

基于广义 Gabor 变换的最优 LOFDM 系统的脉冲成形

简伟^① 沈越泓^① 李毅^②

^①(解放军理工大学通信工程学院无线通信系 南京 210007)

^②(二炮装备研究院 北京 100085)

摘要 LOFDM(Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing)是时频弥散信道上的一种高速数据传输技术。但当 LOFDM 系统的脉冲成形滤波器不具有最优的时频局域化特性时,必将引入严重的 ISI 和/或 ICI。因此脉冲成形滤波器的设计是最优 LOFDM 系统设计的重要组成部分。Strohmer 和 Beaver(2001,2003)给出了一种 LOFDM 脉冲成形滤波器的设计方法,但是计算量较大。为此,该文提出了一种广义 Gabor 变换,通过构造广义紧致 Gabor 原子来完成最佳 LOFDM 脉冲成形滤波器的设计的数值实现。理论分析和仿真试验都证明该方法比 Strohmer 和 Beaver 给出的方法更简单有效。

关键词 LOFDM, 时频局域化特性, 脉冲成形, 广义 Gabor 变换, 广义 Gabor 基本矩阵, 广义紧致 Gabor 原子

中图分类号: TN919.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2006)07-1274-05

Pulse-Shaping Based on Generalized Gabor Transform for Optimal LOFDM System

Jian Wei^① Shen Yue-hong^① Li Yi^②

^①(Department of Radio Communication ICE, PLAUST, Nanjing 210007, China)

^②(The Second Artillery Corps Equipment Academy, Beijing 100085, China)

Abstract Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing(LOFDM) is a promising technique for high data-rate transmission in double(namely time-frequency) dispersive channel. But, as pulse shaping filters of LOFDM system is badly-localized, it is certainty that ISI and/or ICI be introduced. Therefore, design of pulse shaping filters is an important task for design of optimal LOFDM system. Currently, Strohmer and Beaver(2001, 2003) present an approach to design of pulse shaping filters for optimal LOFDM systems, but, it is computatively complex. In this paper, a generalized Gabor transform is proposed. Utilizing an approach of attained generalized tight Gabor atoms, the time-frequency well-localized pulse shaping filters can be designed for optimal LOFDM system. It is showed through theory analysis and simulative experiment that this method is more efficient and simpler than that of Strohmer and Beaver(2001, 2003).

Key words LOFDM, Time-Frequency Localization(TFL), Pulse shaping, Generalized Gabor transform, Generalized Gabor basic matrix, Generalized tight Gabor atoms

1 引言

LOFDM(Lattice Orthogonal Frequency Division Multiplexing)是由Strohmer与Beaver^[1]于2001年提出的一种适用于时频弥散信道的高速数据传输技术。在时频弥散的信道上,当采用相同的脉冲成形滤波器,并且符号间干扰(ISI)与子载波干扰(ICI)之和相同时,LOFDM系统比OFDM系统有更高的频谱利用率^[1,2]。在一个特定信道上,LOFDM系统的脉冲成形滤波器具有与信道特征相匹配的时频局域化特性(TFL)时,LOFDM系统的ISI与ICI之和最小,即得到最优LOFDM系统。因此最优LOFDM系统脉冲成形滤波器的设计是系统设计的一个重要任务。

文献[1,2]给出一种LOFDM脉冲成形滤波器的设计方法,但是它要计算Gram矩阵 R 的各个元素,并且是复运算,因此计算量较大,实现复杂。基于OFDM系统与欠采样的Gabor变换的一致性^[2-6],利用紧致Gabor原子的构造方法可以很简单地设计出OFDM的发送/接收脉冲。但是,LOFDM系统与Gabor变换是不一致的。在本文我们对Gabor变换进行推广,提出广义Gabor变换。并利用广义紧致Gabor原子的构造方法实现了最优LOFDM脉冲成形滤波器(亦称发送脉冲,如无特殊说明,下文将使用这个名称)的设计数值实现方法。

2 LOFDM 系统模型

为了讨论方便,首先给出一些概念^[2,7]:

(1) 令信号 $\mathbf{x} = \{x(n)\}_{n=0}^{L-1} \in C^L$ 是一个周期为 L 的信号,

即 $x(j+kL)=x(j)$, $k \in Z$, $j=0,1,\dots,L-1$ 。两个信号的内积: $\langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \sum_{j=0}^{L-1} x(j)\overline{y(j)}$ 。 \mathbf{x} 的范数: $\|\mathbf{x}\| = \langle \mathbf{x}, \mathbf{x} \rangle^{1/2}$,

C^L 表示有限维的 Hilbert 空间;

(2) 离散时间平移算子 T_k :

$$T_k \mathbf{x} = (x(j-k))_{j=0}^{L-1} = [x(L-k), x(L-k+1), \dots, x(L-1), x(0), x(1), \dots, x(L-k-1)], \quad k \in Z \quad (1)$$

它实现了信号的周期旋转。

(3) 离散调制算子 M_l

$$M_l \mathbf{x} = (x(j)\omega^{jl})_{j=0}^{L-1}, \quad l \in Z \quad (2)$$

其中 $\omega = e^{j2\pi/L}$, $j = \sqrt{-1}$ 。

文中还用到以下符号, $\det(\bullet)$ 表示求行列式, $(\bullet)^H$ 表示矩阵的共轭转置, $*$ 表示矩阵或矢量乘, \mathbf{I}_L 表示 $L \times L$ 的单位矩阵。

LOFDM 系统是在多个并行的正交子信道上传输数据符号, 但是数据符号的发送点在时频平面上不构成矩形网格, 而是一般的网格 A , $A \subseteq R^2$, 如六边形网格, R^2 表示实 2 维空间。由网格的知识, 任何一个网格都可以由生成矩阵表示, 网格密度相等的不同网格可以相互转换^[2]。不失一般性, 下面考虑的时频网格 A 具有如下形式的生成矩阵

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} T & T/2 \\ 0 & F \end{bmatrix}, \quad T, F \neq 0 \quad (3)$$

T, F 分别表示发送点在时间和频率轴上的间隔, 网格密度 $d = 1/\det(\mathbf{G}) = 1/TF$ 。在 LOFDM 系统中称单位时间单位频率发送的数据符号数为系统的频谱利用率 ρ 。不难看出频谱利用率等于网格密度, 即 $\rho = d = 1/\det(\mathbf{G})$ 。为了信号的完全重构要求 $TF = 1/\rho > 1$ 。下面给出离散形式的 LOFDM 系统模型^[8,9]。

设 LOFDM 的频谱利用率为 ρ , 发送脉冲的离散表示式为 $\varphi(n), n=0,1,\dots,L_\varphi-1$, 令 $M = L_\varphi/\Delta M$, $N = L_\varphi/\Delta N$, 其中 $\Delta M, \Delta N$ 分别代表时间和频率采样间隔, 且 $\Delta M \Delta N > L_\varphi$, M 表示一个发送脉冲覆盖的数据符号数(即包含的时间间隔数), 它们满足 $\Delta M/N = \Delta N/M = 1/\rho$, 同时令 $\Delta M, N$ 为偶数, 这时 LOFDM 系统对应的网格生成矩阵为

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \Delta M & \Delta M/2 \\ 0 & \Delta N \end{bmatrix} \quad (4)$$

在 (k, l) 时频点发送的波形在 n 时刻的表示式, 在 l 为偶数时是 $\varphi_{k,l}(n) = \varphi(n-k\Delta M)e^{j2\pi n l \Delta N / L_\varphi}$, 在 l 为奇数时是 $\varphi_{k,l}(n) = \varphi(n-(k+1/2)\Delta M)e^{j2\pi n l \Delta N / L_\varphi}$, 并且满足 $\langle \varphi_{k,l}, \varphi_{k',l'} \rangle = \delta_{k-k'} \delta_{l-l'}$, $\|\varphi\| = 1$ 。

n 时刻的发送信号:

$$\begin{aligned} s_L(n) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{N-1} c_{k,l} \varphi_{k,l}(n) \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=0}^{N/2-1} (c_{k,2l} \varphi(n-k\Delta M) e^{j2\pi n 2l \Delta N / L_\varphi} \\ &\quad + c_{k,2l+1} \varphi(n-(k+1/2)\Delta M) e^{j2\pi n (2l+1) \Delta N / L_\varphi}) \end{aligned} \quad (5)$$

