基于信号间交叉项的非正交椭圆球面波信号检测方法

陆发平[①②] 毛忠阳[①②] 许志超[①②③] 舒轶昊[④] 康家方*[①②] 王 峰[③] 王蔓娇[①②]

[①](中国人民解放军海军航空大学 烟台 264001)

[②](山东省海空信息感知与处理技术重点实验室 烟台 264001)

[③](北京航空航天大学电子信息工程学院 北京 100191)

[④](中国人民解放军91001部队 北京 100038)

摘 要：针对非正交椭圆球面波(PSWFs)信号因相互干扰导致信号检测性能低的难题，该文将信号时频域特性引入信号检测，提出了基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测方法，将信号检测由“时域/频域1维能量域”拓展到“时频2维能量域”，并利用时频域局部区域能量进行信号检测，有效降低了非正交PSWFs信号间干扰、提升了非正交PSWFs信号检测性能。理论与仿真分析表明，相对于相干检测，所提方法具有更优的信号检测性能，当误比特率为4×10^{-5}时，系统误码性能提升约1 dB。

关键词：椭圆球面波函数；非正交；信号检测；时频域；交叉项

中图分类号：TN911.3 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2025)08-2714-10

DOI: 10.11999/JEIT250052 **CSTR**: 32379.14.JEIT250052

1 引言

随着社会向数字化发展，信息传输速率呈指数增长，依据埃德霍姆规律，到2030年信息传输量将达到TB级[1–3]，如何实现高频谱效率信息传输，俨已成为B5G/6G通信研究热点[4,5]。为应对日益增加的信息传输需求，相关领域专家学者从“增加用于信息传输的信号路数”角度出发，将“非正交”引入通信信号波形设计。例如，多载波超奈奎斯特传输(Multi-carrier Faster Than Nyquist, MFTN)[6–8]、基于椭圆球面波信号的非正交波形调制(Non-orthogonal Shape Modulation with Prolate Spheroidal Wave Functions, NSM-PSWFs)[9,10]、非正交多址接入(Non-Orthogonal Multiple Access, NOMA)[11]等非正交调制和接入技术相继被提出，有效提高了系统频谱效率，极具应用价值和推广前景。特别是NSM-PSWFs将高时频能量聚集度PSWFs信号作为基础波形，不仅具有高频谱效率的优势，还具有高时频能量聚集性的优势，非常符合B5G/6G通信信号波形设计需求[12]。

然而，由于NSM-PSWFs用于信息传输的PSWFs信号不再严格正交，存在非正交信号相互干扰、相干检测系统误码性能低的问题，这也是非正交调制和接入技术面临的共性问题。围绕如何降低非正交PSWFs信号间干扰，白化变换[13]、串行干扰消除[14]、功率域复用[10]等技术相继被引入，在一定程度上降低了非正交PSWFs信号间干扰对系统误码性能的影响。但上述技术均是在“相干检测获得检测统计量”后进行的，在获取检测统计量时并未进行干扰抑制。因此，若在获取检测统计量时同步进行干扰抑制，再利用上述技术进行2次干扰抑制，则有望更大程度上降低非正交信号间干扰，进一步提升非正交信号检测性能。此外，前期研究发现，不同阶PSWFs信号时频域能量分布特性不同，特别是在不同区域的“局部”能量分布[15,16]，这为探索基于“局部”特征的非正交PSWFs信号检测提供了可能。鉴于此，论文引入信号间交叉项，在剖析PSWFs信号间干扰、高斯白噪声干扰的基础上，提出了基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测方法，并给出了时频域检测特征参量选择策略，有效降低了非正交PSWFs信号间干扰，提高了非正交信号检测性能。本文主要贡献：

(1)论证了在时频2维域对信号进行检测是可行性的，剖析了不同PSWFs信号、高斯白噪声对信号间交叉项分布特性的影响，为探索基于信号间交叉项的非正交信号检测新机理提供了理论依据，同时也为探索其他2维分布特性在信号检测中的应用提供了参考依据；

(2)提出了基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测新机理，将信号时频分布特性应用于PSWFs信号检测，不仅提高了非正交PSWFs信号检测性

收稿日期：2025-01-22；改回日期：2025-04-22；网络出版：2025-05-10

*通信作者： 康家方 kangjiafang01@163.com

基金项目：博士后创新人才支持计划(BX20200039)，山东省自然科学基金(ZR2023MD045)

Foundation Items: China National Postdoctoral Program for Innovative Talents (BX20200039), The National Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2023MD045)

能，同时也为探索基于其他2维分布特性的信号检测新机理提供了参考依据。

2　时频域信号检测可行性分析

鉴于“调制信号与模板PSWFs信号间交叉项时频分布特性”是探究非正交PSWFs信号检测的前提，本节先剖析PSWFs非正交调制信号与模板信号间交叉项时频分布特性，再从PSWFs信号间干扰分析和高斯白噪声干扰分析2个方面，分析在时频2维域对非正交PSWFs信号检测的可行性。

2.1　PSWFs调制信号与模板信号间交叉项特性分析

假设在一个码元周期内，对N路非正交PSWFs信号$\varphi_j(t), j=1,2,3,\cdots$进行幅度调制，并进行时域叠加，获得PSWFs非正交调制信号

$$s(t)=\sum_{j=1}^{N} d_j\varphi_j(t),(n-1)T_{\rm s}\le t\le nT_{\rm s} \tag{1}$$

其中，N为PSWFs信号总数，$T_{\rm s}$为码元周期时长，n为正整数，d_j为第j路PSWFs信号$\varphi_j(t)$加载的调制符号；当PSWFs信号$\varphi_j(t)$频谱范围为$[f_{\rm L},f_{\rm H}]$ (Hz)时，其对应积分方程为

$$\int_{-T/2}^{T/2}\varphi_j(\tau)\left[\frac{\sin 2\pi f_{\rm H}(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}-\frac{\sin 2\pi f_{\rm L}(t-\tau)}{\pi(t-\tau)}\right]{\rm d}\tau =\lambda_j\varphi_j(t) \tag{2}$$

