{R}_{j+n} 通常难以获得,此外DOA估计失配也可能导致导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 和 \mathbf{R}_{j+n} 的准确性下降,进而影响自适应波束成形器的抗干扰性能及鲁棒性。

3 抗DOA失配的稳健自适应波束成形算法

为了改善自适应波束成形器在DOA失配情况下的性能,本部分将提出一种稳健自适应波束成形算法。首先分析DOA失配情况下的接收端输出

SJNR, 提出一种能实现方向图精确控制的理想波束成形器。然后基于主特征向量提取与正交投影提出一种能够抗DOA失配的稳健自适应波束成形算法。

3.1 DOA失配时输出SJNR分析与理想波束成形器

假设某信号观测DOA为 θ 、实际DOA为 $\theta + \Delta\theta$, 则该信号对应的实际导向矢量表示为 $\mathbf{a}(\theta + \Delta\theta) = \mathbf{a}(\theta) + \mathbf{e}(\theta)$, 其中 $\mathbf{e}(\theta)$ 代表误差矢量。当信号失配时, 实际期望信号DOA为 $\theta_0 + \Delta\theta_0$, 实际干扰信号DOA为 $\theta_l + \Delta\theta_l (l = 1, 2, \dots, L)$, 此时实际输出信干噪比SJNR_{act}为

$$\begin{aligned} \text{SJNR}_{\text{act}} &= \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)|^2}{\mathbf{w}^H \left(\sum_{l=1}^L \sigma_l^2 \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l) \mathbf{a}^H(\theta_l + \Delta\theta_l) + \sigma_n^2 \mathbf{I} \right) \mathbf{w}} \\ &= \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)|^2}{\sum_{l=1}^L \sigma_l^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l)|^2 + \sigma_n^2 \|\mathbf{w}\|_2^2} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\sigma_s^2 = E[s_0(t)s_0^*(t)]$ 代表期望信号功率, $\sigma_l^2 = E[s_l(t)s_l^*(t)]$ 代表干扰信号 $s_l(t) (l = 1, 2, \dots, L)$ 功率, $\sigma_n^2 = E[\mathbf{x}_n^H(k)\mathbf{x}_n(k)]/M$ 代表噪声功率, \mathbf{I} 代表 M 维单位矩阵。给定加权矢量 \mathbf{w} , 则 \mathbf{w} 在 θ 方向相对于 θ_0 方向的归一化功率响应^[29]为

$$F(\theta, \theta_0) = \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta)|^2}{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2} \quad (5)$$

为了抑制干扰信号, 防止方向图发生零陷偏移, 控制干扰信号实际DOA处归一化功率响应为0, 即

$$F(\theta_l + \Delta\theta_l, \theta_0 + \Delta\theta_0) = 0, l = 1, 2, \dots, L \quad (6)$$

将式(6)作为约束, 同时寻找加权矢量 \mathbf{w} 使得式(9)的输出SJNR尽可能大, 可建立优化问题

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} \text{SJNR}_{\text{act}}, \\ \text{s.t. } F(\theta_l + \Delta\theta_l, \theta_0 + \Delta\theta_0) = 0, l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (7)$$

结合式(5)及式(6)可得 $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l) = 0 (l = 1, 2, \dots, L)$, 将其代入式(4)进一步可得 $\text{SJNR}_{\text{act}} = \sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)|^2 / (\sigma_n^2 \|\mathbf{w}\|_2^2)$, 此时优化问题(7)转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{w}} \frac{|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)|^2}{\|\mathbf{w}\|_2^2} \\ \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l) = 0, l = 1, 2, \dots, L \end{aligned} \quad (8)$$

结合正交投影理论^[30]可得, 问题(8)的约束等价于 $\mathbf{w} \in \mathcal{R}^\perp(\mathbf{A})$, $\mathcal{R}^\perp(\mathbf{A})$ 代表矩阵 \mathbf{A} 的列空间的正

交补空间, 其中 $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2 + \Delta\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)]$ 。问题式(8)的优化目标等价于固定 $|\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)|^2$ 的同时最小化 $\|\mathbf{w}\|_2^2$ 。此时可以将优化问题(8)转化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w}\|_2 \\ \text{s.t. } \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0) = 1, \mathbf{w} \in \mathcal{R}^\perp(\mathbf{A}) \end{aligned} \quad (9)$$

问题(9)中的约束 $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0) = 1$ 等价于 $\|\mathbf{w}\|_2 \|\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)\|_2 \cos\varphi = 1$, 其中 φ 代表向量 \mathbf{w} 和 $\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 之间的夹角。由式(2)知 $\|\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)\|_2$ 为恒值 \sqrt{M} , 则有 $\min_{\mathbf{w}} \|\mathbf{w}\|_2 \Leftrightarrow \max_{\varphi} \cos\varphi$ 。此时优化问题(9)转化为

$$\begin{aligned} \max_{\varphi} \cos\varphi \\ \text{s.t. } \varphi = \angle \langle \mathbf{w}, \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0) \rangle, \mathbf{w} \in \mathcal{R}^\perp(\mathbf{A}) \end{aligned} \quad (10)$$

下面通过几何分析的方法求解优化问题(10)。如图1所示, 绿色向量表示 $\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$, 蓝色向量表示 $\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 在平面 $\mathcal{R}^\perp(\mathbf{A})$ 上的垂直投影, 即 $\mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$, 其中 $\mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H$ 代表正交投影矩阵。假设向量 $\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 与向量 $\mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 的夹角大小为 φ_0 。 $\mathbf{w} \in \mathcal{R}^\perp(\mathbf{A})$ 即 \mathbf{w} 绕原点 O 在平面 $\mathcal{R}^\perp(\mathbf{A})$ 范围内运动, 当 \mathbf{w} 与 $\mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 同向时 φ 最小, 从而 $\cos\varphi$ 最大, 设此时 \mathbf{w} 为 $\mathbf{w}_0 = \mu_0 \mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 。由式(7)–式(10)知优化问题(10)与式(7)等价, 即优化问题式(7)的最优解也为 $\mathbf{w}_0 = \mu_0 \mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)$ 。参考式(3)可知 \mathbf{w} 在方向不变时进行模的缩放相当于对空域滤波后的期望信号、干扰及噪声成分进行等倍缩放, 因此不影响实际输出SJNR的大小, 简单起见可以取 $\mu_0 = 1$ 。即优化问题式(7)的最优解可以取