经过信道 H 后, n 时刻接收信号:

$$r_L(n) = (Hs_L)(n) + \varepsilon(n) \quad (6)$$

式中 $\varepsilon(n)$ 是表示由信道接收机等引入的加性噪声。

发送数据 $c_{k,l}$ 可以由计算接收信号和脉冲 $\varphi_{k,l}$ 的内积恢复出来^[1,2], 即 $\tilde{c}_{k,l} = \langle r_L, \varphi_{k,l} \rangle$ 。把式(6)代入内积公式得到恢复数据 $\tilde{c}_{k,l}$ (亦称解调输出信号)为

$$\begin{aligned} \tilde{c}_{k,l} &= \langle r_L, \varphi_{k,l} \rangle = \langle Hs_L, \varphi_{k,l} \rangle + \langle \varepsilon, \varphi_{k,l} \rangle \\ &= \sum_{k',l'} c_{k',l'} \langle H\varphi_{k',l'}, \varphi_{k,l} \rangle + \langle \varepsilon, \varphi_{k,l} \rangle \\ &= c_{k,l} H_{k,l} + J \end{aligned} \quad (7)$$

$$J = \sum_{k',l' \neq k,l} c_{k',l'} \langle H_{k',l'} \varphi_{k',l'}, \varphi_{k,l} \rangle + \langle \varepsilon, \varphi_{k,l} \rangle \quad (8)$$

其中 $H_{k,l}$ 是第 k 个 OFDM 符号的第 l 个子信道的频率响应, J 是 ISI, ICI 和噪声的总和。

在理想的信道条件下, 且没有加性噪声, 即 $\varepsilon(t) = 0, H_{k,l} = 1, k, l \in Z$ 时, $J = 0$, 即可以由式(7)准确恢复发送的数据。

由于无线信道在时间和/或频率上的弥散总是不可避免的, 为使式(8)最小, 那么发送脉冲就要具有最好的时频局域化特性(TFL)。由信号的不确定性原理^[8,9]知, 高斯脉冲有最好的 TFL, 但是它经过时频平移后得到的发送脉冲集不是相互正交的。由文献[1, 2, 10]及其参考文献中的结果可知, 由高斯脉冲通过正交化过程得到一个脉冲, 它在保持高斯脉冲的最好的时频局域化性能的同时, 由其构造的发送脉冲集是正交的。受其启示, 下面给出基于广义离散 Gabor 变换的正交化过程。从而构造出最优 LOFDM 系统的发送脉冲集, 即实现最优 LOFDM 系统的脉冲成形。

3 广义的离散 Gabor 变换

下面首先给出广义离散 Gabor 变换的定义及一些性质, 然后给出各种情况下广义紧致 Gabor 原子的构造方法, 即最优 LOFDM 发送脉冲的设计方法。

时间连续信号 $x(t)$ 的 Gabor 变换为

$$x(t) = \sum_m \sum_n a_{m,n} h_{m,n}(t) \quad (9)$$

式中

$$h_{m,n}(t) = h(t-mT) \exp(j2\pi n Ft), \quad m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (10)$$

称为 Gabor 基本函数(Gabor elementary function), $h(t)$ 为 Gabor 原子(Gabor atom), $a_{m,n}$ 称为 Gabor 系数。 T, F 分别为时间和频率间隔。

定义 1 仿照上面的时间连续信号 $x(t)$ 的 Gabor 变换, 给出时间连续信号 $x(t)$ 的一种变换:

$$x(t) = \sum_k \sum_l [a_{k,2l} g_{k,2l}(t) + c_{k,2l+1} g_{k,2l+1}(t - T/2)] \quad (11)$$

