米波 MIMO 雷达低空目标波达方向估计新方法

刘 源 王洪先 纠 博* 严俊坤 赵永波 刘宏伟
(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)
(西安电子科技大学信息感知技术协同创新中心 西安 710071)

摘 要：针对米波多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达在反射面高度未知情况下对低空目标测角困难的问题，该文提出一种基于缩放字典的目标仰角估计算法。该算法不依赖反射面高度信息，在同时考虑发射多径和接收多径的情况下，通过构造包含目标参数的自适应字典，以最大化匹配滤波输出的回波数据与字典原子相关系数为估计准则，利用缩放字典逐层逼近的方法交替完成对目标参数的估计和对参数化字典的更新，最终实现了对目标仰角及高度的估计。仿真实验表明了该算法的有效性。

关键词：MIMO 雷达；低角跟踪；多径效应；参数估计；缩放字典
中图分类号： TN958 **文献标识码**：A **文章编号**：1009-5896(2016)03-0622-07
DOI: 10.11999/JEIT150555

A New Method for DOA Estimation for VHF MIMO Radar in Low-angle Tracking Environment

LIU Yuan WANG Hongxian JIU Bo YAN Junkun ZHAO Yongbo LIU Hongwei
(*National Laboratory of Radar Signal Processing*, *Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)
(*Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding at Xidian University*, *Xi'an* 710071, *China*)

Abstract: The issue of Direction-Of-Arrival (DOA) estimation in low-angle tracking environment for Very High Frequency (VHF) MIMO radar is investigated in this paper. Under the condition of the reflecting surface height is unknown, an algorithm for the target elevation estimation is proposed. The algorithm is based on the criterion of maximizing the correlation coefficient of target echo and the atoms of a given dictionary, where the dictionary grids can be iteratively refined to estimate the parameters more precisely. The simulation results indicate the effectiveness of the algorithm.

Key words: MIMO radar; Low-angle tracking; Multi-path effect; Parameter estimation; Dictionary refinement

1 引言

米波雷达在反隐身目标、抗反辐射导弹等方面具有优势，但其在低仰角跟踪中仍面临一些技术难题。造成米波雷达低仰角跟踪困难的主要原因是多径效应的存在，即存在与目标直达波信号相干的地(海)面反射的多径信号，从而影响了其对目标的定位[1–8]。多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)雷达具有虚拟孔径扩展的特性，相比于传统的相控阵雷达，MIMO 雷达可以获得更好的角度估计性能[9,10]。因此，有学者提出将 MIMO 体制应用到米波雷达中，而米波 MIMO 雷达低仰角目标的波达方向估计问题是实际工程应用中急需解决的难题之一[9,11]。

在过去的几十年中，众多学者对多径效应的影响进行了深入研究。现有的低仰角目标角度估计方法一般可分为改进的单脉冲技术[6–8]和阵列超分辨技术[9,12,13]两大类。改进的单脉冲处理技术有固定波束法[6]，双零陷法[7]和复数指示角法[8]。这类算法运算量低，但是当目标仰角小于波束宽度的一半时，上述算法估角偏差较大，且此类算法一般只考虑接收多径信号，而未考虑发射多径信号。阵列超分辨技术是人们解决多径问题的主要研究方向，其中以多重信号分类(MUltiple SIgnal Classification, MUSIC)算法[12]和最大似然(Maximum Likelihood, ML)算法[9,13]最为代表。MUSIC 算法最为明显的缺陷是不能用来直接处理相干信号，虽然通过空间平滑技术[14]可以改善 MUSIC 算法对相关信号的处理能力，但空间平滑会带来阵列有效孔径的损失。此外，由于 MIMO 雷达在多径环境中需要同时考虑

收稿日期：2015-05-11；改回日期：2015-11-20；网络出版：2016-01-14
*通信作者：纠博 bojiu@mail.xidian.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金(61271291, 61201285)，中央高校基本科研业务费专项资金
Foundation items: The National Natural Science Foundation of China (61271291, 61201285), Fundamental Research Funds for the Central Universities

收、发双程多径信号[9,11,15]，因此相比一般意义下只考虑接收多径信号要更为复杂，这使得该技术在实际中无法应用。最大似然算法可以直接处理相干信号，是米波 MIMO 雷达测角问题中最常用的算法，文献[9]提出了一种改进的最大似然(Refined Maximum Likelihood, RML)算法，该算法通过预先得到的目标距离和天线高度等先验信息，利用直达波信号与反射波信号之间存在的几何关系，最终只需进行 1 维搜索便可完成对目标仰角的估计，大大减少了运算量。但是当地面非平坦，即反射面高度未知时，上述算法中的几何关系失效，无法确定直达波与反射波之间的时延差，从而导致算法失效。在实际应用中，天线高度以及目标距离信息可以容易得到，而反射面高度一般是未知的且很难测量。事实上，反射面的高度信息是影响测角精度的一个重要因素。基于此，文献[16]提出了一种目标高度与反射面高度联合估计算法，该算法在反射面高度信息未知的情况下，通过投影梯度算法实现了对目标高度与反射面高度的同时估计。但是，该算法只考虑接收多径信号，而没有考虑发射多径信号，这与米波 MIMO 雷达测高的实际情况不符，也限制了该算法在实际中的应用。