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{P}_\mathbf{A}^\perp \mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0) \quad (11)$$

\mathbf{w}_{opt} 可使得方向图在干扰信号来波方向上形成零陷, 因此在信号DOA准确时可有效抑制干扰信号。

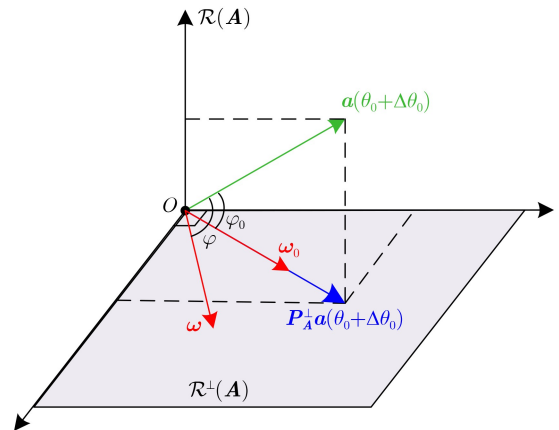


图1 求解最优加权矢量示意图

3.2 抗DOA失配的稳健自适应波束成形算法

式(11)的波束成形矢量需要精确的信号DOA信息作为输入，而DOA估计失配在实际中常常发生。为了降低波束成形器对DOA失配的敏感性，下面提出一种抗DOA失配的稳健自适应波束成形算法。

为了在失配环境下对干扰信号进行有效抑制，尝试构造一个与式(11)中投影矩阵 \mathbf{P}_A^\perp 功能类似的等效投影矩阵。首先在干扰信号DOA扇区 Θ_{jam} 内进行Capon功率谱积分构造矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}} = \int_{\Theta_{\text{jam}}} \frac{\mathbf{a}(\theta)\mathbf{a}^H(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} d\theta \quad (12)$$

其中， $\hat{\mathbf{R}} = 1/K \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)$ ， Θ_{jam} 为期望信号角扇区 Θ_s 的补集。 Θ_s 一般取期望信号到达角观测值的适当邻域角度范围。实际中通过角度域离散积分近似计算式(12)。进一步，对矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 进行特征值分解

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}} = \mathbf{U}\mathbf{A}\mathbf{U}^H = \sum_{m=1}^M \lambda_m \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \quad (13)$$

其中， $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_M]$ ， $\mathbf{A} = \text{Diag}([\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M])$ 。不失一般性，假设特征值满足 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M$ 。 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 是对期望信号DOA以外的空域进行功率谱积分所得，则 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 主要包含干扰成分及噪声成分，可得

$$\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}} \approx \sum_{l=1}^L \sigma_l^2 \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l)\mathbf{a}^H(\theta_l + \Delta\theta_l) + \varsigma \mathbf{I} \quad (14)$$

通常 L 个干扰信号的实际导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1)$ ， $\mathbf{a}(\theta_2 + \Delta\theta_2)$ ， \dots ， $\mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)$ 之间不相关，且功率压制型干扰信号的功率通常远大于噪声功率，则 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 的特征值满足式(15)

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L \gg \lambda_{L+1} \geq \dots \geq \lambda_M \quad (15)$$

由式(13)–式(15)可得 $\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1)$ ， $\mathbf{a}(\theta_2 + \Delta\theta_2)$ ， \dots ， $\mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)$ 和 \mathbf{u}_1 ， \mathbf{u}_2 ， \dots ， \mathbf{u}_L 张成的列空间等价，表示为

$$\begin{aligned} \mathcal{R}([\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2 + \Delta\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)]) \\ = \mathcal{R}([\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_L]) \end{aligned} \quad (16)$$

其中， $\mathcal{R}(\cdot)$ 代表列空间。参考式(16)，取矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 的 T_0 个主特征向量构造矩阵 $\mathbf{G} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{T_0}]$ 。当已知干扰信号个数 L 时，取 $T_0 = L$ 。而实际中通常无法得到干扰信号数量这一先验信息，此时 $T_0 = \arg \max_m (\delta_m / \delta_{m+1})$ ($m = 1, 2, \dots, M-2$)，其中 $\delta_m = \lambda_m / \lambda_{m+1}$ ($m = 1, 2, \dots, M-1$)。结合式(16)可以发现导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1)$ ， $\mathbf{a}(\theta_2 + \Delta\theta_2)$ ， \dots ，

$\mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)$ 和特征向量 \mathbf{u}_1 ， \mathbf{u}_2 ， \dots ， \mathbf{u}_{T_0} 张成的列空间相同，表示为

$$\mathcal{R}([\mathbf{a}(\theta_1 + \Delta\theta_1), \dots, \mathbf{a}(\theta_L + \Delta\theta_L)]) = \mathcal{R}(\mathbf{G}) \quad (17)$$

进而利用正交投影理论得到矩阵 \mathbf{G} 的正交投影矩阵^[30]

$$\mathbf{P}_G^\perp = \mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^H\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^H \quad (18)$$

为了对期望信号导向矢量进行估计，在期望信号角扇区 Θ_s 上进行Capon功率谱积分

$$\tilde{\mathbf{R}} = \int_{\Theta_s} \frac{\mathbf{a}(\theta)\mathbf{a}^H(\theta)}{\mathbf{a}^H(\theta)\hat{\mathbf{R}}^{-1}\mathbf{a}(\theta)} d\theta \quad (19)$$

实际中通过角度域离散积分近似计算式(19)。进一步，对矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解 $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{V}\mathbf{Z}\mathbf{V}^H$ ，其中 $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M]$ ， $\mathbf{Z} = \text{Diag}([z_1, z_2, \dots, z_M])$ 。不失一般性，假设特征值满足 $z_1 \geq z_2 \geq \dots \geq z_M$ 。由于噪声分布在整个空域而期望信号功率集中在单一方向， $\tilde{\mathbf{R}}$ 存在一个显著较大的特征值，进而可得

$$\mathcal{R}(\mathbf{a}(\theta_0 + \Delta\theta_0)) = \mathcal{R}(\mathbf{v}_1) \quad (20)$$