称为广义 Gabor 变换, 式中

$$\begin{aligned} g_{k,2l}(t) &= g(t - kT) e^{j2\pi 2lFt}, \\ g_{k,2l+1}(t - T/2) &= g(t - T/2 - kT) e^{j2\pi(2l+1)Ft} \end{aligned} \quad (12)$$

称为广义Gabor基本函数, $g(t)$ 为广义Gabor原子, $c_{k,l}$ 为广义Gabor系数。广义Gabor变换是不规则Gabor变换^[6]的一种特例。

根据 TF 的取值, 可以把广义 Gabor 变换分为 3 类: $TF > 1$ 为欠采样的广义 Gabor 变换, $TF = 1$ 为临界采样的广义 Gabor 变换, $TF < 1$ 为过采样的广义 Gabor 变换。可见 LOFDM 系统是基本函数相互正交的欠采样广义 Gabor 变换。

令离散时间信号 $x(n)$ 和广义 Gabor 原子 $g(n)$ 一个周期样本长度均为 L , $\hat{a} = L/a, \hat{b} = L/b$, 其中 a, b 分别代表时间和频率采样间隔, 则离散形式的广义 Gabor 变换可以表示为

$$\begin{aligned} x(n) &= \sum_{k=0}^{\hat{a}-1} \sum_{l=0}^{\hat{b}/2-1} [a_{k,2l} g(n - ka) e^{j2\pi 2lbn/L} \\ &\quad + c_{k,2l+1} g(n - ka - a/2) e^{j2\pi(2l+1)bn/L}] \\ &= \sum_{k=0}^{\hat{a}-1} \sum_{l=0}^{\hat{b}/2-1} [a_{k,2l} M_{2lb} T_{ka} g(n) + c_{k,2l+1} M_{(2l+1)b} T_{(k+1/2)a} g(n)] \end{aligned} \quad (13)$$

当 $ab < L$ 时为过采样的广义离散 Gabor 变换, 则 $\hat{a}\hat{b} > L$ 时为欠采样的广义离散 Gabor 变换。

定义 2 广义离散 Gabor 基本矩阵 $[GAB_G(g, a, b)]$ 为

$$\begin{aligned} [GAB_G(g, a, b)] &= (g^H, (T_a g)^H, \dots, (T_{(\hat{a}-1)a} g)^H, (M_b T_{a/2} g)^H, \\ &\quad (M_b T_{(1+1/2)a} g)^H, \dots, (M_b T_{(\hat{a}-1/2)a} g)^H, \dots, \\ &\quad (M_{lb} T_{ka/2} g)^H, \dots, (M_{(\hat{b}-1)b} T_{(\hat{a}-1)a} g)^H) \end{aligned} \quad (14)$$

定义 3 广义离散 Gabor 变换矩阵 S_G 为

$$S_G = [GAB_G(g, a, b)]^H * [GAB_G(g, a, b)] \quad (15)$$

广义离散 Gabor 变换矩阵 S_G 具有定理 1 所述的特性。

定理 1 广义离散 Gabor 矩阵 S_G 是一个 $L \times L$ 的矩阵, 并具有如下的带状结构: 矩阵 S_G 的非零项仅位于第 l 条子对角线上, $l = 0, \pm \hat{b}/2, \pm 3\hat{b}/2, \dots, \pm (b-1)\hat{b}, \pm (2b-1)\hat{b}/2$ 。并且对上述的第 l 条子对角线, 它是周期为 a , 长度为 $L - |l|\hat{b}/2$ 的向量。此外, 广义离散 Gabor 变换矩阵 S_G 的一

