基于迭代二次优化算法的低截获波形序列设计

刘 强 张 敏* 郭福成 殷加鹏 胡卫东
(国防科技大学电子科学学院 长沙 410073)

摘 要：对抗条件下，低截获雷达通过发射特殊波形防止非合作电子侦察系统截获和检测其发射信号，是现代雷达技术的重点研究方向。该文旨在降低电子侦察系统的功率截获概率，在保证目标的辐射能量基础上，针对短时傅里叶变换(STFT)宽带数字侦察接收机特点，从能量的时频分布的角度将波形设计技术应用到无源对抗领域。首先，建立STFT宽带数字侦察接收机检测低截获模型，利用2次优化模型，将低截获问题转变为恒包络序列迭代优化问题；然后，为了获得较好的自相关性能，利用辅助标量，将优化模型转化为2次和形式，结合迭代算法得到了所提低截获波形序列；最后，讨论了计算复杂度。从仿真结果上看，所提序列比常见相位编码信号在相同的接收信噪比下具有更优的低截获能力，另外，引入Pareto权对所提序列的自相关特性进行控制，有效地提高了设计灵活性。

关键词：低截获雷达；波形设计；迭代2次优化
中图分类号：TN958 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2024)05-2048-09
DOI: 10.11999/JEIT231333

Low-intercept Waveform Sequence Design Based on Iterative Quadratic Optimization Algorithm

LIU Qiang ZHANG Min GUO FuCheng YIN JiaPeng HU WeiDong
(*College of Electronic Science, National University of Defense Technology, Changsha* 410073, *China*)

Abstract: In modern radar technology, a key research area is the design of special waveforms to prevent non-cooperative electronic reconnaissance systems from intercepting and detecting radar signals. This paper focuses on reducing the power interception probability of electronic reconnaissance systems while maintaining the radiation energy. Specifically, waveform design techniques are explored for passive countermeasures, considering the time-frequency distribution of energy and the characteristics of Short-Time Fourier Transform (STFT) wideband digital reconnaissance receivers. To address this, a low-intercept model for STFT wideband digital reconnaissance receiver is established, and then the low-intercept problem is converted into a constant envelope sequence iterative optimization problem using a quadratic optimization model. To improve autocorrelation performance, an auxiliary scalar is employed to transform the optimization model into a quadratic form and a sequence of low-interception waveforms are generated through an iterative algorithm. Furthermore, the computational complexity of our proposed method is discussed. The simulation results, demonstrate that our sequence exhibits superior low-interception capability compared to commonly used phase-coded signals at the same receive SNR. Additionally, Pareto weights are introduced to control the autocorrelation characteristics of the proposed sequence, thereby enhancing the design flexibility.

Key words: Low intercept radar; Waveform design; Iterative quadratic optimization

1 引言

随着电子战[1] (Electronic Warfare, EW)的发展，各种先进的电子侦察系统[2] (Electronic Reconnaissance, ER)如电子支援措施(Electronic Support Measures, ESM)，雷达告警接收机(Radar Warning Receivers, RWR)，电子情报系统(ELectronic INTelligence systems, ELINT)和反辐射导弹(Anti-Radiation Missiles, ARM)等已经出现并投入使用，旨在时间、方位、频率等域截获雷达信号，获取雷达相关信息[3]。

在雷达的探测、跟踪过程中，雷达波形很容易被发现，电子侦察系统严重威胁雷达的作战和生存能力[4,5]。因此，雷达系统不断地对低截获技术提

收稿日期：2023-12-04；改回日期：2024-02-07；网络出版：2024-03-08
*通信作者： 张敏 zhangmin1984@126.com

出更高的需求，希望低截获概率[6] (Low Probability of Intercept, LPI)雷达系统能够探测目标的同时降低被电子侦察系统发现的概率，为雷达及其载体的安全性提供保障[7]，本文将从LPI雷达与LPI雷达波形设计分方面进行阐述。

事实上，早在上个世纪80年代LPI雷达的概念就已经被阐述[8]，经过多年的迭代发展，大量的低截获技术不断被应用。LPI雷达的发展目前来看主要针对电子侦察系统的两大截获阶段，即功率截获阶段与雷达特征截获阶段[9]。电子侦察系统的功率截获过程是指电子侦察系统对所有电磁信号的宽开式接收，当信号幅度超过阈值时，信号才会被发现[10]。电子侦察系统的特征截获过程是指电子侦察系统对发现的信号进行特征提取与识别的过程[11,12]。

以降低功率截获概率的低功率连续波技术是一种较优的低截获技术，这种技术通过将能量分散在更长的时间中以最小化波形的瞬时功率峰值[13,14]以降低侦察系统截获概率；低旁瓣天线技术[15]有意地使得电子侦察系统无法获取更多的辐射能量，有效地避免了能量泄露，降低了侦察系统的截获概率；双/多基地雷达系统[16] 通过使雷达发射机尽可能远离侦察接收机，同样地，也是使得侦察接收机无法获得更多能量，降低侦察系统截获概率。

以降低雷达特征截获概率为目的的频率捷变[17,18]、伪随机[19]、复杂波形调制技术[20]通过增加侦察系统的处理难度，从时间复杂度的角度研究低识别概率(Low Probability of IDentification, LPID)波形设计的问题[21,22]。

以上低截获手段并没有分析和探究波形设计对低截获性能带来的潜在影响，实际上，波形设计是影响电子侦察系统的重要手段[23]。LPI雷达波形设计最早自上个世纪90年代起就已经被用以对抗电子侦察系统[24,25]，LPI雷达波形设计以波形参数的捷变技术[26,27]为代表，主要以降低特征截获概率为目的进行研究。

雷达波形参数捷变使得接收机难以探测波形有效参数，无法有效分选识别[28]；随着新体制雷达的出现，波形设计灵活度越来越高[29]，以MIMO雷达波形设计为主，通过波形分集能力带来更多的发射自由度，使得LPI雷达波形设计更加灵活，先进的波形发射方向图增强了自身的探测隐蔽性[30,31]。

然而，随着处理能力的提高，越来越多的侦察系统通过分析与提取接收信号中的可疑特征实现对复杂波形的截获[32,33]，即使在低信噪比条件下，目前的低截获系统也能得到雷达波形的潜在特征[34] 。近年来，不少学者利用散度(Kullback-Leibler, KL)进行衡量表示雷达任务与电子侦察系统的特征截获与识别过程[35]，在联合熵的约束下兼顾了探测特性进行LPI波形设计，旨在使侦察系统损失更多信息。然而，单纯的利用频域分布的聚散特性并没有较好地适应现代宽带电子侦察系统特性[36,37]。

