面向外辐射源雷达发射站定位的合作无人机航迹规划方法研究

万显荣* 武冰倩 易建新 胡仕波
(武汉大学电子信息学院 武汉 430072)

摘 要：在广域未知环境中，外辐射源雷达机动部署常面临难以及时获取第三方发射站精确位置信息的难题。为此，该文提出一种基于合作无人机航迹规划的发射站定位方法。首先，利用单个无人机作为合作目标，建立2维场景下的定位模型和量测方程，并采用列文伯格-马夸尔特(Levenberg-Marquardt, LM)算法进行解算。然后，构建融合Fisher信息和控制参数约束的优化函数，对无人机航迹进行动态规划，从而提高发射站定位的精度和方法的实用性。最后，仿真实验表明，在最大控制距离约束下，所提方法的定位结果优于直线航迹和经典优化航迹，最终发射站定位精度小于双基距离差量测标准差，能够满足外辐射源雷达系统目标探测定位的应用要求。

关键词：外辐射源雷达；发射站定位；无人机；航迹规划
中图分类号：TN958.97 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2024)05-2057-08
DOI: 10.11999/JEIT231293

UAV Path Planning Method for Passive Radar Transmitter Localization

WAN Xianrong WU Bingqian YI Jianxin HU Shibo
(*School of Electronic Information*, *Wuhan University*, *Wuhan* 430072, *China*)

Abstract: In the broad and unknown environments, mobile deployment of passive radar often faces challenges in promptly obtaining the precise location information of third-party transmitter stations. To address this issue, a transmitter localization method based on cooperative Unmanned Aerial Vehicle (UAV) path planning is proposed. Firstly, a single UAV is used as a cooperative target to establish the localization model and measurement equation in a two-dimensional scenario, and the Levenberg-Marquardt (LM) algorithm is employed for solution. Then, an optimization function is constructed by integrating Fisher information and control parameter constraints to dynamically plan the UAV trajectory, thereby improving the accuracy of transmitter localization and the practicality of this method. Finally, simulation experiments show that under the maximum control distance constraint, the positioning result of the proposed method is better than that of straight-line track and typical optimized track, and the final positioning accuracy is less than the standard deviation of the bistatic distance difference measurements, which can meet the application requirements of the passive radar system.

Key words: Passive radar; Transmitter localization; Unmanned Aerial Vehicles (UAV); Path planning

1 引言

外辐射源雷达是一种利用第三方非合作辐射源发射的电磁信号(主要包括地面广播、电视和移动通信信号等)进行目标探测与定位的新体制双/多基地雷达[1]。外辐射源雷达自身不发射信号，仅被动地接收目标散射信号，具有无电磁辐射、节约频谱、安全隐蔽等特点。此外，外辐射源雷达还具有低空覆盖广、抗干扰能力强、部署灵活、易于组网等优点，在诸多军民融合领域具有广阔的应用前景[2]。

外辐射源雷达系统通常需要使用至少两个通道——监测通道和参考通道，用来分别接收目标回波信号和参考信号，通过相干处理获得包含目标位置信息的参数，如双基地时延、到达角度、到达时差等，再利用这些参数及目标-接收站-发射站之间的几何关系建立定位方程并求解，从而实现目标探测和定位[3–7]。从外辐射源雷达的工作原理中不难

收稿日期：2023-11-22；改回日期：2024-04-08；网络出版：2024-04-27
*通信作者： 万显荣 xrwan@whu.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(61931015, 62071335, 62250024)，湖北省自然科学基金创新群体(2021CFA002)，中央高校自主科研项目(2042022dx0001)
Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61931015, 62071335, 62250024), The Natural Science Foundation of Hubei Province of China (2021CFA002), The Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (2042022dx0001)

看出，发射站的位置信息是目标定位信息获取的关键参数之一，其精度对目标定位性能有较大影响[2]。在实际应用中，发射站位置通常通过数据库检索或实地勘测确定，但这两种方式都存在明显不足：建立完备的数据库代价巨大，且受限于信息来源的有效性，数据库信息的准确性无法保证[8]；受限于地形、边境等因素，实地勘测的方式又难以满足外辐射源雷达快速部署的需求。发射站位置未知或不准确必然会限制外辐射源雷达的应用场景[9]，也是外辐射源雷达的快速部署所面临的重要挑战。因此，如何快速准确地定位发射站，是提升外辐射源雷达实用性的重要课题之一。