般项 $S_{G(k+1,j+1)}$ 由下式给出

$$S_{G(k+1,j+1)} = \begin{cases} \frac{\hat{b}}{2} \sum_{n=0}^{\hat{a}-1} [T_{na} g(k) T_{na} g(j) + T_{(n+1/2)a} g(k) T_{(n+1/2)a} g(j)], & |k-j| \text{ 能被 } \hat{b} \text{ 整除} \\ \frac{\hat{b}}{2} \sum_{n=0}^{\hat{a}-1} [T_{na} g(k) T_{na} g(j) - T_{(n+1/2)a} g(k) T_{(n+1/2)a} g(j)], & |k-j| \text{ 能被 } \hat{b}/2 \text{ 整除, 而不能被 } \hat{b} \text{ 整除} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (16)$$

其中 $k, j = 0, 1, \dots, L-1$ 。在 $g(n)$ 为实数值时, 矩阵 S_G 是实对称矩阵。

定理 1 的证明可参考文献[6,11]。由定理 1 可知, 在计算矩阵 S_G 时, 只要计算出 $2ba$ 个元素就可以得到整个矩阵。

易证 $ab < L$ 时的过采样广义离散Gabor变换矩阵 S_G 是正定的^[11], 因此可对其求逆, 即可得到 S_G^{-1} , 同样可以求出 $S_G^{-1/2}$ 。令 $\tilde{g}_G = g * S_G^{-1}$, $\tilde{g}_{Gt} = g * S_G^{-1/2}$, 它们分别称为广义对偶Gabor原子和广义紧致Gabor原子。

易证 $\tilde{g}_g * [GAB_G(g, \hat{b}, \hat{a})]^H = \frac{ab}{N} e$, $\tilde{g}_{Gt} * [GAB_G(\tilde{g}_{Gt}, \hat{b}, \hat{a})]^H = \frac{ab}{N} e$, $e = (1, \underbrace{0, \dots, 0}_{ab-1})$ 。可见它同离散Gabor变换具有几

乎完全相同的性质。同样欠采样和过采样离散Gabor变换之间的关系^[7]对广义离散Gabor变换也成立。即当 a, b 分别为时间和频率采样间隔, $g(n)$ 为样本长度为 L 的广义离散Gabor原子, S_G 为广义离散Gabor变换矩阵, $ab < L$ 时, 当 \hat{b}, \hat{a} 分别表示时间和频率采样间隔, $\hat{a}\hat{b} > L$, $g(n)$ 为广义离散Gabor原子时就对欠采样广义离散Gabor变换, 对应的欠采样广义离散对偶Gabor原子为

$$g_G = \frac{\hat{a}\hat{b}}{L} \tilde{g}_G = \frac{\hat{a}\hat{b}}{L} g * S_G^{-1} \quad (17)$$

广义离散紧致 Gabor 原子为

$$\tilde{g}_{Gt} = \sqrt{\frac{\hat{a}\hat{b}}{L}} \tilde{g}_{Gt} = \sqrt{\frac{\hat{a}\hat{b}}{L}} g * S_G^{-1/2} \quad (18)$$

到此为止, 我们已经给出了任意广义离散 Gabor 变换及其广义离散对偶 Gabor 原子和广义离散紧致 Gabor 原子。

由文献[2]的定理 3.2 及文献[10]可知, g_{Gt} 是 $\min_h \|h - \tilde{g}\|_2$, $h \in L^2(Z)$ 的解, 即 $h = \tilde{g}_{Gt}$ 。当 $g(n)$ 取与信道特性相匹配的样本长度为 L 的高斯脉冲, 并且时间和频率采样间隔 \hat{b}, \hat{a} 也与信道特性相匹配, $\hat{a}\hat{b} > L$ 时, 用 g_{Gt} 作为发送脉冲, $G = \begin{bmatrix} \hat{b} & \hat{b}/2 \\ 0 & \hat{a} \end{bmatrix}$ 为网格的生成矩阵, 就可以得到时频弥散信道上频谱利用率为 $\rho = L/(\hat{a}\hat{b})$ 的最优 LOFDM 系统, 即完成最优 LOFDM 发送脉冲的设计。

