

多径条件下米波频分MIMO雷达波束性能及优化方法

李星星* 王党卫 马晓岩
(空军预警学院 武汉 430019)

摘要: 针对传统米波雷达低仰角下波瓣分裂和盲区问题, 该文提出一种频率分集子孔径MIMO雷达, 构建了该体制下多径特性定量分析的理论框架, 推导了镜面反射和扰动多径模型及其联合发射-接收方向图增益闭合表达式; 提出了多径抑制区概念及其边界条件, 定义了描述低空波束覆盖性能的低可观测率定量评价指标; 根据边界条件的解集优化了波束覆盖性能。理论分析和仿真结果表明由于充分利用了频率分集产生的距离依赖波束, 该体制雷达相对传统MIMO相控阵雷达具有更优的低空波束覆盖性能, 减小了米波雷达波瓣分裂和探测盲区。

关键词: 频率分集MIMO雷达; 距离依赖波束; 多径特性; 低空波束性能

中图分类号: TN957

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)08-1787-08

DOI: 10.11999/JEIT171030

Beam Performance and Optimization Method for Meter-wave Frequency Diverse MIMO Radar in Multipath Scenario

LI Xingxing WANG Dangwei MA Xiaoyan
(Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: Traditional meter-wave radar usually suffers from the problem of Beam Split (BS) and Radar Blind Area (RBA) in the situation of low-grazing angle. To alleviate this difficulty, a Frequency Diverse Subaperturing Multiple-Input Multiple-Output (FDS-MIMO) radar is proposed and a theoretical framework for the analytical investigation of multipath characteristics is presented. The specular and perturbational multipath model is built, along with closed-form expression of the joint transmit-receive beampattern gain. Moreover, a notional concept of Multipath Mitigation Area (MMA) is defined together with the corresponding boundary conditions, and the Low Observability Rate (LOR) is defined as a performance benchmark to evaluate the FDS-MIMO radar beam coverage capability. Next, the FDS-MIMO radar low-altitude beam coverage performance is optimized according to the solutions of the boundary conditions. Both theoretical analysis and numerical results demonstrate the advantages of FDS-MIMO radar over the conventional phased-MIMO radar in terms of low altitude beam coverage performance, and the BS and RBA of meter-wave radar is decreased by utilizing the range-dependent beampattern.

Key words: Frequency diverse MIMO radar; Range-dependent beampattern; Multipath characteristics; Low-altitude beam performance

1 引言

探测和跟踪低仰角目标是雷达面临的极具挑战性的难题, 多径场景下目标直达回波信号往往被多径干扰所“污染”, 从而可能导致波瓣分裂(Beam Split, BS)甚至出现雷达盲区(Radar Blind Area, RBA), 进而影响了低空区域目标参数估计性能。

针对这个问题, 有学者提出了大量的解决办法^[1-8], 主要分为3类: (1)单脉冲方法: 典型的双置零和复指示角方法不需要复杂的天线设计, 但是在仰角小于1/4个波束宽度条件下会失效^[1,2]; (2)波数估计方法: 包含多重信号分类(MULTIPLE SIGNAL CLASSIFICATION, MUSIC)和旋转不变方法(Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques, ESPRIT)^[3,4], 该类方法在高信噪比下性能优异, 但难以适用相干源信号, 尽管能够通过平滑来处理, 但是要以损失阵列孔径为代价; (3)参数化估计方法: 最大似然估计(Maximum Likelihood, ML)^[5]是一种典型的参数化估计方法, 能直接处理

收稿日期: 2017-11-01; 改回日期: 2018-04-26; 网络出版: 2018-06-07

*通信作者: 李星星 li_x_xing@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61179015)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61179015)

相干源,但计算复杂度很高。因此低空目标跟踪仍然是一个技术挑战。近年来,FDA(Frequency Diversity Array)雷达因其特殊的距离依赖波束而受到广泛关注^[6]。受益于距离依赖波束,FDA雷达较传统相控阵和MIMO(Multiple Input Multiple Output)雷达在波束综合^[7,8],高分辨成像^[9],目标定位^[10,11],距离依赖干扰抑制^[12,13]等方面具备更优的性能,然而目前关于距离依赖波束条件下多径特性的定量分析鲜有报道。FDA雷达能够实现距离依赖波束,低仰角观测时回波中多径信号强度也将具有明显的距离依赖特性,仅特定距离-方位-俯仰角3维空间处存在波瓣分裂,可以改变当前米波雷达因多径信号波瓣分裂方位-俯仰角2维分布的固有缺陷,距离维的自由度为有效减小米波雷达低观测角下因波瓣分裂所导致的RBA提供了可能。

基于上述认识,为了探寻提高米波雷达低仰角探测性能的技术途径,本文提出了一种频率分集子孔径MIMO(Frequency Diverse Subaperturing MIMO, FDS-MIMO)雷达阵列结构,构建了镜面反射和扰动多径模型,导出了低空发射-接收联合波束增益的闭合表达式,提出了多径抑制区(Multipath Mitigation Area, MMA)的概念以及相应的边界条件,定义了低可观测率(Low Observability Rate, LOR)作为评价指标,并以此为基础提出了FDS-MIMO雷达低空波束性能优化方法,有效地抑制了低空波瓣分裂和雷达探测盲区。

2 FDS-MIMO雷达多径信号模型

考虑平面阵列结构,如图1所示,其中 $Ax'y'z'$ 表示雷达坐标系, $Oxyz$ 为目标坐标系。不失一般性,设第1个子阵首阵元为坐标原点和参考阵元。阵列由 $M \times N$ 个天线阵元组成,其中 M 和 N 表示沿 x' 轴和 z' 轴方向的阵元个数,相应的阵元间隔分别为 d_x 和 d_z ,该面阵被划分为 $P \times Q$ 个非重叠均匀长方形子阵,其中 P 和 Q 表示沿 x' 轴和 z' 轴方向的子阵个数,因此每个子阵沿 x' 轴和 z' 轴分别包含