目前，基于动平台实现固定辐射源定位的相关研究，主要是利用接收信号强度(Received Signal Strength, RSS)[10]、信号到达角度(Angle Of Arrival, AOA)[11]、信号到达时差(Time Difference Of Arrival, TDOA)、信号到达频差(Frequency Difference Of Arrival, FDOA)[12]、相位差变化率[13]等中的一个或多个观测量实现辐射源的检测和定位，但针对外辐射源雷达这一特殊体制的发射站定位研究相对较少。利用外辐射源雷达现有的接收系统实现发射站定位，无需额外部署传感器，更加简洁高效。针对外辐射源雷达发射站定位的研究可以根据是否使用合作目标分为两类。在不使用合作目标的研究方面，文献[8]研究了利用移动平台的外辐射源雷达及数字广播信号的周期性结构实现发射站定位的方法。文献[9]研究了在多个辐射源的观测重叠区中，利用已知辐射源的位置，先对非合作目标进行定位，再利用未知发射站的方位信息和目标匹配实现发射站定位的方法。文献[14]研究了分时多频外辐射源雷达的发射站定位问题，在目标信息未知的情况下，利用多发单收雷达的特性，将发射站定位问题转化为多传感器误差配准问题，构造伪量测方程并采用卡尔曼滤波实现发射站定位。与不使用合作目标的发射站定位方式相比，基于合作目标的定位方式可以直接获取高精度的合作目标位置速度等信息，且不需要依赖于额外的发射站或特殊的信号制式，因此更具有通用性。在基于合作目标的相关研究中，文献[15]考虑了单频网场景下的发射站定位问题，利用民航飞机作为合作目标，构造差分形式的TDOA定位模型实现发射站定位，并给出了克拉美罗下界(Cramér-Rao Lower Bound, CRLB)分析。文献[16]和文献[17]均是利用民航飞机作为合作目标，通过求解与双基距离和目标多普勒信息有关的代价函数实现发射站定位。文献[16]初步分析了不同航迹相对位置对定位效果的影响。文献[17]在文献[16]所提定位方法的基础上，提出了一种基于平面近似的高效预处理算法以解决量测和航迹关联模糊的问题。文献[18]提出了一种基于合作目标的直接定位方法，通过直接对原始采样信号进行处理并构建代价函数实现发射站定位。由于目标与发射站、接收站之间的几何构型会对定位效果产生较大影响[19]，而民航飞机等合作目标的航迹不可控，会导致发射站的定位精度存在较大不确定性。因此，本文选取飞行航迹自主可控的无人机作为合作目标，提出了一种航迹规划方法实现几何构型的动态调节，从而提高发射站的定位精度。

本文针对外辐射源雷达的发射站定位问题，利用无人机作为合作目标，构建了发射站定位方程并推导了该定位场景下的CRLB。在此基础上，提出了一种无人机航迹规划方法，引入列文伯格-马夸尔特(Levenberg-Marquardt, LM)算法实现非线性定位方程的解算，接着构建融合了Fisher信息和无人机控制参数约束的优化函数，并根据发射站的位置估计进行求解，从而实现无人机航迹的动态规划。

2 定位模型

2.1 定位方程

双基外辐射源雷达发射站2维定位场景如图1所示。设在以外辐射源雷达接收站为坐标原点的2维笛卡尔坐标系中，接收站位置为$\boldsymbol{r}_x=[0,0]^{\mathrm{T}}$，发射站的真实位置为$\boldsymbol{u}=[x,y]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{s}_k=[x_k,y_k]^{\mathrm{T}}$ $(k=1,2,\cdots,N)$表示合作目标在第k次观测时的位置，N为观测次数。定义第k次观测时合作目标到接收站的距离为$R_{\mathrm{R}}(k)=\|\boldsymbol{r}_x-\boldsymbol{s}_k\|$，合作目标到未知发射站的距离为$R_{\mathrm{T}}(k)=\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{s}_k\|$，发射站到接收站距离为$L=\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{r}_x\|$，$\|\cdot\|$表示欧几里得范数。则第$k$次观测时，经相干处理后得到的目标回波信号与直达波信号的到达时间差为

$$t_k=\frac{R_{\mathrm{T}}(k)+R_{\mathrm{R}}(k)-L}{\mathrm{c}}+\Delta t_k,k=1,2,\cdots,N \quad (1)$$