为了更好地隐藏波形特征，兼顾探测能力，将波形频谱特征隐藏于背景噪声频谱特征中的波形设计方法应运而生[9]，在一定的接收信噪比下，通过设计波形的周期频谱与高斯白噪声的周期频谱之间的偏差最小化从而增加侦察接收机在特征提取阶段的提取难度，提高波形低截获性能。

以降低功率截获概率为目的的波形设计方法最初通过脉冲压缩理论，将信号功率分布在较大的频带进行LPI雷达波形设计[38–40]，新体制雷达的出现扩宽了信号的带宽，使得信号带宽变得更宽，发射的能量分布在更大的频率范围上。此外，MIMO雷达波形设计[29–31,41]通过发射波束成型技术降低了被截获系统截获的功率峰值并随着先进电子扫描方式的频率分集阵(Frequency Diversity Array, FDA)雷达[42]的出现，共同扩宽了LPI雷达波形设计研究的技术领域。

降低无源侦察系统的辐射功率峰值无疑是有效的低截获手段，但探测性能却随着目标处的辐射能量降低而降低，因此，对于低辐射功率的目标探测通常需要脉冲串级时间的能量积累实现，而这将使得雷达灵敏度受损。

从接收机检测器的角度出发，检测嵌入于射频中的信号是许多应用中共同的挑战，包括认知无线电、认知雷达和电子侦察系统。具体地，利用一个具有瞬时带宽(Instantaneous BandWidth, IBW)的接收机检测某个频带内的信号。其中一个解决办法是使用总功率辐射计，也称为能量检测器，这种检测器将整个采样频带压缩成一个单一检测变量，然后将该检测变量与门限阈值比较，虽然不需要计算频谱，但是频率分辨率为整个IBW；另一种解决办法是计算数字频谱中每个子带的检测变量，然后将其与门限阈值对比，频率分辨率为子带的频带宽度相关。基于后者，本文选择一种基于STFT的检测器[43]，这种检测器具有灵活的子带设置，通过所需的信道化设置对FFT频带进行分组，并通过每个频率的输出功率计算每个子带所包含的功率，并与门限比较。基于STFT算法的数字信道化处理框图如图1所示。

本文波形设计方法旨在降低侦察系统的功率截获概率，在保证雷达的辐射能量的基础上，针对宽带电子侦察系统特性，提出一种低截获波形设计方

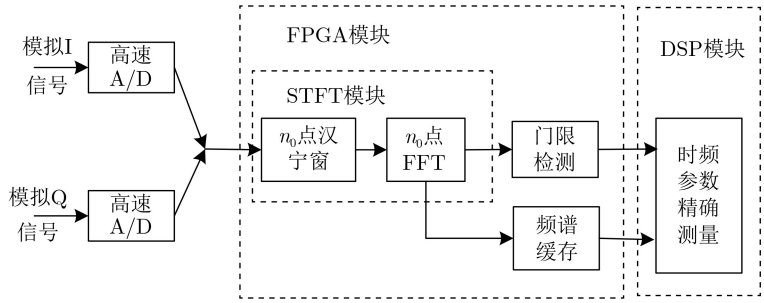

图 1 基于STFT算法的数字信道化处理功能框图

法，本文主要工作如下。(1)将STFT宽带侦察系统的低截获问题转变为恒包络波形迭代2次优化问题。(2)为了获得较好的自相关性能，利用Pareto权值的多目标优化问题的Pareto最优解，并结合迭代算法求解低截获波形。(3)讨论了算法的计算复杂度。仿真实验证明了本文设计方法的有效性。

2 信号模型与问题描述

LPI波形设计问题是以减少检测概率$P_{\rm d}$为目的对复数恒包络序列$\{s_n\}_{n=1}^N$的设计问题，即

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\ P_{\rm d},\\&\ \ \text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{1}$$

接下来将从STFT检测接收机的检测算法的角度，重新表述式(1)，然后根据波形设计特点，将式(1)转化为对子带检测变量进行优化的波形序列设计问题。

2.1 基于STFT的检测器模型

假设n_0为STFT点数，波形序列$\{s_n\}_{n=1}^N\in\mathbb{C}^N$，$\mathbb{C}^N$为$N\times 1$维复数集合，检测器第$p$个滑窗的第$m$个子带的检测变量为

$$\kappa_m^{(p)}=(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{H}\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\rm H}\cdot(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{H}\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s}),m=1,2,\cdots,n_0\tag{2}$$

其中，$(\cdot)^{\rm H}$为共轭转置算子，α_m表示为

$$\boldsymbol{\alpha}_m=\frac{1}{\sqrt{n_0}}\left[1,{\rm e}^{{\rm j}\frac{2\pi(m-1)}{n_0}},\cdots,{\rm e}^{{\rm j}\frac{2\pi(m-1)(n_0-1)}{n_0}}\right]\tag{3}$$

$\boldsymbol{\alpha}_m$为n_0维DFT矩阵$\boldsymbol{A}$的第m行，$\boldsymbol{H}$为由窗系数$h_m,m=1,2,\cdots,n_0$组成的对角矩阵。设总滑窗步数为P，滑窗步长为L，定义选择矩阵$\boldsymbol{J}_p,p=1,2,\cdots,P$表示为

$$\boldsymbol{J}_p=\left[\ \boldsymbol{0}^{n_0\times(p-1)L}\quad\boldsymbol{I}_{n_0}\quad\boldsymbol{0}^{n_0\times(P-p)L}\ \right])\tag{4}$$

假设自由空间传播模型，最大传播距离$r_{\max}$与最小接收功率$p_{r_{\min}}$的关系可表述为[44]

$$r_{\max}=\left[\frac{P_{\rm t}G_{\rm tr}G_{\rm r}\lambda^2}{(4\pi)^2p_{r_{\min}}}\right]^{1/2}\tag{5}$$