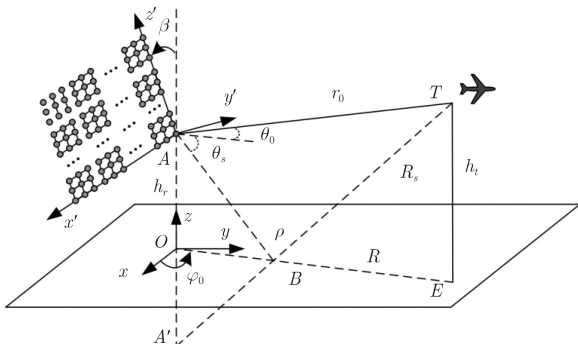


图1 米波频率分集MIMO雷达多径几何模型

$K_x = M/P$ 和 $K_z = N/Q$ 个天线阵元。考虑实际情况,假设阵列倾斜角为 β 。在目标坐标系中, h_r 表示水平面与参考点 A 之间的垂直高度,目标到参考阵元的水平距离和斜距分别用 R 和 r 表示,反射回波入射角为 θ_s 。根据几何关系可得

$$\theta_s = -\arctan(\tan \theta + 2h_r/R) \quad (1)$$

由于 $h_r \ll R$ 和 $h_t \ll R$,直达波和反射波路径的距离差为

$$\Delta R = |TA'| - |TA| \approx 2h_r \tan \theta + 2h_t^2/R \quad (2)$$

目标坐标系中阵元 (m, n) 的位置矢量为 $\mathbf{r}'_{mn} = (x_m, 0, z_n)^T$, $m = 1, 2, \dots, M$, $n = 1, 2, \dots, N$,雷达视线方向矢量为 $\mathbf{a}_r = (\cos \theta \cos \varphi, \cos \theta \sin \varphi, \sin \theta)^T$,根据空间笛卡尔坐标转换关系,阵元 (m, n) 与参考点 A 的波程差为

$$d_{mn}(\theta, \varphi) = x_m \cos \theta \cos \varphi - z_n \sin \theta \cdot \cos \theta \sin \varphi + z_n \cos \beta \sin \theta \quad (3)$$

从而子阵 (p, q) 的发射流形矢量可以写成

$$\mathbf{a}_{pq}(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}_p(\theta, \varphi) \circ \mathbf{a}_q(\theta, \varphi)] A_{pq}(\theta, \varphi) \quad (4)$$

其中, \circ 表示向量外积运算, $\mathbf{a}_p(\theta, \varphi) = [1, \exp(j2\pi f_{pq} d_{21}(\theta, \varphi)/c), \dots, \exp(j2\pi f_{pq}(K_x - 1) \cdot d_{21}(\theta, \varphi)/c)]^T$, $\mathbf{a}_q(\theta, \varphi) = [1, \exp(j2\pi f_{pq} d_{12}(\theta, \varphi)/c), \dots, \exp(j2\pi f_{pq}(K_z - 1) d_{12}(\theta, \varphi)/c)]^T$, $f_{pq} = f_c + p\Delta f_x + q\Delta f_z$, $p = 0, 1, \dots, P - 1$, $q = 0, 1, \dots, Q - 1$ 表示子阵 (p, q) 的发射载频, Δf_x 和 Δf_z 分别表示沿 x' 轴和 z' 轴的频偏,考虑到 $p\Delta f_x + q\Delta f_z \ll f_c$,等效载频可以写成 $f_b = f_c + (P - 1)\Delta f_x/2 + (Q - 1)\Delta f_z/2$ 。 $A_{pq}(\theta, \varphi) \approx \exp(j2\pi f_b [(p - 1)K_x d_{21}(\theta, \varphi) + (q - 1)K_z d_{12}(\theta, \varphi)]/c)$ 表示发射子阵间流形矩阵 $\mathbf{A}(\theta, \varphi)$ 的第 (p, q) 个元素。为方便分析,定义一个辅助向量 $\mathbf{F}(\gamma, C) = [1, \exp(j\gamma), \dots, \exp(j(C - 1)\gamma)]^T$,从而有

$$\mathbf{A}(\theta, \varphi) = \mathbf{F}(2\pi f_b K_x d_{21}(\theta, \varphi)/c, P) \circ \mathbf{F}(2\pi f_b K_z d_{12}(\theta, \varphi)/c, Q) \quad (5)$$

第 (p, q) 子阵发射的信号可以表示为

$$s_{pq}(t) = \text{rect}(t/T) \phi_{pq}(t) \exp(j2\pi f_{pq} t) \quad (6)$$

其中, T 表示脉冲宽度,信号 $\phi_{pq}(t)$ 相互正交。假设目标位于 $(\theta_0, \varphi_0, r_0)$,则阵列发射信号可表示为

$$s(t) = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \mathbf{w}_{pq}^H \mathbf{a}_{pq}(\theta_0, \varphi_0) A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) s_{pq}(t) \quad (7)$$

假设所有子阵波束都指向 (θ_0, φ_0) ,常规波束形成权向量可以表示为 $\mathbf{w}_{pq} = \mathbf{a}_{pq}(\theta_0, \varphi_0) / \|\mathbf{a}_{pq}(\theta_0, \varphi_0)\|_2$,其中 $\|\cdot\|_2$ 为向量2范数。对于平滑反射面如

海面或湖面, 可以采用镜面反射模型; 粗糙反射面则需考虑散射系数的非均匀性, 可以采用扰动多径模型^[4], 本文基于FDS-MIMO雷达体制分别推导两种模型下的方向图增益表达式。

2.1 镜面反射模型

如图1所示, 到达接收天线的信号包含4条路径: 直达-直达波(ATA), 直达-反射波(ATBA), 反射-直达波(ABTA)以及反射-反射波(ABTBA)^[15]。镜面多径场景下目标处的信号模型为

$$\begin{aligned} s_t(t) &= s_d(t) + s_r(t) \\ &= \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) s_{pq}(t - r_0/c) \\ &\quad + \rho \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) s_{pq}(t - r_0/c) \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $|\rho| \leq 1$ 为镜面反射系数, c 为光速, $\varsigma_{pq} = w_{pq}^H \cdot a_{pq}(\theta_s, \varphi_0)$ 。由此可得阵元 (m', n') 接收到的回波为

$$\begin{aligned} x_{m'n'}(t) &= \sigma \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) s_{pq} \left(t - 2r_0/c - \tau_{m'n'}^{\theta_0} \right) \\ &\quad + \rho \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \\ &\quad \cdot s_{pq} \left(t - (2r_0 + \Delta R)/c - \tau_{m'n'}^{\theta_s} \right) \\ &\quad + \rho \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \\ &\quad \cdot s_{pq} \left(t - (2r_0 + \Delta R)/c - \tau_{m'n'}^{\theta_0} \right) \\ &\quad + \rho^2 \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \\ &\quad \cdot s_{pq} \left(t - 2(r_0 + \Delta R)/c - \tau_{m'n'}^{\theta_s} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