针对这个问题，本文在反射面高度未知的情况下，建立了同时考虑发射多径和接收多径的信号模型，提出了一种不依赖反射面高度信息的目标仰角估计算法。算法首先根据新的信号模型构造初始参数化字典，然后利用缩放字典逐层逼近的方法交替完成对目标参数的估计和对参数化字典的更新，最终实现了对目标仰角的快速准确估计。文中最后采用蒙特卡洛实验对算法进行了仿真验证。

2　MIMO 雷达多径信号模型

不失一般性，假设 MIMO 雷达系统是由 M 个各向同性的阵元组成的均匀线阵，收发天线共用，阵元间距为半波长。图 1 给出了米波 MIMO 雷达多径信号模型(未考虑地球曲率的影响)，图中实线表示发射多径信号路径，虚线表示接收多径信号路径，h_a 为天线中心高度，h_t 和 h_g 分别为目标高度和反射面高度，R_{d} 为天线中心与目标之间的直达波距离，R_{s} 为目标经地面反射后到达雷达的多径距离，通常情况下 $R_{\mathrm{d}} \approx R_{\mathrm{s}}$，$\theta_{\mathrm{d}}$ 和 θ_{s} 分别为目标直达波入射角和反射波入射角。设天线法线方向(即水平方向)以上角度为正，以下角度为负。由于米波 MIMO 雷达在实际应用中应同时考虑到收、发双程多径信号，故阵列天线接收到的回波信号从发射到接收有 4 条路径[5,9]，如表 1 所示。

假设发射信号满足窄带信号的条件，第 m 个天线发射在第 l 时刻发射的信号为

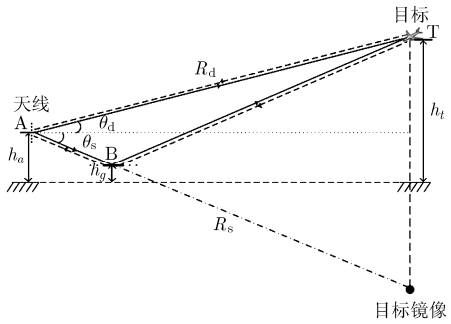


图1 米波MIMO雷达低空目标多径模型示意图

表 1 米波 MIMO 雷达 4 条传输路径定义

路径	信号
ATA	发射直达波-接收直达波
ATBA	发射直达波-接收反射波
ABTA	发射反射波-接收直达波
ABTBA	发射反射波-接收反射波

$$S_{\mathrm{e},m}(l) = s_{m,l}\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 l + \mathrm{j}\varphi_m), \quad m = 1,2,\cdots,M \tag{1}$$

其中，f_0 为中心频率，φ_m 为第 m 个发射天线发射信号的初始相位(一般设初相为零)，$s_{m,l}$ 为第 m 个发射天线在第 l 时刻发射信号的复包络，且各发射信号复包络相互正交，若设发射信号快拍数为 L，那么阵列发射复包络信号矩阵可以表示为

$$\boldsymbol{S} = [\boldsymbol{s}_1\ \boldsymbol{s}_2\ \cdots\ \boldsymbol{s}_L] \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{s}_l=[s_{1,l}\ s_{2,l}\ \cdots\ s_{M,l}]^{\mathrm{T}}$ 表示在第 l 次快拍时刻阵列发射复包络信号矢量。首先考虑发射多径，由于是窄带远场平面波情况，忽略包络时延，则阵列发射信号到达目标处的合成信号为

$$\begin{aligned} S_{\mathrm{T}} &= \sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M} S_{\mathrm{e},m}\left(l-\tau_{\mathrm{d},m}\right) + \rho S_{\mathrm{e},m}\left(l-\tau_{\mathrm{s},m}\right) \\ &= \sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M} s_{m,l}\exp\left(\mathrm{j}2\pi f_0 l\right)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_{\mathrm{d},m}\right) \\ &\quad + \rho s_{m,l}\exp\left(\mathrm{j}2\pi f_0 l\right)\exp\left(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_{\mathrm{s},m}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

其中，$\tau_{\mathrm{d},m} = R_{\mathrm{d},m}/\mathrm{c}$，$\tau_{\mathrm{s},m} = R_{\mathrm{s},m}/\mathrm{c}$，$\mathrm{c}$ 为光速，$R_{\mathrm{d},m}$ 和 $R_{\mathrm{s},m}$ 分别表示第 m 个阵元的直达波和反射波到达目标的距离，ρ 为地面复反射系数。将 $\tau_{\mathrm{d},m}$ 和 $\tau_{\mathrm{s},m}$ 分别表示为

$$\left.\begin{aligned} \tau_{\mathrm{d},m} &= \tau_0 + \tau_m(\theta_{\mathrm{d}}) \\ \tau_{\mathrm{s},m} &= \tau_0 + \Delta\tau + \tau_m(\theta_{\mathrm{s}}) \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中，τ_0 为参考阵元到目标的距离所产生的时延，$\tau_m(\theta_{\mathrm{d}})$ 和 $\tau_m(\theta_{\mathrm{s}})$ 分别为直达波方向上与反射波方向上由第 m 个阵元与参考阵元之间的距离产生的时

延，$\Delta\tau$ 为单程直达波和反射波的波程差所产生的时延。那么式(3)可以等效地表示为

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{T}} &= \exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_0)\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M}\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 l)\\ &\quad\cdot\big(s_{m,l}\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_m(\theta_{\mathrm{d}}))\\ &\quad+\rho s_{m,l}\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\Delta\tau)\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_m(\theta_{\mathrm{s}}))\big)\\ &= x\sum_{l=1}^{L}\sum_{m=1}^{M}\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 l)\big(s_{m,l}\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_m(\theta_{\mathrm{d}}))\\ &\quad+\overline{\rho}s_{m,l}\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_m(\theta_{\mathrm{s}}))\big)\end{aligned}\tag{5}$$