其中，$P_{\rm t}$为发射功率，$G_{\rm tr}$为接收机方向发射增益，$G_{\rm r}$为接收天线增益，λ为天线波长，$R_{\rm r}$为截获距离，对STFT检测器，定义第p个窗检测向量$\boldsymbol{\kappa}^{(p)}=\left[\kappa_1^{(p)}\quad\kappa_2^{(p)}\quad\cdots\quad\kappa_{n_0}^{(p)}\right]^{\rm T}$，则接收机灵敏度$\gamma_{\min}$，检测变量$\kappa^{(p)}$与最小接收功率$p_{r_{\min}}$关系可表述为

$$p_{r_{\min}}=\frac{\gamma_{\min}}{\max\limits_p\left\|\boldsymbol{\kappa}^{(p)}\right\|_\infty}\tag{6}$$

需要注意的是，$p_{r_{\min}}$定义为检测所需最小功率，$\gamma_{\min}$为接收机工作所需最小功率，$\boldsymbol{\kappa}^{(p)}$与检测算法和波形相关，不妨令$Q(\boldsymbol{s})=\max\limits_p\left\|\boldsymbol{\kappa}^{(p)}\right\|_\infty$，当检测器为能量检测器时，恒包络信号$Q(\boldsymbol{s})\triangleq 1$，此时，接收机灵敏度与最小检测功率相同。因此，式(1)的优化问题，实际上等价于最大化最小检测功率，即

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{s}}\ p_{r_{\min}},\\&\ \ \text{s.t.}\ \ |\boldsymbol{s}_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{7}$$

当接收机灵敏度确定时，由式(6)、式(7)可等价为[45]

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\ \max_p\ \left\|\boldsymbol{\kappa}^{(p)}\right\|_\infty,\\&\ \ \text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{8}$$

不考虑接收窗所造成的能量损失，令$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{I}$，式(8)可展开为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\ \max_{m,p}\ (\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\rm H}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s}),\\&\ \ \text{s.t.}\ \ |s_n|=1,n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{9}$$

式(9)是基于图1 STFT算法的数字信道化处理的低截获波形设计优化问题描述，目标函数为2次形式，其物理意义是使得采样信号输出功率最小，对此，本文利用迭代2次优化算法对该问题进行求解。

3 基于迭代算法的低截获序列设计

3.1 基于迭代算法的低截获序列设计方法

对于任何p，都有$\sum_{m=1}^{n_0}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\rm H}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})\triangleq n_0$成立，因此$\sum_{p=1}^{P}\sum_{m=1}^{n_0}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\rm H}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})\triangleq P\cdot n_0$，对于其中每一项都有

$$0\le(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\rm H}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})\le n_0\tag{10}$$

于是，当$\boldsymbol{s}$一定时，$\max\limits_{m,p}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})\in[1,n_0]$，即，式(9)问题的最优解为1。因此，不妨令式(9)的min max简化为min平方和式问题，如式(11)所示

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\sum_{p=1}^{P}\sum_{m=1}^{n_0}\left|(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s})-1\right|^2,\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{11}$$

对式(11)中目标函数进行化简，令$\boldsymbol{s}_p=\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s}$，展开有

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\sum_{p=1}^{P}\sum_{m=1}^{n_0}\left|\boldsymbol{s}_p^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\alpha}_m^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\alpha}_m\boldsymbol{s}_p-1\right|^2,\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{12}$$

可见，式(12)中目标函数是$\boldsymbol{s}_p$的4次函数形式，为NP-Hard问题，直接求解较困难，有关于$\boldsymbol{s}_p$的近似等价2次函数优化问题如式(13)所示[46]

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s}}\sum_{p=1}^{P}\sum_{m=1}^{n_0}\left|\boldsymbol{\alpha}_n\boldsymbol{s}_p-\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_{(n+p)}}\right|^2,\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{13}$$

需要注意的是式(12)与式(13)在最优值处的解相同，且随着$\boldsymbol{s}_p$的变化，式(12)与式(13)问题具有相同的增减特性：定义$\boldsymbol{v}=\left[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_1},\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_2},\cdots,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\psi_N}\right]^{\mathrm{T}}$，同样的，令$\boldsymbol{v}_p=\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{v}$，式(13)可整理为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}}\sum_{p=1}^{P}\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}_p-\boldsymbol{v}_p\|^2,\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1,\\&\qquad\ \ |v_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{14}$$

其中，$\boldsymbol{A}$为n_0点DFT矩阵，令$\boldsymbol{S}$, $\boldsymbol{V}$为分别为

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{S}&=\left[\ \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{s}\quad\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{s}\quad\cdots\quad\boldsymbol{J}_P\boldsymbol{s}\ \right]\\\boldsymbol{V}&=\left[\ \boldsymbol{J}_1\boldsymbol{v}\quad\boldsymbol{J}_2\boldsymbol{v}\quad\cdots\quad\boldsymbol{J}_P\boldsymbol{v}\ \right]\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

式(14)可以等价表述为

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}}\ \boldsymbol{1}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{diag}\left\{\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{V}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{S}\right\}\right\},\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1,\\&\qquad\ \ |v_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{1}^{\mathrm{T}}$为长度为$P$的求和向量，$\mathrm{Re}\{\cdot\}$为取实数算子，$\mathrm{diag}\{\cdot\}$为取对角算子，式(16)的最优值为$\rho_0=Pn_0$，分别令

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{g}^{(i)}&=\boldsymbol{A}\boldsymbol{S}^{(i)}\\\boldsymbol{z}^{(i)}&=\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{V}^{(i)}\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

其中所提方法的迭代次数用i表示，对每一次迭代有输入$\boldsymbol{S}^{(i)}$，式(16)可转述为

$$\begin{aligned}&\max_{\boldsymbol{v}}\ \ \boldsymbol{1}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{diag}\left\{\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{V}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{g}^{(i)}\right\}\right\},\\&\text{s.t.}\ \ |v_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{18}$$

最优解易得

$$\boldsymbol{V}^{(i)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{g}^{(i)}\right\}}\tag{19}$$

同理，每一次优化得到的$\boldsymbol{V}^{(i)}$，$\mathrm{angle}\{\cdot\}$为取相位角算子，式(16)可转述为

$$\begin{aligned}&\max_{sv}\ \boldsymbol{1}^{\mathrm{T}}\cdot\mathrm{diag}\left\{\mathrm{Re}\left\{\boldsymbol{S}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z}^{(i)}\right\}\right\},\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1,\\&\qquad\ \ |v_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1\end{aligned}\tag{20}$$

