

基于混合三角变异差分进化算法的平面稀疏阵列约束优化

陈志坤 杜康* 彭冬亮 朱新挺
(杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018)

摘要: 针对旁瓣零陷凹面约束的稀疏平面阵列优化及算法早熟等问题, 该文基于参数自适应的思想, 提出一种混合三角变异差分进化算法。通过引入旁瓣零陷凹面约束矩阵, 构建自适应惩罚函数, 时变权重组合变异策略与交叉策略, 提高算法前期全局搜索能力和后期收敛能力, 最终实现峰值旁瓣电平和旁瓣零陷凹面的平面阵列约束优化。仿真结果表明, 对比混合三角变异策略前的算法, 该算法在完成稀疏阵列峰值旁瓣电平优化的同时, 能在指定旁瓣区域完成零陷凹面设计, 降低有源干扰影响。

关键词: 稀疏阵列优化; 差分进化算法; 自适应惩罚函数; 旁瓣零陷

中图分类号: TN957.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0895-07

DOI: 10.11999/JEIT190705

Planar Sparse Array Constraint Optimization Based on Hybrid Trigonometric Mutation Differential Evolution Algorithm

CHEN Zhikun DU Kang PENG Dongliang ZHU Xinting
(School of Automation, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: For the problems of sparse planar array optimization with side-lobe concave nulls constraints and premature algorithm, a Hybrid Trigonometric Mutation Differential Evolution (HTMDE) algorithm is proposed based on the idea of parameter adaptation. By introducing side-lobe concave nulls constraints matrix, adaptive penalty function is constructed. Time-varying weight combination mutation strategy and crossover strategy improve the initial global search ability and late convergence ability of the algorithm. The constrained optimization of the planar array with peak side lobe level and side-lobe concave nulls is finally realized. The simulation results show that, compared with the algorithm before the hybrid trigonometric mutation strategy, the algorithm not only optimizes the peak side-lobe level of sparse array, but also designs concave nulls in specified side-lobe area to reduce the influence of active interference.

Key words: Sparse array optimization; Differential Evolution (DE) algorithm; Adaptive penalty function; Side lobe nulls

1 引言

阵列天线广泛应用于雷达和通信系统中, 是电子系统设计中的重要一环, 其设计需求十分明显。综合考虑分辨率性能指标与设计成本, 天线阵列设计者可使用稀疏阵列以获取更大的天线孔径, 即以较少的单元数达到相应的技术指标。随着多种全局优化算法的出现, 稀疏阵列优化这一非线性优化问题得到了很好的解决, 其中以遗传算法(Genetic

Algorithm, GA)和差分进化(Differential Evolution, DE)算法等进化类算法表现最为良好^[1]。相较于GA算法, DE算法由于其基本原理简单, 算法实现容易, 通用性强, 并具有较强的全局收敛能力等优点, 在近年来得到了广泛的研究与应用^[2-5]。文献[6]对DE算法的不同变异策略进行混合, 在保证算法良好收敛性的同时, 提高了搜索效率。文献[7]提出一种三角变异策略, 这种局部搜索算子很好地提高了算法收敛速度。文献[8]在之前的基础上, 引入时变权重因子组合不同变异策略, 改进缩放因子和交叉概率因子, 有效克服了算法早熟, 提高了算法全局收敛能力和搜索效率。

为了减小噪声和干扰对信号质量的不利影响, 智能天线在保证一定的旁瓣电平和主瓣宽度的情况

收稿日期: 2019-09-10; 改回日期: 2019-11-28; 网络出版: 2020-01-11

*通信作者: 杜康 dk@hdu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61701148)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61701148)

下,选择在方向图的期望旁瓣区域形成一定深度的零陷。由于能够提供较大的自由度,稀疏阵列往往被智能天线所选择。在此情况下,稀疏阵列的优化模型成为了一个带约束条件的优化问题,可将该优化问题模型描述为稀疏阵列约束优化。文献[9]采用多项式逼近法能在线阵中产生指定零陷,加权旁瓣电平,但当问题拓展到面阵时,计算就会变得非常复杂。然而以上算法均仅是单目标优化函数,差分进化算法无法兼顾阵列优化与零陷约束优化。文献[10]采用了自适应惩罚函数对问题进行优化,为解决阵列约束优化的问题提供了理论依据。