其中，λ_j为PSWFs信号$\varphi_j(t)$积分方程特征值。同时，为便于分析且不失一般性，假设信道中的噪声为加性高斯白噪声，相应的接收信号可表示为

$$r(t)=s(t)+n(t),(n-1)T_{\rm s}\le t\le nT_{\rm s} \tag{3}$$

其中，$n(t)$为均值为0、功率谱密度为$N_0/2$的加性高斯白噪声。

依据Wigner-Ville分布交叉项定义可知，接收信号$r(t)$对应解析信号$z(t)=r(t)+{\rm j}\hat{r}(t)$与模板信号$\varphi_i(t)$对应解析信号$y_i(t)=\varphi_i(t)+{\rm j}\hat{\varphi}_i(t)$间交叉项可表示为

$$\begin{aligned}P_{r,\varphi_i}(t,f)=&\int z\left(t+\frac{\tau}{2}\right)y_i{}^*\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-{\rm j}2\pi f\tau}{\rm d}\tau+\int z^*\left(t+\frac{\tau}{2}\right)y_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-{\rm j}2\pi f\tau}{\rm d}\tau\\ =&2\int\left(\sum_{j=1}^{N}d_j\varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)+\sum_{j=1}^{N}d_j\hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-{\rm j}2\pi f\tau}{\rm d}\tau\\ &\cdot 2\int\left(n\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)+\hat{n}\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\cdot\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-{\rm j}2\pi f\tau}{\rm d}\tau\\ =&\underbrace{d_iP_{\varphi_i,\varphi_i}(t,f)}_{\rm I}+\underbrace{\sum_{j=1,j\ne i}^{N}P_{\varphi_j,\varphi_i}(t,f)}_{\rm II}+\underbrace{P_{n,\varphi_i}(t,f)}_{\rm III}\end{aligned} \tag{4}$$

其中，$\hat{r}(t)$，$\hat{\varphi}_i(t)$和$\hat{n}(t)$分别为$r(t),\varphi_i(t)$和$n(t)$的Hilbert变换信号[15]。由式(4)可知，接收信号与模板信号间交叉项可拆分为3部分：第I部分为PSWFs调制信号中模板信号对应的第i路调制信号与模板信号间交叉项，即待检测项；第II部分为其余N–1路调制信号与模板信号间交叉项，即其余PSWFs信号造成的干扰项；第III部分为噪声与模板信号间交叉项，即噪声造成的干扰项。

通过上述分析可知，如何充分利用PSWFs信号间交叉项时频分布特性，降低式(4)中第II, III部分带来的干扰，凸显第I部时频分布特征，是利用交叉项时频分布特性对PSWFs信号进行检测的关键所在。鉴于此，下面PSWFs信号间干扰分析、高斯白噪声干扰分析2个方面，剖析在时频域对PSWFs信号进行检测的可行性。

2.2　PSWFs信号间干扰分析

由式(4)可知，PSWFs信号间干扰可以表示为

$$\begin{aligned}&\sum_{j=1,j\ne i}^{N}P_{\varphi_j,\varphi_i}(t,f)\\ &=2\sum_{j=1,j\ne i}^{N}d_j\int\left(\varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right.\\ &\quad\left.+\hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-{\rm j}2\pi f\tau}{\rm d}\tau\end{aligned} \tag{5}$$

由式(5)可知，PSWFs信号间干扰满足线性叠加，即为不同PSWFs信号与模板信号间交叉项的线性叠加。同时，由文献[15]可知PSWFs信号间交叉项时频分布特性与PSWFs信号时域奇偶性密切相关，且关于时域中心时刻同样具有良好的奇偶性。因此，下面分干扰PSWFs信号与模板信号时域奇偶性是否相同2种情况，分析PSWFs信号间干扰，为后续时频域检测特征量选择提供参考依据。

2.2.1　与模板信号奇偶性不同时的PSWFs信号干扰分析

当PSWFs信号与模板信号奇偶性不同时，其间交叉项时频分布关于时域中间时刻呈现奇对称，

如图1(a)所示；同时，鉴于文献[15]已对“信号间交叉项奇偶对称性”与“信号奇偶对称性”间关系进行了详细的理论和仿真分析，这里不再赘述。

此时，将式(5)沿时域积分，其结果为0，即

$$\begin{aligned}\int \sum_{j=1,j\neq i}^{N} P_{\varphi_j,\varphi_i}(t,f)\mathrm{d}t &= 2\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j \int\int \left(\varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)+\hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t\\ &= 2\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j \left(\begin{array}{l}\int\int \varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}t\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau+\\ \int\int \hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}t\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\end{array}\right)\\ &= \frac{2}{T}\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j \int R_{\varphi_j,\varphi_i}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau+\frac{2}{T}\int R_{\hat{\varphi}_j,\hat{\varphi}_i}(\tau)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\\ &= 0\end{aligned} \tag{6}$$

这表明可通过对交叉项进行时域积分的方式，消除与模板信号奇偶性不同PSWFs信号带来的干扰。

2.2.2 与模板信号奇偶性相同时的PSWFs信号干扰分析

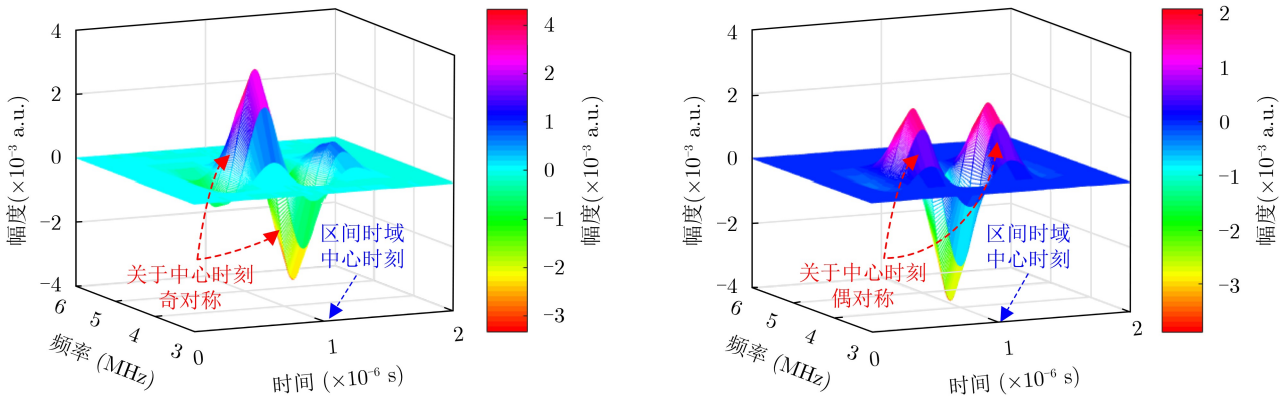
当PSWFs信号与模板信号奇偶性相同时，其间交叉项时频分布关于时域中间时刻呈现偶对称，如图1(b)所示；同时，参照式(6)，将式(5)沿时域积分，其结果不恒为0，即

$$\begin{aligned}\int \sum_{j=1,j\neq i}^{N} P_{\varphi_j,\varphi_i}(t,f)\mathrm{d}t &= 2\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j \int\int \left(\varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)+\hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\mathrm{d}t\\ &= 2\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j \left(\begin{array}{l}\int\int \varphi_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}t\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau+\\ \int\int \hat{\varphi}_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\mathrm{d}t\cdot\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\end{array}\right)\\ &\neq 0\end{aligned} \tag{7}$$