其中，$x=\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_0)$，$\overline{\rho}=\rho\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\Delta\tau)$。将式(5)整理成矩阵形式：

$$\boldsymbol{S}_{\mathrm{T}} = x\left(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\ \mathrm{diag}(\boldsymbol{v})\tag{6}$$

式中，$\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})$和$\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})$分别表示阵列在直达波方向上与反射波方向上的导向矢量，可表示为$\boldsymbol{a}(\theta_i)=[1\ \exp(-\mathrm{j}2\pi d\sin(\theta_i)/\lambda)\cdots\exp(-\mathrm{j}2\pi(M-1)d\sin(\theta_i)/\lambda)]^{\mathrm{T}}$，$d$为阵元间距，$\lambda$为波长，$\boldsymbol{S}\in\mathbb{C}^{M\times L}$为发射复包络信号矩阵，$\boldsymbol{v}=[\exp(\mathrm{j}2\pi f_0)\cdots\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 l)\cdots\exp(\mathrm{j}2\pi f_0 L)]^{\mathrm{T}}$，$\mathrm{diag}(\bullet)$表示由向量元素构成的对角矩阵。由互易性可知，同样存在接收多径，将信号混频到基带，忽略目标运动带来的影响，阵列接收到经目标反射的回波信号为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X} &= \alpha(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}))x(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{X}}\\ &= \overline{x}(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}))(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}))^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{X}}\end{aligned}\tag{7}$$

其中，$\overline{x}=\alpha\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\tau_0)$，$\alpha$为目标复反射系数，$\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{X}}\in\mathbb{C}^{M\times L}$为噪声数据矩阵，设其为零均值的高斯白噪声。利用发射信号之间的正交性，上述接收数据在经过一组匹配滤波器处理后的输出可以表示为[11]

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Y} &= \left(\left[\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})\ \boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\begin{bmatrix}1\\ \overline{\rho}\end{bmatrix}\otimes\left[\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})\ \overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})\right]\begin{bmatrix}1\\ \overline{\rho}\end{bmatrix}\right)\overline{x}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Y}}\\ &= \left([\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})]\otimes[\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}})]\right)\overline{x}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Y}}\end{aligned}\tag{8}$$

其中，$\otimes$表示 Kronecker 积，$\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Y}}\in\mathbb{C}^{MM\times 1}$为噪声矢量。

3 基于缩放字典的目标仰角估计算法

现有的米波 MIMO 雷达低空目标仰角估计算法大多是在假设地面完全平坦、没有高度起伏的前提下，通过利用直达波与反射波之间确定的几何关系和一些先验信息，得到两条路径之间的波程差所引起的相位差及直达波入射角θ_{d}与反射波入射角θ_{s}之间的关系，然后进行 1 维搜索来完成对目标仰角的估计。然而，实际情况下地面并非完全平坦，反射面高度信息一般是未知的，故无法通过几何关系得到两条路径之间的相位差，从而导致算法失效。为此，本文提出一种不依赖反射面高度信息的目标仰角估计算法，算法简要流程图如图 2 所示，下面对图 2 中的具体操作步骤进行说明。

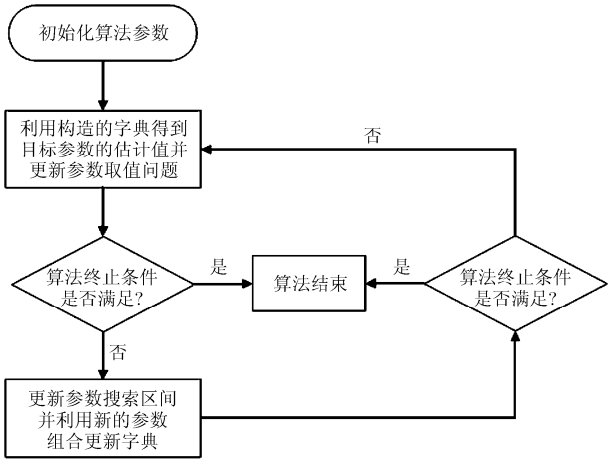


图2 算法流程图

3.1 目标仰角估计方法

由信号模型中图 1 可以看出，当反射面高度h_g发生变化时，反射波信号入射角θ_{s}和两条路径时延差$\Delta\tau$均会随之发生改变，即对入射角θ_{s}和时延差$\Delta\tau$产生了一定的扰动，从而破坏了平坦地形多径模型存在的几何关系，导致估角算法失效。若设地面完全平坦($h_g=0$)时，反射波入射角和两条路径时延差分别为θ_{s0}和$\Delta\tau_0$(这两个参数可由平坦地形多径几何模型确定)，由反射面高度变化对θ_{s0}和$\Delta\tau_0$所带来的扰动分别记为$\Delta\theta_{\mathrm{s}}$和$\Delta\tilde{\tau}$，则当反射面高度信息未知时，反射波入射角和两条路径之间的时延差可以分别表示为

$$\left.\begin{aligned}\theta_{\mathrm{s}} &= \theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}}\\ \Delta\tau &= \Delta\tau_0+\Delta\tilde{\tau}\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