考虑到导向矢量的二范数为 \sqrt{M} ，将期望信号导向矢量估计为

$$\hat{\mathbf{a}}(\theta_0) = \sqrt{M}\mathbf{v}_1 \quad (21)$$

结合式(18)的 \mathbf{P}_G^\perp 和式(21)的 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_0)$ ，可以得到本文提出的稳健自适应波束成形矢量

$$\mathbf{w}_{\text{prop}} = \mathbf{P}_G^\perp \hat{\mathbf{a}}(\theta_0) \quad (22)$$

由式(16)可知，干扰信号实际导向矢量 $\mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l)$ ($l = 1, 2, \dots, L$)可由矩阵 \mathbf{G} 的列向量线性表示

$$\mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l) = \sum_{t=1}^{T_0} c_t^l \mathbf{u}_t = \mathbf{G}\mathbf{c}^l, l = 1, 2, \dots, L \quad (23)$$

其中 $\mathbf{c}^l = [c_1^l, c_2^l, \dots, c_{T_0}^l]^T$ 。由式(22)和(23)可得

$$\mathbf{w}_{\text{prop}}^H \mathbf{a}(\theta_l + \Delta\theta_l) = \hat{\mathbf{a}}^H(\theta_0) \mathbf{P}_G^\perp \mathbf{G}\mathbf{c}^l = 0, l = 1, 2, \dots, L \quad (24)$$

式(24)表明所提自适应波束成形矢量 \mathbf{w}_{prop} 能够使方向图在实际干扰方向形成准确零陷，从而具备出色的空域抗干扰能力。所提稳健自适应波束成形算法的详细步骤如算法1所示。

为了说明 \mathbf{P}_G^\perp 抑制干扰的能力，图2展示了某仿真场景下 $\|\mathbf{P}_G^\perp \mathbf{a}(\theta)\|_2^2$ 随 θ 的变化曲线。在此仿真场景中，线性阵列的阵元位置如表1所示，期望信号DOA为 $\theta_0 = 18^\circ$ ，两个干扰信号DOA为 $\theta_1 = -13.7520^\circ$ 和 $\theta_2 = 63.4677^\circ$ ，干噪比(Jamming-to-Noise Ratio, JNR)设置为30 dB，SNR设置为20 dB，快拍数设置为 $K = 60$ 。图2中品红色虚线

算法1 基于主特征向量提取与正交投影的稳健自适应波束成形算法

- 输入: 接收端阵列采样数据 $\{\mathbf{x}(k)\}_{k=1}^K$
- 1: 得到采样协方差矩阵 $\hat{\mathbf{R}} = (1/K) \sum_{k=1}^K \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)$;
 - 2: 在干扰信号角扇区 Θ_{jam} 内进行Capon功率谱积分构造矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$;
 - 3: 对矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 进行特征值分解 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{U}^H$;
 - 4: 计算参数 T_0 , 并构造矩阵 $\mathbf{G} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{T_0}]$;
 - 5: 得到正交投影矩阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{G}(\mathbf{G}^H\mathbf{G})^{-1}\mathbf{G}^H$;
 - 6: 在期望信号角扇区 Θ_s 内进行Capon功率谱积分构造矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$;
 - 7: 对矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行特征值分解 $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{V}\mathbf{Z}\mathbf{V}^H$, 并估计期望信号导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}(\theta_0) = \sqrt{M}\mathbf{v}_1$;
 - 8: 得到所提波束成形器 $\mathbf{w}_{\text{prop}} = \mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}\hat{\mathbf{a}}(\theta_0)$;

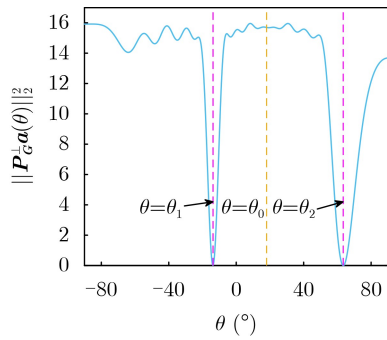


图2 $\|\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{a}(\theta)\|_2^2$ 随 θ 的变化曲线

代表干扰信号DOA, 橙色虚线代表期望信号DOA。由图2可发现本文所提方法构造的投影矩阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}$ 能够使得 $\|\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{a}(\theta_1)\|_2^2$ 和 $\|\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{a}(\theta_2)\|_2^2$ 的值为0, 即能够有效抑制干扰信号。图2还表明 $\|\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}\mathbf{a}(\theta_0)\|_2^2$ 的值较大, 表明所提算法在抑制干扰信号成分的同时不会显著削弱期望信号成分。

3.3 算法复杂度分析

由算法1可知所提稳健自适应波束成形算法的计算复杂度主要来源于矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$, $\tilde{\mathbf{R}}$ 的构造及特征值分解, 以及正交投影矩阵 $\mathbf{P}_{\mathbf{G}}^{\perp}$ 的构造, 因此总体算法复杂度为 $O((F_1 + F_2)M^2 + 3M^3)$, 其中 F_1 和 F_2 分别表示在积分构造矩阵 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}$ 时在干扰信号角扇区 Θ_{jam} 和期望信号角扇区 Θ_s 内的采样点数量。经典自适应波束成形方法例如CMRSVE算法^[18]、

MEPS算法^[23]、PSEUR算法^[26]的计算复杂度分别为 $O(F_1M^2 + M^{3.5})$, $O((F_1 + F_2)M^2 + 2M^3)$ 和 $O(F_2M^2 + 3M^3)$, 所提算法并没有显著提升自适应波束成形算法的计算复杂度。

4 仿真分析

下面通过仿真实验测试本文提出的稳健自适应波束成形算法的性能。仿真时采用16阵元的线性阵列, 阵元位置如表1所示。噪声为加性高斯白噪声。输入JNR设为30 dB。除非特别说明, 输入SNR设为20 dB且快拍数固定为 $K = 60$ 。近似计算式(12)和式(19)时的角度采样间隔设置为 0.2° 。期望信号角扇区和干扰信号角扇区分别设为 $\Theta_s = [\theta_0 - 6^\circ, \theta_0 + 6^\circ]$ 和 $\Theta_{\text{jam}} = [-90^\circ, \theta_0 - 6^\circ] \cup [\theta_0 + 6^\circ, 90^\circ]$ 。仿真结果取1000次蒙特卡洛仿真的平均值。对比算法为CMRSVE算法^[18]、MEPS算法^[23]、PSEUR算法^[26]、RBORP算法^[28]。下面分别对所提稳健自适应波束成形算法在不失配、导向矢量失配、DOA失配情况下的性能进行仿真分析。仿真结果中“MVDR”图线表示能够实现理论最大SJNR的MVDR波束成形器的性能结果。