即得到$i+1$次优化迭代信号矩阵

$$\boldsymbol{S}^{(i+1)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{z}^{(i)}\right\}}\tag{21}$$

利用迭代算法求解时频恒包络序列(Iteration Algorithm-Time Frequency Contant Envelope, IA-TFCE)步骤如下：

初始化　$i=0$，由$\boldsymbol{s}^{(0)}$初始化$\boldsymbol{S}^{(0)}$；

步骤1-1　利用$\boldsymbol{S}^{(i)}$求$\boldsymbol{g}^{(i)}$，并令$\boldsymbol{V}^{(i)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{g}^{(i)}\right\}}$；

步骤1-2　利用$\boldsymbol{V}^{(i)}$求$\boldsymbol{z}^{(i)}$，并令$\boldsymbol{S}^{(i+1)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{z}^{(i)}\right\}}$，由$\boldsymbol{S}^{(i+1)}$得到$\boldsymbol{s}^{(i+1)}$并计算$\rho^{(i)}=\left\|\boldsymbol{s}^{(i+1)}-\boldsymbol{s}^{(i)}\right\|^2$；

步骤2　重复步骤1-1与步骤1-2，直至满足$\left|\rho_0-\rho^{(i)}\right|<\varepsilon$，输出$\boldsymbol{s}^{(i+1)}$，$\varepsilon$为一正定门限。

IA-TFCE具有较好的反侦察特性，然而自相关旁瓣却不理想，并不适合作为探测波形。本文利用(Integrated Sidelobe Level, ISL)积分旁瓣电平用于对波形的自相关特性的评估，ISL定义为

$$\mathrm{ISL}=\sum_{k=1}^{N-1}|r_k|^2\tag{22}$$

对于非周期信号，r_k定义为

$$r_k=\sum_{n=1}^{N-k}s_ns_{n-k}^*=r_{-k}^*,k=0,1,\cdots,N-1\tag{23}$$

根据最小自相关旁瓣准则[47]，自相关旁瓣问题可表示为

$$\mathrm{ISL}=\frac{1}{2N}\sum_{k=1}^{2N}\left[|\boldsymbol{f}_k\boldsymbol{s}|^2-N\right]^2\tag{24}$$

其中，行向量$\boldsymbol{f}_k=[1,\exp(-\mathrm{j}2\pi k/2N),\cdots,\exp(-\mathrm{j}2\pi k(N-1)/2N)]$，结合式(14)，将最小化ISL优化问题引入多目标优化问题，如式(25)所示

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}}f_1(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1),f_2(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_2),\\&\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1,\\&\qquad\ \ |v_{1,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1,\\&\qquad\ \ |v_{2,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,2N-1\end{aligned}\tag{25}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} f_1(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1) &= \sum_{p=1}^{P}\|\boldsymbol{A}\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{s}-\boldsymbol{J}_p\boldsymbol{v}_1\|^2 \\ f_2(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_2) &= \|\boldsymbol{F}\boldsymbol{s}-\boldsymbol{v}_2\|^2 \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

其中，$\boldsymbol{F}$由N维DFT列向量构成，第n行为$1/\sqrt{2N}\cdot\boldsymbol{f}_k$，式(25)通常不存在同时最优解[48]，因此转为寻找多目标函数的Pareto最优解。为了统一变量，令$\boldsymbol{\Lambda}_p=\boldsymbol{A}\boldsymbol{J}_p, p=1,2,\cdots,P$，构造$\boldsymbol{\Lambda}$如式(27)所示

$$\boldsymbol{\Lambda}=\left[\begin{array}{cccc}\boldsymbol{\Lambda}_1 & \boldsymbol{\Lambda}_2 & \cdots & \boldsymbol{\Lambda}_P\end{array}\right]^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

$f_1(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1)$可等价为

$$f_1(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1)=\|\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{s}-\boldsymbol{v}_1\|^2 \tag{28}$$

引入标量$\eta\in[0,1]$，定义函数$f_\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2)$为

$$f_\eta(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2)=\eta f_1(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v})+(1-\eta)f_2(\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}) \tag{29}$$

Pareto优化问题可以表述为

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2}\ \eta\|\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{s}-\boldsymbol{v}_1\|^2+(1-\eta)\|\boldsymbol{F}\boldsymbol{s}-\boldsymbol{v}_2\|^2, \\ &\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1, \\ &\qquad |v_{1,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1, \\ &\qquad |v_{2,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,2N-1 \end{aligned} \tag{30}$$

同样的，可以得到等价为

$$\begin{aligned} &\max_{\boldsymbol{s},\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2}\ \mathrm{Re}\left\{\left(\eta,\boldsymbol{v}_1^{\mathrm{H}}\boldsymbol{\Lambda}+(1-\eta)\boldsymbol{v}_2^{\mathrm{H}}\boldsymbol{F}\right)\boldsymbol{s}\right\}, \\ &\text{s.t.}\ \ |s_n|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1, \\ &\qquad |v_{1,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,N-1, \\ &\qquad |v_{2,n}|=1,\ n=0,1,\cdots,2N-1 \end{aligned} \tag{31}$$

每一次输入$\boldsymbol{s}^{(i)}$，令

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{g}_1{}^{(i)} &= \boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{s}^{(i)} \\ \boldsymbol{g}_2{}^{(i)} &= \boldsymbol{F}\boldsymbol{s}^{(i)} \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

有$\boldsymbol{v}_1$，$\boldsymbol{v}_2$解

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{g}_1{}^{(i)} &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{g}_1^{(i)}\right\}} \\ \boldsymbol{g}_2{}^{(i)} &= \mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{g}_2^{(i)}\right\}} \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

同理，令

$$\boldsymbol{z}^{(i)}=\eta\left(\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_1{}^{(i)}\right)+(1-\eta)\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{v}_2{}^{(i)}\right) \tag{34}$$

得到$i+1$次优化迭代优化向量$\boldsymbol{S}^{(i+1)}$

$$\boldsymbol{S}^{(i+1)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{z}^{(i)}\right\}} \tag{35}$$

利用迭代算法求解低截获序列(Iteration Algorithm-Low Probability of Intercept, IA-LPI)步骤如下：

初始化 $i=0$，初始化$\boldsymbol{S}^{(0)}$；

步骤1-1 利用$\boldsymbol{S}^{(i)}$求$\boldsymbol{g}_1{}^{(i)}$，$\boldsymbol{g}_2{}^{(i)}$，并令$\boldsymbol{v}_2{}^{(i)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{g}_2{}^{(i)}\right\}}$；

