基于符号级预编码的雷达通信一体化恒模波形设计算法研究

翟怡昊* 赵宏宇 牛凤梁 李静妍
(中国人民解放军63892部队 洛阳 471032)

摘 要：针对干扰环境下双功能雷达通信一体化(DFRC)系统感知性能下降的问题，该文提出一种发射波形和接收滤波器联合设计来提高系统性能。首先，为了保证系统通信性能，利用符号级预编码(SLP)设计通信建设性干扰(CI)约束。基于此，构建以最大化雷达接收回波信干噪比(SINR)为优化准则，以通信CI为约束条件的优化问题。此外，引入恒模约束避免发射波形的非线性失真。针对发射波形和接收滤波器联合优化问题，该文提出一种基于交替优化的迭代算法。当固定发射波形时，子问题可转换为最小方差无失真响应(MVDR)问题。当固定接收滤波器时，将通信CI约束转化为惩罚项纳入子问题目标函数中，从而将原问题转化为黎曼复圆流形中的无约束问题，利用黎曼共轭梯度法进行有效求解。仿真结果表明所提方法能够以较低的时间成本有效提高系统在干扰环境中的感知和通信性能。

关键词：雷达通信一体化；符号级预编码；建设性干扰；流形优化
中图分类号：TN929.5; TN957.51 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2025)10-3702-10
DOI: 10.11999/JEIT250288 **CSTR**: 32379.14.JEIT250288

1 引言

随着雷达和通信系统的快速发展，现有的频谱变得越来越拥挤。双功能雷达通信一体化(Dual-Function Radar-Communication, DFRC)系统是一种能够有效缓解频谱拥挤问题的技术[1]。DFRC系统通过共享发射/接收天线，为雷达和通信发送统一的信号，从而提高频谱利用率和能源效率，降低硬件成本[2]。该系统的一个关键问题是设计一种能够同时实现雷达感知和通信的发射波形。

现有的DFRC系统波形设计主要分为3大类。第1类是以通信为中心的设计，利用现有的通信波形来实现雷达感知功能[3–5]。例如，文献[4]利用正交频分复用波形探测到的信道信息，估计感知参数。虽然这样的设计能够保证系统通信性能，但是系统的感知性能可能会受到通信数据随机性的影响，从而导致感知性能受限。第2类是以雷达为中心的设计，通过将通信信息嵌入到雷达波形中实现通信功能[6,7]。虽然这种设计具有良好的感知性能，但通信数据速率往往受限于雷达脉冲重复频率，只适用于通信低数据速率的场景。上述两种设计的性能从根本上受到硬件平台和信号处理算法的限制，无法在感知和通信之间实现良好的权衡。

第3类是联合设计，联合设计不依赖现有的雷达和通信波形，而是直接设计一种能够实现雷达感知和通信的双功能波形。在目前的文献中，大多数联合设计都是基于多输入多输出(Multi-Input Multi-Output, MIMO)的[8–13]。MIMO-DFRC系统不仅可以提供MIMO雷达感知功能，也可以提供多用户多输入多输出通信功能。

MIMO-DFRC系统通过设计基于感知/通信指标的双功能波形实现性能权衡。典型的雷达感知指标包括设计的波束图与雷达系统参考波束图之间的相似度[8,9]、波束方向图均方误差(Mean-Squared Error, MSE)[10,11]、Cramer-Rao界[12,13]以及雷达接收端的SINR[14,15]。同时，在通信系统中广泛使用的通信指标包括多用户干扰(Multi-User Interference, MUI)[8,15]、通信用户信噪比[9,10]、通信可达速率[11,16]。

目前大部分文献将最小化通信MUI能量作为通信端优化准则[17–19]。文献[8]通过最小化MUI直接设计发射波形，并且通过权重因子实现了通信MUI能量和雷达波形相似误差之间的权衡。此外，文献[17]研究了通信MUI能量与雷达接收SINR加权优化问题，提出了一种基于交替优化和梯度投影的设计方法，分析了不同权重因子对于一体化性能的影响。文献[18]提出了一种杂波环境下MIMO-DFRC系统发射波形和接收滤波器联合优化算法，提升了一体化系统在杂波环境中的雷达检测性能。文献[19]进一步研究了恒模约束下DFRC系统发射波形和接收滤波器联合设计问题，在每个通信用户MUI能量的约束条件下，提出了基于ADMM的迭代优化算法，实现了雷达接收端SINR的最大化。

近年来，考虑到符号级预编码(Symbol-Level Precoding, SLP)能够利用信道状态信息和通信星座信息，在发送符号长度有限的情况下，将有害的

收稿日期：2025-04-17；改回日期：2025-09-15；网络出版：2025-09-22
*通信作者： 翟怡昊 yihao_zhai@163.com

多用户干扰转化为有用的信号，这种建设性干扰(Constructive Interference, CI)可以消除MUI[20]，提高通信服务质量(Quality of Service, QoS)。因此SLP技术近期被应用在DFRC系统中，为波形设计提供了额外的自由度。Liu等人[21]探索了在DFRC系统中基于CI的波束形成来降低MUI从而提高通信性能。

为了进一步利用SLP在DFRC系统中降低MUI的优势，提高DFRC系统在干扰环境下的目标检测性能，本文研究了系统发射波形和接收滤波器联合设计方法。首先，利用SLP构建了通信CI约束，将最大化雷达接收回波SINR作为优化准则。其次，为了保证射频放大器的效率，本文还引入了严格的恒模约束。针对上述问题，提出了一种交替优化算法来求解两个变量。对于滤波器权向量，采用最小方差无失真响应方法设计接收滤波器。对于恒模波形的优化，本文采用基于精确罚函数的黎曼梯度下降算法。仿真结果表明，所提方法能够以较低的时间成本有效提高雷达接收端SINR，且通信性能更好。

2　系统模型

本文考虑一种基于MIMO的DFRC系统，假设该系统配置了M_{T}个发射天线和M_{R}个接收天线，并以半波长阵元间距排列成均匀线性阵列(Uniform Linear Array, ULA)，如图1所示。该系统发射的双功能波形旨在检测存在J个信号相关干扰环境下的点状目标，同时为K个单天线用户提供通信服务。

2.1　雷达模型

假设DFRC系统发射波形矩阵为$\boldsymbol{X}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{T}}\times N}$($N$为基带信号的码元长度)。同时，假设目标位于$\theta_0$，并且还有$J$个与信号相关的干扰源位于角$\theta_J$，则系统雷达端的接收信号可表示为

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}=\alpha_0\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta_0)\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}(\theta_0)\boldsymbol{X}+\sum_{j=1}^{J}\alpha_j\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{X}+\boldsymbol{N} \tag{1}$$