在确定角扇区 Θ_s 和 Θ_{jam} 时, 要兼顾信号DOA失配范围与协方差矩阵特征子空间的估计精度。积分角扇区选取越宽, 算法对DOA失配的鲁棒性越强, 但所构造的 $\bar{\mathbf{R}}_{\text{jam}}$ 和 $\tilde{\mathbf{R}}$ 的主特征空间会受更多噪声和旁瓣能量的影响, 导致子空间估计精度和算法性能降低。对于期望信号角扇区 Θ_s 的选择, 应当能够在最差失配情况下覆盖期望信号的真实DOA, 即 Θ_s 稍大于期望信号可能DOA范围。对于干扰信号角扇区 Θ_{jam} 的选择, 若多个干扰信号的DOA较为接近, 则可以取 Θ_{jam} 为包含所有干扰DOA的较大扇区; 若干扰信号较少且干扰DOA较为稀疏, 则可以取 Θ_{jam} 为多个干扰信号DOA的临域角扇区叠加。

4.1 不失配的理想情况下的算法性能分析

设置期望信号DOA为 $\theta_0 = 15^\circ$, 两个干扰信号DOA为 $\theta_1 = -15^\circ$ 和 $\theta_2 = 65^\circ$, 假设不存在DOA失配或导向矢量失配。图3展示了理想情况下不同算法的输出SJNR随输入SNR变化的曲线。如图3所示, 在理想情况下, 所有算法的性能都接近MVDR

表1 线性阵列的阵元位置分布表

| m | z_m/ε | m | z_m/ε | m | z_m/ε | m | z_m/ε |
|-----|-------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|-----|-------------------|
| 1 | 0 | 5 | 2.35 | 9 | 4.04 | 13 | 5.75 |
| 2 | 0.45 | 6 | 2.67 | 10 | 4.48 | 14 | 6.24 |
| 3 | 1.18 | 7 | 3.35 | 11 | 4.76 | 15 | 6.57 |
| 4 | 1.73 | 8 | 3.71 | 12 | 5.48 | 16 | 7.25 |

算法的理论最优性能，但所提算法和RBORP算法的性能仍稍优于其他对比算法，表明所提算法在不

4.2 导向矢量失配时的算法性能分析

导向矢量失配时，假设其幅度和相位发生随机失配，此时式(2)所示导向矢量的第 m 个元素表示为

$$a_m(\theta) = (1 + \xi_m) e^{j(2\pi \frac{z_m \sin \theta}{\epsilon} + \delta_m)} \quad (25)$$

其中 ξ_m 和 δ_m 表示第 m 个阵元的随机幅度失配和相位失配。仿真场景设置与文献[28]相似，设 ξ_m 和 δ_m 服从高斯分布 $\mathcal{N}(0, 0.05^2)$ 和 $\mathcal{N}(0, (0.1\pi)^2)$ ，设信号DOA为 $\theta_0 = 5^\circ, \theta_1 = -3^\circ, \theta_2 = 13^\circ$ 。

图4展示了导向矢量失配时不同波束成形算法的输出SINR随输入SNR变化的曲线。从图4结果可以看出，当导向矢量发生失配时RBORP算法性能优于本文所提算法，这是由于导向矢量发生失配时式(12)和式(19)得到的协方差矩阵是通过对标称导向矢量进行积分所得，存在较大误差。图4还表明，本文所提算法在输入SNR小于-10 dB时性能稍差于CMRSVE和MEPS算法，而在其他输入SNR时性能优于CMRSVE和MEPS算法，这是由于输入SNR较低时式(19)所得矩阵的主特征向量和实际期望信号导向矢量相关性减弱，导致式(21)的估计结果误差较大。

4.3 DOA失配时的算法性能分析

下面测试信号DOA发生失配时的算法抗干扰性能。除非特别说明，期望信号观测DOA设为 $\theta_0 = 15^\circ$ ，实际DOA为 $\theta_0 + \Delta\theta_0 = 18^\circ$ ，两个干扰信号的观测DOA设为 $\theta_1 = -15^\circ$ 和 $\theta_2 = 65^\circ$ 。为了观察不同波束成形算法在失配情况下的性能，假设干扰信号DOA失配值 $\Delta\theta_1$ 和 $\Delta\theta_2$ 服从 $[-\Delta_{jam}, \Delta_{jam}]$ 内的均匀分布，除非特别说明， Δ_{jam} 设为 2° 。

4.3.1 方向图性能分析

图5和图6分别展示了当输入SNR为-10 dB和20 dB时不同自适应波束成形算法的方向图性能，

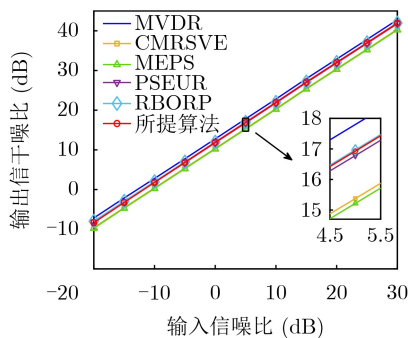


图3 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随输入信噪比变化曲线

此时两个干扰信号的实际DOA为 -16° 和 67° 。图5和图6表明在较低和较高的输入SNR时，RBORP和PSEUR算法的方向图零陷偏离了干扰信号实际来波方向，而所提算法和对比算法都能够使方向图在干扰信号实际来波方向上形成准确零陷，从而有效抑制干扰信号。由图5可以发现，当输入SNR为-10 dB时，所提算法的方向图主瓣峰值对应方向相较于对比算法更加接近期望信号实际来波方向，但与期望信号实际来波方向仍稍有偏差，这可能是由于输入SNR较低时式(19)中矩阵 $\hat{\mathbf{R}}$ 的主特征向量与期望信号的实际导向矢量相关性较低导致估计的期望信号导向矢量稍有偏差。由图6可以观察到，当输入SNR为20 dB时，所提算法的方向图主瓣峰