由式(7)可知，交叉项在频域的能量密度分布为PSWFs信号间互功率谱、PSWFs信号Hilbert变换信号间互功率谱之和的两倍，不恒等于0。这表明当PSWFs信号与模板信号奇偶性相同时，PSWFs信号间干扰是无法彻底消除。同时，干扰信号中心频率与模板信号中心频率越接近，则信号间干扰越大；干扰信号中心频率与模板信号中心频率越远，则信号间干扰越小。

2.3 高斯白噪声干扰分析

高斯白噪声作为普遍存在于通信系统中的特殊噪声，具有很强的随机性，其对信号间交叉项时频分布特性的影响也具有很强的随机性，这给寻找时频检测特征参量带来了很大的困难。为便于分析且不失一般性，暂将高斯白噪声作为一类特殊的“信号”，将其看成是由信号组成的线性空间V中的一个“元素”。假设正交PSWFs信号$\varphi_j'(t)$,



(a) 奇偶性不同时的PSWFs信号间交叉项　　(b) 奇偶性相同时的PSWFs信号间交叉项

图 1 不同PSWFs信号间交叉项时频分布图

$j=1,2,\cdots$为空间V的一组基，其构成线性空间V的一个子空间，记为ψ。由线性空间性质可知，当子空间ψ中元素个数足够多，即达到$\dim(\psi)=\dim(V)$时，线性空间V中的任何一个元素都可由子空间ψ中元素线性表示。因此，高斯白噪声也可由空间ψ中的正交PSWFs信号进行线性表示，即

$$n(t)=\lim_{N\to\infty}\sum_{j=1}^{N}a_j\varphi'_j(t),a_j=\int n(t)\varphi'_j(t)\mathrm{d}t \tag{8}$$

其中，a_j为第j个PSWFs信号$\varphi'_j(t)$的线性加权值[17]，且$|a_j|$反映噪声与模板信号的相关程度，$|a_j|$值越大，则说明噪声与信号$\varphi'_j(t)$相关程度越大。此外，根据式(4)可知，高斯白噪声与模板信号间交叉项为

$$\begin{aligned}P_{n,\varphi'_i}(t,f)=\int\Big(&n\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi'_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\\&+\hat{n}\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\Big)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{9}$$

将式(8)代入式(9)，化简得

$$\begin{aligned}P_{n,\varphi'_i}(t,f)=2a_i\int\Big(&\varphi'_i\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\varphi'_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\\&+\hat{\varphi}'_i\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\hat{\varphi}'_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\Big)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\\&+2\lim_{N\to\infty}\sum_{j=1,j\neq i}^{\infty}a_j\int\Big(\varphi'_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\\&\cdot\varphi'_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)+\hat{\varphi}'_j\left(t+\frac{\tau}{2}\right)\\&\cdot\hat{\varphi}'_i\left(t-\frac{\tau}{2}\right)\Big)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f\tau}\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{10}$$

由式(8)－式(10)可知，高斯白噪声对待检测信号与模板信号间交叉项时频分布特性的干扰，可以转换为PSWFs信号间干扰，即满足线性叠加关系。这表明高斯白噪声可以作为一路特殊的“PSWFs信号”，噪声对信号间交叉项的影响与其他非正交PSWFs信号的影响满足线性叠加关系，同时这也表明式(4)将二者作为线性叠加关系是可行的。鉴于此，后续将高斯白噪声作为一路特殊的“PSWFs信号”，整体分析其对交叉项的干扰。

综上所述，高斯白噪声干扰可作为一种特殊“PSWFs信号间干扰”，与PSWFs信号间干扰满足线性叠加关系。同时，对于与模板信号时域奇偶性不同PSWFs信号带来的干扰，可通过“时域对称区间积分”消除。此外，文献[15]中已明确指出，不同PSWFs信号间交叉项时频分布特性不同。例如，频域中心频率处的能量密度值、时频域中心位置处能量密度值、时域中心时刻局部能量密度峰值点个数以及位置，均呈现出不同的“局部”特性。这些“局部”特性均可用于区分不同参数的PSWFs信号，这为探索基于时频2维域“局部”特性的PSWFs信号检测方法提供了依据。因此，利用信号间交叉项时频分布特性，在时频2维域对PSWFs信号进行检测理论上是可行性的。

3　时频2维域信号检测基本原理

鉴于时频域检测特征参量选择合理与否，将直接影响信号检测性能，本节先探讨时频域检测特征参量选择策略，再构建基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测系统模型。

3.1　时频域检测特征参量选择策略

鉴于“与模板信号奇偶性不同信号带来的干扰”可通过“时域对称区间积分”消除，且积分处理能够在一定程度上降低噪声随机性带来的影响，本文选择“在信号间交叉项能量密度峰值点对应频率处，交叉项沿时域对称区间的积分值”作为时频检测特征参量。此外，鉴于特征参量绝对值大小将直接决定检测性能，引入时频域滤波处理[18]，使特征参量绝对值的数值变大，以进一步提升检测性能。为更加直观展现时频域滤波处理过程，将交叉项$\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(t,f)$离散化表示为

$$\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(a_{k,l})_{K\times L}=\begin{bmatrix}a_{11}&a_{12}&\cdots&a_{1L}\\a_{21}&a_{22}&\cdots&a_{2L}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{k1}&a_{k2}&\cdots&a_{kL}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\a_{K1}&a_{K2}&\cdots&a_{KL}\end{bmatrix} \tag{11}$$

其中，$a_{k,l}$为交叉项在时频域第$l\in[1,L]$时刻、第$k\in[1,K]$频率处能量密度值，K为交叉项频域离散点数，L为交叉项时域离散点数。为便于理论分析且不失一般性，以0阶PSWFs信号为例，假设$\max(\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(|a_{k,l}|)_{1\times L})=\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(|a_{p,l}|)_{1\times L}$，即对交叉项离散化之后，其能量密度峰值点频率在第$\boldsymbol{p}$行，相应的交叉项在第$\boldsymbol{p}$行、不同列出现能量峰值。

更进一步将式(11)除以$\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(|a_{p,l}|)_{1\times L}$，寻找不同列的公约数，即

$$\begin{aligned}\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(b_k)_{K\times 1}&=\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(a_{k,l})_{K\times L}/\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(|a_{p,l}|)_{1\times L}\\&=[b_1\ \ b_2\ \ \cdots\ \ b_p\ \ \cdots\ \ b_K]^{\mathrm{T}}\end{aligned} \tag{12}$$