此时，式(8)可重新改写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z} &= \left([\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})]\right.\\ &\quad\left.\otimes[\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})]\right)\overline{x}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Z}}\\ &= \mathrm{vec}\big(\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{d}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{d}})\\ &\quad+\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}})\overline{\rho}\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})+\overline{\rho}\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})\\ &\quad\cdot\overline{\rho}\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{s0}}+\Delta\theta_{\mathrm{s}})\big)\overline{x}+\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Z}}\end{aligned}\tag{10}$$

其中，$\overline{\rho}=\rho\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\Delta\tau_0)\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\Delta\tilde{\tau})$，$\mathrm{vec}(\bullet)$表示列向量化，$\boldsymbol{N}_{\boldsymbol{Z}}\in\mathbb{C}^{MM\times 1}$为噪声矢量。

根据实际情况中的先验信息，我们可以确定$\Delta\theta_{\mathrm{s}}$和$\Delta\tilde{\tau}$的大致取值范围，进而可以得到$\theta_{\mathrm{d}}$，$\theta_{\mathrm{s}}$和$\Delta\tau$这些未知参数的取值区间。若给定各参数取值间隔(搜索精度)，然后通过遍历结合各参数取值得到

参数组合 $\boldsymbol{w}=[\boldsymbol{w}_1\ \cdots\ \boldsymbol{w}_p\ \cdots\ \boldsymbol{w}_P]$，其中 P 为参数组合的个数，$\boldsymbol{w}_p=\{\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p\}$，表示第 p 种参数组合，θ_{d}^p，θ_{s}^p 和 $\Delta\tau^p$ 分别为第 p 个组合中各参数取值。对于第 p 个参数组合，构造如式(11)所示的基矩阵：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{b}_p=&\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}}^p)\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{d}}^p)+\overline{\rho}_p'\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}^p)\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{d}}^p)\\&+\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{d}}^p)\overline{\rho}_p'\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{s}}^p)+\overline{\rho}_p'\boldsymbol{a}(\theta_{\mathrm{s}}^p)\overline{\rho}_p'\boldsymbol{a}^{\mathrm{T}}(\theta_{\mathrm{s}}^p)\end{aligned}\tag{11}$$

其中，$\overline{\rho}_p'=\rho\exp(-\mathrm{j}2\pi f_0\Delta\tau^p)$，那么对于整个参数组合集而言，可构造完备字典 $\boldsymbol{B}=[\mathrm{vec}(\boldsymbol{b}_1)\ \mathrm{vec}(\boldsymbol{b}_2)\ \cdots\ \mathrm{vec}(\boldsymbol{b}_P)]\in\mathbb{C}^{MM\times P}$。由式(11)可知，字典 $\boldsymbol{B}$ 中的第 p 列可由 $\boldsymbol{w}_p=\{\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p\}$ 唯一确定，记其表达式为 $\boldsymbol{B}_p(\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p)$。求取回波数据 $\boldsymbol{Z}$ 和完备字典 $\boldsymbol{B}$ 中所有原子的滑动相关系数，则相关系数最大值所对应的原子序列可以通过式(12)得到

$$\widehat{p}=\arg\max_p\frac{\boldsymbol{Z}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_p(\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p)}{\|\boldsymbol{Z}\|_2^2\left\|\boldsymbol{B}_p(\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p)\right\|_2^2}\tag{12}$$

其中，$\|\bullet\|_2$ 表示 2 范数。由估计得到的原子序列 $\widehat{p}$ 便可得到与其对应的参数组合 $\boldsymbol{w}_{\widehat{p}}=\{\theta_{\mathrm{d}}^{\widehat{p}},\theta_{\mathrm{s}}^{\widehat{p}},\Delta\tau^{\widehat{p}}\}$，则该组参数组合与目标真实参数最“匹配”，即为目标参数估计值。

3.2 基于缩放字典的参数估计方法

由上节的分析可知，通过构造完备字典，我们只需通过计算回波数据与完备字典中每列原子的相关系数，即只需对参数组合序列 p 进行 1 维搜索便可完成对目标参数的估计。但由式(11)可知，上述方法是利用尽可能覆盖待估计参数的一组初始化参数，生成了一个完备字典来实现对目标参数估计。尽管其能在一定程度上估计出回波中的参数，但是它采用的是有限参数集生成的固定字典，而字典的冗余度(即参数的遍历程度)直接影响到参数估计的准确性，故在构造字典时，如何合理地设置参数间隔是一个需要重点考虑的问题。若初始参数间隔设置过大，则很难找到最优原子，使得参数估计误差变大；若初始参数间隔设置过小(即超完备字典)，则构造字典的运算量将会很大，并且不一定能够保证字典中包含真实参数所对应的原子。为此，本文通过利用缩放字典逐层逼近的方法[17]，避免了传统意义的多维搜索，在保证参数估计精度的同时大大减少了运算量，下面详细介绍该方法。