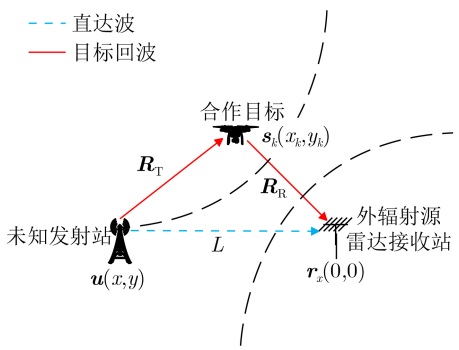


图 1 外辐射源雷达发射站定位场景

其中，c为信号传播速度，Δt_k为双基时延量测误差。双基距离差量测值为

$$R_{\mathrm{mea}}(k)=R_{\mathrm{T}}(k)+R_{\mathrm{R}}(k)-L+n_k \tag{2}$$

其中，$n_k=\mathrm{c}\Delta t_k$为双基距离差量测误差。将式(2)变形可得

$$R_{\mathrm{T}}(k)-L=R_{\mathrm{mea}}(k)-R_{\mathrm{R}}(k)-n_k \tag{3}$$

当合作目标的位置信息和双基距离差的量测信息已知时，即发射站到合作目标和接收站的距离之差已知，发射站位于以接收站和合作目标为焦点的双曲线上。

设双基距离差的量测值集合为$\boldsymbol{R}_{\mathrm{mea}}=[R_{\mathrm{mea}}(1),R_{\mathrm{mea}}(2),\cdots,R_{\mathrm{mea}}(N)]^{\mathrm{T}}$，合作目标到接收站距离集合为$\boldsymbol{R}_{\mathrm{R}}=[R_{\mathrm{R}}(1),R_{\mathrm{R}}(2),\cdots,R_{\mathrm{R}}(N)]^{\mathrm{T}}$，双基距离差量测误差集合为$\boldsymbol{n}=[n_1,n_2,\cdots,n_N]^{\mathrm{T}}$，则发射站定位方程可以写为

$$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u})=\boldsymbol{R}_{\mathrm{mea}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{R}} \tag{4}$$

其中，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u})=[R_{\mathrm{T}}(1)-L,R_{\mathrm{T}}(2)-L,\cdots,R_{\mathrm{T}}(N)-L]^{\mathrm{T}}$。

2.2 CRLB分析

CRLB是任何无偏估计量方差的下界，是目标定位精度的理论极限。根据式(4)，发射站的量测方程为

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}) \tag{5}$$

其中，$\boldsymbol{V}=[R_{\mathrm{mea}}(1)-R_{\mathrm{R}}(1),\cdots,R_{\mathrm{mea}}(N)-R_{\mathrm{R}}(N)]^{\mathrm{T}}$，设双基距离差量测误差集合$\boldsymbol{n}$的各分量相互独立且均服从方差为$\sigma^2$的零均值高斯分布。量测值的概率密度函数为

$$p(\boldsymbol{V};\boldsymbol{u})=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^N\det(\boldsymbol{R})}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{V}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}))\right\} \tag{6}$$

其中，$\boldsymbol{R}$表示量测误差$\boldsymbol{n}$的协方差矩阵，$\det(\cdot)$表示矩阵的行列式。Fisher信息矩阵(Fisher Information Matrix, FIM)为$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{u})$

$$\boldsymbol{I}(\boldsymbol{u})=\begin{bmatrix}-\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial^2\ln p(\boldsymbol{V};\boldsymbol{u})}{\partial^2x^2}\right) & -\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial^2\ln p(\boldsymbol{V};\boldsymbol{u})}{\partial x\partial y}\right)\\ -\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial^2\ln p(\boldsymbol{V};\boldsymbol{u})}{\partial y\partial x}\right) & -\mathrm{E}\left(\dfrac{\partial^2\ln p(\boldsymbol{V};\boldsymbol{u})}{\partial^2y^2}\right)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}I_{\mathrm{xx}} & I_{\mathrm{xy}}\\ I_{\mathrm{xy}} & I_{\mathrm{yy}}\end{bmatrix} \tag{7}$$

其中

$$\left.\begin{aligned}I_{\mathrm{xx}}&=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{x-x_k}{\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{s}_k\|}-\frac{x}{\|\boldsymbol{u}\|}\right)^2\\ I_{\mathrm{xy}}&=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{x-x_k}{\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{s}_k\|}-\frac{x}{\|\boldsymbol{u}\|}\right)\\ &\quad\cdot\left(\frac{y-y_k}{\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{s}_k\|}-\frac{y}{\|\boldsymbol{u}\|}\right)\\ I_{\mathrm{yy}}&=\frac{1}{\sigma^2}\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{y-y_k}{\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{s}_k\|}-\frac{y}{\|\boldsymbol{u}\|}\right)^2\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

得到克拉美罗下界

$$\mathrm{CRLB}(\boldsymbol{u})=I(\boldsymbol{u})^{-1} \tag{9}$$

3 航迹规划算法

为了能动态调节合作目标-发射站-接收站之间的几何关系以提高定位精度，本文提出了一种航迹规划算法，综合考虑Fisher信息和无人机的最大控制距离约束构建优化函数，根据发射站定位估计结果对无人机航迹进行动态规划。

3.1 定位方程解算

当量测数量大于未知数数量时，式(4)是一个超定的非线性方程组，可以采用LM算法思路对其进行迭代求解。LM算法是使用最广泛的非线性最小二乘优化算法之一，它通过改变阻尼因子的值来调节每次迭代的步长和方向，兼顾了高斯牛顿法和梯度下降法的优点，有效提升了迭代效率[20]。

设发射站位置的估计值为$\hat{\boldsymbol{u}}$，有

$$\hat{\boldsymbol{u}}=\underset{\hat{\boldsymbol{u}}}{\operatorname{argmin}}\left\|\boldsymbol{R}_{\mathrm{mea}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{R}}-\hat{\boldsymbol{h}}(\hat{\boldsymbol{u}})\right\| \tag{10}$$