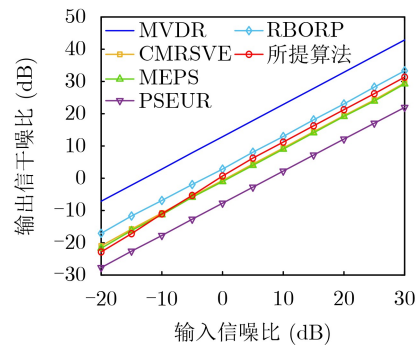


图4 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随输入信噪比变化曲线

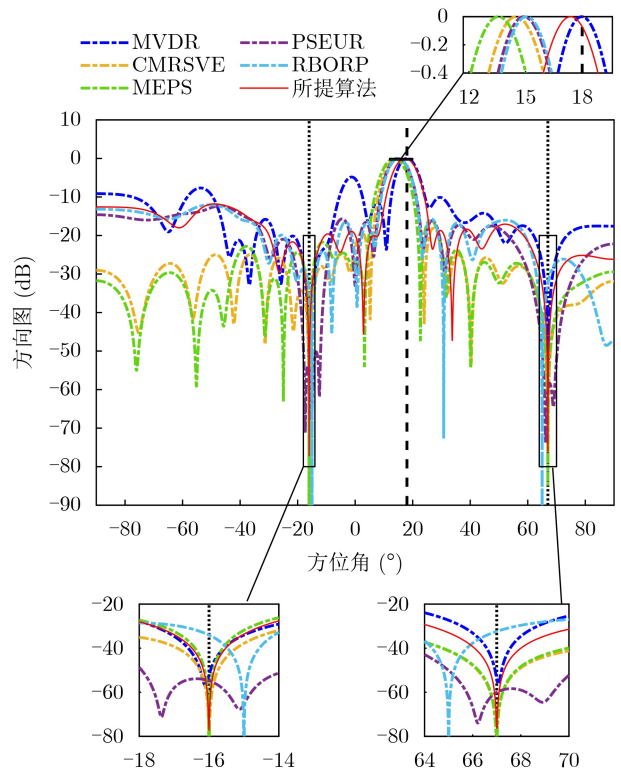


图5 不同自适应波束成形算法的方向图(SNR = -10 dB)

值对准期望信号的实际来波方向，而对比算法的方向图主瓣偏离期望信号的实际来波方向，这展现出所提算法在DOA失配场景下抑制干扰信号的优势。图5和图6还表明，MVDR波束成形器在干扰DOA处的方向图零陷幅度并非最低，且在其余旁瓣区域也没有表现出最低的方向图幅度，这是由于MVDR波束成形器是追求最大输出SJNR而非方向图性能指标，且方向图的干扰零陷幅度、旁瓣幅度等指标与输出SJNR并非严格正相关。

4.3.2 输出SJNR性能分析

图7展示了不同波束成形算法的输出SJNR随输入SNR变化的曲线。图7表明所提算法的输出SJNR显著高于对比算法且十分接近理论最优输出SJNR。图7还显示当输入SNR较低时所提算法的输出SJNR与理论最优输出SJNR的差距相较于输入SNR较高时更大，这是由于当输入SNR较低时式(21)得到的估计期望信号导向矢量与实际值相差较大。图7表明所提算法能够显著提升自适应波束成形器在DOA失配场景下的空域抗干扰能力。

图8展示了不同波束成形算法的输出SJNR随快拍数变化的曲线。由图8可以观察到，尽管不同算法的输出SJNR在快拍数不同时略有波动，但所提算法的空域抗干扰性能在不同快拍数时都显著优于对比算法。图7和图8中RBORP算法性能较差，这是由于当信号DOA失配时，RBORP算法的方向图

零陷偏离了实际干扰信号来波方向，且方向图主瓣也偏离了实际期望信号来波方向。图7和图8所示的输出SJNR性能与图5和图6所示的方向图性能基本吻合。

为了观察式(12)和式(19)积分时的角度采样间隔对算法性能的影响，图9展示了不同自适应波束成形算法输出SJNR随角度采样间隔变化曲线。从图9可以观察到，在图示角度采样间隔范围内所提算法的输出SJNR性能始终优于对比算法。图9表明所提算法性能随着角度采样间隔的增大而下降，这是由于角度采样间隔增大时，积分所得 $\bar{\mathbf{R}}_{jam}$ 的精度下降，导致 $\bar{\mathbf{R}}_{jam}$ 的主特征向量与实际干扰信号导向矢量张成的列空间不完全等价，进而正交投影矩阵 \mathbf{P}_G^\perp 的估计精度下降，使得所提算法的性能有所下降

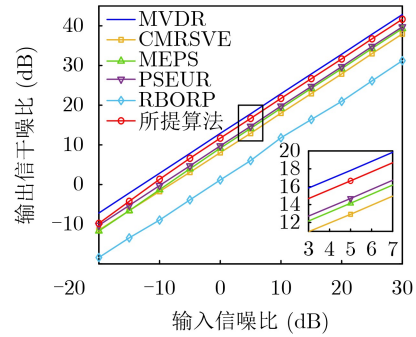


图7 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随输入信噪比变化曲线

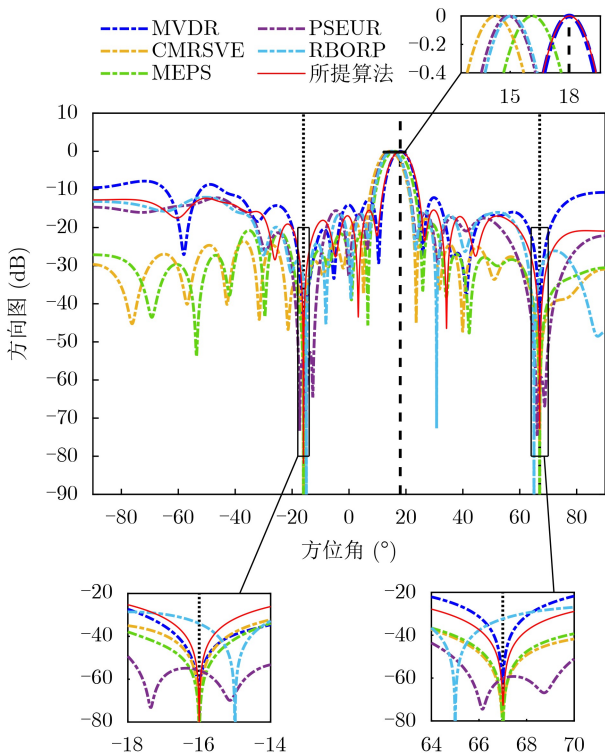


图6 不同自适应波束成形算法的方向图(SNR = 20 dB)