基于上述,本文提出了一种混合三角变异差分进化(Hybrid Trigonometric Mutation Differential Evolution, HTMDE)算法,将混合变异策略的改进差分进化[8](Hybrid Mutation Differential Evolution, HMDE)算法与三角变异差分进化[7](Trigonometric Differential Evolution, TDE)算法混合,保持算法初期种群多样性的同时,进一步提高算法后期收敛速度,引入旁瓣零陷凹面约束矩阵,构建自适应惩罚函数,完成了带旁瓣零陷凹面约束的稀疏平面阵列峰值旁瓣电平优化。

2 问题建模

考虑在直角 xoy 坐标系平面上有一圆面方形栅格阵列,以坐标原点为圆心,半径为 R ,阵列在 x 轴方向上有 $2N_x + 1$ 行栅格,行间距为 d_x ,在 y 轴上有 $2N_y + 1$ 列栅格,列间距为 d_y , $d_x = d_y = \lambda/2$, λ 为辐射波长,因阵列口径为圆形,故半径 $R = N_x \times \lambda = N_y \times \lambda$,阵元坐标用 (m, n) 表示, $-N_x \leq m \leq N_x, -N_y \leq n \leq N_y$,对应的位置上阵元的电流激励为 I_{mn} ,设各阵元均为理想点源,即 $I_{mn} = 1$,此时阵列的方向图为

$$E(\theta, \varphi) = \sum_{m=-N_x}^{N_x} \sum_{n=-N_y}^{N_y} a_{mn} I_{mn} \cdot \exp[jk(md_x \tau_x + nd_y \tau_y)] \quad (1)$$

式中, a_{mn} 对应坐标为 (m, n) 的阵元状态,当 $a_{mn} = 1$ 时,表示该处阵元被保留, $a_{mn} = 0$ 时,则该处阵元被稀疏, $k = 2\pi/\lambda, \tau_x = \sin \theta \cos \varphi - \sin \theta_0 \cos \varphi_0, \tau_y = \sin \theta \sin \varphi - \sin \theta_0 \sin \varphi_0, (\theta_0, \varphi_0)$ 分别为俯仰角和方位角波束指向。阵元数目约束为 T ,为了保持阵列的圆形孔径,约束圆面与方形栅格切点的阵元不被稀疏,假设干扰信号来波方向为 (θ_i, φ_j) ,文献[1]以 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 90^\circ$ 平面峰值旁瓣电平之和为目标函数,本文添加一个旁瓣零陷凹面约束,得到的优化模型为

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \min \left\{ \max_{\theta \in S} \left| \frac{E(\theta, 0^\circ)}{\text{FF}_{\max}} \right| + \max_{\theta \in S} \left| \frac{E(\theta, 90^\circ)}{\text{FF}_{\max}} \right| \right\} \\ \text{s.t.} \quad & -N_x \leq m \leq N_x, -N_y \leq n \leq N_y, \\ & a(N_x, 0) = 1, a(-N_x, 0) = 1, \\ & a(0, -N_y) = 1, a(0, N_y) = 1, \\ & \sum_{m=-N_x}^{N_x} \sum_{n=-N_y}^{N_y} a_{mn} = T, \\ & \frac{E(\theta_{i-c}, \varphi_{j-c})}{\text{FF}_{\max}} \leq \varepsilon_{(i-c, j-c)}, i, j = 1, 2, \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, S 表示方向图旁瓣区域, FF_{\max} 为主瓣峰值,设 \mathbf{p} 和 \mathbf{q} 为旁瓣零陷凹面坐标向量,设零陷凹面范围为以干扰信号来波方向 (θ_i, φ_j) 为中心的奇数维方阵,令 $\mathbf{p} = (i - c, \dots, i - 1, i, i + 1, \dots, i + c)$, $\mathbf{q} = (j - c, \dots, j - 1, j, j + 1, \dots, j + c)$, c 为常数,对应每个零陷凹面坐标的零陷深度为

$$\begin{bmatrix} \xi_{(i-c, j-c)} & \xi_{(i-c, j-c+1)} & \dots & \xi_{(i-c, j+c)} \\ \xi_{(i-c+1, j-c)} & \xi_{(i-c+1, j-c+1)} & \dots & \xi_{(i-c+1, j+c)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{(i+c, j-c)} & \xi_{(i+c, j-c+1)} & \dots & \xi_{(i+c, j+c)} \end{bmatrix}.$$