设误差函数$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})=\boldsymbol{R}_{\mathrm{mea}}-\boldsymbol{R}_{\mathrm{R}}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u})$, $F(\boldsymbol{u})=\dfrac{1}{2}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})^{\mathrm{T}}f(\boldsymbol{u})$, $\boldsymbol{u}^{(i)}$表示第i次迭代结果，将$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$在$\boldsymbol{u}^{(i)}$处进行1阶泰勒展开可得

$$\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}+\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}\right)\approx\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)+J\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}} \tag{11}$$

其中，$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)$是误差函数的雅可比矩阵，$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)=\partial\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)/\partial\boldsymbol{u}^{(i)}$。在每次迭代中，需要找到迭代步长$\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}$，使得

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}=\underset{\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}}{\operatorname{argmin}}\left\|\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)+\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}\right\|^2 \tag{12}$$

引入阻尼因子μ，得到LM算法的迭代步长为

$$\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}=-\left(\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)+\mu\boldsymbol{E}\right)^{-1}\cdot\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right) \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{E}$为单位矩阵，$\mu\geq0$。当μ趋近于0时，算法近似为高斯牛顿法；当μ取较大值时，算法近似

为梯度下降法。引入$\mu\boldsymbol{E}$项保证了$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)+\mu\boldsymbol{E}$总是正定的，从而解决了近似黑塞矩阵时可能存在的非正定和奇异问题，克服了高斯牛顿法的局限性。

阻尼因子的大小与增益率有关，定义增益率

$$\rho=\frac{F\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)-F\left(\boldsymbol{u}^{(i)}+\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}\right)}{\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}{}^{\mathrm{T}}\left(\mu\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}-\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)\right)} \tag{14}$$

增益率表征了1阶泰勒近似展开与真实函数的相似程度：增益率越大说明泰勒展开近似越准确，此时应减小阻尼因子，反之应增大阻尼因子。采用Nielsen策略更新阻尼因子[21]，具体策略如下：

当增益因子大于0时，$\mu=\mu\cdot\max\left\{1/3,1-(2\rho-1)^3\right\}$，$\nu=2$；

当增益因子小于0时，$\mu=\mu\cdot\nu$, $\nu=2\nu$。

采用这种迭代更新策略，可以在错误的步长处迅速增大阻尼因子，从而提升算法的鲁棒性。LM算法的解算步骤如下：

步骤1 输入迭代初值$\boldsymbol{u}_0$，并初始化参数μ、ε_1、ε_2及最大迭代次数；

步骤2 计算$\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)$和$\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i)}\right)$的值，若$\left\|\boldsymbol{J}\left(\boldsymbol{u}^{(i+1)}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{u}^{(i+1)}\right)\right\|<\varepsilon_1$，则停止迭代并输出解算结果；

步骤3 计算$\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}$，若$\|\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}\|<\varepsilon_2\left(\left\|\boldsymbol{u}^{(i)}\right\|+\varepsilon_2\right)$，则停止迭代并输出解算结果，否则更新$\boldsymbol{u}^{(i+1)}=\boldsymbol{u}^{(i)}+\boldsymbol{h}_{\mathrm{lm}}$；

步骤4 计算增益率并更新阻尼因子，转至步骤2继续循环，直至迭代误差小于阈值或迭代次数达到最大。

3.2 优化函数

根据定义，Fisher信息矩阵等于CRLB的逆，定位误差区域的面积与FIM的行列式成反比[22]。因此，FIM的行列式常被用作航迹规划的优化指标[23–26]。同时，在航迹规划中也应考虑无人机的最大控制距离、续航里程等约束条件[27]。设无人机速度为v，在观测间隔时间T内做匀速直线运动，θ_k为第k次观测时无人机的航向，则$k+1$次观测时无人机位置为

$$\boldsymbol{s}_{k+1}=\boldsymbol{s}_k+vT\begin{bmatrix}\cos\theta_k\\ \sin\theta_k\end{bmatrix} \tag{15}$$

构造式(16)所示优化函数

$$\hat{\theta}_k=\arg\min_{\hat{\theta}_k}\left(\frac{1}{\det\left(\boldsymbol{I}\left(\boldsymbol{s}_{k+1}\left(\hat{\theta}_k\right),\hat{\boldsymbol{u}}_k\right)\right)}+w_k\left\|\boldsymbol{s}_{k+1}\left(\hat{\theta}_k\right)-\boldsymbol{s}_1\right\|\right) \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{I}\left(\hat{\boldsymbol{s}}_{k+1},\hat{\boldsymbol{u}}_k\right)$是以第$k$次观测时解算的发射站位置估计值$\hat{\boldsymbol{u}}_k$代替真实值$\boldsymbol{u}$，并代入前$k+1$次的无人机位置求得的Fisher信息矩阵。$w_k$为加权系数。