其中，$b_k,k=1,2,\cdots,K$为$\boldsymbol{P}_{\varphi_i,\varphi_i}(b_k)_{K\times 1}$在不同频率处的能量密度值；同时，由于离散化交叉项矩阵不同列的最大值均在第$\boldsymbol{p}$行，易知$|b_p|=1$。

对比(11)和式(12)可知，若将$P_{\varphi_i,\varphi_i}(b_k)_{K\times 1}$在中心频率所在第$\boldsymbol{p}$行处的能量密度值作为检测量，对于能量归一化的PSWFs信号而言，存在$|b_p|>$

$|\sum_{l=1}^{L} a_{p,l}|$关系，即采用滤波处理能够增大时频域检测特征参量数值的绝对值。

3.2 时频域信号检测基本流程

图2给出了基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测原理框图。在发射端，先设置PSWFs信号时长、频谱范围、采样点数等参数，获取用于信息传输的PSWFs信号；进而，分支路对PSWFs信号进行信息加载，产生PSWFs调制信号。在接收端，首先产生一组与发射端参数相同的PSWFs信号，作为模板信号；进而，计算接收信号、模板信号对应的解析信号，并分支路计算接收信号与模板信号间交叉项；然后，分支路计算不同支路时频域检测特征参量；最后，对不同支路的检测特征参量进行判决、解调，恢复发射端发送的信息。

4 时频2维域信号检测系统性能分析

本节从系统误码性能、算法复杂度2个方面，对比分析所提方法与传统相干检测间系统性能差异，并通过仿真验证分析的准确性。

4.1 系统误码性能分析

由式(4)可知，接收信号与模板信号间交叉项，在频率f_i处的能量密度可表示为

$$\begin{aligned} E_i &= \int P_{r,\varphi_i}(t,f_i)\mathrm{d}t \\ &= d_i\int P_{\varphi_i,\varphi_i}(t,f_i)\mathrm{d}t+\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j\int P_{\varphi_j,\varphi_i}(t,f_i)\mathrm{d}t \\ &\quad +\int P_{n,\varphi_i}(t,f_i)\mathrm{d}t \\ &= d_i\gamma_{i,i}+\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j\gamma_{j,i}+\xi \end{aligned} \tag{13}$$

其中，$\gamma_{i,i}$为$\varphi_j(t)=\varphi_i(t)$时，信号间交叉项在频率$f_i$处的能量密度值；$\gamma_{j,i}$为$\varphi_j(t)\neq\varphi_i(t)$时，信号间交叉项在频率$f_i$处的能量密度值；$\xi=\int P_{n,\varphi_i}(t,f_i)\mathrm{d}t$为噪声与$\varphi_i(t)$间交叉项在频率$f_i$处的能量密度值，其服从均值$E(\xi)=0$、方差$\sigma^2(\xi)=D(\xi)=N_0\gamma_{i,i}/2$的高斯分布。

同时，为便于理论分析且不失一般性，假设调制符号d_j等概率取值±1，则信噪比r可表示为

$$\begin{aligned} r &= \frac{\left(\gamma_{i,i}-E\left\{\left|\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j\gamma_{i,j}\right|\right\}\right)^2}{2\sigma^2(\xi)} \\ &= \frac{\gamma_{i,i}(1+\alpha_j)^2}{N_0},\alpha_j=-E\left\{\left|\sum_{j=1,j\neq i}^{N} d_j\gamma_{i,j}\right|\right\} \end{aligned} \tag{14}$$

其中，$\gamma_{i,j},\gamma_{i,i}$的取值为已知确切数值，$\alpha_j$共有$2^{N-1}$种等概分布的取值情况，即

$$P(\alpha_j)=\frac{1}{2^{N-1}} \tag{15}$$

在此基础上，下面分析所提方法与相干检测系统误码性能间的差距。当信噪比为SNR_dB(单位为dB)时，相干检测对应的噪声功率为

$$N_0=\frac{\varepsilon}{10^{(\mathrm{SNR\_dB}/10)}} \tag{16}$$

其中，ε为单支路PSWFs信号时域能量值。假设PSWFs信号间交叉项中心频率处能量密度值与交叉项时频域总能量比值为ς，即

$$\varsigma=\gamma_{i,i}/2\varepsilon \tag{17}$$

将式(16)、式(17)代入式(14)，化简得

$$r(\alpha_j)=2\varsigma\cdot10^{(\mathrm{SNR\_dB}/10)}\cdot(1+\alpha_j)^2 \tag{18}$$

即为所提方法实际接收信噪比，且其可进一步表示为

$$\begin{aligned} \mathrm{SNR\_dB}'(\alpha_j) &= 10\lg(2\varsigma\cdot10^{(\mathrm{SNR\_dB}/10)}\cdot(1+\alpha_j)^2) \\ &= 10\lg(10^{(\mathrm{SNR\_dB}/10)})+10\lg2\varsigma(1+\alpha_j)^2 \\ &= \mathrm{SNR\_dB}+10\lg2\varsigma(1+\alpha_j)^2 \end{aligned} \tag{19}$$

4.1.1 与相干检测(正交情况)相比

当PSWFs信号间干扰为α_j时，相干检测(正交情况)与所提方法接收信噪比之差为

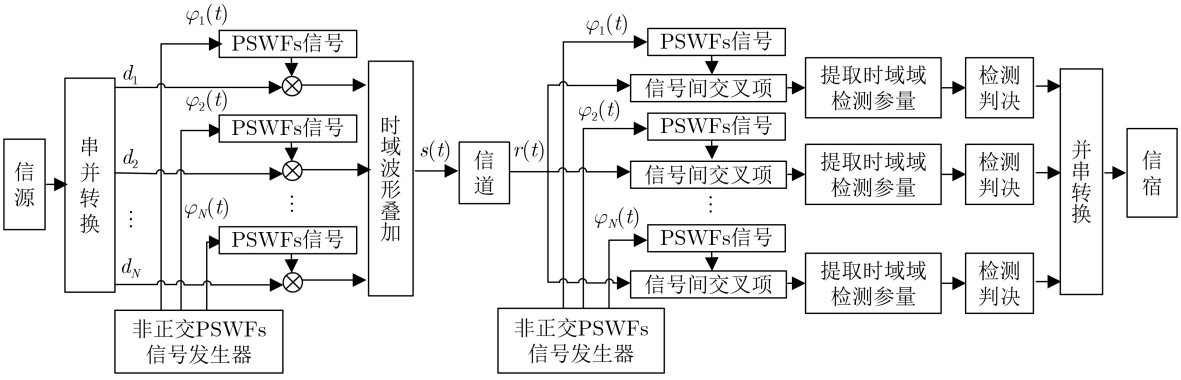


图 2 基于信号间交叉项的PSWFs信号检测系统模型

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{SNR\_dB}(\alpha_j) &= \mathrm{SNR\_dB} - \mathrm{SNR\_dB}'(\alpha_j)\\ &= -10\lg 2\varsigma(1+\alpha_j)^2\end{aligned} \tag{20}$$