首先，根据实际的先验知识给出各参数的取值区间，并设每个参数的初始取值间隔为 $\Delta\boldsymbol{w}^0=[\Delta\omega_d^0,\Delta\omega_s^0,\Delta\omega_\tau^0]$，这里搜索间隔设置的较大，遍历结合各个参数的取值得到初始化的参数组合 $\boldsymbol{w}^0=[\boldsymbol{w}_1,\cdots,\boldsymbol{w}_p,\cdots,\boldsymbol{w}_{P_0}]$，其中 $\boldsymbol{w}_p=\{\theta_{\mathrm{d}}^p,\theta_{\mathrm{s}}^p,\Delta\tau^p\}$，$P_0$ ($P_0\ll P$)为参数组合的个数，通过式(11)构造初始化字典 $\boldsymbol{B}_0$，并给定最大迭代次数 I，令 i=1，$\Delta\boldsymbol{w}^i=\Delta\boldsymbol{w}^0$，$\boldsymbol{w}^i=\boldsymbol{w}^0$，$\boldsymbol{B}_i=\boldsymbol{B}_0$。然后，由式(12)求得各参数的估计值 $\boldsymbol{w}_{\widehat{p}}^i=\{\theta_{\mathrm{d}}^{\widehat{p}_i},\theta_{\mathrm{s}}^{\widehat{p}_i},\Delta\tau^{\widehat{p}_i}\}$，并采用等间隔缩放方法精细化参数组合，计算第 i+1 次迭代时的参数取值间隔，如式(13)所示。

$$\Delta\boldsymbol{w}^{i+1}=\Delta\boldsymbol{w}^i/k\tag{13}$$

式(13)中 k 为一大于 1 的常数，设 ε 为一个较小的数，判断 $\Delta\omega_d^{i+1}<\varepsilon$ 是否成立，若成立则停止迭代，否则以当前估计出的目标参数为中心，以 $\Delta\boldsymbol{w}^{i+1}$ 为步长给定新的取值区间，利用新的参数组合构造新的字典 $\boldsymbol{B}_{i+1}$，令 i=i+1，判断 $i>I$ 是否成立，若成立则停止迭代，否则再由式(12)求得各参数的进一步估计值 $\boldsymbol{w}_{\widehat{p}}^{i+1}=\{\theta_{\mathrm{d}}^{\widehat{p}_{i+1}},\theta_{\mathrm{s}}^{\widehat{p}_{i+1}},\Delta\tau^{\widehat{p}_{i+1}}\}$。如此重复上述过程，便可以逐步提高目标参数的估计精度，最终得到对目标仰角的准确估计。

综上所述，本文中所提的基于缩放字典的 MIMO 雷达目标仰角快速估计方法可以总结如下：

步骤 1　根据实际先验信息给出各参数的初始取值区间，设定初始取值间隔 $\Delta\boldsymbol{w}^0$，得到初始参数组合 $\boldsymbol{w}^0$ 由式(11)构造初始化字典 $\boldsymbol{B}_0$，给定算法最大迭代次数 I 及 ε 和 k 的值，令 i=1，$\boldsymbol{w}^i=\boldsymbol{w}^0$，$\Delta\boldsymbol{w}^i=\Delta\boldsymbol{w}^0$，$\boldsymbol{B}_i=\boldsymbol{B}_0$；

步骤 2　利用式(12)估计出字典 $\boldsymbol{B}_i$ 中与回波数据 $\boldsymbol{Z}$ 最为匹配的原子所在序列，进而得到该序列所对应的参数组合 $\boldsymbol{w}_{\widehat{p}}^i$，即为目标参数的估计值；

步骤 3　利用式(13)更新各参数的取值间隔，得到新的取值间隔 $\Delta\boldsymbol{w}^{i+1}$，判断 $\Delta\omega_d^{i+1}<\varepsilon$ 是否成立，若成立则停止迭代，否则以当前估计出的目标参数 $\boldsymbol{w}_{\widehat{p}}^i$ 为中心，以 $\Delta\boldsymbol{w}^{i+1}$ 为步长给定新的取值区间，利用新的参数组合构造新的字典 $\boldsymbol{B}_{i+1}$；

步骤 4　令 i=i+1，判断 $i>I$ 是否成立，若成立则停止迭代，否则跳至步骤 2。

本文所提算法利用较少的初始参数，采用多层逼近的方法逐渐精细化参数网格，直至实现准确的参数估计，这样不仅减少了运算量，而且保证了参数的估计精度。在给定初始参数及算法终止条件后，算法将逐步逼近参数的真实值，最终实现对目标参数的准确估计。

4　运算复杂度分析

下面分别对文献[9]，文献[11]中广义 MUSIC 算法以及本文算法运算量进行分析。文献[9]算法的运算量主要是对投影矩阵的构造及最大似然函数的计算，其计算量约为 $O\{LM^2N^2+\mu(M^3N^3+4M^2N^2+32MN+64)\}$，其中 M 为发射阵元个数，N 为接收阵元个数，L 为快拍数，μ 为角度搜索次数；文献[11]中算法的运算量主要是对 $MN\times MN$ 维协方差矩阵

的估计和特征值分解及谱函数的计算，其运算量约为 $O\{LM^2N^2+M^3N^3+\mu(8M^2N^2+24MN+147)\}$；本文算法的运算量主要是对 $MN\times MN$ 维协方差矩阵的估和参数化字典的构造以及滑动最大相关系数的计算，其运算量约为 $O\{LM^2N^2+\mu_1(L_1^3(4MN+2M+2N)+3L_1MN)\}$，其中 L_1 为参数搜索区间的长度，μ_1 为算法达到估计精度时更新的次数。假设 $M=N=16$，$L=256$，$\mu=500$，$L_1=5$，初始搜索间隔为 1°，角度搜索间隔精确到百分位，则 $\mu_1=8$，文献[9]算法需要 8.54×10^9 次复乘，文献[11]算法需要 2.99×10^8 次复乘，本文算法需要 1.79×10^7 次复乘。显然，本文算法运算量要小于文献[9]与文献[11]算法。