在航迹起始时，无人机需要尽可能沿获取Fisher信息最大的方向飞行，以获得较快的定位收敛速度；随着点迹的增加，定位结果逐渐稳定，算法需要更多地考虑无人机的最大控制距离约束，即逐渐提高w_k的值。因此，本文给出了一种自适应权重更新的策略，以增加算法的实用性。计算无人机在第k次观测时与初始位置的距离

$$d_{k,1}=\sqrt{(x_k-x_1)^2+(y_k-y_1)^2},k=1,2,\cdots,N \tag{17}$$

$$w_k=\alpha\frac{d_{k,1}}{|d_{k,1}-d_{\max}|},k=1,2,\cdots,N \tag{18}$$

其中，α为常数，$d_{\max}$表示无人机的最大控制距离，当无人机距初始位置越远时w_k越大。

基于合作无人机的外辐射源雷达发射站定位航迹规划方法的流程为：

步骤1 获取第k次观测时的无人机位置$\boldsymbol{s}_k$、双基距离差量测值$R_{\mathrm{mea}}(k)$；

步骤2 将前k次观测的无人机位置和双基距离差量测值代入式(4)，通过LM算法解算发射站位置估计值$\hat{u}_k$；

步骤3 将$\boldsymbol{s}_k$, $\hat{\boldsymbol{u}}_k$代入式(16)，求解优化函数，得到k时刻无人机的飞行方向$\hat{\theta}_k$；

步骤4 重复步骤1–步骤3，直到观测次数达到最大，得到最终的飞行轨迹和发射站位置估计。

4 仿真验证与分析

为了验证算法性能，设置如下仿真场景：以接收站为原点建立笛卡尔坐标系，发射站位置$\boldsymbol{u}=[10\,000,12\,000]^{\mathrm{T}}$ m。无人机初始位置$\boldsymbol{s}_1=[0,5000]^{\mathrm{T}}$ m，飞行速度$v=20$ m/s，最大观测次数$N=60$，观测间隔时间$T=20$ s，最大控制距离$d_{\max}=15000$ m。

定位误差性能用均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)衡量，定义第k次观测所得定位结果的均方根误差为

$$\mathrm{RMSE}_k=\sqrt{\frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L}\|\boldsymbol{u}-\hat{\boldsymbol{u}}_{k,l}\|^2},k=1,2,\cdots,N \tag{19}$$

$\hat{\boldsymbol{u}}_{k,l}$为在第$l$次蒙特卡洛仿真中，第$k$次观测的发射站位置估计值。$L$为蒙特卡洛仿真次数，本文中蒙特卡洛次数均为1000。

图2为双基量测误差标准差$\sigma=30$ m、经过1000次蒙特卡洛实验后得到的3种无人机航迹的定位仿

真图，表1所示为图2中3种航迹对应的发射站定位结果RMSE，图3给出了图2中3种航迹的CRLB等值线，其中 $\mathrm{CRLB}=\sqrt{\mathrm{tr}(\boldsymbol{I}(\boldsymbol{u})^{-1})}$，$\mathrm{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹。仿真结果表明，在相同的初始位置和最大控制距离约束条件下，直线航迹和传统的FIM优化航迹分别在观测次数为38和41时达到最大控制距离，而本文所提规划算法在最大观测次数内始终可以满足控制距离约束，最终定位精度优于直线航迹和传统的FIM优化航迹，相同定位精度下的定位范围更广，且最终定位误差小于双基距离量测标准差，定位结果可以满足外辐射源雷达的工作需求[15]。此外，由于本文方法观测间隔时间远远大于雷达接收机的采样间隔时间，因此双基距离差量测值的波动或缺失对本算法的影响不大。

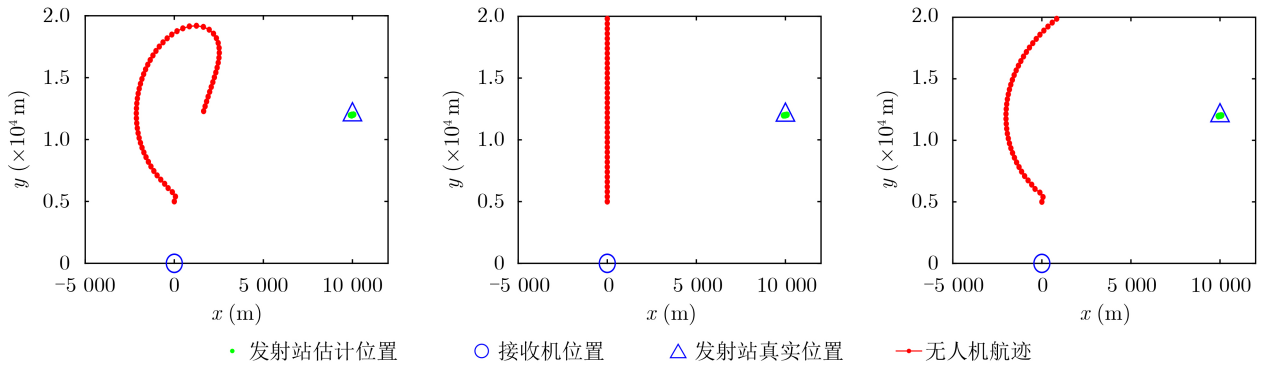
图4给出了图2中3种航迹的定位误差函数 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{u})$ 仿真结果，其中白色圆形和三角形分别表示接收站和发射站的真实位置，可以看出规划航迹不存在局部最优解情况。最后，为分析不同迭代初值对定位结果的影响，图5给出了采用LM算法解算时，不同迭代初始误差下的估计结果RMSE，其中初始偏差error0定义为迭代初值与发射站真值间的欧氏距离。由图5可以看出，不同初值误差下的RMSE和迭代收敛次数几乎相同，即LM算法对迭代初值并不敏感。实际应用中还可根据直达波到达角度估计出发射站的大致方位，并以此为依据设定迭代初值，因此可以保证定位结果总能收敛在真值附近。