其中, σ 为目标复散射系数, $\tau_{m'n'}^{\theta_0}$ 和 $\tau_{m'n'}^{\theta_s}$ 分别为沿角度 θ_0 和 θ_s 方向参考点到阵元 (m', n') 之间的传播时延, 利用 $\phi_{pq}(t) \exp(j2\pi f_{pq}t)$ 对 $x_{m'n'}(t)$ 进行正交匹配滤波, 可得阵元 (m', n') 的第 (p, q) 通道的输出可以表示为

$$\begin{aligned} x_{m'n'pq} &= b_{m'n'}^{\theta_0} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0) \\ &\quad + \rho \ell b_{m'n'}^{\theta_s} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &\quad + \rho \ell b_{m'n'}^{\theta_0} \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &\quad + \rho^2 \ell^2 b_{m'n'}^{\theta_s} \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R) \end{aligned} \quad (10)$$

其中, 常数相位项 $\exp(-j2\pi f_c \cdot 2r_0/c)$ 和 σ 不影响后续分析, 为简洁起见已省略。 $b_{m'n'} \approx \exp(j2\pi((m' -$

$1)d_{21}(\theta_0, \varphi_0) + (n' - 1)d_{12}(\theta_0, \varphi_0)) / \lambda_b)$ 为接收阵列流形矩阵 $\mathbf{B}(\theta, \varphi)$ 的第 (m', n') 个元素, $R_{pq}(r) = \exp(-j4\pi r((p-1)\Delta f_x + (q-1)\Delta f_z)/c)$ 为频率分集流形矩阵 $\mathbf{R}(r)$ 的 (p, q) 个元素, 此外 $\ell = \exp(-j \cdot 2\pi f_c \Delta R/c)$ 。根据辅助变量 $\mathbf{F}(\gamma, C)$ 定义可得

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\theta, \varphi) &= \mathbf{F}(2\pi f_b d_{21}(\theta_0, \varphi_0)/c, M) \\ &\quad \circ \mathbf{F}(2\pi f_b d_{12}(\theta_0, \varphi_0)/c, N) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{R}(r) = \mathbf{F}(-4\pi r \Delta f_x/c, P) \circ \mathbf{F}(-4\pi r \Delta f_z/c, Q) \quad (12)$$

至此, 发射-接收联合导向矢量可以表示为

$$\mathbf{U}(\theta_0, \varphi_0, r) = [\mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \odot \mathbf{R}(r)] \otimes \mathbf{B}(\theta_0, \varphi_0) \quad (13)$$

其中, \otimes 表示Kronecker乘积, \odot 表示Hadamard乘积, 显然该体制雷达的波束不仅是角度依赖的, 同时也是距离依赖的。根据式(10), 整个阵列的第 (p, q) 通道输出为

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{pq} &= \mathbf{B}(\theta_0, \varphi_0) A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0) \\ &\quad + \rho \ell \mathbf{B}(\theta_s, \varphi_0) A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &\quad + \rho \ell \mathbf{B}(\theta_0, \varphi_0) \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_s, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &\quad + \rho^2 \ell^2 \mathbf{B}(\theta_s, \varphi_0) \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_s, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R) \end{aligned} \quad (14)$$

对第 (p, q) 通道数据做接收波束形成可得

$$\begin{aligned} y_{pq} &= A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0) + \rho \ell \xi A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \\ &\quad \cdot R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) + \rho \ell \varsigma_{pq} A_{pq}(\theta_s, \varphi_0) R_{pq} \\ &\quad \cdot (r_0 + \Delta R/2) + \rho^2 \ell^2 \xi \varsigma_{pq} A_{pq} \\ &\quad \cdot (\theta_s, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R) \end{aligned} \quad (15)$$

式中, $\xi = \text{vec}[\mathbf{B}(\theta_0, \varphi_0)]^H \cdot \text{vec}[\mathbf{B}(\theta_s, \varphi_0)]$, vec 表示按列堆栈操作。将 y_{pq} 整理成矩阵形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \odot \mathbf{R}(r_0) + \rho \ell \xi_{pq} \mathbf{A}(\theta_0, \varphi_0) \\ &\quad \odot \mathbf{R}(r_0 + \Delta R/2) + \rho \ell \varsigma_{pq} \mathbf{A}(\theta_s, \varphi_0) \\ &\quad + \odot \mathbf{R}(r_0 + \Delta R/2) \\ &\quad + \rho^2 \ell^2 \xi \varsigma_{pq} \mathbf{A}(\theta_s, \varphi_0) \odot \mathbf{R}(r_0 + \Delta R) \end{aligned} \quad (16)$$

为方便分析, 设 $d_x = d_z = \lambda_b/2$, 其中 $\lambda_b = c/f_b$, $\Delta f_p = \Delta f_q = \Delta f$, 由于各子阵间频率差异相对载频可以忽略, 可得 $\varsigma_{pq} \approx \varsigma$, 进行等效发射波束形成后, 可得FDS-MIMO雷达在 $(\theta_0, \varphi_0, r_0)$ 上的方向图增益为

$$\begin{aligned} G_{\text{FD}}(\theta_0, \varphi_0, r_0, \Delta f) &= 1 + G_{dr} + G_{rd} + G_{rr} \\ &= 1 + \rho \ell \xi \cdot f(-Px) f(-Qx) \\ &\quad + \rho \ell \varsigma \cdot f(P(K_x \chi - x)) \\ &\quad \cdot f(Q(K_z \eta - x)) \\ &\quad + \rho^2 \ell^2 \xi \varsigma \cdot f(P(K_x \chi - 2x)) \\ &\quad \cdot f(Q(K_z \eta - 2x)) \end{aligned} \quad (17)$$

式中, G_{dr} , G_{rd} 和 G_{rr} 分别表示路径ATBA, ABTA和ABTBA的增益, $x = \Delta f \Delta R/c$, $\xi = f(M\chi)f(N\eta)$,