其中，α_0和α_j分别为目标回波和第j个干扰源的复幅度，且功率分别为σ_0^2和σ_j^2。$\boldsymbol{N}$是均值为零，协方差矩阵为$\sigma_{\mathrm{n}}^2\boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{R}}\times N}$的复高斯白噪声，$\sigma_{\mathrm{n}}^2$为噪声功率，$\boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{R}}\times N}$为$M_{\mathrm{R}}\times N$维的单位矩阵。$\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta)$和$\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta)$分别表示发射和接收导向矢量，具体可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}(\theta)&=\frac{1}{\sqrt{M_{\mathrm{T}}}}\left[1,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin\theta},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{T}}-1)\sin\theta}\right]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}(\theta)&=\frac{1}{\sqrt{M_{\mathrm{R}}}}\left[1,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin\theta},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(M_{\mathrm{R}}-1)\sin\theta}\right]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{2}$$

为了便于后续的计算，令

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}=\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{X}\right),\boldsymbol{y}_{\mathrm{R}}=\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{Y}_{\mathrm{R}}\right),\boldsymbol{n}=\mathrm{vec}\left(\boldsymbol{N}\right)\\ &\boldsymbol{A}\left(\theta\right)=\boldsymbol{I}_N\otimes\left[\boldsymbol{a}_{\mathrm{r}}\left(\theta\right)\boldsymbol{a}_{\mathrm{t}}^{\mathrm{T}}\left(\theta\right)\right]\end{aligned} \tag{3}$$

其中，$\mathrm{vec}\left(\cdot\right)$表示对矩阵进行向量化，$\otimes$表示Kronecker积。此时式(1)可表示为

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{R}}=\alpha_0\boldsymbol{A}\left(\theta_0\right)\boldsymbol{x}+\sum_{j=1}^{J}\alpha_j\boldsymbol{A}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{x}+\boldsymbol{n} \tag{4}$$

设计雷达波形的常用方法是基于最大化输出SINR。为了提高检测性能，假设在雷达接收阵列上应用线性有限脉冲响应滤波器，则滤波器的输出可表示为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{c}&=\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{y}_{\mathrm{R}}\\ &=\underbrace{\alpha_0\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\left(\theta_0\right)\boldsymbol{x}}_{\text{目标}}+\underbrace{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\sum_{j=1}^{J}\alpha_j\boldsymbol{A}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{x}}_{\text{干扰}}+\underbrace{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{n}}_{\text{噪声}}\end{aligned} \tag{5}$$

基于式(4)，可以得到雷达SINR为

$$\mathrm{SINR}_{\mathrm{r}}=\frac{\sigma_0^2\left|\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\left(\theta_0\right)\boldsymbol{x}\right|^2}{\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\left[\sum_{j=1}^{J}\sigma_j^2\boldsymbol{A}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\left(\theta_j\right)\right]\boldsymbol{w}+\sigma_{\mathrm{n}}^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}} \tag{6}$$

根据文献[22]，当干扰方向θ_j和干扰功率σ_j^2已知时，可以通过最大化SINR来优化发射波形和滤波器来提高目标检测性能，因此本文将最大化SINR作为雷达端的优化目标。

2.2　通信模型

除了感知功能，DFRC系统发射相同的波形同时向单天线通信用户传递通信符号信息。当前DFRC系统通信端的波形设计准则大多是通过降低MUI能量来提高下行链路用户的通信可达和速率，从而保证通信用户质量。然而，MUI对DFRC系统性能并不都是有害的。根据文献[21]，基于符号级预编码的建设性干扰，可以利用干扰使通信用户接收到的信号进一步偏离正确信号星座的检测边界，从而提高符号检测性能，降低误码率。因此，本节通过构建通信CI约束保证通信QoS。

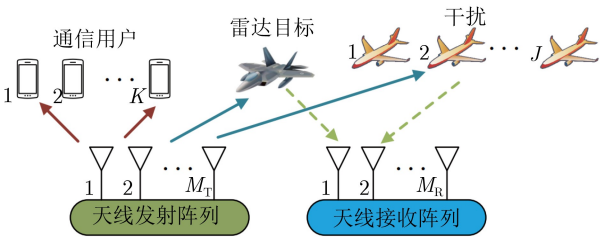


图 1 基于MIMO的DFRC系统

令 $\boldsymbol{s}_n \triangleq [s_{1,n}, s_{2,n}, \cdots, s_{k,n}]^{\mathrm{T}}$ 为通信用户期望的符号向量，假设每个符号 $s_{k,n}$ 都来自正交相移键控(Quadrature Phase Shift Keying, QPSK)星座图，则第 k 个通信用户接收到的信号为

$$y_{k,n} = \boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_n + z_{k,n} \tag{7}$$

其中，h_k 表示DFRC基站与通信用户 k 之间的信道，$\boldsymbol{x}_n$ 表示 $\boldsymbol{X}$ 的第 n 列。$z_{k,n} \sim CN\left(0, \sigma_{\mathrm{c}}^2\right)$ 为第 k 个通信用户处的加性高斯白噪声。

在符号级预编码中[20,21]，采用接收到的无噪声信号与其最近决策边界之间的欧氏距离作为QoS度量来评价通信性能。通信符号向量 $\boldsymbol{s}_n$ 到发射波形向量 $\boldsymbol{x}_n$ 的非线性映射是通过基于CI约束的SLP设计实现的。如图2所示，绿色区域为期望符号为 $s_{k,n} = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\pi/4}$ 时的决策区域，$\Phi = \pi/4$ 是决策区域角范围的1/2。点 D 表示第 k 个用户处接收到的无噪声信号 $y_{k,n} = \boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_n$。点 B 是点 D 在 $s_{k,n}$ 方向上的投影。点 C 为 $\overrightarrow{BD}$ 的扩展与最近的CI决策边界的交点。令 Γ_k 为第 k 个通信用户的QoS阈值，$\overrightarrow{OA} = \sigma_{\mathrm{c}}\sqrt{\Gamma_k}\sin\Phi$ 表示干扰完全消除时通信接收符号的决策阈值。

此时，为了保证接收到的无噪声信号位于构造的CI区域内，决策区域满足 $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BD} \geq 0$。因此，通信CI约束可以最终表示为

$$\begin{aligned} &\mathrm{Re}\left(\boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_n \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Phi} - \sigma_k \Gamma_k\right) \sin\Phi \\ &\quad - \left|\mathrm{Im}\left(\boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}_n \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Phi}\right)\right| \cos\Phi \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

其中，将式(8)简化为如下等价形式

$$\mathrm{Re}\left(\tilde{\boldsymbol{h}}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}\right) \geq \gamma_i, \ \forall i = 1, 2, \cdots, 2KN \tag{9}$$

其中，

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_{(2k-2)N+q}^{\mathrm{H}} \triangleq \left(\boldsymbol{e}_{q,N}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}}\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Phi} \left(\sin\Phi + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi/2} \cos\Phi\right) \tag{10a}$$

$$\tilde{\boldsymbol{h}}_{(2k-1)N+q}^{\mathrm{H}} \triangleq \left(\boldsymbol{e}_{q,N}^{\mathrm{T}} \otimes \boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}}\right) \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\Phi} \left(\sin\Phi - \boldsymbol{e}^{-\mathrm{j}\pi/2} \cos\Phi\right) \tag{10b}$$