将式(15)代入式(20)，化简得

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{SNR\_dB} &= \sum_{j=1,j\neq i}^{N} P(\alpha_j)\Delta\mathrm{SNR\_dB}(\alpha_j)\\ &= -\frac{1}{2^{N-1}}\sum_{j=1,j\neq i}^{N} 10\lg 2\varsigma(1+\alpha_j)^2\end{aligned} \tag{21}$$

对于能量归一化的PSWFs信号(即$\varepsilon=1$)，上式可以表示为

$$\begin{aligned}\Delta\mathrm{SNR\_dB} &= -\frac{1}{2^{N-1}}\sum_{j=1,j\neq i}^{N} 10\lg \gamma_{i,i}(1+\alpha_j)^2\\ &= -\sum_{j=1,j\neq i}^{N} 10\lg(\gamma_{i,i}(1+\alpha_j)^2)^{\frac{1}{2^{N-1}}}\end{aligned} \tag{22}$$

由式(22)可知，所提检测方法与相干检测(正交情况)系统误码性能间的差距，随着

$$\left(\prod_{j=1,i\neq j}^{N}\gamma_{i,i}(1+\alpha_j)^2\right)^{\frac{1}{2^{N-1}}}\to 1 \tag{23}$$

不断缩小。值得注意的是，由于PSWFs信号非正交，式(23)只能无限接近但不能等于1。因此，相干检测(正交情况)系统误码性能始终要优于所提方法。

4.1.2 与相干检测(非正交情况)相比

相干检测(非正交情况)系统误码性能低的原因在于非正交信号间干扰较大，而所提方法仅利用了PSWFs信号时频域能量峰值点附近“局部”能量进行检测，而其他非正交PSWFs信号在此处的能量较少，即对待检测信号影响较小。因此，在AWGN信道条件下，所提方法的系统误码性能理论上要优于相干检测(非正交情况)。例如，当模板信号为4～6 MHz 0阶PSWFs信时，信号间交叉项在部分频率处的能量密度值，如表1所示。

表1中，X11为1～3 MHz 0阶PSWFs信号，X12为1～3 MHz 1阶PSWFs信号，X21为2.5～4.5 MHz 0阶PSWFs信号，X22为2.5～4.5 MHz 1阶PSWFs信号，X31为4～6 MHz 0阶PSWFs信号，X32为4～6 MHz 1阶PSWFs信号，X41为5.5～7.5 MHz 0阶PSWFs信号，X42为5.5～7.5 MHz 1阶PSWFs信号，X51为7～9 MHz 0阶PSWFs信号，X52为7～9 MHz 1阶PSWFs信号，信号时域波形如图3所示。

由式(21)、表1可知，对X31而言，所提方法误码性能与相干检测(正交情况)误码性能差距约为

$$\Delta\mathrm{SNR\_dB} = 0.93\ \mathrm{dB} \tag{24}$$

而相干检测非正交情况与正交情况误码性能差距约为1.43 dB。

4.1.3 滤波处理对所提方法性能影响

由式(22)可知，所提方法系统误码性能与$\gamma_{i,i}$相关(即$\gamma_{i,i}$数值越大，则系统误码性能越高)；同时，由式(11)和式(12)可知，对于能量归一化的PSWFs信号而言，存在$|b_p|>|\sum_{l=1}^{L}a_{p,l}|$关系。因此，对于所提方法而言，采用滤波处理系统误码性能要优于未采用滤波处理。例如，相对于未采用滤波处理，采样滤波处理可将检测特征量的数值由原0.897 867提高到0.999 995≈1，如表1和表2所示。此外，由式(21)、表2可知，对X31支路而言，所提方法采用滤波处理误码性能与相干检测(正交情况)的差距约为

$$\Delta\mathrm{SNR\_dB} = 0.02\ \mathrm{dB} \tag{25}$$

即相对于未采用滤波处理，采用滤波处理系统误码性能提升约0.9 dB。

4.2 系统复杂度分析

鉴于系统复杂度由时间(计算)复杂度和空间复杂度组成，而随着存储硬件的快速发展，空间复杂度对系统的制约越来越小，本节重点分析所提方法与相干检测计算复杂度间差异。同时，考虑到计算复杂度主要取决于乘法运算，将乘法运算次数作为计算复杂度。为便于理论分析，假设PSWFs信号路数为N，且交叉项时域离散点数L=N、频域离散点数K=N。

(1)相干检测：由相干检测基本原理可知，每个支路获取检测统计量的乘法运算量为N，相应的N支路的计算复杂度为$O(N^2)$。

(2)所提方法：由所提方法基本原理可知，其涉及到乘法算法的有解析信号计算、交叉项计算、滤波处理。其中，解析信号计算需要进行的次数为

表 1　模板信号为X31时，所提方法检测统计量(无滤波处理)

PSWFs	X31	X32	X11	X12	X21
频率(MHz)	奇函数	偶函数	奇函数	偶函数	偶函数
4.5	0.523 457	1.39E–15	0.037 742	3.74E–16	–1.42E–14
5.0	**0.897 867**	**–1.29E–16**	**–0.002 974**	**–7.03E–16**	**4.02E–15**
5.5	0.460 107	–1.55E–15	–0.027 583	–2.76E–16	2.69E–15
PSWFs	X22	X41	X42	X51	X52
频率(MHz)	奇函数	偶函数	奇函数	奇函数	偶函数
4.5	–0.192 651	8.26E–15	0.023 615	–0.020 002	1.04E–14
5.0	**0.054 759**	**1.41E–14**	**0.040 326**	**0.014 6355**	**–7.69E–15**
5.5	0.035 189	–4.97E–14	–0.144 358	0.024 962	–1.29E–14