$\varsigma = f(K_x\chi)f(K_z\eta)$, $\eta = [(\sin\theta_s - \sin\theta_0)(\cos\beta) + (\cos\theta_0 - \cos\theta_s)(\sin\beta\sin\varphi_0)]/2$, $\chi = \cos\varphi(\cos\theta_s - \cos\theta_0)/2$ 。式中函数 $f(\cdot)$ 定义为

$$f(Cx) = \frac{[\exp(jC\pi x)\sin(\pi Cx)]}{[\exp(j\pi x)C\sin(\pi x)]} \quad (18)$$

易证 $f(Cx)$ 具有如下的性质：(1)具有周期性即 $|f(Cx)| = |f(C(x+1))|$ ；(2) $|f(Cx)|$ 关于 $x=0$ 对称，加之周期性可得关于 $x=0.5$ 也对称，其最大值是1；(3)当 $C \geq 2$ 时，在定义域 $[-0.5, 0.5]$ 区间有 $f(Cx) \approx \text{sinc}(Cx)$ 。根据第2.1节中的阵列结构， $\Delta f = 0$ 对应的即为传统MIMO相控阵雷达，其多径条件下方向图增益可表示为^[16]

$$G_{\text{MIMO}}(\theta_0, \varphi_0, r_0) = G_{\text{FD}}(\theta_0, \varphi_0, r_0, 0) \approx (1 + \rho\ell\xi)(1 + \rho\ell\xi\varsigma) \quad (19)$$

在分析传统的MIMO相控阵雷达低仰角方向图时，往往假设俯仰维为宽波束，直达波和反射波入射角都在 0° 附近，即 $\xi \approx \varsigma \approx 1$ ，令 $\rho = -1$ 可得

$$\begin{aligned} |G_{\text{MIMO}}(\theta_0, \varphi_0, r_0)| &= (1 - \ell)^2 \\ &= \left[1 - \exp(-j2\pi f_c \Delta R/c)\right]^2 \\ &\approx \left|2 \sin\left[(2\pi/\lambda_c)(h_r \tan\theta_0)\right]\right|^2 \quad (20) \end{aligned}$$

式(20)与文献[17]是一致的，其中平方是由于考虑了双程传播，受 $(h_r \tan\theta_0)$ 的调制作用，天线增益会周期性出现零点，这也是米波雷达低空波瓣分裂和出现盲区的本质原因。对比式(17)和式(19)可知，在FDS-MIMO雷达中不仅可以像传统MIMO相控阵雷达的空间角度选择性参数 ξ 来抑制多径分量，还可以通过发射频率分集的距离依赖特性函数 $f(Cx)$ 来抑制，潜在地为FDS-MIMO雷达提供了额外的多径抑制能力。

2.2 扰动多径模型

为更加科学地描述不规则反射面的多径特性，本节建立了FDS-MIMO雷达的扰动多径模型，定义扰动散射系数矩阵 $\boldsymbol{\rho} = [\rho_{mn}]$ ，记第 (p, q) 个子阵平均扰动散射系数为 $\bar{\rho}_{pq}$ ，则扰动模型式(8)可以改写为

$$\begin{aligned} s'_i(t) &= \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \phi_{pq}(t - r_0/c) \\ &+ \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \varsigma'_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) \phi_{pq}(t - r_0/c) \quad (21) \end{aligned}$$

式中， $\varsigma'_{pq} = \mathbf{w}_{pq}^H \cdot [\bar{\rho}_{pq} \odot \mathbf{a}_{pq}(\theta_s, \varphi_0)]$ ，从而式(10)变成

$$\begin{aligned} x'_{m'n'pq} &= b_{m'n'}^\theta A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0) \\ &+ \ell \rho_{m'n'} b_{m'n'}^{\theta_s} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &+ \ell b_{m'n'}^\theta \varsigma'_{pq} A_{pq}(\theta_s, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R/2) \\ &+ \ell^2 \rho_{m'n'} b_{m'n'}^{\theta_s} \varsigma'_{pq} A_{pq}(\theta_0, \varphi_0) R_{pq}(r_0 + \Delta R) \quad (22) \end{aligned}$$

后续的处理与镜面反射模型一致，假设每个子阵的平均散射系数相等，即 $\bar{\varsigma} = \varsigma'_{pq}$ ，为简洁起见直接给出扰动模型下的方向图增益

$$\begin{aligned} G_{\text{FD}}^{pe}(\theta_0, \varphi_0, r_0, \Delta f) &= 1 + \ell\mu \cdot f(-Px)f(-Qx) \\ &+ \ell\bar{\varsigma} \cdot f(P(K_x\chi - x)) \\ &\cdot f(P(K_z\eta - x)) \\ &+ \mu\ell^2\bar{\varsigma} \cdot f(P(K_x\chi - 2x)) \\ &\cdot f(P(K_z\eta - 2x)) \quad (23) \end{aligned}$$

其中，

$$\mu = \frac{\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \rho_{mn} e^{j2\pi(m-1)\chi} e^{j2\pi(n-1)\eta}}{(MN)}$$

两种多径模型的不同点就在于反射系数，如果 $\rho_{mn} = \rho$ ，则式(23)与式(17)是相等的。

3 低仰角波束性能分析

低仰角下直达波和反射波的相位关系变化会导致回波起伏，不利于目标探测和跟踪。对于FDS-MIMO雷达，能否选择合适的参数来避免信号相消，从而使波束稳定地覆盖感兴趣的低空区域是一个值得深入探讨的问题。从式(17)可知，当 $|\theta_0 - \theta_s| \rightarrow 0^\circ$ 时可得 $\Delta R \rightarrow 0$ ，此时多径干扰趋近于从路径直达-直达波的主瓣进来，此时 G_{dr} 、 G_{rd} 和 G_{rr} 的模值接近 $|\rho|$ ，干扰影响是最大的；随着 $|\theta_0 - \theta_s|$ 逐步增大，多径干扰信号逐渐远离直达-直达波主瓣，当 G_{dr} 、 G_{rd} 和 G_{rr} 的模值都下降到 $|\rho|/\sqrt{2}$ 以下时，多径回波将从直达-直达波的联合发射-接收波束的主瓣之外进入，从而不会严重干扰直达-直达波信号，因此提出如式(24)的边界条件

$$\left. \begin{aligned} |G_{dr}| &= |\rho\ell\xi \cdot f(-Px)f(-Qx)| \leq |\rho|/\sqrt{2} \\ |G_{rd}| &= |\rho\ell\varsigma \cdot f(P(K_x\chi - x))f(Q(K_z\eta - x))| \\ &\leq |\rho|/\sqrt{2} \\ |G_{rr}| &= |\rho^2\ell^2\xi\varsigma \cdot f(P(K_x\chi - 2x)) \\ &\cdot f(Q(K_z\eta - 2x))| \leq |\rho|/\sqrt{2} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