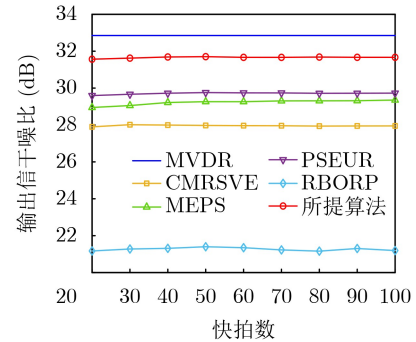


图8 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随快拍数变化曲线

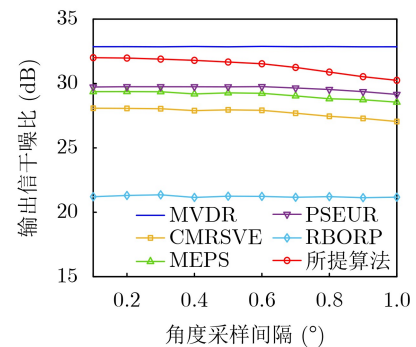


图9 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随角度采样间隔变化曲线

降。图9还表明RBORP算法性能不受角度采样间隔的影响，这是因为RBORP算法没有通过角度域积分构造矩阵的步骤，而直接通过信号观测DOA生成滤波权重矢量。

4.3.3 对信号DOA失配敏感性分析

为了测试不同波束成形算法对期望信号DOA失配的敏感性，图10展示了输出SJNR随期望信号DOA失配值 $\Delta\theta_0$ 变化的曲线。如图10所示，所提算法的输出SJNR明显高于对比算法，且所提算法的空域抗干扰能力基本不受期望信号DOA失配程度变化影响。由图10还可以看到对比算法的输出SJNR随着期望信号DOA失配值的增大而显著下降。图10表明所提出的波束成形算法可以有效降低自适应波束成形器对期望信号DOA失配的敏感性，即提升自适应波束成形器在DOA失配场景下的空域抗干扰鲁棒性。

为了进一步测试干扰信号DOA失配对不同波束成形算法的影响，图11展示了输出SJNR随干扰信号DOA最大失配值 Δ_{jam} 变化的曲线。如图11所示，所提出的波束成形算法表现出最接近理论最优的性能，且所提算法的干扰抑制能力基本不受干扰信号DOA失配程度变化影响。图11显示RBORP算法性能随着干扰信号DOA失配程度加深而显著下

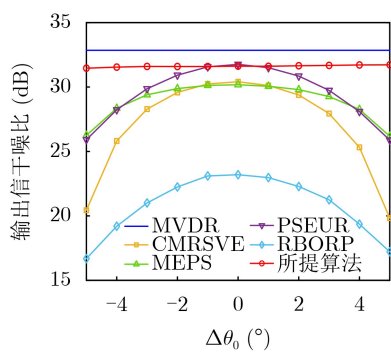


图10 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随期望信号DOA失配值变化曲线

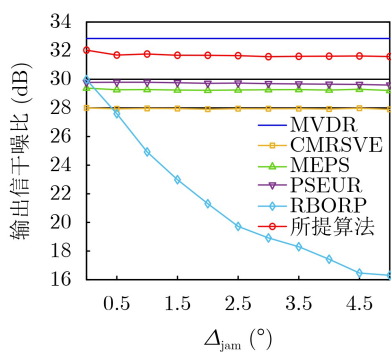


图11 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随干扰信号DOA最大失配值变化曲线

降，这是由于RBORP算法的方向图零陷随干扰信号DOA失配值增大而更加偏离实际干扰来波方向。图11表明所提波束成形算法能够显著提升自适应波束成形器的空域抗干扰能力及对信号DOA失配的鲁棒性。

4.3.4 干扰信号DOA接近时的算法性能分析

为了测试干扰信号来波方向接近时所提算法的抗干扰性能，图12展示了不同波束成形算法的输出SJNR随输入SNR变化的曲线，其中两个干扰信号的观测DOA设为 $\theta_1 = 28^\circ$ 和 $\theta_2 = 32^\circ$ ，其他参数不变。从图12结果可以看出，所提算法的输出SJNR高于对比算法且所提算法性能与图7的性能仅相差1 dB左右，表明所提算法在干扰信号来波方向接近的情况下仍能有效抑制干扰信号。

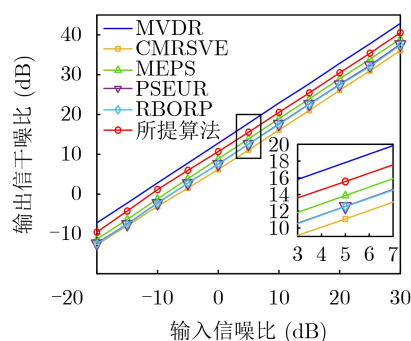


图12 不同自适应波束成形算法输出信干噪比随输入信噪比变化曲线

5 结论

本文提出了一种用于抑制功率压制型干扰信号的稳健自适应波束成形算法。首先基于正交投影理论提出一种能实现方向图精确控制的理想波束成形矢量，然后通过协方差矩阵构造、正交投影矩阵生成、期望信号导向矢量估计等步骤，提出一种稳健自适应波束成形算法。仿真结果表明，所提稳健自适应波束成形算法在不失配的理想情况及不同失配情况下都展现出良好的空域抗干扰能力和鲁棒性。

参考文献

- [1] CAI Lingyi, WANG Jiacheng, ZHANG Ruichen, *et al.* Secure physical layer communications for low-altitude economy networking: A survey[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2026, 28: 2497–2530. doi: 10.1109/COMST.2025.3634768.
 - [2] 张君彪, 吴静, 赵飞, 等. 俄乌冲突中无人机作战运用情况及启示[J]. *现代防御技术*, 2025, 53(6): 37–45. doi: 10.3969/j.issn.1009-086x.2025.06.005.
- ZHANG Junbiao, WU Jing, ZHAO Fei, *et al.* Application and enlightenment of UAV in the Russia-Ukraine conflict[J].