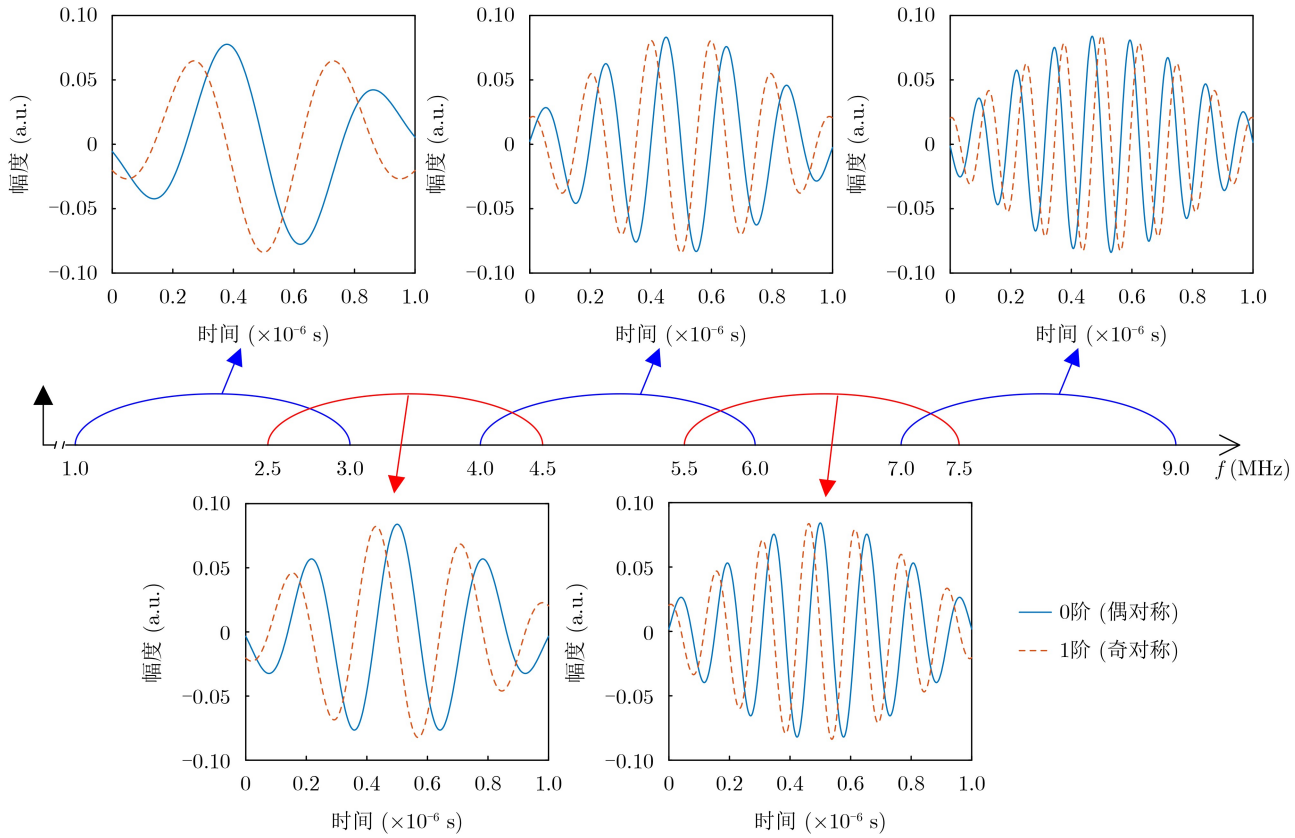


图 3 PSWFs信号频谱关系及信号时域波形

表 2 模板信号为X31时，所提方法检测统计量(滤波处理)

PSWFs	X31	X32	X11	X21
频率 (MHz)	奇函数	偶函数	奇函数	偶函数
4.5	0.537 571	–3.3E–14	–0.032 469	3.6E–14
5.0	**0.999 995**	**–2.7E–15**	**–0.003 176**	**7.5E–16**
5.5	0.460 898	3.1E–14	0.027 288	–3.4E–16
PSWFs	X22	X41	X42	X52
频率 (MHz)	奇函数	偶函数	奇函数	偶函数
4.5	–0.779 201	3.1E–15	0.017 417	1.1E–14
5.0	**–0.044 233**	**–6.4E–15**	**–0.041 200**	**–9.4E–15**
5.5	0.019 324	–9.2E–14	–0.680 800	–3.3E–15

N+1次(模板信号N次、接收信号1次)，每次乘法运算量为N，共$N(N+1)$次；交叉项计算需要进行的次数为N次，每次乘法运算量为$2N^2$(时间维度N^2、频率维度N^2)，共$2N^3$次；滤波处理需要进行的次数为N次，每次乘法运算量为$2N^2$，共$2N^3$次。因此，所提方法计算复杂度为$O(N^3)$，高于相干检测计算复杂度$O(N^2)$。

4.3 仿真结果与分析

鉴于4.1节中数值分析是“单次”的，只能反映不同检测方法系统误码性能间的差异“趋势”，并不能反映误码性能之间的准确差距，本节采用蒙特卡洛仿真，分析所提方法的误码性能。图4给出了不同检测方法的系统误码性能曲线，由仿真结果可知：

(1)所提方法系统误码性能优于相干检测(非正交情况)。例如，当误比特率为4×10^{-5}时，所提方法与相干检测(非正交情况)相比，未采用滤波处理系统误码性能提升约0.5 dB，采用滤波处理系统误码性能提升约1 dB，如图4中A区域所示。

(2)所提方法系统误码性能略低于相干检测(正交情况)。例如，当误比特率为3×10^{-5}时，所提方法与相干检测(正交情况)相比，未采用滤波处理系统误码性能有约0.75 dB的差距，采用滤波处理系统误码性能有约0.2 dB的差距，如图4中B区域所示。

(3)所提方法采用滤波处理系统误码性能优于未采用滤波处理。例如，当误比特率为4×10^{-5}时，与未采用滤波处理相比，采用滤波处理系统误码性能提升约0.5 dB。

综上所述，所提信号检测方法以牺牲系统复杂度为代价，能够有效提高非正交PSWFs信号检测性能，但与相干检测(正交情况)还存在一定的差距，仿真结果与理论分析结论一致，验证了所提方法的可行性和有效性。

5 结束语

为提升非正交PSWFs信号检测性能，本文论

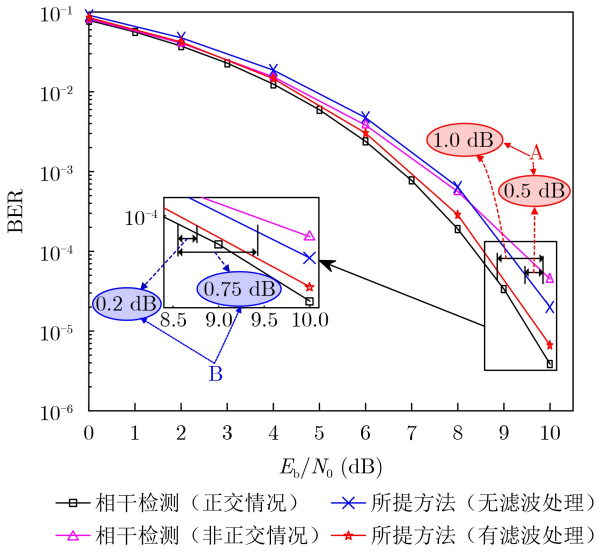


图 4 系统误码性能

证了在时频2维域对PSWFs信号进行检测是可行的，提出了基于信号间交叉项的非正交PSWFs信号检测方法，将非正交PSWFs信号检测由传统相干检测“基于时域/频域全局能量”转变为“基于时频域局部能量”，有效降低了非正交信号间干扰，大幅提升了非正交信号检测性能。这不仅为探索研究非正交信号高效检测方法提供了新思路，也为探索研究2维域信号检测新机理提供了参考依据。