考虑到有3条回波路径干扰直达-直达回波，可以进一步加强约束条件，将式(24)中 $|\rho|/\sqrt{2}$ 替换为 $|\rho| \cdot \eta_0$ 。进一步，将满足式(24)的观测区域定义为多径抑制区(Multipath Mitigation Area, MMA)。可知多径抑制区有3个重要的特征：一是不会出现

方向图零点, 二是波束覆盖是连续的, 三是方向图增益位于区间 $[1 - 3\eta_0, 1 + 3\eta_0]$ 。为了利于后续的定量分析, 对上述参数做一部分合理的近似, 在低仰角观测时 $\tan \theta_0 \approx \theta_0$, 从而式(1)可以简化为 $\theta_s \approx -\theta_0 - 2h_r/R$, 根据 $h_r \ll R$ 可得

$$\chi \approx \cos \varphi_0 [\cos(\theta_0 + 2h_r/R) - \cos \theta_0] / 2 \approx 0 \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \eta &\approx (\sin \theta_s - \sin \theta_0)(\cos \beta) / 2 \\ &\approx (-\theta_0 - h_r/R) \cos \beta \approx -\theta_0 \cos \beta \end{aligned} \quad (26)$$

从而可得 $\zeta \approx f(-K_z \theta_0 \cos \beta)$, 类似地有 $\xi \approx f(-N \theta_0 \cos \beta)$, 显然天线增益与方位角几乎是无关的, 与 K_x 呈现弱相关性。从而根据函数 $f(C\chi)$ 的3个性质, 式(24)的解集由不等式(27)给出

$$\left. \begin{aligned} |\operatorname{sinc}(Px) \operatorname{sinc}(Qx)| &\leq \eta_0 / \xi \\ |\operatorname{sinc}(Px) \operatorname{sinc}(Q(x - K_z \eta))| &\leq \eta_0 / \zeta \\ |\operatorname{sinc}(2Px) \operatorname{sinc}(2Q(x - K_z \eta / 2))| &\leq \eta_0 / (\xi \zeta) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

为简洁起见, 设置 η_0 为 $f(C\chi)$ 的第1副瓣水平即 -13.2 dB, 下面分两种情况讨论式(27)的第1个周期的解集。

(1) $|\xi| \leq \eta_0$ 即 $\theta_0 \geq \theta_b, \theta_b = \operatorname{sinc}^{-1}(\eta_0)$, 这种情况下, 式(27)中第1和第3个不等式恒成立, 若 $G_{rd} \leq |\rho| \cdot \eta_0$ 恒成立, 则为任意解, 否则可得解集为

$$x_{rd2} \leq x \leq 1 + x_{rd1} \quad (28)$$

其中, x_{rd1}, x_{rd2} 由式 $\operatorname{sinc}(Px_{rdi}) \operatorname{sinc}(Q(x_{rdi} + K_z \theta_0 \cdot \cos \beta)) = \eta_0 / \zeta, i = 1, 2$ 给出。

(2) $|\xi| \leq \eta_0$ 即 $\theta_0 < \theta_b$, 若 $\max(G_{rd}, G_{dr}, G_{rr}) \leq \eta_0$ 恒成立, 则为任意解, 否则由于 $|G_{rr}|$ 周期是0.5, 解集可以分成两个部分。

$$\begin{aligned} \max(x_{dr}, x_{rd2}, x_{rr2}) &\leq x \leq x_{rr1} + 0.5 \|x_{rr2} + 0.5 \\ &< x < \min(x_{dr}, x_{rd1}, x_{rr1}) + 1 \end{aligned} \quad (29)$$

其中, x_{rd}, x_{rr1} 和 x_{rr2} 求解方法类似。最后根据解的周期性, 全局解集可以表示为 $\{x_i\} + N_x$, 其中 $\{x_i\}$ 是局部解集(见式(28)和式(29)), N_x 为自然数。根据上面的讨论, 多径抑制区能够确保方向图不会出现零点, 回波幅度相对稳定。但对于整个雷达观测视场而言, 覆盖性能是否比传统MIMO相控阵好? 为了定量分析FDS-MIMO雷达的波束覆盖性能, 定义低可观测率(Low Observability Rate, LOR)作为评价标准, 即相对于自由空间传播, 回波幅度损失3 dB以上的观测区域面积 s_i 之和占雷达总观测视场区域面积 S 的比率为

$$\gamma = \left(\sum_{i=1}^N s_i \right) / S \quad (30)$$

4 FDS-MIMO雷达波束性能优化

从式(17)和式(18)可知, FDS-MIMO雷达方向图增益关于距离差 ΔR 的周期性会导致距离栅瓣的存在。因此如果多径信号从直达-直达波的栅瓣进入, 也可能导致部分信号相消。幸运的是 $G_{\text{FDS}}(\theta_0, \varphi_0, r_0, \Delta f)$ 是一个与 Δf 强相关的函数, 这就提供了一条通过选择频率增量来改善波束覆盖性能的途径。由于 $G_{\text{FDS}}(\theta_0, \varphi_0, r_0, \Delta f)$ 独立于方位角 φ_0 , 仅需考虑距离-俯仰平面, 假设感兴趣的区域为 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 和 $[r_{\min}, r_{\max}]$, 分别划分为等间隔的 U 个角度和 V 个距离, 根据式(2)可得 $x = (2h_r \tan \theta_0 + 2h_r^2/R) \Delta f / c$, 记 x 的下边界和上边界分别为 x^{lo} 和 x^{up} 。则 $x, \Delta f, h_r, \theta_0$ 和 R 之间的约束关系可以表示为

$$\Delta f^{\text{lo}} = c \cdot x^{\text{lo}} / (2h_r \tan \theta_0 + 2h_r^2/R) \quad (31)$$

$$\Delta f^{\text{up}} = c \cdot x^{\text{up}} / (2h_r \tan \theta_0 + 2h_r^2/R) \quad (32)$$