5 仿真分析

实验 1 本仿真实验采用 16 阵元的均匀线阵(ULA)，阵元间距为半波长，雷达天线(参考阵元)的高度为 $h_a=30$ m，目标与参考阵元之间直达波距离 $R_{\mathrm{d}}=100$ km，反射面高度为 h_g=10 m，发射信号中心频率为 $f_0=300$ MHz，快拍数为 256，不失一般性假设地面反射系数为 $\rho=0.9\exp(\mathrm{j}\pi)$。初始参数取值区间分别设为 $\theta_{\mathrm{d}}\in[0,5°]$，$\theta_{\mathrm{s}}\in[-5°,0]$ 和 $\Delta\tau\in[0,5/\mathrm{c}]$，初始取值间隔为 $\Delta\omega_d^0=\Delta\omega_s^0$=1°，$\Delta\omega_\tau^0=1/\mathrm{c}$，其中 c 为光速。本文中信噪比定义为

$$\mathrm{SNR}=10\lg(P_S/P_N) \tag{14}$$

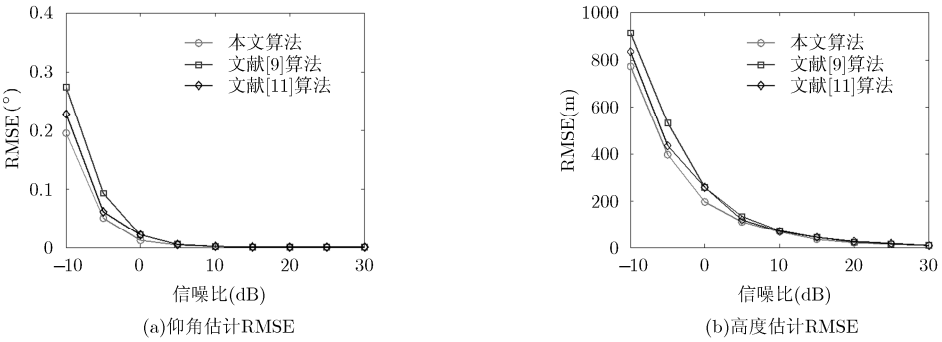
其中，P_S 为阵列接收到的信号平均功率，P_N 为噪声功率。每个实验结果都是进行 200 次蒙特卡罗实验得到。实验中分别利用本文算法与文献[9]算法和文献[11]中式(13)的广义 MUSIC 算法进行仿真对比，实验中假设反射面高度 h_g 对文献[9]算法及文献[11]算法是已知的，而对于本文算法是未知的。

图 3 给出了目标高度 $h_t=2$ km 时，分别采用本文算法、文献[9]算法、文献[11]中算法所得到的目标仰角估计的均方根误差随信噪比变化的曲线及目标高度估计的均方根误差随信噪比变化的曲线。图 4 给出了目标高度 $h_t=4$ km 时，分别采用上述 3 种算法所得到的目标仰角估计的均方根误差随信噪比变化的曲线及目标高度估计的均方根误差随信噪比变化的曲线。本文中，目标仰角和高度估计的均方根误差(RMSE)被定义为

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{RMSE}_{\theta_{\mathrm{d}}}&=\left(\frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\left(\widehat{\theta}_{\mathrm{d}}^{\,j}-\theta_{\mathrm{d}}\right)^2\right)^{1/2}\\ \mathrm{RMSE}_{h_t}&=\left(\frac{1}{K}\sum_{j=1}^{K}\left(\widehat{h}_t^{\,j}-h_t\right)^2\right)^{1/2}\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

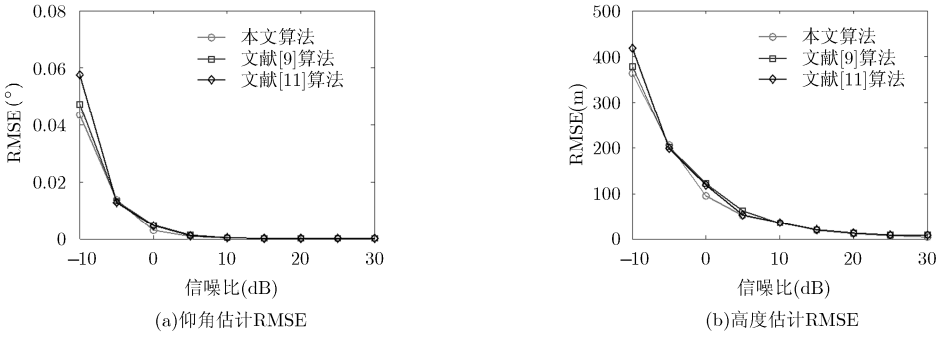
其中，K 表示蒙特卡罗实验次数，本实验中 $K=200$，$\widehat{\theta}_{\mathrm{d}}^{\,j}$ 和 $\widehat{h}_t^{\,j}$ 分别表示第 j 次实验得到的目标仰角与高度估计值。