4 数值仿真结果

为了验证上述方法的正确性,我们进行了数值仿真试验。在假设信道的最大超量时延为 τ_0 , 最大多普勒扩展为 ν_0 , $\sigma = \nu_0/\tau_0 = F/T$, 频谱利用率为 ρ , 网格生成矩阵 \mathbf{G} 如下矩阵^[2]

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3T}} & \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3T}} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2F}} \end{bmatrix}, T = \frac{1}{\sqrt{\rho\sigma}}, F = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \quad (19)$$

LOFDM 发送脉冲具有与高斯脉冲 $g(t) = \sqrt[4]{2\sigma}e^{-\pi\sigma t^2}$ 一样或最接近的时频局域化性能时, LOFDM 的 ISI 与 ICI 之和最小, 即得到最优的 LOFDM 系统。

我们取 $\rho=4/5$, $\sigma = \nu_0/\tau_0 = 1$, 子载波数 $K=40$, 初始的高斯脉冲 $g(n)$ 的样本长度 $L_g = 800$ 时, 有效时间采样间隔为 50, 有效频率采样间隔为 20。两边分别补 400 个零, 构成一个样本长度 $L = 1600$ 的序列, 则时间采样间隔 $M=50$, 频率采样间隔变为 $N=40$ 。可见这时对应的是欠采样的广义离散 Gabor 变换。因此要先求出过采样时(这时的时间采样间隔为 40, 频率采样间隔为 32)的广义紧致 Gabor 原子, 然后利用式(18)得到欠采样的广义紧致 Gabor 原子。虽然广义离散 Gabor 矩阵是 1600×1600 的, 但是由定理 1 知, 只要 $2 \times 32 \times 40 = 2560$ 个元素就可以了, 并且计算每个元素时也没有复数运算。但是文献[1,2]的方法要计算 1209×1209 矩阵的每个元素, 即计算 $1209 \times 1209 = 1461681$ 个元素, 并且每个元素都是复数计算, 所以计算量将远远大于本文的计算量。这时对应的有最好的时频局域化性能的高斯脉冲如图 1(a), 本文和文献[1,2]给出的算法得到的最优 LOFDM 发送脉冲如图 1(b), 可见它们得到的脉冲是基本上一样的。这就说明本文的方法是有效的。

在最优 LOFDM 发送脉冲的设计过程中, 我们使用了有限长脉冲在时间上的周期循环移位。但是在 LOFDM 系统中, 发送脉冲是不存在时间上的循环移位的, 而只是时间上的平移。但是我们采用在初始脉冲的两边添加一定数目的 0, 这

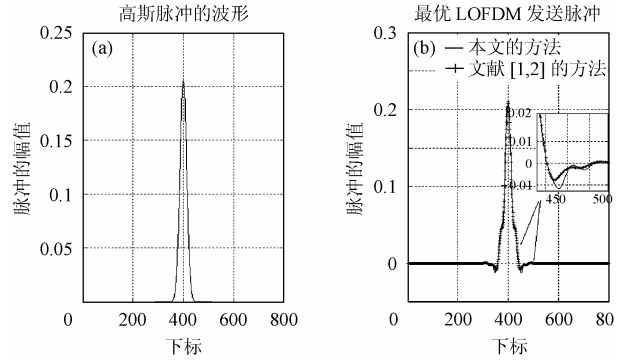


图 1 (a)时频局域化性能最好的 Gabor 原子
(b)最优 LOFDM 系统的发送脉冲

Fig.1(a)Gabor atom of the optimal time-frequency localization
(b)Shaping pulse of the optimal LOFDM system

时的广义紧致 Gabor 原子就对应最优 LOFDM 发送脉冲。为了验证得到的脉冲是 LOFDM 发送脉冲, 我们计算了在不同时频点发送该脉冲时它们之间的相关值, 由于该脉冲的时频局域化性能很好, 并且是关于时间和频率都是对称的, 所以我们只要计算最相邻的时频点上发送脉冲的相关值即可。计算结果如表 1。表的中间一列数据是由本文给出的方法得到的脉冲算得的相关值, 表的右边一列数据是由文献[1,2]给出的方法得到的脉冲算得的相关值。可见该文的方法构造的发送脉冲具有更好的性能, 其最大相关值幅度小于 10^{-14} , 这里相关值幅度不为 0 是由于计算机表示数值的位数是有限性的等引起的。而文献中的方法得到的脉冲相关值幅度在 10^{-5} 数量级上。所以本文的方法更优。