频偏 Δf 的具体设计流程可以总结如下:

步骤1 初始化参数: $h_r, M, N, P, Q, i = 1$ 和 $j = 1$;

步骤2 令 $i = i + 1, \theta_0 = \theta_i$, 如果 $i \leq U$ 且 $|\xi| < \eta_0$, 则通过式(28)得上下边界 $x_{1,i}^{\text{up}}$ 和 $x_{1,i}^{\text{lo}}$ 。如果 $i \leq U$ 且 $|\xi| \geq \eta_0$, 则通过式(29)中第1部分解集得到相应的边界 $x_{2,i}^{\text{lo}}$ 和 $x_{2,i}^{\text{up}}$ 。如果 $i > P$ 则跳到步骤4;

步骤3 令 $j = j + 1, R_0 = R_j$, 如果 $j \leq V$, 则可以通过式(31)和式(32)得到频率步进 Δf 的上下边界 $\Delta f_{\text{up}}(i, j)$ 和 $\Delta f_{\text{lo}}(i, j)$; 如果, $j > V$, 跳到步骤2;

步骤4 根据 $\Delta f \in [\Delta f_{\text{lo}}(i, j), \Delta f_{\text{up}}(i, j)]$ 对任意 (i, j) 成立, 输出优化的频偏 Δf_{opt} 。

如果没有找到合适的 Δf , 步骤2中可采用式(29)中的第2部分解集得到另一区间的边界值。限于篇幅, 只考虑了 Δf 的设计, 但是设计思想和流程同样适合于 h_r 和子阵划分的设计。

5 仿真分析

为验证理论分析的正确性和参数设计方法的有效性, 进行如下的数值仿真。假设FDS-MIMO雷达包含 $M \times N = 12 \times 12$ 个天线单元并划分为 $P \times Q = 3 \times 6$ 个子阵, 倾斜角 $\beta = 10^\circ$, 方位角 $\varphi_0 = 30^\circ$, 载频 $f_c = 300$ MHz, 镜面模型下 $\rho = -1$; $\Delta f = 3$ MHz, $h_r = 360$ m。

仿真1 方向图增益对比分析 本实验考察FDS-MIMO和MIMO相控阵雷达的联合发射-接收波束在不同观测位置的增益。图2和图3给出了观测位置 θ_0 和 R 的方向图增益, 图4给出了多径抑制区与频偏和 θ_0 的关系。从图2-图4可得如下结论: (1) 多

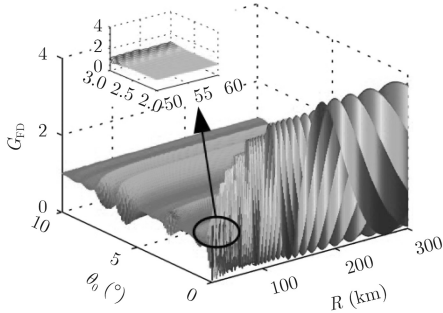


图2 FDS-MIMO雷达方向图增益曲面

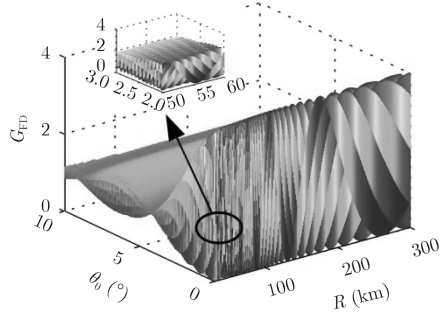


图3 MIMO相控阵雷达方向图增益曲面

径抑制区(MMA)与高可观测区基本是一致的,验证了第3节中描述的MMA的3个重要特征。(2)FDS-MIMO雷达可以形成准平坦的波束覆盖区域,对目标后续的检测和稳定跟踪具有重要意义。(3)MIMO相控阵雷达在低仰角下出现了零增益区并呈现周期性,这可能在特定的位置形成盲区。(4)FDS-MIMO雷达在区域 0° , 3.5° 和 7.0° 附近增益起伏较大,如图4所示这部分区域不处于MMA,这是由于多径从直达-直达波主瓣(或栅瓣)进来导致的,因此需要设计合理的参数来避免这种情况。综上所述,由于频率分集带来的距离依赖波束特性,FDS-MIMO雷达的波束覆盖性能明显优于MIMO相控阵雷达。

仿真2 参数优化方法性能分析 本实验旨在验证本文参数设计方法的有效性,假定感兴趣的区域为 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}] = [1^\circ, 5^\circ]$ 和 $[r_{\min}, r_{\max}] = [50, 60]$ km,其中 $U = 100$, $V = 100$ 。根据第4节的设计流程可得输出优化的频偏 $\Delta f_{\text{opt}} \in [2.20, 2.82]$ MHz。图5为LOR在不同频偏下的低可观测率LOR变化曲线,可以观察到,当频偏满足设计范围时,能够让感兴趣的区域处于多径抑制区,从而远离栅瓣,降低LOR,提高目标区域回波增益。

仿真3 目标不同运动方式回波增益及自适应频偏方法性能分析 为进一步直观地表现FDS-MIMO雷达的性能优势,在图1雷达坐标系中考虑4种典型的目标飞行路径,目标初始位置为 $(z_0, R_0) = (60, 0.7)$ km。具体参数如下:路径1,路径2和路