由图 3 和图 4 可以看出，在同一目标高度下，3



(a)仰角估计RMSE (b)高度估计RMSE

图 3 目标高度为 2 km 时，3 种算法获得的目标仰角及高度估计 RMSE



(a)仰角估计RMSE (b)高度估计RMSE

图 4 目标高度为 4 km 时，3 种算法获得的目标仰角及高度估计 RMSE

种算法得到的目标仰角和高度估计的均方根误差都随信噪比的增大而减小；通过比较图 3 和图 4 可以看出，3 种算法得到的目标仰角和高度估计的均方根误差会随着目标高度的增大而减小。这是由于目标高度越高，直达波入射角与反射波入射角之间的夹角越大，越容易分辨。实验 1 的结果表明，当反射面高度信息未知时，本文算法仍可以获得目标仰角和高度的有效估计，从而验证了本文算法的有效性。

实验 2　为了验证本文算法的参数估计速度，本实验中设目标高度为 4 km，信噪比为 10 dB，进行 50 次蒙特卡洛实验，其余条件与实验 1 相同，得到不同角度搜索精度时，本文算法与文献[9]算法、文献[11]算法实现目标参数估计所需的 CPU 时间，如表 2 所示。

表2 在线实现目标仰角估计的CPU时间对比(s)

搜索精度 (°)	文献[9]算法	文献[11]算法	本文算法
0.010	19.3560	18.1470	10.5170
0.001	159.6740	154.1000	13.7250

由表 2 可以看出，相比于文献[9]与文献[11]算法，本文算法在线完成目标仰角所用时间明显缩短，并且随着角度搜索精度的提升，本文算法在运算量上的优势越明显，从而进一步表明了本文算法运算量低、实现快速的优点。

实验 3　为了验证不同的反射面高度对本文算法的影响，进行如下仿真实验，设目标高度为 4 km，信噪比为 10 dB，反射面高度由 −10 ∼ 10 m 之间变化，每个实验结果都是进行 500 次蒙特卡罗实验得到，其余条件与实验 1 相同。图 5 给出了本文算法得到的目标仰角及高度估计的均方根误差随反射面高度变化的性能曲线。

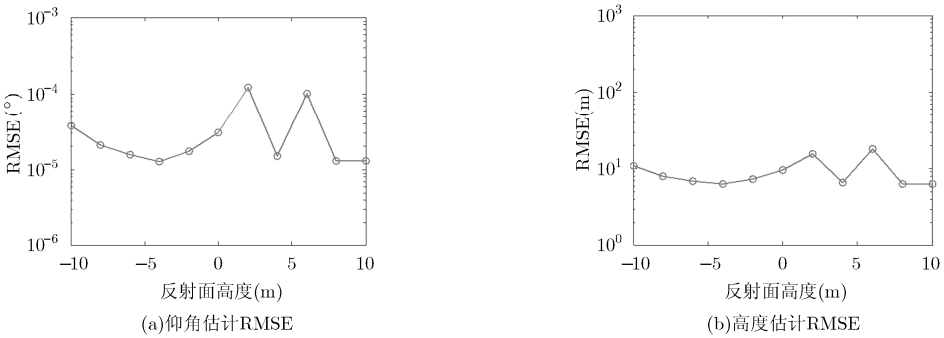
由图 5 的结果可以看出，目标仰角估计的 RMSE 随着反射面高度变化区间很小，大约在 10^{-4} 到 10^{-5} 量级之间变化，目标高度估计的 RMSE 随着反射面高度变化区间也较小，估计最小 RMSE 为 6.728 m，最大为 17.97 m，这个误差范围对于米波雷达低仰角目标测高而言是完全可以接受的。由上面的实验结果可以看出，对于不同的反射面高度，本文算法均具有较好的估计性能。

实验 4　为了验证不同的天线架高对本文算法的影响，进行如下仿真实验，设目标高度为 5 km，信噪比为 10 dB，天线架高由 30 ∼ 100 m 之间变化，每个实验结果都是进行 500 次蒙特卡罗实验得到，其余条件与实验 1 相同。图 6 给出了本文算法得到的目标仰角及高度估计的均方根误差随天线高度变化的性能曲线。

由图 6 的结果可以看出，目标仰角和目标高度估计的 RMSE 随着天线高度变化区间很小，仰角估计 RMSE 约在 10^{-4} 量级附近变化，高度估计 RMSE 约在 20 m 附近变化。这个误差范围对于米波雷达低仰角测高而言是完全可以接受的。由上面的实验结果可以看出，对于不同天线高度的情况下，本文算法均有较好的估计性能。

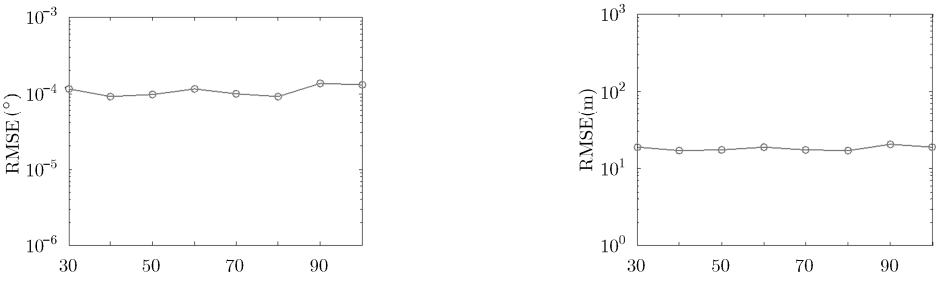
6　结束语

本文提出了一种米波 MIMO 雷达目标仰角估计算法，该算法在反射面高度信息未知的前提下，同时考虑收、发双程多径信号，建立了新的多径信号模型，利用缩放字典逐层逼近的方法交替完成对目标参数的估计和参数化字典的更新，最终实现对目标仰角及高度的估计。相比于传统的米波 MIMO 雷达角度估计方法，本文算法无需已知反射面高度信息，避免了传统多维搜索，可以快速地实现对目标仰角及高度的估计。但是，本文中仅假设反射面高度未知但其较为平坦的情况，而如何在各种更为复杂的地形条件下完成米波 MIMO 雷达对目标仰角的估计，还需进一步讨论和研究。