步骤1-2 利用$\boldsymbol{v}_1{}^{(i)}$，$\boldsymbol{v}_2{}^{(i)}$求$\boldsymbol{z}^{(i)}$，令$\boldsymbol{S}^{(i+1)}=\mathrm{e}^{\mathrm{j}\cdot\mathrm{angle}\left\{\boldsymbol{z}^{(i)}\right\}}$，由$\boldsymbol{S}^{(i+1)}$得到$\boldsymbol{s}^{(i+1)}$并计算$\rho^{(i)}=\left\|\boldsymbol{s}^{(i+1)}-\boldsymbol{s}^{(i)}\right\|^2$；

步骤2 重复步骤1-1与步骤1-2，直至满足$\left|\rho^{(i)}-\rho^{(i-1)}\right|<\varepsilon$，输出$s^{(i+1)}$，$\varepsilon$为一正定门限。

3.2 计算复杂度分析

本文所提方法计算复杂度根据迭代次数线性增加，IA-TFCE算法每次迭代中，实际上是进行了$2P$次n_0点FFT运算，其复杂度为$\mathcal{O}(n_0P\log_2 n_0)$，复杂度与FFT大小有关，当$n_0=N$时，复杂度与CAN算法相同[46]，为$\mathcal{O}(N\log_2 N)$。可见当$N$确定时，有$N=n_0+(P-1)L$，IA-TFCE在每次的迭代中的复杂度与步长$L$相关，步长$L$越长，$P$越小。IA-LPI算法中，辅助向量$\boldsymbol{v}_1$求解可以简化为$P$次$n_0$点FFT运算，其复杂度为$\mathcal{O}(n_0P\log_2 n_0)$，辅助向量$\boldsymbol{v}_2$求解可以简化为1次$2N$点FFT运算，其复杂度为$\mathcal{O}(N\log_2 2N)$，更新$\boldsymbol{z}$复杂度$\mathcal{O}(n_0PN+N\log_2(2N))$，因此，IA-LPI算法计算的总复杂度为$\mathcal{O}(n_0PN+2N\log_2(2N)+n_0P\log_2 n_0)$，同样的，第1项与第3项大小与步长$L$成反比。

4 仿真分析

4.1 收敛性能分析

为了验证所提方法的收敛性，图2和图3分别给出了不同峰均比(Peak-to-Average power Ratio, PAR)的IA-TFCE与IA-LPI在300次迭代次数时的迭代结果。当信号发射总能量一定时，PAR可由式(36)计算

$$\mathrm{PAR}=\max_{\boldsymbol{s}}\ |s(n)|^2, n=1,2,\cdots,N \tag{36}$$

本文对PAR约束求解可表述为优化问题

$$\begin{aligned} &\min_{\boldsymbol{s}}\ \|\boldsymbol{s}-\boldsymbol{z}\|_2, \\ &\qquad \text{s.t.}\ \mathrm{PAR}(\boldsymbol{s})\le\xi,\ \|\boldsymbol{s}\|^2=N \end{aligned} \tag{37}$$

这里ξ为大于等于1的PAR约束上界，由PAR定义可知，其值大小等于PAR，$\boldsymbol{z}$为N维复变量，式(37)求解可参见交替投影法[49]。由图2可知，当

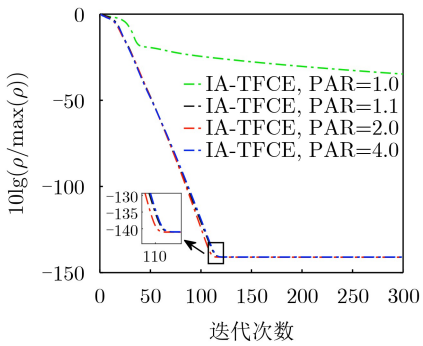

图 2 IA-TFCE在不同PAR下的收敛情况

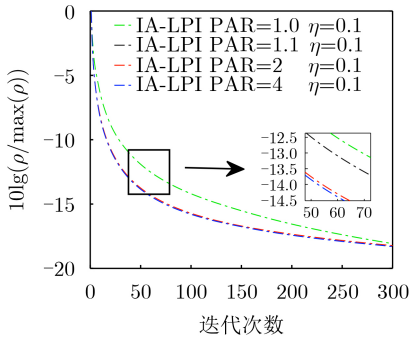

图 3 IA-LPI在$\eta=0.1$时不同PAR下的收敛情况

PAR大于1时，算法收敛速度较PAR等于1时的收敛速度要快，100次迭代即可收敛；由图3可知，当$\eta=0.1$时，不同PAR下的收敛速度差异不大，为了进一步验证η与PAR和收敛速度的关系，对比了IA-LPI算法在300次迭代时不同η与PAR的收敛值大小，如图4所示，IA-LPI算法在η小于1时，收敛速度与PAR关系不大，当$\eta=1$时，PAR越大，收敛越快，与IA-TFCE结论相同。

4.2 对比分析自相关性能

为验证比较所提编码的自相关性能，本文选用准则因子(Merit Factor, MF)作为自相关性的度量，定义为主瓣能量与其他旁瓣总能量之比，由Golay于1972年定义，其表达式为[50]

$$\mathrm{MF}=\frac{|r_0|}{2\sum_{k=1}^{N-1}|r_k|^2} \tag{38}$$

仿真在信号编码长度$N=128$时，对比了Golomb[51], CAN[47], PeCAN[52]，随机相位(RaNdom-phase, RN)编码与IA-TFCE和IA-LPI在不同编码长度的自相关性能对比，如图5所示，CAN与Golomb自相关性能随N的增大而增大，具有较好的自相关性能；IA-LPI在$\eta=0.5$时，自相关性能与PeCAN近似相同，较随机编码更好；而IA-TFCE的自相关性能与编码长度成反比。

此外，为考察IA-LPI在不同PAR时的自相关性能随η的变化情况，对比η变化情况下的自相关性能，如图6所示，IA-LPI长度不变时，η与自相关性能反比例，在随着PAR的增加，自相关性能得到改善。