- Modern Defence Technology*, 2025, 53(6): 37–45. doi: [10.3969/j.issn.1009-086x.2025.06.005](https://doi.org/10.3969/j.issn.1009-086x.2025.06.005).
- [3] 范旭慧, 王宇翼, 王安义, 等. 鲁棒自适应稀疏阵列波束形成[J]. 电子与信息学报. doi: [10.11999/JEIT250952](https://doi.org/10.11999/JEIT250952).
FAN Xuhui, WANG Yuyi, WANG Anyi, et al. Robust adaptive beamforming for sparse arrays[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*. doi: [10.11999/JEIT250952](https://doi.org/10.11999/JEIT250952).
- [4] 李振东, 巴建乐, 苏洲, 等. 可移动天线赋能的ISAC系统中波束赋形与天线位置联合优化[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(10): 3482–3491. doi: [10.11999/JEIT250146](https://doi.org/10.11999/JEIT250146).
LI Zhendong, BA Jianle, SU Zhou, et al. Joint beamforming and antenna position optimization in movable antenna empowered ISAC systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(10): 3482–3491. doi: [10.11999/JEIT250146](https://doi.org/10.11999/JEIT250146).
- [5] 邓志祥, 张志威. 近场ISAC多用户安全通信波束设计[J]. 电子与信息学报, 2025, 47(11): 4166–4175. doi: [10.11999/JEIT250462](https://doi.org/10.11999/JEIT250462).
DENG Zhixiang and ZHANG Zhiwei. Secure beamforming design for multi-user near-field ISAC systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(11): 4166–4175. doi: [10.11999/JEIT250462](https://doi.org/10.11999/JEIT250462).
- [6] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1969, 57(8): 1408–1418. doi: [10.1109/PROC.1969.7278](https://doi.org/10.1109/PROC.1969.7278).
- [7] LI Jian, STOICA P, and WANG Zhisong. On robust capon beamforming and diagonal loading[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(7): 1702–1715. doi: [10.1109/TSP.2003.812831](https://doi.org/10.1109/TSP.2003.812831).
- [8] VOROBYOV S A, GERSHMAN A B, and LUO Zhiquan. Robust adaptive beamforming using worst-case performance optimization: A solution to the signal mismatch problem[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2003, 51(2): 313–324. doi: [10.1109/TSP.2002.806865](https://doi.org/10.1109/TSP.2002.806865).
- [9] NAI S E, SER W, YU Zhuliang, et al. Iterative robust minimum variance beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1601–1611. doi: [10.1109/TSP.2010.2096222](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2096222).
- [10] YANG Feixue, REN Wen, ZHANG Zhenyu, et al. Diagonal loading method with small snapshot number and steering vector errors[C]. 2024 7th International Conference on Information Communication and Signal Processing, Zhoushan, China, 2024: 206–210. doi: [10.1109/ICICSP62589.2024.10809253](https://doi.org/10.1109/ICICSP62589.2024.10809253).
- [11] DU Lin, LI Jian, and STOICA P. Fully automatic computation of diagonal loading levels for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 449–458. doi: [10.1109/TAES.2010.5417174](https://doi.org/10.1109/TAES.2010.5417174).
- [12] ZHANG Ming, CHEN Xiaoming, and ZHANG Anxue. A simple tridiagonal loading method for robust adaptive beamforming[J]. *Signal Processing*, 2019, 157: 103–107. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.11.019](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.11.019).
- [13] ZHOU Chengwei, GU Yujie, HE Shibo, et al. A robust and efficient algorithm for coprime array adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(2): 1099–1112. doi: [10.1109/TVT.2017.2704610](https://doi.org/10.1109/TVT.2017.2704610).
- [14] LAN Zhengfeng, ZHENG Chichao, WANG Yuanguo, et al. Adaptive threshold for eigenspace-based minimum variance beamformer for dark region artifacts elimination[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 4507516. doi: [10.1109/TIM.2021.3127627](https://doi.org/10.1109/TIM.2021.3127627).
- [15] YANG Jian, TU Yuwei, LU Jian, et al. Robust adaptive beamforming based on subspace decomposition, steering vector estimation and correction[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2022, 22(12): 12260–12268. doi: [10.1109/JSEN.2022.3174848](https://doi.org/10.1109/JSEN.2022.3174848).
- [16] CHEN Peng, YANG Yixin, WANG Yong, et al. Adaptive beamforming with sensor position errors using covariance matrix construction based on subspace bases transition[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2019, 26(1): 19–23. doi: [10.1109/LSP.2018.2878948](https://doi.org/10.1109/LSP.2018.2878948).
- [17] HUANG Fei, SHENG Weixing, and MA Xiaofeng. Modified projection approach for robust adaptive array beamforming[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(7): 1758–1763. doi: [10.1016/j.sigpro.2012.01.015](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2012.01.015).
- [18] GU Yujie and LESHEM A. Robust adaptive beamforming based on interference covariance matrix reconstruction and steering vector estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(7): 3881–3885. doi: [10.1109/TSP.2012.2194289](https://doi.org/10.1109/TSP.2012.2194289).
- [19] RUAN Hang and DE LAMARE R C. Robust adaptive beamforming using a low-complexity shrinkage-based mismatch estimation algorithm[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(1): 60–64. doi: [10.1109/LSP.2013.2290948](https://doi.org/10.1109/LSP.2013.2290948).
- [20] RUAN Hang and DE LAMARE R C. Robust adaptive beamforming based on low-rank and cross-correlation techniques[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(15): 3919–3932. doi: [10.1109/TSP.2016.2550006](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2550006).
- [21] ZHANG Zhenyu, LIU Wei, LENG Wen, et al. Interference-plus-noise covariance matrix reconstruction via spatial power spectrum sampling for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2016, 23(1): 121–125. doi: [10.1109/LSP.2015.2504954](https://doi.org/10.1109/LSP.2015.2504954).
- [22] HUANG Lei, ZHANG Jing, XU Xu, et al. Robust adaptive beamforming with a novel interference-plus-noise covariance