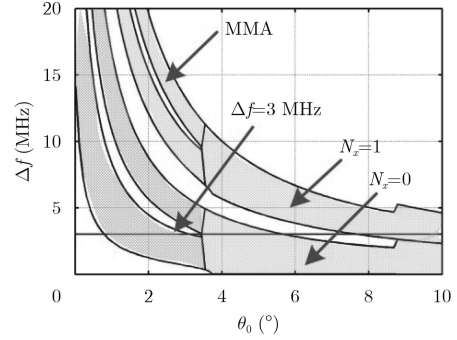


图4 100 km切面多径抑制区

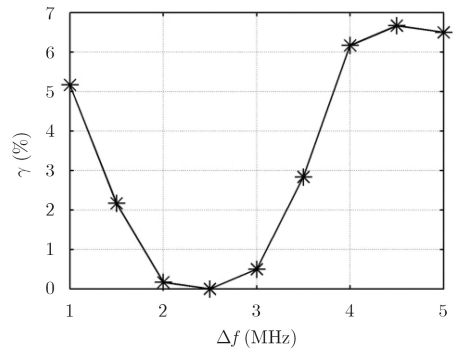


图5 LOR随频偏变化曲线

径3:目标以速度 $v = 300$ m/s抵近雷达,角度分别为 $\theta_1 = -\arctan((z_0 - h_r)/R_0)$, $\theta_2 = 0^\circ$ 和 $\theta_3 = 5^\circ$ 。路径4:目标以机动的方式抵近雷达,这里采用CV和CT混合机动模型,飞行分为4个过程,初始时刻速度为 $(-300, 100)$ m/s, $0 \sim 43.0$ s以均匀速度飞行, $43.0 \sim 50.5$ s转弯速率为 0.116 rad/s, $50.5 \sim 76.0$ s匀速飞行, $76.0 \sim 100.0$ s转弯速率 -0.175 rad/s。假定采样间隔为 0.01 s,频偏取仿真2输出优化的频偏均值即 $\Delta f = 2.5$ MHz。图6给出了不同时刻归一化的回波幅度,可知在整个时间内FDS-MIMO雷达回波强度都较为平滑,低增益区间很小。MIMO相控阵雷达的幅度呈现周期性,在部分时间出现“零”增益区,可能对后续的检测和跟踪带来问题。此外,进一步统计了低可观测时间(幅度损失3 dB以上)如表1所示,可知FDS-MIMO雷达的平均低可观测时间比MIMO相控阵雷达少25%。从上面的讨论可得结论:基于合理的参数设置,相对于MIMO相控阵雷达,FDS-MIMO雷达极大地提高了波束覆盖性能。

仿真4 镜面和扰动多径场景下波束覆盖性能分析 如表2所示,扰动散射系 ρ_{km} 的幅度和相位假定为均匀分布随机变量,其中编号A对应镜面反射模型。LORs均值曲线由200次独立蒙特卡洛仿真实验得到,图7和图8分别给出了LOR曲线随仰角和水平距离的变化曲线,其中实线对应FDS-MIMO

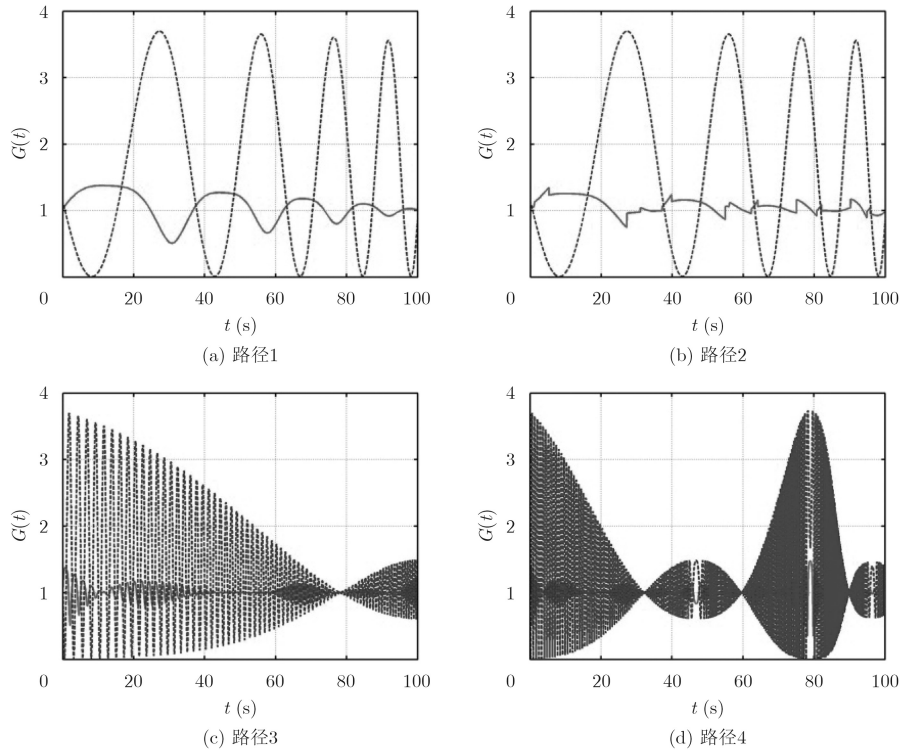


图6 不同飞行路径下接收回波强度随时间变化曲线

表1 低可观测时间(s)

| 飞行路径 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|
| MIMO相控阵体制 | 34.15 | 34.15 | 22.39 | 18.87 |
| MIMO频率分集体制(优化 Δf) | 8.70 | 0 | 0.75 | 1.00 |

表2 扰动散射系数分布

| 编号 | A | B | C | D | E |
|------------------|------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 幅度 | 1 | (0.9, 10) | (0.7, 1) | (0.6, 1) | (0.4, 1) |
| 相位($^{\circ}$) | -180 | (-190, -170) | (-200, -160) | (-200, -150) | (-220, -140) |

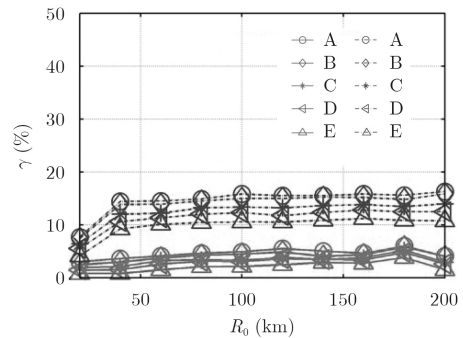


图8 不同扰动条件下LOR随距离变化曲线

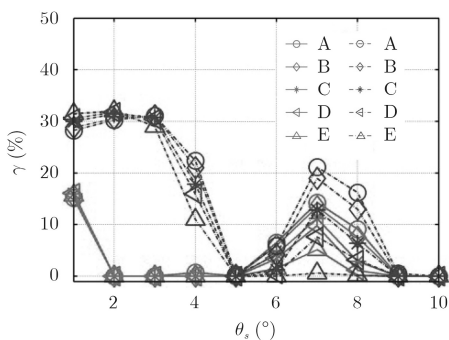


图7 不同扰动条件下LOR随仰角变化曲线

雷达。在计算不同角度的LOR时， $[0, 300]$ km分成10个子区间，同样地，在计算距离时， $[0^{\circ}, 10^{\circ}]$ 分成10个子区间。由图7和图8可以看出目标水平距离的变化几乎不影响LOR曲线，而角度对LOR影响较大，更为重要的是FDS-MIMO雷达在不同扰动