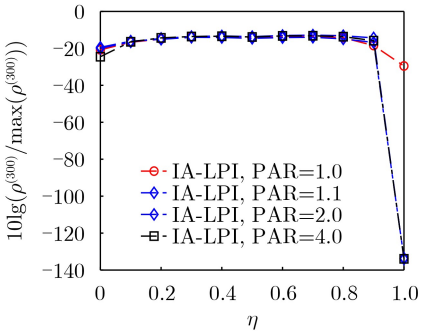

图 4 第300次迭代时IA-LPI在不同η与PAR的收敛对比

4.3 对比分析低截获性能

截获接收机为STFT数字宽带接收机[43]，设信号$\lambda=0.1$ m，发射功率$P_t=100$ W，不考虑任何增益与衰减，图7为所提编码与随机编码，Golomb, CAN, PECAN在不同接受门限下的最大截获距离对比，由图可知IA-TFCE具有最优的低截获性能，在接收灵敏度$\gamma_{\min}$为–85 dBm时，IA-TFCE截获距离较Golomb编码约小70 km，较CAN编码越小96 km，如图8为当接收灵敏度为–85 dBm时的不同

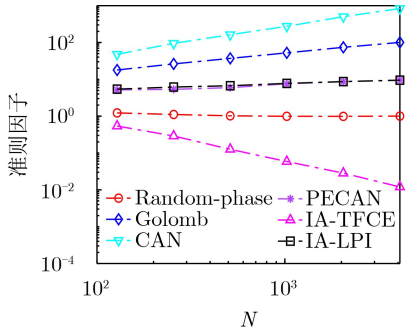

图 5 随机编码, Golomb, CAN, PECAN与所提编码在$\eta=0.5$下的自相关对比

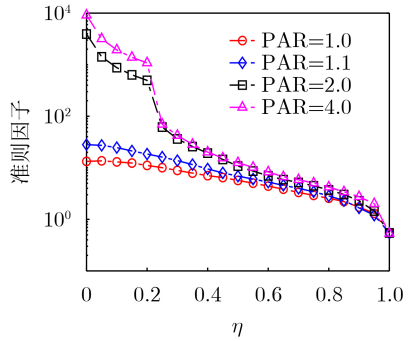

图 6 IA-LPI在长度相同的不同PAR时随η变化的自相关性能对比

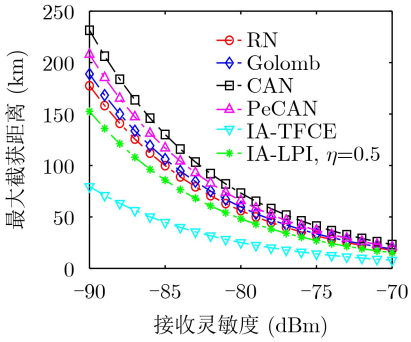

图 7 随机编码, Golomb, CAN, PECAN与所提编码在不同接收门限下最大截获距离对比

PAR的IA-LPI编码随着η变化条件下的最大截获距离变化情况，由图可知，最大截获距离随着η的增加而减少，然而，不同的PAR取值的最大截获距离比较情况不明显。为探究低截获特性随着PAR的变化情况，在PAR变化范围为1～20时，比较η分别取0.1, 0.5, 1时的IA-LPI的最大截获距离情况，如图9所示。可见，在STFT接收机背景下，信号的PAR对截获距离的影响并不明显，当η取1时，最大截获距离不受PAR影响，结合收敛性分析试验可知，PAR对收敛特性有着较大的影响，而对低截获特性影响较弱。

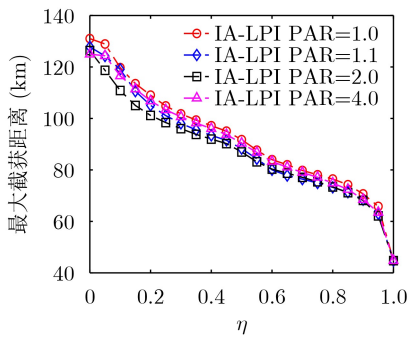

图 8 不同PAR时IA-LPI编码在接收灵敏度为–85 dBm下随着η变化的最大截获距离比较

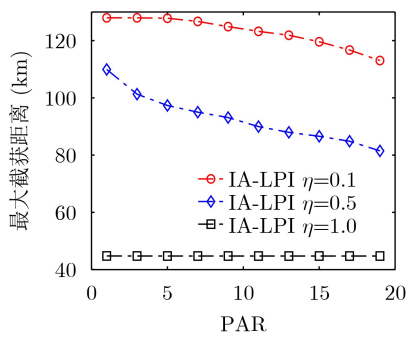

图 9 不同η时IA-LPI编码在接收门限为–85 dBm下随着PAR变化的最大截获距离比较

5 结论

本文针对STFT宽带侦察系统特点，提出了一种基于2次迭代算法的LPI雷达序列设计方法，本方法有效地权衡了探测性能与低截获性能。仿真表明，所提波形序列能够在相同的接收信噪比下，具有较低的检测概率，在相同的发射峰值功率下，具有更小的最大截获距离。

参 考 文 献

[1] SCHLEHER D C. LPI radar: Fact or fiction[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2006, 21(5): 3–6. doi: 10.1109/MAES.2006.1635166.

[2] SHAPERO S. Introduction to modern EW systems, 2nd edition (de Martino, A.) [Book review][J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2019, 34(8): 62–63. doi: 10.1109/MAES.2019.2921175.

[3] WANG Yuanhang, ZHANG Tianxian, KONG Lingjiang, *et al.* A stochastic simulation optimization-based range gate pull-off jamming method[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2023, 27(3): 580–594. doi: 10.1109/TEVC.2022.3175517.

[4] DING Xiaojin, SONG Tiecheng, ZOU Yulong, *et al.* Security-reliability tradeoff analysis of artificial noise aided two-way opportunistic relay selection[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(5): 3930–3941. doi: 10.1109/TVT.2016.2601112.

[5] SHI Chenguang, WANG Fei, SELLATHURAI M, *et al.* Power minimization-based robust OFDM Radar waveform design for Radar and communication systems in coexistence[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(5): 1316–1330. doi: 10.1109/TSP.2017.2770086.

[6] LAWRENCE D E. Low probability of intercept antenna array beamforming[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2010, 58(9): 2858–2865. doi: 10.1109/TAP.2010.2052573.