5　结束语

针对外辐射源雷达发射站定位问题，本文提出了一种无人机航迹规划方法。首先给出了使用无人机作为合作目标的发射站定位模型并推导了CRLB。

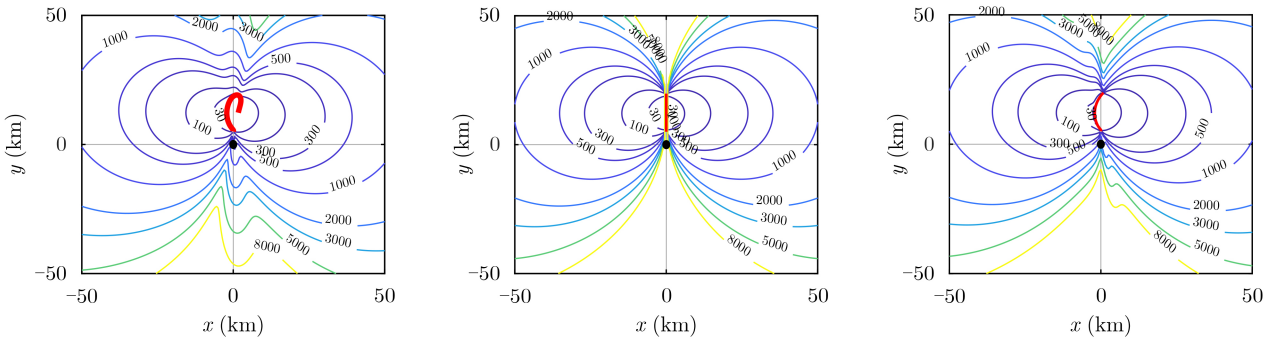
表 1　图2中不同航迹的发射站定位RMSE(m)

	航迹点数					
	10	20	30	40	50	60
本文规划航迹	576.77	172.61	85.61	35.81	27.72	26.61
FIM优化航迹	525.80	176.27	78.52	38.29	–	–
直线航迹	560.43	127.12	54.31	–	–	–



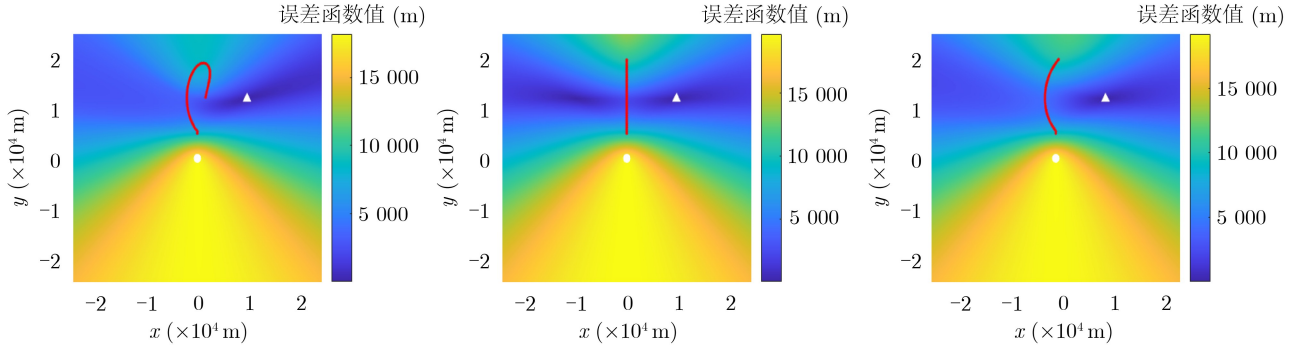
(a) 本文规划航迹　(b) 直线航迹　(c) FIM优化航迹

图 2 不同航迹的发射站定位



(a) 本文规划航迹　(b) 直线航迹　(c) FIM优化航迹

图 3 不同航迹的CRLB等值线图



(a) 本文规划航迹 (b) 直线航迹 (c) FIM优化航迹

图 4 不同航迹的定位误差函数形状

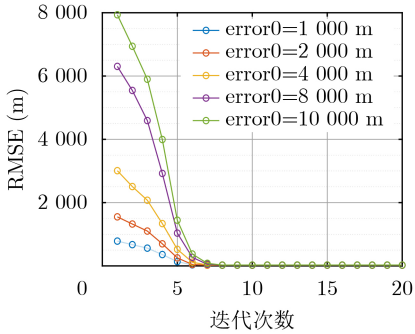


图 5 不同初值误差下的迭代收敛曲线

在此基础上，构建了融合Fisher信息和最大控制距离约束条件的优化函数，并给出了自适应权重更新策略，实现无人机航迹的动态规划。仿真结果表明，所提方法对迭代初值不敏感，与常规的直线航迹和传统优化航迹相比定位精度更高，在仿真场景下定位误差小于双基距离量测标准差，具有较好的实用价值。