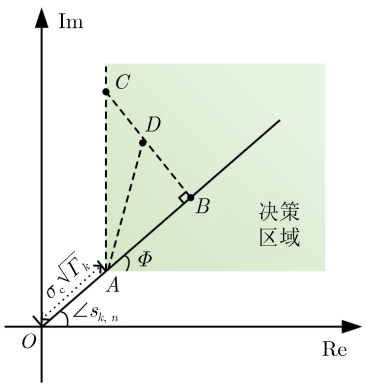


图 2 QPSK星座图的CI构造区域

$$\gamma_{(2k-2)N+q} \triangleq \sigma_{\mathrm{c}}\sqrt{\Gamma_k}\sin\Phi \tag{10c}$$

$$\gamma_{(2k-1)N+q} \triangleq \sigma_{\mathrm{c}}\sqrt{\Gamma_k}\sin\Phi \tag{10d}$$

其中，$\boldsymbol{e}_{q,N} \in \mathbb{R}^N$ 表示单位矩阵 $\boldsymbol{I}_N$ 的第 q 列。

2.3 问题描述

为了最大限度地提高雷达输出SINR，同时保证通信QoS。本文构造了发射波形和接收滤波器联合优化问题

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}} \ \mathrm{SINR}_{\mathrm{r}} \\ &\mathrm{s.t.} \begin{cases} \mathrm{Re}\left(\tilde{\boldsymbol{h}}_i^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}\right) \geq \gamma_i, & \forall i = 1, 2, \cdots, 2KN \\ |x(l)| = 1, & \forall l = 1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}}N \end{cases} \end{aligned} \tag{11}$$

其中，第1个约束项表示通信CI约束，$x(l)$ 为向量 $\boldsymbol{x}$ 的第 l 个元素。此外，为了最大限度地提高功率放大器的效率，避免非线性失真，增加了恒模约束。

3 基于流形迭代的一体化发射波形与滤波器联合设计

本节提出一种交替优化算法，通过迭代求解以下2个子问题来求解问题(11)。首先假设一个固定的发射波形 $\boldsymbol{x}$，并求解滤波器权向量 $\boldsymbol{w}$ 的值。然后，用固定的 $\boldsymbol{w}$ 来优化发射波形 $\boldsymbol{x}$。不断重复上述步骤，直至问题收敛。

3.1 固定 $\boldsymbol{x}$ 优化滤波器权向量 $\boldsymbol{w}$

可以看到，当固定发射波形 $\boldsymbol{x}$ 时，原始问题(11)变成了

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{w}} \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \left[\sum_{j=1}^{J} \sigma_j^2 \boldsymbol{A}(\theta_j) \boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta_j)\right] \boldsymbol{w} + \sigma_n^2 \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w} \\ &\mathrm{s.t.} \ \boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}(\theta_0) \boldsymbol{x} = 1 \end{aligned} \tag{12}$$

问题(12)可得到闭式解为

$$\boldsymbol{w}^{\mathrm{opt}} = \frac{\Psi(\boldsymbol{x})^{-1} \boldsymbol{A}(\theta_0) \boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta_0) \Psi(\boldsymbol{x})^{-1} \boldsymbol{A}(\theta_0) \boldsymbol{x}} \tag{13}$$

其中，

$$\Psi(\boldsymbol{x}) = \sum_{j=1}^{J} \sigma_j^2 \boldsymbol{A}(\theta_j) \boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta_j) + \sigma_n^2 \boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{T}}N} \tag{14}$$

3.2 固定 $\boldsymbol{w}$ 优化发射波形 $\boldsymbol{x}$

当固定滤波器权向量 $\boldsymbol{w}$，问题(11)可重新表示为

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{x}} \frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_0 \boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{R}_1 \boldsymbol{x}} \\ &\mathrm{s.t.} \begin{cases} \mathrm{Re}\left(\tilde{\boldsymbol{h}}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x}\right) \geq \gamma_i, & \forall i = 1, 2, \cdots, 2KN \\ |x(l)| = 1, & \forall l = 1, 2, \cdots, M_{\mathrm{T}}N \end{cases} \end{aligned} \tag{15}$$

其中，

$$\boldsymbol{R}_0 = \sigma_0^2 \boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}(\theta_0) \boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{A}(\theta_0) \tag{16a}$$

$$\boldsymbol{R}_1=\sum_{j=1}^{J}\sigma_j^2\boldsymbol{A}\left(\theta_j\right)\boldsymbol{w}\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\left(\theta_j\right)+\frac{\sigma_n^2\boldsymbol{w}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{w}\boldsymbol{I}_{M_{\mathrm{T}}N}}{\|\boldsymbol{x}\|_2^2} \tag{16b}$$

优化问题(15)是一个包含非凸恒模约束和通信CI约束的2次分式规划问题，可以通过ADMM算法求解[19]。然而ADMM算法性能受惩罚参数影响且随着通信用户数量的增加，算法计算复杂度会变得非常高。因此，本文提出一种基于精确罚函数的黎曼梯度下降法。

首先，为了能够使用黎曼流形优化方法求解，将问题(15)等价为最小化优化问题，然后利用精确罚函数法将通信QoS约束转换为目标函数，得到只包含恒模约束的优化问题

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}}\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_0\boldsymbol{x}}+\rho\left(\sum_{i=1}^{2KN}\max\left(0,g_i\left(\boldsymbol{x}\right)\right)\right)\\&\text{s.t.}\left|x\left(l\right)\right|=1,\ \forall l=1,2,\cdots,M_{\mathrm{T}}N\end{aligned} \tag{17}$$

其中，$g_i\left(\boldsymbol{x}\right)=\gamma_i-\mathrm{Re}\left(\tilde{\boldsymbol{h}}_i^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right)$，$\rho$是惩罚因子。此时问题(17)包含了一个非光滑的最大值函数的和，利用log-sum-exp函数对优化问题进行平滑处理，具体为

$$\max\left(0,g_i\left(\boldsymbol{x}\right)\right)=\mu\ln\left(1+\mathrm{e}^{g_i(\boldsymbol{x})/\mu}\right) \tag{18}$$

其中，平滑参数$\mu>0$。此时问题(17)可以等价为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}}\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{R}_1\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{R}_0\boldsymbol{x}}+\rho\left(\sum_{i=1}^{2KN}\mu\ln\left(1+e^{g_i(\boldsymbol{x})/\mu}\right)\right)\\&\text{s.t.}\left|x\left(l\right)\right|=1,\ \forall l=1,2,\cdots,M_{\mathrm{T}}N\end{aligned} \tag{19}$$

根据上述变换，问题(19)的唯一约束是恒模约束。因此，问题(19)可以转化为复圆流形上的标准无约束优化问题[23]

$$\min_{\boldsymbol{x}\in\mathcal{M}}\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}}{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_0\boldsymbol{x}}+\rho\left(\sum_{i=1}^{2KN}\mu\ln\left(1+\mathrm{e}^{g_i(\boldsymbol{x})/\mu}\right)\right) \tag{20}$$