[7] 巩朋成, 王兆彬, 谭海明, 等. 杂波背景下基于交替方向乘子法的低截获频控阵MIMO雷达收发联合优化方法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(5): 1267–1274. doi: 10.11999/JEIT200445.
GONG Pengcheng, WANG Zhaobin, TAN Haiming, *et al.* Joint design of the transmit and receive beamforming via alternating direction method of multipliers for LPI of frequency diverse array MIMO Radar in the presence of clutter[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(5): 1267–1274. doi: 10.11999/JEIT200445.

[8] GLENN A. Low probability of intercept[J]. *IEEE Communications Magazine*, 1983, 21(4): 26–33. doi: 10.1109/MCOM.1983.1091402.

[9] LIU Xinyu, ZHANG Tianxian, YU Xianxiang, *et al.* LPI waveform design for radar system against cyclostationary analysis intercept processing[J]. *Signal Processing*, 2022, 201: 108681. doi: 10.1016/j.sigpro.2022.108681.

[10] GRIFFITHS H D. Detecting and classifying low probability of intercept radar – Second edition. P. E. Pace Artech House, 16 Sussex Street, London, SW1V 4RW, UK. 2009. 857pp. + diskette Illustrated. £100, ISBN 978-1-59693-234-0[J]. *The Aeronautical Journal*, 2011, 115(1168): 389. doi: 10.1017/S0001924000005960.

[11] CHEN Jun, WANG Jie, ZHANG Yidong, *et al.* Spatial information-theoretic optimal LPI radar waveform design[J]. *Entropy*, 2022, 24(11): 1515. doi: 10.3390/e24111515.

[12] CHEN Jun, WANG Fei, and ZHOU Jianjiang. Information-theoretic optimal radar waveform selection with multi-sensor cooperation for LPI purpose[J]. *IEEE Access*, 2022, 10: 113649–113661. doi: 10.1109/ACCESS.2022.3217554.

[13] HIZAL A and DEMIR Ş. Pulsed FMCW waveform design

for LPI radars based on stretch processing[C]. The 9th European Radar Conference, Amsterdam, Netherlands, 2012: 306–309.

[14] GOVONI M A, LI Hongbin, and KOSINSKI J A. Low probability of interception of an advanced noise radar waveform with linear-FM[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(2): 1351–1356. doi: 10.1109/TAES.2013.6494419.

[15] WAN Tao, JIANG Kaili, LIAO Jingyi, *et al.* Research on LPI radar signal detection and parameter estimation technology[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2021, 32(3): 566–572. doi: 10.23919/JSEE.2021.000048.

[16] GODRICH H, PETROPULU A P, and POOR H V. Power allocation strategies for target localization in distributed multiple-radar architectures[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(7): 3226–3240. doi: 10.1109/TSP.2011.2144976.

[17] SHI Yuxin, AN Kang, and LI Yusheng. Index modulation based frequency hopping: Anti-Jamming design and analysis[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(7): 6930–6942. doi: 10.1109/TVT.2021.3087640.

[18] BURGOS-GARCIA M, SANMARTIN-JARA J, PEREZ-MARTINEZ F, *et al.* Radar sensor using low probability of interception SS-FH signals[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2000, 15(4): 23–28. doi: 10.1109/62.839631.

[19] PAN Qihe and NARAYANAN R M. Delay-modulated RF tag system concept using ultrawideband noise radar waveforms[J]. *International Journal of Distributed Sensor Networks*, 2011, 7(1): 156582. doi: 10.1155/2011/156582.

[20] QIONGDAN Qiongdan, LI Yong, ZENG Yaoping, *et al.* Design and characteristic analysis of multicarrier chaotic phase coded radar pulse train signal[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2014, 2014: 724294. doi: 10.1155/2014/724294.

[21] CHOI K and LIU Huaping. Quasi-synchronous CDMA using properly scrambled Walsh codes as user-spreading sequences[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(7): 3609–3617. doi: 10.1109/TVT.2010.2050916.

[22] GROSS F B and CHEN K. Comparison of detectability of traditional pulsed and spread spectrum radar waveforms in classic passive receivers[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(2): 746–751. doi: 10.1109/TAES.2005.1468765.

[23] LIU X, ZHANG T, SHI Q. LPI Radar Waveform Design With Desired Cyclic Spectrum and Pulse Compression Properties[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(5): 6789–6793. doi: 10.1109/TVT.2022.3233446.

[24] SCHRICK G and WILEY R G. Interception of LPI radar signals[C]. IEEE International Conference on Radar, Arlington, USA, 1990: 108–111. doi: 10.1109/RADAR.1990.201147.

[25] LOU Mingyue, ZHONG Taineng, LI Min, *et al.* Low probability of intercept waveform optimization method for Sar imaging[C]. 2021 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS, Brussels, Belgium, 2021: 3963–3966. doi: 10.1109/IGARSS47720.2021.9554227.

[26] LIU Shuai, CAO Yunhe, YEO T S, *et al.* Range sidelobe suppression for randomized stepped-frequency chirp radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3874–3885. doi: 10.1109/TAES.2021.3082670.

[27] LIU Shuai, CAO Yunhe, YEO T S, *et al.* Adaptive clutter suppression in randomized stepped-frequency radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(2): 1317–1333. doi: 10.1109/TAES.2020.3040530.

[28] 朱勇刚, 张毅, 李玉生, 等. 一种时频码联合捷变波形及其反侦察性能[J]. 通信对抗, 2020, 39(1): 1–4,18.
ZHU Yonggang, ZHANG Yi, LI Yusheng, *et al.* A joint time-frequency-code agile waveform and its anti-reconnaissance performance[J]. *Communication Countermeasures*, 2020, 39(1): 1–4,18.

[29] WANG Liu, WANG Wenqin, GUAN Haoliang, *et al.* LPI property of FDA transmitted signal[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3905–3915. doi: 10.1109/TAES.2021.3083402.

[30] GONG Pengcheng, ZHANG Zhuoyu, WU Yuntao, *et al.* Joint design of transmit waveform and receive beamforming for LPI FDA-MIMO radar[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2022, 29: 1938–1942. doi: 10.1109/LSP.2022.3205206.

[31] GONG Pengcheng, XU Kaiyan, WU Yuntao, *et al.* Optimization of LPI-FDA-MIMO radar and MIMO communication for spectrum coexistence[J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2023, 12(6): 1076–1080. doi: 10.1109/LWC.2023.3261419.