(a)仰角估计RMSE　　(b)高度估计RMSE

图 5 目标仰角及高度估计 RMSE 随反射面高度变化曲线



(a)仰角估计RMSE (b)高度估计RMSE

图 6 目标仰角及高度估计 RMSE 随天线高度变化曲线

参 考 文 献

[1] XU Z H, WU J N, XIONG Z Y, *et al*. Low-angle tracking algorithm using polarization sensitive array for very-high frequency radar[J]. *IET Radar Sonar Navigation*, 2014, 8(9): 1035–1041.

[2] PARK D M, YANG E J, AHN S, *et al*. Adaptive beamforming for low-angle target tracking under multipath interference[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(4): 2564–2577.

[3] 张文俊, 赵永波, 张守宏. 广义MUSIC算法在米波雷达测高中的应用及其改进[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(2): 387–390.
ZHANG Wenjun, ZHAO Yongbo, and ZHANG Shouhong. Altitude measurement of meter-wave radar using the general MUSIC algorithm and its improvement[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(2): 387–390.

[4] 赵光辉, 陈伯孝, 董玫. 基于交替投影的DOA估计方法及其在米波雷达中的应用[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(1): 224–227.
ZHAO Guanghui, CHEN Baixiao, and DONG Mei. A new DOA estimator based on alternating projection and its application in VHF radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(1): 224–227.

[5] 胡晓琴, 陈建文, 王永良. 米波雷达测高多径模型研究[J]. 电波科学学报, 2008, 23(4): 651–657.
HU Xiaoqin, CHEN Jianwen, and WANG Yongliang. Research on meter-wave radar height-finding multipath model[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2008, 23(4): 651–657.

[6] SEBT M A, SHEIKHI A, and NAYEBI M M. Robust low-angle estimation by an array radar[J]. *IET Radar Sonar Navigation*, 2010, 4(6): 780–790.

[7] WHITE W D. Low-angle radar tracking in the presence of multipath[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1974, 11(6): 835–852.

[8] SHERMAN S M. Complex indicated abgles applied to unresolved radar targets and multipath[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1971, 1(7): 160–170.

[9] 吴向东, 赵永波, 张守宏, 等. 一种MIMO雷达低角跟踪环境下的波达方向估计新方法. 西安电子科技大学学报, 2008, 35(5): 793–798.
WU Xiangdong, ZHAO Yongbo, ZHANG Shouhong, *et al*. New method for DOA estimation for the MIMO radar in low-angle tracking environment[J]. *Journal of Xidian University*, 2008, 35(5): 793–798.

[10] HASSANIEN A, VOROBYOV S A, and KHABBAZIBASMENJ A. Transmit radiation pattern invariance in MIMO radar with application to DOA estimation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(10): 1609–1613.

[11] 刘俊, 刘峥, 谢荣, 等. 基于波束空间的米波MIMO雷达角度估计算法[J]. 电子学报, 2011, 39(9): 1961–1966.
LIU Jun, LIU Zheng, XIE Rong, *et al*. Beam-pace domain angle estimation algorithm in VHF MIMO radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2011, 39(9): 1961–1966.

[12] SHAN T J, WAX M, and KAILATH T. On spatial smoothing for direction-on-arrival estimation of coherent signal[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Speech Signal Processing*, 1985, 33(4): 806–811.

[13] 赵永波, 张守宏. 雷达低角跟踪环境下的最大似然波达方向估计方法[J]. 电子学报, 2004, 32(9): 1520–1523.
ZHAO Yongbo and ZHANG Shouhong. Maximum likelihood DOA estimation in radar low-angle tracking environment[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(9): 1520–1523.

[14] QU L, SUN Q, YANG T, *et al*. Time-delay estimation for ground penetrating radar using ESPRIT with improved spatial smoothing technique[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(8): 1315–1319.

[15] SEN S and NEHORAI A. OFDM MIMO radar with mutual-information waveform design for low-grazing angle tracking[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3152–3162.

[16] WANG S H, CAO Y H, and SU H T. Joint estimation of the target height and the reflecting surface height in low angle radar[C]. IEEE International Conference on Signal Processing(ICSP), Hangzhou, 2014: 19–23.

[17] XU D L, DU L, and LIU H W. Radar signal parameter estimation with spares Bayesian representation based on dictionary refinement[C]. IEEE International Conference on Computer and Information Technology(CIT), Xi'an, 2014: 123–128.

刘 源： 男，1989 年生，博士生，研究方向为 MIMO 雷达信号处理、自适应信号处理.

王洪先： 男，1980 年生，博士生，研究方向为雷达信号处理、协同探测.

纠 博： 男，1982 年生，博士，副教授，研究方向为自适应信号处理、雷达自动目标识别、认知雷达.

严俊坤： 男，1987 年生，博士，研究方向为认知雷达、目标跟踪与定位、协同探测.

赵永波： 男，1972 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理.

刘宏伟： 男，1971 年生，博士，教授，博士生导师，研究方向为雷达信号处理、雷达自动目标识别、认知雷达、协同探测.