其中，$\mathcal{M}$表示问题(19)的可行域，满足

$$M\triangleq\left\{\boldsymbol{x}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{T}}N}:\left|\boldsymbol{x}(l)\right|=1,2,\cdots,M_{\mathrm{T}}N\right\} \tag{21}$$

(1)计算黎曼梯度：为了计算目标函数式(20)中的黎曼梯度，首先定义流形上元素的切空间。在黎曼几何中，给定一个流形上的点$\boldsymbol{x}\in\mathcal{M}$，切空间为包含$\boldsymbol{x}\in\mathcal{M}$所有切向量的空间，具体可表示为

$$\mathcal{T}_{\boldsymbol{x}}\mathcal{M}=\left\{\boldsymbol{z}\in\mathbb{C}^{M_{\mathrm{T}}N}\left|\mathrm{Re}\left(\boldsymbol{z}\odot\boldsymbol{x}^*\right)=\boldsymbol{0}_{M_{\mathrm{T}}N}\right.\right\} \tag{22}$$

其中，$\boldsymbol{z}$表示点$\boldsymbol{x}$的切向量，$\odot$为哈达玛乘积。

黎曼梯度是将欧氏梯度投影到对应的切空间上得到的，即

$$\begin{aligned}\mathrm{grad}\ f\left(\boldsymbol{x}\right)&=\mathrm{proj}_{\mathcal{T}_{\boldsymbol{x}}\mathcal{M}}\left(\nabla f\left(\boldsymbol{x}\right)\right)\\&=\nabla f\left(\boldsymbol{x}\right)-\mathrm{Re}\left(\nabla f\left(\boldsymbol{x}\right)\odot\boldsymbol{x}^*\right)\odot\boldsymbol{x}\end{aligned} \tag{23}$$

其中，$\mathrm{proj}_{\mathcal{T}_{\boldsymbol{x}}\mathcal{M}}\left(\cdot\right)$是$\boldsymbol{x}$在切空间上的投影，$\nabla f\left(\boldsymbol{x}\right)$表示目标函数式(20)的欧氏梯度，具体为

$$\begin{aligned}\nabla f\left(\boldsymbol{x}\right)=&\frac{\left(\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_0\boldsymbol{x}-\boldsymbol{R}_0\boldsymbol{x}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{x}\right)}{\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{R}_0\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\right)^2}\\&-\rho\left(\sum_{i=1}^{2KN}\mu\frac{\mathrm{e}^{g_i(\boldsymbol{x})/\mu}}{1+\mathrm{e}^{g_i(\boldsymbol{x})/\mu}}\right)\cdot\tilde{\boldsymbol{h}}_i^{\mathrm{H}}\end{aligned} \tag{24}$$

(2)选择迭代方向：与典型的共轭梯度下降法类似，在每次迭代中利用Polak-Ribiere确定下降方向，以实现算法的超线性收敛。第$(m+1)$次迭代时Polak-Ribiere下降方向的定义为[23]

$$\eta_m=-\mathrm{grad}\ f\left(\boldsymbol{x}_m\right)+\beta_{m-1}\cdot\mathrm{Trans}_{\boldsymbol{x}_m\leftarrow\boldsymbol{x}_{m-1}}\left(\eta_{m-1}\right) \tag{25}$$

其中，Polak-Ribiere共轭参数β_{m-1}和向量传输算子$\mathrm{Trans}_{\boldsymbol{x}_m\leftarrow\boldsymbol{x}_{m-1}}\left(\eta_{m-1}\right)$分别定义为

$$\beta_{m-1}=\frac{\left\langle\mathrm{grad}\ f(\boldsymbol{x}_m),\mathrm{grad}\ f(\boldsymbol{x}_m)-\mathrm{proj}_{\mathcal{T}_{\boldsymbol{x}}\mathcal{M}}\left(\mathrm{grad}\ f(\boldsymbol{x}_{m-1})\right)\right\rangle}{\left\langle\mathrm{grad}\ f\left(\boldsymbol{x}_{m-1}\right),\mathrm{grad}\ f\left(\boldsymbol{x}_{m-1}\right)\right\rangle} \tag{26}$$

$$\mathrm{Trans}_{\boldsymbol{x}_m\leftarrow\boldsymbol{x}_{m-1}}\left(\eta_{m-1}\right)=\eta_{m-1}-\mathrm{Re}\left(\eta_{m-1}\odot\boldsymbol{x}_m^*\right)\odot\boldsymbol{x}_m \tag{27}$$

且$\langle\cdot\rangle$表示矩阵内积。

(3)计算更新后的解：在得到迭代方向η_m后，可以更新发射波形向量$\boldsymbol{x}_{m+1}$为

$$\boldsymbol{x}_{m+1}=\mathrm{Retr}_{\boldsymbol{x}_m}\left(\alpha_m\eta_m\right) \tag{28}$$

其中，α_m表示搜索步长，可以由Armijo准则得到。另外，$\mathrm{Retr}_{\boldsymbol{x}_m}\left(\cdot\right)$是保证更新点始终在流形$M$上的回缩算子，根据文献[23]，复圆流形的回缩算子可定义为

$$\mathrm{Retr}_{\boldsymbol{x}_m}\left(\alpha_m\eta_m\right)=\frac{\boldsymbol{x}_m+\alpha_m\eta_m}{\|\boldsymbol{x}_m+\alpha_m\eta_m\|} \tag{29}$$

基于以上推导，通过迭代更新式(24)直到收敛，可以得到问题(15)的局部最优解，该RCG算法总结于算法1中的的步骤2～步骤7中。

(4)更新惩罚参数：为了提高算法的鲁棒性，需要更新平滑参数$\mu>0$和惩罚因子$\rho>0$。具体来说，在EPM-RCG算法的第$(p+1)$次迭代中，利用RCG算法获得问题(15)的解后，平滑参数μ可更新为

$$\mu_{p+1}=\max\left(\mu_{\min},\theta_u\mu_p\right) \tag{30}$$

其中，$\mu_{\min}$是最小平滑参数，$\theta_u\in(0,1)$。

算法 1 求解问题(15)的EPM-RCG算法流程

输入：$\boldsymbol{h}_k$, $\boldsymbol{w}^{\text{opt}}$, $\boldsymbol{A}(\theta_0)$, $\boldsymbol{A}(\theta_j)$, Γ_k

输出：发射波形$\boldsymbol{x}$

初始化 μ_0, ρ_0, $\theta_u, \theta_\varepsilon \in (0,1)$, $\theta_\rho > 1$, $\mu_{\min}$, $\varepsilon_{\min}$, $d_{\min}$

While $\delta_{\text{opt}} > d_{\min}, \varepsilon_{p+1} > \varepsilon_{\min}, \mu_{p+1} > \mu_{\min}$