值得注意的是，所提方法系统实现复杂度较高，且误码性能与相干检测(正交情况)还存在一定差距，因此，如何引入低复杂度时频分布计算方法以及高性能2维域干扰抑制技术、智能检测技术[19,20]，进一步降低系统复杂度、提升系统误码性能，是下一步研究的重要方向。

参 考 文 献

[1] HOFFMANN M, KUNZMANN G, DUDDA T, *et al*. A secure and resilient 6G architecture vision of the German flagship project 6G-ANNA[J]. *IEEE Access*, 2023, 11: 102643–102660. doi: 10.1109/ACCESS.2023.3313505.

[2] ABD ELAZIZ M, AL - QANESS M A A, DAHOU A, *et al*. Evolution toward intelligent communications: Impact of deep learning applications on the future of 6G technology[J]. *WIREs Data Mining and Knowledge Discovery*, 2024, 14(1): e1521. doi: 10.1002/widm.1521.

[3] ZAWISH M, DHAREJO F A, KHOWAJA S A, *et al*. AI and 6G into the Metaverse: Fundamentals, challenges and future research trends[J]. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2024, 5: 730–778. doi: 10.1109/OJCOMS.2024.3349465.

[4] FU Yu, WANG Chengxiang, MAO Xichen, *et al*. Spectrum-energy-economy efficiency analysis of B5G wireless communication systems with separated indoor/outdoor scenarios[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2023, 22(12): 9718–9731. doi: 10.1109/TWC.2023.3273261.

[5] YI Xingrui, LI Jianqiang, LIU Yutong, *et al*. ArguteDUB: Deep learning based distributed uplink beamforming in 6G-based IoV[J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2024, 23(4): 2551–2565. doi: 10.1109/TMC.2023.3262320.

[6] WANG Wenjing, YU Tongzhou, LI Shuangyang, *et al*. A simple phase rotation based PAPR reduction method for multicarrier faster-than-Nyquist signaling[C]. 2023 IEEE 98th Vehicular Technology Conference (VTC2023-Fall), Hong Kong, China, 2023: 1–6. doi: 10.1109/VTC2023-Fall60731.2023.10333687.

[7] MA Yunsi, WU Nan, WU Kai, *et al*. VAMP-based iterative equalization for index-modulated multicarrier FTN signaling[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, 71(4): 2304–2316. doi: 10.1109/TCOMM.2023.3240689.

[8] ISHIHARA T and SUGIURA S. Differential multi-carrier faster-than-Nyquist signaling in doubly selective fading channel[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2024, 73(1): 1424–1429. doi: 10.1109/TVT.2023.3305731.

[9] 陈昭男, 刘锡国, 王红星, 等. 基于PSWF框架的非正交脉冲波形调制方法[J]. 电子学报, 2016, 44(3): 620–626. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.03.019.

CHEN Zhaonan, LIU Xiguo, WANG Hongxing, *et al*. Nonorthogonal pulse shape modulation based on PSWF frames[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(3): 620–626. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.03.019.

[10] 陆发平, 王红星, 刘传辉, 等. 基于功率复用的椭圆球面波函数非正交调制方法[J]. 航空学报, 2019, 40(9): 323102. doi: 10.7527/S1000-6893.2019.23102.

LU Faping, WANG Hongxing, LIU Chuanhui, *et al*. Power domain non-orthogonal pulse modulation based on prolate spheroidal wave function[J]. *Acta Aeronauticaet Astronautica Sinica*, 2019, 40(9): 323102. doi: 10.7527/S1000-6893.2019.23102.

[11] 王骥, 李子龙, 肖健, 等. 基于低复杂度加法网络的非正交多址接入短报文多用户检测算法研究[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(6): 2409–2417. doi: 10.11999/JEIT231186.

WANG Ji, LI Zilong, XIAO Jian, *et al*. Research on multi-user detection algorithm for non-orthogonal multiple access short message based on low complexity adder network[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2024, 46(6): 2409–2417. doi: 10.11999/JEIT231186.

[12] TONG Wen and ZHU Peiying. 6G: The Next Horizon: From Connected People and Things to Connected Intelligence[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2021: 271–285. doi: 10.1017/9781108989817.

[13] 张磊, 刘传辉, 王红星, 等. 基于白化变换的非正弦时域正交调制系统解调[J]. 吉林大学学报: 工学版, 2013, 43(3): 819–823. doi: 10.7964/jdxbgxb201303043.
ZHANG Lei, LIU Chuanhui, WANG Hongxing, *et al*. Demodulation method of non-sinusoidal orthogonal modulation system based on whiting transformation[J]. *Journal of Jilin University: Engineering and Technology Edition*, 2013, 43(3): 819–823. doi: 10.7964/jdxbgxb201303043.

[14] 张磊, 陈昭男, 王红星, 等. 基于串行干扰消除的非正弦系统解调方法[J]. 电波科学学报, 2013, 28(5): 934–940. doi: 10.13443/j.cjors.2013.05.025.
ZHANG Lei, CHEN Zhaonan, WANG Hongxing, *et al*. Demodulation method for non-sinusoidal orthogonal modulation system based on SIC[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2013, 28(5): 934–940. doi: 10.13443/j.cjors.2013.05.025.

[15] 王红星, 陆发平, 刘传辉, 等. 椭圆球面波信号间交叉项时频分布特性研究[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(6): 1319–1325. doi: 10.11999/JEIT160877.
WANG Hongxing, LU Faping, LIU Chuanhui, *et al*. Study on time-frequency characteristics of cross-terms between Prolate Spheroidal Wave Function signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(6): 1319–1325. doi: 10.11999/JEIT160877.

[16] 王红星, 赵乐源, 陆发平, 等. 椭圆球面波信号Wigner-Ville分布显式渐近求解方法[J]. 电子与信息学报, 2022, 44(10): 3574–3582. doi: 10.11999/JEIT210820.
WANG Hongxing, ZHAO Leyuan, LU Faping, *et al*. Explicit and progressive solution method for Wigner-Ville distribution of prolate spheroidal wave functions signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2022, 44(10): 3574–3582. doi: 10.11999/JEIT210820.