- matrix reconstruction method[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(7): 1643–1650. doi: [10.1109/TSP.2015.2396002](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2396002).
- [23] MOHAMMADZADEH S, NASCIMENTO V H, DE LAMARE R C, *et al.* Maximum entropy-based interference-plus-noise covariance matrix reconstruction for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2020, 27: 845–849. doi: [10.1109/LSP.2020.2994527](https://doi.org/10.1109/LSP.2020.2994527).
- [24] ZHENG Zhi, ZHENG Yan, WANG Wenqin, *et al.* Covariance matrix reconstruction with interference steering vector and power estimation for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(9): 8495–8503. doi: [10.1109/TVT.2018.2849646](https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2849646).
- [25] ZHENG Zhi, YANG Tong, WANG Wenqin, *et al.* Robust adaptive beamforming via simplified interference power estimation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(6): 3139–3152. doi: [10.1109/TAES.2019.2899796](https://doi.org/10.1109/TAES.2019.2899796).
- [26] MOHAMMADZADEH S, NASCIMENTO V H, DE LAMARE R C, *et al.* Covariance matrix reconstruction based on power spectral estimation and uncertainty region for robust adaptive beamforming[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 3848–3858. doi: [10.1109/TAES.2022.3232100](https://doi.org/10.1109/TAES.2022.3232100).
- [27] 吕岩, 曹菲, 杨剑, 等. 基于导向矢量双层估计和协方差矩阵重构的稳健波束成形算法[J]. *电子与信息学报*, 2022, 44(12): 4159–4167. doi: [10.11999/JEIT211120](https://doi.org/10.11999/JEIT211120).
- LÜ Yan, CAO Fei, YANG Jian, *et al.* Robust beamforming algorithm based on double-layer estimation of steering vector and covariance matrix reconstruction[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(12): 4159–4167. doi: [10.11999/JEIT211120](https://doi.org/10.11999/JEIT211120).
- [28] LIU Yiyuan, WANG Jinlong, ZHANG Xiaokai, *et al.* Spatial anti-jamming based on low complexity robust beamforming via orthogonal projection[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, 74(8): 13190–13195. doi: [10.1109/TVT.2025.3553109](https://doi.org/10.1109/TVT.2025.3553109).
- [29] ZHANG Xuejing, HE Zishu, LIAO Bin, *et al.* A²RC: An accurate array response control algorithm for pattern synthesis[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(7): 1810–1824. doi: [10.1109/TSP.2017.2649487](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2649487).
- [30] ZHOU Yuehai, WANG Rong, YANG Xiaoyu, *et al.* Orthogonal projection and distributed compressed sensing-based impulsive noise estimation for underwater acoustic OSDM communication[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2023, 10(24): 22279–22293. doi: [10.1109/JIOT.2023.3303182](https://doi.org/10.1109/JIOT.2023.3303182).
- 刘毅远：男，博士生，研究方向为阵列信号处理与空域抗干扰。
 张晓凯：男，讲师，研究方向为低轨卫星通信、空域抗干扰等。
 徐煜华：男，教授，博士生导师，研究方向为认知无线电、无人集群通信和智能抗干扰通信等。
 郑学强：男，副教授，硕士生导师，研究方向为认知无线电、抗干扰通信、短波通信等。
 杨炜伟：男，教授，博士生导师，研究方向为协同通信、无线物理层安全、隐蔽通信等。

责任编辑：余蓉

Robust Adaptive Beamforming Algorithm Based on Dominant Eigenvector Extraction and Orthogonal Projection

LIU Yiyuan ZHANG Xiaokai XU Yuhua ZHENG Xueqiang YANG Weiwei

(College of Communication Engineering, Army Engineering University of PLA, Nanjing 210007, China)

Abstract:

Objective In practical applications, the spatial anti-jamming performance of adaptive beamformers is often degraded by mismatches in the Directions Of Arrival (DOAs) of signals. Some robust adaptive beamforming algorithms reduce the error between the estimated signal steering vector and the actual steering vector by solving a Quadratic Constrained Quadratic Programming (QCQP) problem. This strategy significantly increases hardware cost. In addition, traditional adaptive beamforming algorithms often exhibit beampattern distortion under non-ideal conditions, such as DOA mismatch. The objective of this paper is to design a robust adaptive beamformer that effectively suppresses jamming signals under different mismatch scenarios.

Methods A robust adaptive beamforming algorithm for spatial anti-jamming is proposed. First, the actual output Signal-to-Jamming-plus-Noise Ratio (SJNR) in the presence of DOA mismatch is analyzed. An ideal beamformer based on orthogonal projection is then proposed to achieve accurate beampattern control and

maximize the practical output SJNR. To improve anti-jamming robustness in mismatch environments, the signal steering vector is estimated through covariance matrix construction and dominant eigenvector extraction. The beamforming weight vector is obtained by constructing an orthogonal projection matrix.

Results and Discussions The proposed adaptive beamforming algorithm effectively suppresses jamming signals in mismatch environments. Numerical results show that the algorithm achieves good spatial anti-jamming performance in an ideal scenario without mismatch (Fig. 3) and in a scenario with steering vector mismatch (Fig. 4). In DOA mismatch scenarios, the proposed algorithm demonstrates superior beampattern performance (Fig. 5, Fig. 6) and output SJNR performance (Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9). The results also indicate stronger robustness to DOA mismatch (Fig. 10, Fig. 11). Effective jamming suppression is maintained even when the incoming directions of the jamming signals are closely spaced (Fig. 12).

Conclusions This paper proposes a robust adaptive beamforming algorithm for suppressing power suppressive jamming signals. An ideal beamformer is first developed to achieve precise beampattern control and maximize the actual output SJNR. A robust adaptive beamforming algorithm is then constructed through covariance matrix construction, dominant eigenvector extraction, and orthogonal projection. Numerical results show that the proposed algorithm provides strong spatial anti-jamming performance in ideal scenarios without mismatch and in scenarios with DOA mismatch or steering vector mismatch.

Key words: Robust adaptive beamforming; Dominant eigenvector extraction; Steering vector estimation; Orthogonal projection