此外，本文只探讨了单发单收的发射站定位场景，未来可扩展至多雷达协同探测场景。对于一收多发的探测场景，可以利用分时多频外辐射源雷达实现利用单个合作目标对多个未知辐射源的探测，此时无人机路径规划的优化函数需做适当修改，以同时考虑多个发射站定位的CRLB。对于一发多收的探测场景，可利用TDOA或AOA原理实现发射站定位，并结合本文方法进一步提高发射站的定位精度。

参 考 文 献

[1] 万显荣, 易建新, 占伟杰, 等. 基于多照射源的被动雷达研究进展与发展趋势[J]. 雷达学报, 2020, 9(6): 939–958. doi: 10.12000/JR20143.

WAN Xianrong, YI Jianxin, ZHAN Weijie, *et al*. Research progress and development trend of the multi-illuminator-based passive radar[J]. *Journal of Radars*, 2020, 9(6): 939–958. doi: 10.12000/JR20143.

[2] 万显荣. 基于低频段数字广播电视信号的外辐射源雷达发展现状与趋势[J]. 雷达学报, 2012, 1(2): 109–123. doi: 10.3724/SP.J.1300.2012.20027.

WAN Xianrong. An overview on development of passive radar based on the low frequency band digital broadcasting and TV signals[J]. *Journal of Radars*, 2012, 1(2): 109–123. doi: 10.3724/SP.J.1300.2012.20027.

[3] PINE K C, PINE S, and CHENEY M. The geometry of far-field passive source localization with TDOA and FDOA[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(6): 3782–3790. doi: 10.1109/TAES.2021.3087804.

[4] ZHAO Sihao, ZHANG Xiaoping, CUI Xiaowei, *et al*. Optimal two-way TOA localization and synchronization for moving user devices with clock drift[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2021, 70(8): 7778–7789. doi: 10.1109/TVT.2021.3092255.

[5] LI Qian, CHEN Baixiao, and YANG Minglei. Improved two-step constrained total least-squares TDOA localization algorithm based on the alternating direction method of multipliers[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2020, 20(22): 13666–13673. doi: 10.1109/JSEN.2020.3004235.

[6] ZHAO Yongsheng, HU Dexiu, ZHAO Yongjun, *et al*. Moving target localization for multistatic passive radar using delay, Doppler and Doppler rate measurements[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2020, 31(5): 939–949. doi: 10.23919/JSEE.2020.000071.

[7] XIANG Peng, WANG Gang, and HO K C. Bias reduced semidefinite relaxation method for AOA object localization in 3-D[C]. 2022 IEEE 12th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), Trondheim, Norway, 2022: 91–95. doi: 10.1109/SAM53842.2022.9827814.

[8] HU Shibo, YI Jianxin, WAN Xianrong, *et al*. Illuminator of opportunity localization for digital broadcast-based passive

radar in moving platforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(4): 3539–3549. doi: 10.1109/TAES.2022.3227526.

[9] 赵洪立, 习建博. 一种基于多辐射源匹配的未知辐射源的定位方法[J]. 雷达学报, 2014, 3(6): 727–731. doi: 10.12000/JR14128.
ZHAO Hongli and XI Jianbo. A method of unknown illuminator location based on matched multi-illuminators[J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(6): 727–731. doi: 10.12000/JR14128.

[10] CHENG Xin, SHU Feng, LI Yifan, *et al*. Optimal measurement of drone swarm in RSS-based passive localization with region constraints[J]. *IEEE Open Journal of Vehicular Technology*, 2023, 4: 1–11. doi: 10.1109/OJVT.2022.3213866.

[11] HE Liang, GONG Pan, ZHANG Xiaofei, *et al*. The bearing-only target localization via the single UAV: Asymptotically unbiased closed-form solution and path planning[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 153592–153604. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2947455.

[12] ZHANG Lu, YANG Jianbo, ZHANG Ziyan, *et al*. A cooperative localization algorithm based on UAV platform[C]. 2021 International Conference on Advanced Computing and Endogenous Security, Nanjing, China, 2022: 1–5. doi: 10.1109/IEEECONF52377.2022.10013095.

[13] 孙仲康, 郭福成, 冯道旺, 等. 单站无源定位跟踪技术[M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 73–87.
SUN Zhongkang, GUO Fucheng, FENG Daowang, *et al*. Passive Location and Tracking Technology by Single Observer[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008: 73–87.