  While grad $f(x) > \varepsilon_p$

    根据式(23)计算黎曼梯度grad $f(\boldsymbol{x})$

    根据式(24)计算欧氏梯度$\nabla f(\boldsymbol{x})$

    根据式(25)计算梯度下降方向η_m

    根据式(26)更新$\boldsymbol{x}_{m+1}, m = m+1$

  End While

$\varepsilon_{p+1} = \max(\varepsilon_{\min}, \theta_\varepsilon \varepsilon_p)$

$\mu_{p+1} = \max(\mu_{\min}, \theta_u \mu_p)$

if $\max(0, g_i(\boldsymbol{x}_{p+1})) > \mu_p$ **then**

  $\rho_{p+1} = \theta_\rho \rho_p$

else

  $\rho_{p+1} = \rho_p$

End if

$\delta_{\text{opt}} = \|\boldsymbol{x}_{p+1} - \boldsymbol{x}_p\|_2, p = p+1$

End while

此外为了保证收敛速度，在EPM-RCG算法的第$(p+1)$次迭代中更新RCG算法的收敛阈值为

$$\varepsilon_{p+1} = \max(\varepsilon_{\min}, \theta_\varepsilon \varepsilon_p) \tag{31}$$

其中，$\varepsilon_{\min}$是最小收敛精度，$\theta_\varepsilon \in (0,1)$。

当问题式(18)满足平滑条件即$\max(0, g_i(\boldsymbol{x}_{q+1})) > \mu_p$后，更新惩罚因子$\rho$为

$$\rho_{p+1} = \theta_\rho \rho_p \tag{32}$$

其中，$\theta_\rho > 1$。平滑参数μ和惩罚因子ρ更新的具体算法流程于算法1的步骤8～步骤16所示。

3.3 算法总结与复杂度分析

根据上述分析，将求解原优化问题(11)的整体交替优化算法总结为算法2，其停止迭代的条件为

$$\frac{\text{SINR}_{\text{r}}^{(c)} - \text{SINR}_{\text{r}}^{(c-1)}}{\text{SINR}_{\text{r}}^{(c-1)}} < \vartheta \tag{33}$$

算法2的计算复杂度由求解问题式(12)和求解问题式(15)的复杂度决定。使用EPM-RCG算法优化$\boldsymbol{x}$的计算复杂度为主要取决于黎曼梯度(23)，复杂度为$\mathcal{O}(M_{\text{T}}^2 N^2)$。问题式(12)的的复杂度主要取决于求解$\boldsymbol{w}$的求逆过程式(13)，复杂度为$\mathcal{O}(M_{\text{R}}^3 N^3)$。因此算法2的总计算复杂度为$\mathcal{O}(N_{\text{RCG}} M_{\text{T}}^2 N^2 + M_{\text{R}}^3 N^3)$，其中$N_{\text{RCG}}$分别表示EPM-RCG算法的迭代次数。现有文献[19]主要采用了基于ADMM的交替优化算法，文献[24]针对非凸优化问题提出了MM-neADMM算法，这两种方案都是基于ADMM方法，复杂度较高，如表1所示。

算法 2 求解问题式(11)的交替优化算法流程

输入：$\boldsymbol{h}_k$, $\boldsymbol{A}(\theta_0)$,$\boldsymbol{A}(\theta_j)$, Γ_k

输出：发射波形$\boldsymbol{x}$，波器权向量$\boldsymbol{w}$

初始化 μ_0, ρ_0, $\theta_u, \theta_\varepsilon \in (0,1)$, $\theta_\rho > 1$,$\mu_{\min}$,$\varepsilon_{\min}$, $d_{\min}$

repeat

  根据式(13)计算滤波器权向量$\boldsymbol{w}^{(c)}$

  根据算法2优化发射波形$\boldsymbol{x}^{(c)}$

  更新$c = c+1$

until 满足式(33)

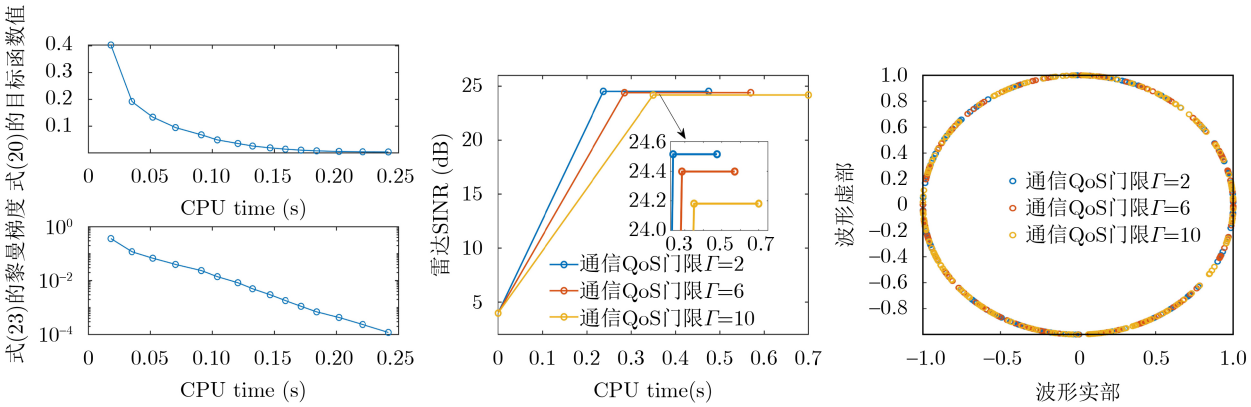
4 仿真结果分析

本节通过数值仿真来验证所提算法的有效性。考虑DFRC系统阵列发射天线数$M_{\text{T}} = 16$，接收天线数$M_{\text{R}} = 8$，码元长度$N = 20$。假设目标位于$\theta_0 = 20°$，回波功率为$\sigma_0^2 = 0$ dB，且3个信号相关干扰源分别位于$-40°$, $-20°$, $40°$，干扰功率为$\sigma_j^2 = 30$ dB，$j = 1, 2, 3$。雷达接收机处的噪声功率为$\sigma_n^2 = 0$ dB。此外，通信用户数$K = 2$且所有通信用户期望信号通过QPSK调制产生，通信噪声功率为$\sigma_c^2 = -10$ dB。令K个通信用户的QoS值相同，且用Γ表示。初始惩罚参数设置为$\rho_0 = 10^{-5}$, $\mu_0 = 10^{-1}$，停止迭代阈值$\vartheta = 10^{-5}$。除非另有说明，仿真实验默认上述参数设置。

图3(a)给出了所提算法1的收敛性，可以看到，目标函数值与黎曼梯度能够在非常短的时间内下降到非常小的值。图3(b)展示了在不同通信QoS门限下所提算法的雷达SINR值的随优化时间的变化曲线，可以看出所提算法能在较短的时间内收敛。此外，可以看到随着通信QoS门限的提高，雷达SINR有较小的损失，表明了雷达探测性能和无线通信QoS之前存在权衡。图3(c)则给出了不同通信QoS