[32] JIN Yan, DUAN Pengting, and JI Hongbing. Parameter estimation of LFM signals based on scaled ambiguity function[J]. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, 2016, 35(12): 4445–4462. doi: 10.1007/s00034-016-0280-0.

[33] HAMSCHIN B M, FERGUSON J D, and GRABBE M T. Interception of multiple low-power linear frequency modulated continuous wave signals[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(2): 789–804. doi: 10.1109/TAES.2017.2665140.

[34] ALPHONSE S and WILLIAMSON G A. On estimating nonlinear frequency modulated radar signals in low SNR environments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(3): 1793–1802. doi: 10.1109/TAES.2021.3050649.

[35] 符颖, 王星, 周一鹏, 等. 基于改进半监督朴素贝叶斯的LPI雷达信号识别[J]. 系统工程与电子技术, 2017, 39(11):

2463–2469. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2017.11.11.
FU Ying, WANG Xing, ZHOU Yipeng, *et al*. Recognition of LPI radar signals based on revised semi-supervised Naïve Bayes[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2017, 39(11): 2463–2469. doi: 10.3969/j.issn.1001-506X.2017.11.11.

[36] WILLIAMS E C, BRIDGES C P, and BOWYER M D J. Nowhere to hide? Passive, non-cooperative maritime surveillance from a nanosat[C]. 2018 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA, 2018: 1–10. doi: 10.1109/AERO.2018.8396548.

[37] ELLIS P, RHEEDEN D V, and DOWLA F. Use of Doppler and Doppler rate for RF geolocation using a single LEO satellite[J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 12907–12920. doi: 10.1109/ACCESS.2020.2965931.

[38] LEMIEUX J A and INGELS F M. Analysis of FSK/PSK modulated radar signals using Costas arrays and complementary Welti codes[C]. IEEE International Conference on Radar, Arlington, USA, 1990: 589–594. doi: 10.1109/RADAR.1990.201115.

[39] KIM I, PARK K H, SONG M K, *et al*. Design of LPI signals using optimal families of perfect polyphase sequences[C]. Proceedings of 2016 International Symposium on Information Theory and Its Applications (ISITA), Monterey, USA, 2016: 261–264.

[40] WARNKE L, CORRELL B, and SWANSON C N. The density of Costas arrays decays exponentially[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2023, 69(1): 575–581. doi: 10.1109/TIT.2022.3202507.

[41] 李正杰, 谢军伟, 张浩为, 等. 一种低截获背景下的集中式MIMO雷达快速功率分配算法[J]. 雷达学报, 2023, 12(3): 602–615. doi: 10.12000/JR22203.
LI Zhengjie, XIE Junwei, ZHANG Haowei, *et al*. A fast power allocation algorithm in a collocated MIMO Radar under low interception backgrounds[J]. *Journal of Radars*, 2023, 12(3): 602–615. doi: 10.12000/JR22203.

[42] 巩朋成, 吴云韬. 基于ADMM改进的低截获FDA-MIMO雷达发射波束设计[J]. 通信学报, 2022, 43(4): 133–142. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2022065.
GONG Pengcheng and WU Yuntao. Improved transmit beamforming design based on ADMM for low probability of intercept of FDA-MIMO radar[J]. *Journal on Communications*, 2022, 43(4): 133–142. doi: 10.11959/j.issn.1000-436x.2022065.

[43] 王宏伟, 赵国庆, 王玉军, 等. 一种宽带数字信道化接收机[J]. 西安电子科技大学学报:自然科学版, 2010, 37(3): 487–491, 553. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2010.03.018.
WANG Hongwei, ZHAO Guoqing, WANG Yunjun, *et al*. Wideband digital channelized receiver design[J]. *Journal of Xidian University*, 2010, 37(3): 487–491, 553. doi: 10.3969/j.issn.1001-2400.2010.03.018.

[44] 周一宇, 安玮, 郭福成, 等. 电子对抗原理与技术[M]. 北京: 电子工业出版社, 2014: 24–63.
ZHOU Yiyu, AN Wei, GUO Fucheng, *et al*. Principles and Technologies of Electronic Warfare System[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014: 24–63.

[45] HUANG Xiangao, HUANG Wei, WANG Chao, *et al*. Blind reconnaissance of the pseudo-random sequence in DS/SS signal with negative SNR[J]. *Science in China Series F:Information Sciences*, 2007, 50(3): 510–520. doi: 10.1007/s11432-007-0039-0.

[46] STOICA P, HE Hao, and LI Jian. New algorithms for designing unimodular sequences with good correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(4): 1415–1425. doi: 10.1109/TSP.2009.2012562.

[47] STOICA P, HE Hao, and LI Jian. On designing sequences with impulse-like periodic correlation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2009, 16(8): 703–706. doi: 10.1109/LSP.2009.2021378.

[48] JOSE S and VIJAYALAKSHMI C. Design and analysis of multi-objective optimization problem using evolutionary algorithms[J]. *Procedia Computer Science*, 2020, 172: 896–899. doi: 10.1016/j.procs.2020.05.129.

[49] TROPP J A, DHILLON I S, HEATH R W, *et al*. Designing structured tight frames via an alternating projection method[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2005, 51(1): 188–209. doi: 10.1109/TIT.2004.839492.

[50] GOLAY M. A class of finite binary sequences with alternate auto-correlation values equal to zero (Corresp.)[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1972, 18(3): 449–450. doi: 10.1109/TIT.1972.1054797.

[51] ZHANG N and GOLOMB S W. Polyphase sequence with low autocorrelations[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1993, 39(3): 1085–1089. doi: 10.1109/18.256535.

[52] HE H. Waveform design for active sensing systems — a computational approach[D]. [Ph. D. dissertation], University of Florida, 2011.

刘 强：男，博士生，研究方向为电子对抗技术、雷达信号处理、雷达波形设计等.

张 敏：男，副教授，研究方向为波形设计，无源定位技术、信号处理技术，雷达波形设计等.

郭福成：男，教授，研究方向为无源定位和跟踪、雷达信号处理。波形设计等.

殷加鹏：男，副研究员，研究方向为主要研究方向为极化雷达信号处理，雷达波形设计等.

胡卫东：男，教授，研究方向为波形设计，雷达信息处理与目标识别、多源信息融合等.

责任编辑：余 蓉