[14] 陈宇航, 饶云华, 潘宇盈, 等. 分时多频外辐射源雷达发射站定位方法[J]. 雷达科学与技术, 2022, 20(3): 335–341,354. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2022.03.013.
CHEN Yuhang, RAO Yunhua, PAN Yuying, *et al*. Positioning method of transmitting station for time-division-multifrequency passive radar[J]. *Radar Science and Technology*, 2022, 20(3): 335–341,354. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2022.03.013.

[15] YI Jianxin, WAN Xianrong, FU Yan, *et al*. ADS-B information based transmitter localization in passive radar[C]. 2014 31th URSI General Assembly and Scientific Symposium (URSI GASS), Beijing, China, 2014: 1–4. doi: 10.1109/URSIGASS.2014.6929185.

[16] MALANOWSKI M, KULPA K, ŻYWEK M, *et al*. Estimation of transmitter position based on known target trajectory in passive radar[C]. 2020 IEEE International Radar Conference (RADAR), Washington, USA, 2020: 506–511. doi: 10.1109/RADAR42522.2020.9114827.

[17] KRUECKEMEIER M, SCHWARTAU F, PAUL S, *et al*. Passive radar transmitter localization using a planar approximation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2021, 57(5): 3405–3415. doi: 10.1109/TAES.2021.3074133.

[18] 饶云华, 朱华梁, 郑志杰. 基于合作目标的外辐射源雷达发射站直接定位[J]. 系统工程与电子技术, 2023, 45(2): 394–400. doi: 10.12305/j.issn.1001-506X.2023.02.09.
RAO Yunhua, ZHU Hualiang, and ZHENG Zhijie. Direct position determination of transmitter based on cooperative target in passive radar[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2023, 45(2): 394–400. doi: 10.12305/j.issn.1001-506X.2023.02.09.

[19] 关欣, 吕政君, 衣晓. 单站外辐射源定位误差分析与仿真优化[J]. 雷达科学与技术, 2018, 16(2): 201–208,220. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2018.02.014.
GUAN Xin, LYU Zhengjun, and YI Xiao. Simulation and analysis of errors in passive monostatic location[J]. *Radar Science and Technology*, 2018, 16(2): 201–208,220. doi: 10.3969/j.issn.1672-2337.2018.02.014.

[20] XIONG Jiawei, YUAN Kai, TANG Rongxin, *et al*. An improved iterative algorithm utilized in data processing for incoherent scatter radar[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2022, 19: 3508405. doi: 10.1109/LGRS.2021.3109087.

[21] GAVIN H P. The Levenberg-Marquardt algorithm for nonlinear least squares curve-fitting problems[EB/OL]. https://api.semanticscholar.org/CorpusID:113404737, 2019.

[22] OSHMAN Y and DAVIDSON P. Optimization of observer trajectories for bearings-only target localization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(3): 892–902. doi: 10.1109/7.784059.

[23] DOGANCAY K. UAV path planning for passive emitter localization[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 1150–1166. doi: 10.1109/TAES.2012.6178054.

[24] 李万春, 黄成峰. 基于角度和多普勒频率的外辐射源定位系统的接收器最优航迹分析[J]. 雷达学报, 2014, 3(6): 660–665. doi: 10.12000/JR14118.
LI Wanchun and HUANG Chengfeng. Optimal trajectory analysis for the receiver of passive location systems using direction of arrival and doppler measurements[J]. *Journal of Radars*, 2014, 3(6): 660–665. doi: 10.12000/JR14118.

[25] TZOREFF E and WEISS A J. Path design for best emitter location using two mobile sensors[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(19): 5249–5261. doi: 10.1109/TSP.2017.2728504.

[26] 左燕, 刘雪娇, 彭冬亮. 距离相关噪声AOA协同定位下无人机路径优化方法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(4): 1192–1198. doi: 10.11999/JEIT200078.

ZUO Yan, LIU Xuejiao, and PENG Dongliang. UAV path planning for AOA-based source localization with distance-dependent noises[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(4): 1192–1198. doi: 10.11999/JEIT200078.

[27] 齐小刚, 李博, 范英盛, 等. 多约束下多无人机的任务规划研究综述[J]. 智能系统学报, 2020, 15(2): 204–217. doi: 10.11992/tis.201811018.

QI Xiaogang, LI Bo, FAN Yingsheng, *et al.* A survey of mission planning on UAVs systems based on multiple constraints[J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2020, 15(2): 204–217. doi: 10.11992/tis.201811018.

万显荣：男，教授，研究方向为新体制雷达设计，如外辐射源雷达，高频雷达系统及信号处理.

武冰倩：女，硕士生，研究方向为外辐射源雷达目标定位与航迹规划.

易建新：男，副教授，研究方向为雷达信号处理、目标跟踪和信息融合.

胡仕波：男，博士生，研究方向为外辐射源雷达系统设计和雷达信号处理等.

责任编辑：陈 倩