表 1 波形设计算法计算复杂度对比

文献	复杂度	参数
文献[19]	$\mathcal{O}(M_{\text{R}}^3 N^3 + N_D N_A (2K+3) M_{\text{T}}^2 N^2)$	$M_{\text{T}}, M_{\text{R}}$：发射/接收天线数
文献[24]	$\mathcal{O}(N_D \sqrt{4K + M_{\text{T}}} N N^2 M_{\text{T}} (2K + M_{\text{T}} + 2N M_{\text{T}}^2))$	K：通信用户数，N：码元长度
本文	$\mathcal{O}(N_{\text{RCG}} M_{\text{T}}^2 N^2 + M_{\text{R}}^3 N^3)$	N_D, N_A, N_{RCG}：迭代次数



(a) 算法1的收敛性　(b) 不同QoS门限下的算法2收敛性　(c) 不同QoS门限下波形的实部和虚部

图 3 所提算法收敛性分析

门限下，所设计波形的实部和虚部，可以看出本文所提方法能够确保波形为恒模。

为了进一步分析DFRC系统感知和通信之间的性能权衡，图4展示了雷达SINR与QoS门限Γ在不同通信用户数$K=2,3,4$下的关系图。其中“雷达SINR上界”表示没有干扰和通信QoS约束的情况下，所能得到的雷达SINR的上限。“仅雷达功能”表示不存在通信QoS约束时，利用交替优化算法得到的雷达SINR。可以看到，雷达SINR随着通信QoS门限Γ和通信用户数K的增加而降低。具体来说，DFRC系统能够以约1.5 dB的雷达性能损失为代价为3个通信用户提供$\Gamma=10$ dB的通信QoS。此外，与图4相对应的通信平均误码率与QoS门限Γ在不同通信用户数$K=2,3,4$的关系图如图5所示。从图中可以看出，通信平均误码率随着QoS门限的增大而降低。且当门限值Γ较大时，误码率能够下降到非常小的范围内。

图6展示了雷达SINR与QoS门限Γ在不同干扰功率下的关系图。保持其他参数为默认值，分别设置干扰功率σ_j^2=20, 30, 40。可以看到，不同干扰功率下的雷达SINR值差别不大，表明了所提方法能够对不同幅度的干扰进行有效抑制。此外，与图6相对应的通信平均误码率与QoS门限Γ在不同干扰功率下的关系图如图7所示。可以看出，随着QoS门限的增大，通信平均误码率均能够下降到非常小的范围内。

图8(a)对比了不同方法雷达SINR值随通信用户数量变化的关系图，其中QoS门限$\Gamma=8$ dB。可以看到，本文所提方法的SINR性能要优于基于MUI约束的ADMM算法[19]。这是因为符号级预编码比线性块级预编码设计提供了更多的自由度。此外，可以观察到，与基于CI约束的MM-neADMM算法[24]相比，本文所提方法只有轻微的雷达SINR性能损失。图8(b)给出了不同方法的雷达波束图，可以看到，3种算法都能在干扰位置形成较深的凹陷。另外，与图8(a)所示结果一致，相比于基于MUI约束的ADMM算法，两种基于CI约束的算法在干扰方向形成零陷更深，具有更好的干扰抑制效果。

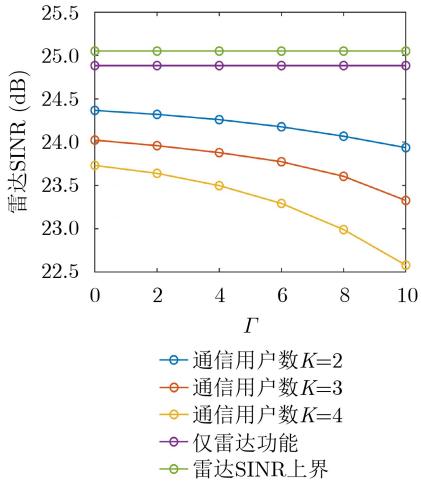


图 4 不同通信用户数下雷达SINR随QoS门限的变化曲线

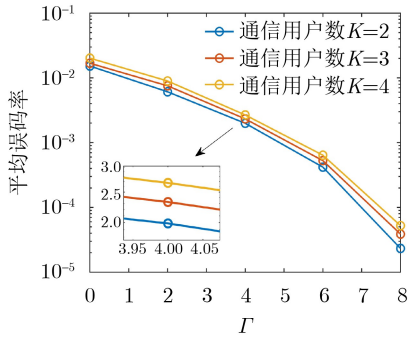


图 5 不同通信用户数下平均误码率随QoS门限的变化曲线

图9(a)给出了不同方法通信用户接收星座图，其中QoS门限$\Gamma=8$ dB。从图中可以看出，相比于基于MUI约束的ADMM算法，两种基于CI约束的

算法合成的通信信号分布更加稀疏，功率更高。为了更直观地说明通信性能，图9(b)描述了通信用户数$K=2$时，所提算法与对比算法的误码率性能。可以看出，3种算法的平均误码率随通信SNR的变化曲线相似，但基于CI约束的两种算法平均误码率性能优于基于MUI约束的ADMM算法。这是因为CI约束相较于传统的MUI约束，能够利用部分MUI能量，提高通信性能。

最后，本文进一步比较了所提算法与对比算法的计算复杂度。图10展示了不同通信用户数与CPU运行时间的关系图。可以看出随着通信用户数K的增加，3种算法的收敛时间均增加。这是因为通信用户数K增大时通信约束变得更严格，问题的可行域变小，复杂度变高，从而导致计算时间增加。此外，与其他两种算法相比，所提算法的计算效率显著提高，其收敛时间远小于MM-neADMM算法和ADMM算法。

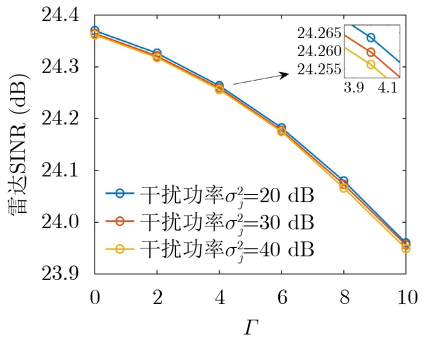


图 6 不同干扰功率下雷达SINR随QoS门限的变化曲线

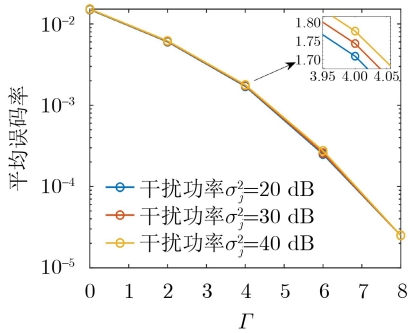
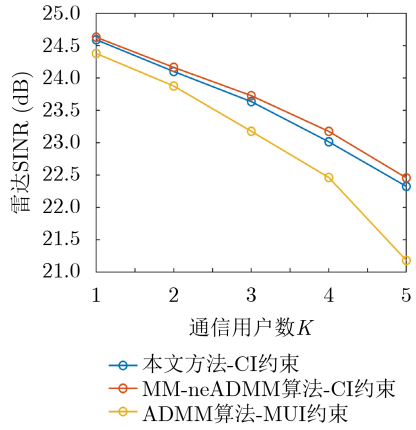
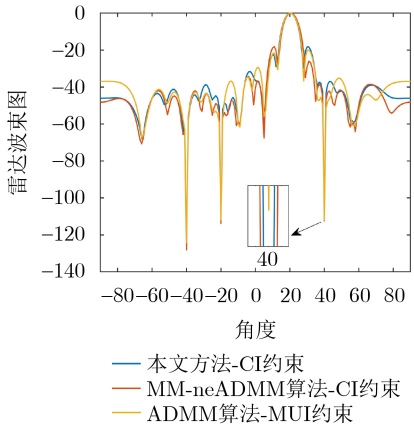