情况下都具备更好的性能，特别是在低仰角情况下，优势更加明显。

6 结束语

近年来频控阵雷达受到广泛关注，但是关于该体制在多径情况下的具体应用未见报道，本文对提出的米波频率分集子孔径MIMO雷达的低空波束覆盖性能进行了定量分析，并通过参数优化设计改善了低空波束增益的稳定性和连续性。不同于传统的MIMO相控阵雷达，本文提出的FDS-MIMO雷达能够在接收端实现距离依赖波束，从而有效抑制了多径，改善了波束覆盖性能。理论和仿真都表明在FDS-MIMO雷达体制较传统MIMO相控阵雷达具有更优的低空波束覆盖性能，并且所提的固定频偏设计方法能够在部分感兴趣区域实现有效连续覆盖，这对低仰角下的目标检测和跟踪将大有裨益。

如何利用该体制雷达完成低仰角下目标检测和跟踪值得下一步讨论和研究。

参 考 文 献

- [1] WHITE W D. Low-angle radar tracking in the presence of multipath[J]. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 1974, 10(6): 835–852. doi: [10.1109/TAES.1974.307892](https://doi.org/10.1109/TAES.1974.307892).
 - [2] SHERMAN S M. Complex indicated angles applied to unresolved radar targets and multipath[J]. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, 7(1): 160–170. doi: [10.1109/TAES.1971.310264](https://doi.org/10.1109/TAES.1971.310264).
 - [3] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 24(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
 - [4] GAO F and GERAHMAN A B. A generalized ESPRIT approach to direction of arrival estimation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2005, 12(3): 254–257. doi: [10.1109/LSP.2004.842276](https://doi.org/10.1109/LSP.2004.842276).
 - [5] STOICA P, OTTERATEN B, VIBERG M, *et al.* Maximum likelihood array processing for stochastic coherent sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1996, 44(1): 96–105. doi: [10.1109/78.482015](https://doi.org/10.1109/78.482015).
 - [6] 王文钦, 邵怀宗, 陈慧. 频控阵雷达: 概念、原理与应用[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(4): 1000–1011. doi: [10.11999/JEIT151235](https://doi.org/10.11999/JEIT151235).
WANG Wenqing, SHAO Huaizong, and CHEN Hui. Frequency diverse array radar: Concept, principle and application[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(4): 1000–1011. doi: [10.11999/JEIT151235](https://doi.org/10.11999/JEIT151235).
 - [7] 高宽栋. 频控阵雷达阵列优化设计及其目标参数估计方法研究[D]. [博士论文], 电子科技大学, 2016.
GAO Kuandong. Research of optimal array design and parameter estimation on frequency diverse array radar[D]. [Ph.D. dissertation], University of Electronic Science and Technology, 2016.
 - [8] YAO Amin, WU Wen, FANG Dagang, *et al.* Frequency diverse array antenna using time-modulated optimized frequency offset to obtain time-invariant spatial fine focusing beampattern[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016, 64(10): 4434–4446. doi: [10.1109/TAP.2016.2594075](https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2594075).
 - [9] FAROOQ J, TEMPLE M, and SAVILLE M. Exploiting frequency diverse array processing to improve SAR image resolution[C]. *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, Rome, Italy, 2008: 1–5. doi: [10.1109/RADAR.2008.4721083](https://doi.org/10.1109/RADAR.2008.4721083).
 - [10] LI Xingxing, WANG Dangwei, and MA Xiaoyan. Three-dimensional target localization and Cramér-Rao bound for two-dimensional OFDM-MIMO radar[J]. *International Journal of Antennas and Propagation*, 2017(1): 1–14. doi: [10.1155/2017/4171452](https://doi.org/10.1155/2017/4171452).
 - [11] XU Jingwei, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, *et al.* Joint range and angle estimation using MIMO radar with frequency diverse array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2015, 63(13): 3396–3410. doi: [10.1109/TSP.2015.2422680](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2422680).
 - [12] XU Jingwei, LIAO Guisheng, ZHU Shengqi, *et al.* Deceptive jamming suppression with frequency diverse MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2015, 113: 9–17. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.01.014](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.01.014).
 - [13] CAGRI C and SIMSEK D. Multipath characteristics of frequency diverse arrays over a ground plane[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2014, 62(7): 3567–3574. doi: [10.1109/TAP.2014.2316292](https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2316292).
 - [14] 郑铁松, 陈伯孝. 米波雷达低仰角目标多径模型及其反演方法研究[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(6): 1468–1474. doi: [10.11999/JEIT151013](https://doi.org/10.11999/JEIT151013).
ZHENG Yisong and CHEN Baixiao. Multipath model and inversion method for low-angle target in very high frequency radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(6): 1468–1474. doi: [10.11999/JEIT151013](https://doi.org/10.11999/JEIT151013).
 - [15] 刘源, 王洪先, 纠博, 等. 米波MIMO雷达低空目标波达方向估计新方法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(3): 622–628. doi: [10.11999/JEIT150555](https://doi.org/10.11999/JEIT150555).
LIU Yuan, WANG Hongxian, JIU Bo, *et al.* A new method for DOA estimation for VHF MIMO radar low-angle tracking environment[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(3): 622–628. doi: [10.11999/JEIT150555](https://doi.org/10.11999/JEIT150555).
 - [16] HASSANIEN A and VOROBYOV S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3137–3151. doi: [10.1109/TSP.2010.2043976](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2043976).
 - [17] CHEN Baixiao, ZHAO Guanghui, and ZHANG Shouhong. Altitude measurement based on beam split and frequency diversity in VHF radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2010, 46(1): 3–13. doi: [10.1109/TAES.2010.5417144](https://doi.org/10.1109/TAES.2010.5417144).
- 李星星: 男 1988年生, 博士生, 研究方向为MIMO雷达信号处理、自适应波束形成与目标定位。
王党卫: 男 1977年生, 副教授, 研究方向为MIMO雷达信号处理、目标成像与识别。
马晓岩: 男 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为雷达系统、雷达信号处理与检测理论、现代信号处理及其应用。