[17] PETTIT R H. Signal representation by prolate spheroidal wave functions[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1965, AES-1(1): 39–42. doi: 10.1109/TAES.1965.4501650.

[18] 王媛媛, 毛忠阳, 陆发平. 一种新的椭圆球面波信号时频域滤波方法[J]. 海军航空大学学报, 2023, 38(2): 173–178. doi: 10.7682/j.issn.2097-1427.2023.02.002.
WANG Yuanyuan, MAO Zhongyang, and LU Faping. A novel time-frequency filter method for Prolate Spheroidal Wave Function signal[J]. *Journal of Naval Aviation University*, 2023, 38(2): 173–178. doi: 10.7682/j.issn.2097-1427.2023.02.002.

[19] GUO Lanqing, HUANG Siyu, LIU Haosen, *et al*. Toward robust image denoising via flow-based joint image and noise model[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2024, 34(7): 6105–6115. doi: 10.1109/TCSVT.2023.3345667.

[20] WU Yinhu, ZHANG Junping, and LIU Dongyang. A remote sensing hyperspectral image noise removal method based on multipriors guidance[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2024, 21: 1–5. doi: 10.1109/LGRS.2024.3357833.

陆发平：男，讲师，研究方向为现代通信理论与应用、测控与通信信号波形设计、非正弦通信.
毛忠阳：男，教授，研究方向为现代通信理论与应用、激光通信、无线通信组网技术.
许志超：男，讲师，研究方向为卫星导航及其应用、无线通信网络与数据传输、非正弦通信.
舒轶昊：男，高级工程师，研究方向为现代通信理论与应用、导航技术.
康家方：男，副教授，研究方向为现代通信理论与应用、扩频调制技术、非正弦通信.
王 峰：男，副教授，研究方向为卫星导航及其应用、感知信号波形设计.
王甍娇：女，助理讲师，研究方向为现代通信理论与应用、无线组网技术.

责任编辑：余 蓉

Non-orthogonal Prolate Spheroidal Wave Functions Signal Detection Method with Cross-terms

LU Faping[①②] MAO Zhongyang[①②] XU Zhichao[①②③] SHU Yihao[④]
KANG Jiafang[①②] WANG Feng[③] WANG Mengjiao[①②]

[①](*Naval Aviation University*, *Yantai* 264001, *China*)

[②](*Key Laboratory of Sea-Air Information Perception and Processing Technology of Shandong Province*, *Yantai* 264001, *China*)

[③](*School of Electronic Information Engineering*, *Beihang University*, *Beijing* 100191, *China*)

[④](*Unit* 91001 *of PLA*, *Beijing* 100038, *China*)

Abstract:

Objective　Non-orthogonal Shape Modulation based on Prolate Spheroidal Wave Functions (NSM-PSWFs) utilizes PSWFs with high time-frequency energy concentration as basis waveforms. This structure enables high spectral efficiency and time-frequency energy aggregation, making it a promising candidate for B5G/6G waveform design. However, due to the non-orthogonality of the PSWFs used for information transmission in NSM-PSWFs, mutual interference between non-orthogonal signals and poor bit error performance in coherent detection systems significantly limit their practical deployment. This issue is a common challenge in non-orthogonal modulation and access technologies. To address the problem of low detection performance resulting from mutual interference among non-orthogonal PSWFs, this study incorporates time-frequency domain characteristics into signal detection. A novel detection mechanism for non-orthogonal PSWFs in the time-frequency domain is proposed, with the aim of reducing interference between non-orthogonal PSWFs and enhancing detection performance.

Methods　Given the different time-frequency domain energy distribution characteristics of PSWF signals at various stages, particularly the "local" energy concentration in different regions, this study introduces cross-terms between signals. Based on an analysis of non-orthogonal signal time-frequency characteristics, with a focus on innovating detection mechanisms, a combined approach of theoretical modeling and numerical simulation is employed to explore novel methods for detecting non-orthogonal PSWF signals via cross-terms. Specifically: (1) The impact of interference between PSWF signals and Gaussian white noise on the time-frequency distribution of cross-terms is analyzed, demonstrating the feasibility of detecting PSWF signals in the time-frequency domain. (2) Building on this analysis, time-frequency characteristics are integrated into the detection process. A novel method for detecting non-orthogonal PSWFs based on cross-terms is proposed, accompanied by a strategy for selecting time-frequency feature parameters. The "integral value of cross-terms over symmetric time intervals at the frequency corresponding to the peak energy density of cross-terms" is chosen as the feature parameter. This shifts signal detection from the "one-dimensional energy domain (time or frequency)" to the "two-dimensional time-frequency energy domain," enabling detection by exploiting localized energy regions while simultaneously mitigating interference during statistical acquisition.

Results and Discussions　This study demonstrates the feasibility of detecting signals in the two-dimensional time-frequency domain and analyzes the impact of different PSWFs and AWGN on the distribution characteristics of cross-terms. Notably, AWGN interference can be regarded as a special form of “interference between PSWFs” exhibiting a linear superposition with PSWF-induced interference. The interference from PSWFs with time-domain parity opposite to that of the template signal can be eliminated through “symmetric time-interval integration” (Fig. 1, Table 1, Table 2). This establishes a theoretical foundation for the novel detection mechanism based on cross-terms and provides a reference for incorporating other two-dimensional distribution characteristics into signal detection. Additionally, a novel detection mechanism for non-orthogonal PSWFs based on cross-terms is proposed, utilizing time-frequency distribution characteristics for signal detection. This method effectively reduces interference between non-orthogonal PSWFs, thereby enhancing detection performance. It also offers valuable insights for exploring detection mechanisms based on other two-dimensional distribution characteristics. For example, compared to conventional coherent detection, the proposed method achieves a superior performance with approximately 1 dB improvement in bit error rate at 4×10^{-5} (Fig. 4).

Conclusions　This paper demonstrates the feasibility of detecting PSWFs in the two-dimensional time-frequency domain and proposes a novel detection method for non-orthogonal PSWFs based on cross-terms. The proposed method transforms traditional coherent detection from “global energy in the time/frequency domain” to “local energy in the time-frequency domain” significantly reducing interference between non-orthogonal signals and enhancing detection performance. This approach not only provides a new perspective for developing efficient detection methods for non-orthogonal signals but also serves as a valuable reference for investigating novel signal detection mechanisms in two-dimensional domains.

Key words: Prolate Spheroidal Wave Functions (PSWFs); Non-orthogonal; Signal detection; Time-frequency domain; Cross-term