图 7 不同干扰功率下平均误码率随QoS门限的变化曲线

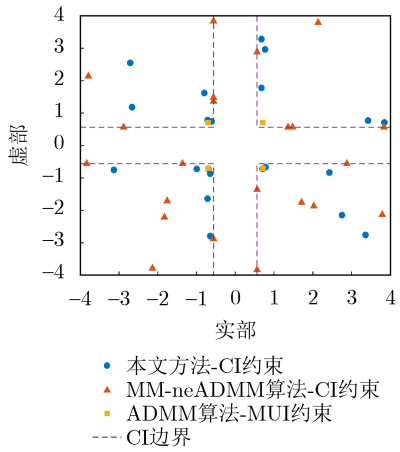


(a) 不同方法下的雷达SINR

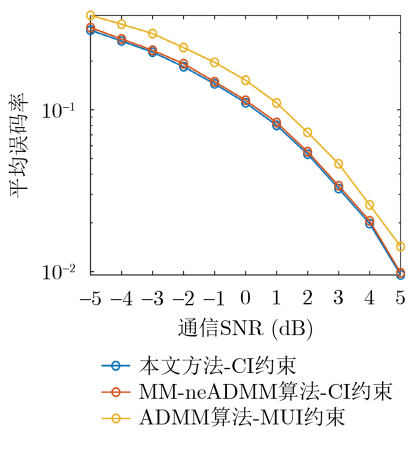


(b) 不同方法下的雷达波束图

图 8 不同方法下的雷达性能分析



(a) 不同方法下的接收通信信号星座图



(b) 不同方法下的通信信噪比与误码率关系图

图 9 不同方法下的通信性能分析

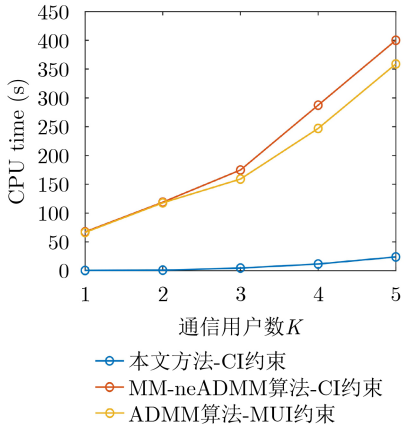


图 10 不同方法下的通信用户数与CPU运行时间关系图

5　结束语

本文研究了基于SLP的DFRC系统发射波形和接收滤波器的联合设计问题。构建了波形恒模约束和通信CI约束下，最大化雷达输出信干噪比问题。为了解决复杂的多变量优化问题，提出了一种交替优化算法。其中，采用基于精确罚函数的黎曼梯度下降算法优化恒模波形。最后，仿真结果表明，基于CI约束的方法感知性能和通信性能均优于传统MUI约束的方法。此外，与现有基于CI约束的方法相比，所提方法在可接受的雷达性能损失下具有更强的计算效率。

参 考 文 献

[1] LI Jiapeng, SHAO Xiaodan, CHEN Feng, *et al*. Networked integrated sensing and communications for 6G wireless systems[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2024, 11(17): 29062–29075. doi: 10.1109/JIOT.2024.3406598.

[2] LIU Fan, CUI Yuanhao, MASOUROS C, *et al*. Integrated sensing and communications: Toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1728–1767. doi: 10.1109/JSAC.2022.3156632.

[3] FENG Xiang, ZHAO Zhongqing, ZHAO Yufei, *et al*. OFDM-based waveform design for MIMO DFRC systems with reduced range sidelobes: A majorization-minimization approach[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, 74(3): 4582–4595. doi: 10.1109/TVT.2024.3498953.

[4] HUANG Yixuan, HU Su, MA Shiyong, *et al*. Designing low-PAPR waveform for OFDM-based RadCom systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(9): 6979–6993. doi: 10.1109/TWC.2022.3153606.

[5] XU Zhaoyi and PETROPULU A. A bandwidth efficient dual-function radar communication system based on a MIMO radar using OFDM waveforms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2023, 71: 401–416. doi: 10.1109/TSP.2023.3241779.

[6] HASSANIEN A, AMIN M G, ZHANG Y D, *et al*. Dual-function radar-communications: Information embedding using sidelobe control and waveform diversity[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(8): 2168–2181. doi: 10.1109/TSP.2015.2505667.

[7] ELBIR A M, CELIK A, ELTAWIL A M, *et al*. Index modulation for integrated sensing and communications: A signal processing perspective[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2024, 41(5): 44–55. doi: 10.1109/MSP.2024.3444195.

[8] LIU Fan, ZHOU Longfei, MASOUROS C, *et al*. Toward dual-functional radar-communication systems: Optimal waveform design[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(16): 4264–4279. doi: 10.1109/TSP.2018.2847648.

[9] LIU Fan, MASOUROS C, LI Ang, *et al*. MU-MIMO communications with MIMO radar: From co-existence to joint transmission[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2018, 17(4): 2755–2770. doi: 10.1109/TWC.2018.2803045.

[10] LIU Xiang, HUANG Tianyao, SHLEZINGER N, *et al*. Joint transmit beamforming for multiuser MIMO communications and MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2020, 68: 3929–3944. doi: 10.1109/TSP.2020.3004739.

[11] YANG Chenhao, WANG Xin, NI Wei, *et al*. Optimal beamforming for MIMO DFRC systems with transmit covariance constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2025, 73: 601–616. doi: 10.1109/TSP.2025.3529722.

[12] LIU Fan, LIU Yafeng, LI Ang, *et al*. Cramér-rao bound optimization for joint radar-communication beamforming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 240–253. doi: 10.1109/TSP.2021.3135692.

[13] WU Jiageng, WANG Zhiguo, LIU Yafeng, *et al*. Efficient global algorithms for transmit beamforming design in ISAC systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2024, 72: 4493–4508. doi: 10.1109/TSP.2024.3457817.

[14] WEN Cai, HUANG Yan, and DAVIDSON T N. Efficient transceiver design for MIMO dual-function radar-communication systems[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2023, 71: 1786–1801. doi: 10.1109/TSP.2023.3275274.