5 结束语

本文首先给出了 LOFDM 系统的模型, 然后提出了广义 Gabor 变换及其离散形式, 并给出了它们的一些性质。最后基于广义离散 Gabor 变换和 LOFDM 系统的一致性, 利用广义离散 Gabor 变换的紧致 Gabor 原子的求法, 设计出最优的 LOFDM 发送脉冲。数值仿真试验对本文的方法与文献[1,2]的方法进行了比较, 结果证实本文提出的设计方法是简单有效的。

表 1 相邻时频点发送脉冲的相关值

Tab.1 The outputs of correclation of shaping pulse of adjacent time-frequency points

	$gt(n)$	
$gt(n)$	1.0	0.9829
$gt(n - 50)$	$- 3.1759 \times 10^{-17}$	$- 0.9153 \times 10^{-7}$
$gt(n)\exp(j2\pi n/40)$	$(0.64631+j6.4801) \times 10^{-16}$	$(1.3521 - j9.7702) \times 10^{-7}$
$gt(n - 25)\exp(j2\pi n/40)$	$(- 3.2952 - j2.8852) \times 10^{-16}$	$(- 0.1357 - j5.4918) \times 10^{-6}$
$gt(n - 25)\exp(j2\pi n/40)$	$(-6.2760 - j4.3558) \times 10^{-16}$	$(1.7015 + j0.1747) \times 10^{-5}$

参 考 文 献

- [1] Strohmer T, Beaver S. Optimal OFDM system design through optimal sphere coverings. Proc. IEEE Int. Conf. Acoustic, Speech, and Signal Processing 2001, Salt Lake city, USA, 2001, 4: 2373 – 2376.
- [2] Strohmer T, Beaver S. Optimal OFDM design for time–frequency dispersive channels. *IEEE Trans. on Commun.*, 2003, 51(7): 1111 – 1122.
- [3] Bölcskei H. Efficient design of pulse shaping filters for OFDM systems. SPIE Proc. 1999, Denver USA, July 1999, Vol.3813: 625 – 636.
- [4] Bölcskei H. Orthogonal frequency division multiplexing based on offset QAM, in Advances in Gabor Analysis, Feichtinger H G, Strohmer T. Boston: Birkhäuser, 2002, Ch12.
- [5] Bölcskei H, Duhamel P, Hleiss R. Design of pulse shaping OFDM/OQAM systems for high data-rate transmission over wireless channels. IEEE International Conference on Communications'99, Vancouver, Canada, July 1999, vol.1: 559 – 564.
- [6] Feichtinger H G, Strohmer T. Gabor Analysis and Algorithms. Boston: Birkhäuser, 1998: Ch1, Ch 8.
- [7] Qiu Sigang. The undersampled discrete Gabor transform. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(5): 1221 – 1228.
- [8] 张贤达. 非平稳信号分析与处理. 北京: 国防工业出版社, 1998, 第2, 4章.
- [9] 王宏禹. 非平稳随机信号分析与处理. 北京: 国防工业出版社, 1999, 第1, 4章.
- [10] Janssen A J E M, Strohmer T. Characterization and computation of canonical tight windows for Gabor frames. *J. Fourier. Anal. Appl.* 2002, 8(1): 1 – 28.
- [11] Qiu sigang, Feichtinger H G. Discrete Gabor structures and optical representations. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(10): 2258 – 2268.
- 简 伟: 男, 1976 年生, 博士生, 研究方向为无线通信、数字通信.
- 沈越泓: 男, 1959 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信、软件无线电.
- 李 毅: 男, 1975 年生, 工程师, 从事通信装备研制及发展规划的制定等工作.