[15] YUAN Ye, WANG Yuankai, ZHONG Kai, *et al*. Unimodular waveform design for dual-function radar-communication systems under per-user MUI energy constraint[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2024, 31: 1064–1068. doi: 10.1109/LSP.2024.3386469.

[16] CHEN Li, WANG Zhiqin, DU Ying, *et al*. Generalized transceiver beamforming for DFRC with MIMO radar and MU-MIMO communication[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2022, 40(6): 1795–1808. doi: 10.1109/JSAC.2022.3155515.

[17] TSINOS C G, ARORA A, CHATZINOTAS S, *et al*. Joint transmit waveform and receive filter design for dual-function radar-communication systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1378–1392. doi: 10.1109/JSTSP.2021.3112295.

[18] 吴文俊, 唐波, 汤俊, 等. 杂波环境中雷达通信一体化系统波形设计算法研究[J]. 雷达学报, 2022, 11(4): 570–580. doi: 10.12000/JR22105.

WU Wenjun, TANG Bo, TANG Jun, *et al*. Waveform design for dual-function radar-communication systems in clutter[J]. *Journal of Radars*, 2022, 11(4): 570–580. doi: 10.12000/JR22105.

[19] WU Wenjun, TANG Bo, and WANG Xuyang. Constant-modulus waveform design for dual-function radar-communication systems in the presence of clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 4005–4017. doi: 10.1109/TAES.2023.3234927.

[20] WANG Yiran, HU Xiaoyan, LI Ang, *et al*. Symbol-scaling based interference exploitation in ISAC systems: From symbol level to block level[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2025, 24(3): 2451–2466. doi: 10.1109/TWC.2024.3521584.

[21] LIU Rang, LI Ming, LIU Qian, *et al*. Dual-functional radar-communication waveform design: A symbol-level precoding approach[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2021, 15(6): 1316–1331. doi: 10.1109/JSTSP.2021.3111438.

[22] CUI Guolong, YU Xianxiang, CAROTENUTO V, *et al*. Space-time transmit code and receive filter design for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(5): 1116–1129. doi: 10.1109/TSP.2016.2633242.

[23] ABSIL P A, MAHONY R, and SEPULCHRE R. Optimization Algorithms on Matrix Manifolds[M]. Princeton, USA: Princeton University Press, 2009. doi: 10.1515/9781400830244.

[24] LIU Rang, LI Ming, LIU Qian, *et al*. Joint transmit waveform and receive filter design for dual-functional radar-communication systems[C]. 2022 - IEEE International Conference on Communications, Seoul, Korea, 2022: 5116–5121. doi: 10.1109/ICC45855.2022.9838990.

翟怡昊：男，研究实习员，研究方向为雷达对抗半实物仿真、雷达波形设计等.

赵宏宇：男，助理研究员，研究方向为雷达对抗半实物仿真.

牛凤梁：男，助理研究员，研究方向为雷达对抗半实物仿真.

李静妍：女，研究实习员，研究方向为雷达对抗半实物仿真.

责任编辑：马秀强

Constant-Modulus Waveform Design for SLP-Based DFRC Systems

ZHAI Yihao ZHAO Hongyu NIU Fengliang LI Jingyan

(*Unit* 63892 *of PLA*, *Luoyang* 471032, *China*)

Abstract:

Objective Dual-Function Radar-Communication (DFRC) Integration is a promising technology for addressing spectrum congestion. The key challenge in DFRC lies in designing a dual-functional waveform that simultaneously supports both radar sensing and communication. Previous research has primarily focused on designing transmit waveforms under Multi-User Interference (MUI) energy constraints. However, not all MUI energy is detrimental in DFRC systems. Symbol-Level Precoding (SLP) can exploit symbol information to transform harmful MUI into constructive components, thereby enhancing communication Quality of Service (QoS). To further leverage the advantages of SLP in mitigating MUI energy and to improve target detection in cluttered environments, this work studies the joint design of transmit waveforms and receive filters for DFRC systems.

Methods The analytical expression of the radar output Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR) is first derived. To guarantee communication performance, Constructive Interference (CI) constraints are formulated using SLP. Based on these, a joint optimization problem is established, where maximizing the radar output SINR serves as the objective function and the communication CI constraints are imposed. A constant-modulus condition is also enforced to prevent nonlinear distortion of the transmitted waveform. To address the non-convex nature of the joint optimization problem, an iterative algorithm based on cyclic optimization is

proposed. For a fixed transmitted waveform, the subproblem reduces to a Minimum Variance Distortionless Response (MVDR) problem. For a fixed filter, the communication CI constraints are incorporated into the objective function of the subproblem as a penalty term, leading to an unconstrained problem whose feasible region is a Riemannian complex manifold. This problem is then solved efficiently using the Riemannian Conjugate Gradient (RCG) method.

Results and Discussions　As shown in (Fig 3): (a) the proposed method converges within a short time, and (b) the designed waveform satisfies the constant-modulus constraint. (Figs. 4 and 5) analyze the effect of the number of communication users and the communication QoS threshold on radar output SINR and communication SER, confirming the trade-off between radar sensing and communication performance. (Figs. 6 and 7) illustrate the effect of interference power and communication QoS threshold on radar output SINR and communication SER, demonstrating the robustness of the proposed method under different interference power levels. When communication QoS requirements are fixed, the radar output SINR and communication SER performance of the three compared cases remain similar. (Fig. 8(a)) shows the radar output SINR versus the number of communication users. The results indicate that the proposed CI-based waveform consistently outperforms the conventional MUI-based waveform in radar output SINR. Moreover, the two CI-based methods achieve almost identical SINR performance. (Fig. 8(b)) presents the radar received beampatterns, where it can be observed that the deep nulls formed in the interference directions are deeper than those obtained with the conventional MUI-based method. This confirms that the proposed method effectively suppresses signal-dependent interference. (Fig. 9(a)) presents the received communication constellations. The synthesized communication signals of the CI-based methods are more sparsely distributed and exhibit higher power compared with the conventional MUI-based method. (Fig. 9(b)) further evaluates the communication SER performance, showing that the proposed method achieves a lower SER. This improvement arises because the communication CI constraints transform harmful MUI into useful signal energy, thereby enhancing communication QoS. (Fig. 10) presents the relationship between CPU time and the number of communication users. The results show that CPU time increases for all methods as the number of communication users grows, since a larger number of users reduces the feasibility region. Nevertheless, the proposed method demonstrates significantly higher computational efficiency compared with existing approaches.

Conclusions　This paper investigates the joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO-DFRC systems. A joint optimization problem is formulated to maximize radar output SINR under constant-modulus and communication CI constraints. To solve the resulting non-convex problem, an alternating optimization algorithm based on the RCG method is developed. Simulation results demonstrate that CI-based methods outperform the MUI-based ADMM method in both radar sensing performance and communication QoS. In addition, the proposed method achieves faster convergence compared with the MM-neADMM method, with only a minor loss in radar sensing performance.

Key words: Dual-Functional Radar-Communication (DFRC); Symbol-Level Precoding (SLP); Constructive Interference (CI); Manifold optimization