$\xi_{(p, q)}$ 为最大零陷深度约束,对应干扰信号来波方向 (θ_p, φ_q) ,零陷深度约束由中心到边缘依次减小,呈梯度下降。

3 混合三角变异差分进化算法

针对复杂约束环境下差分进化算法的优化问题,惩罚函数是差分进化算法处理非线性约束条件最常用的方法,将约束优化问题转为易于求解的无约束问题[11]。但传统的惩罚函数过于依赖惩罚系数的选取,使得求解约束优化问题的效率较低,因此在采用混合三角变异差分进化算法优化峰值旁瓣电平的同时,基于可行解比例动态变化的自适应惩罚函数可用于解决旁瓣零陷约束优化问题[12]。

3.1 构建惩罚函数

考虑在旁瓣零陷约束下寻求最低峰值旁瓣电平,构建式(3)的惩罚函数

$$P(x) = f(x) + [10^{\alpha(1-\rho)} - 1] \cdot g(x) \quad (3)$$

式中, $P(x)$ 为惩罚函数, $f(x)$ 为优化模型中的目标函数,即 $\varphi = 0^\circ$ 和 $\varphi = 90^\circ$ 平面峰值旁瓣电平之和, $\alpha > 0$ 是一个可调参数,常取 $[0, 10]$ 之间的整数, ρ 为可行解的比例,即可行解个数除以种群数量, $g(x)$ 为惩罚项。

惩罚系数 $10^{\alpha(1-\rho)} - 1$ 是一个减函数,随着迭代次数的增加,可行解比例增大,惩罚逐渐减小,有利于算法慢慢将搜索可行解的重心转移到搜索更好的目标函数上来,整个优化过程惩罚系数随着可行解比例动态适应,减少了传统惩罚函数对参数的依

赖性，与文献[10]提出的自适应惩罚函数相比，本文方法收敛速度快且性能稳定。

3.2 混合三角变异策略

文献[13]指出一个好的智能寻优算法应在算法初始阶段保持种群多样性，注重全局搜索能力，而在后期具有较强的局部搜索能力，提高算法收敛速度。文献[6]研究显示差分进化算法中，采用DE/rand/1变异策略，算法全局搜索能力较强。文献[7]提出了一种三角变异策略的方法，并与传统的变异策略DE/rand/1进行对比，说明该方法能够有效提高差分进化算法收敛速度，这两种变异策略可为式(4)和式(5)。

DE/rand/1:

$$\mathbf{v}_{i,G}^{\text{rand}} = \mathbf{x}_{r1,G} + F \cdot (\mathbf{x}_{r2,G} - \mathbf{x}_{r3,G}) \quad (4)$$

三角变异策略:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{i,G}^{\text{tri}} = & (\mathbf{x}_{r1,G} + \mathbf{x}_{r2,G} + \mathbf{x}_{r3,G}) / 3 + (f_2 - f_1) \\ & \cdot (\mathbf{x}_{r1,G} - \mathbf{x}_{r2,G}) + (f_3 - f_2) (\mathbf{x}_{r2,G} - \mathbf{x}_{r3,G}) \\ & + (f_1 - f_3) (\mathbf{x}_{r3,G} - \mathbf{x}_{r1,G}) \end{aligned} \quad (5)$$

式中， $f_1 = |f(\mathbf{x}_{r1,G})|/f'$ ， $f_2 = |f(\mathbf{x}_{r2,G})|/f'$ ， $f_3 = |f(\mathbf{x}_{r3,G})|/f'$ ， $f' = |f(\mathbf{x}_{r1,G})| + |f(\mathbf{x}_{r2,G})| + |f(\mathbf{x}_{r3,G})|$ 。基于以上思想，将两者变异策略混合并用时变权重因子加权，便得到混合三角变异策略为

$$\mathbf{v}_{i,G} = w \cdot \mathbf{v}_{i,G}^{\text{tri}} + (1 - w) \cdot \mathbf{v}_{i,G}^{\text{rand}}, w \in (0, 1) \quad (6)$$

时变权重因子 w 按式(7)改变

$$w = w_{\min} + (w_{\max} - w_{\min}) \cdot \left(\frac{G}{G_{\max}} \right) \quad (7)$$

G 为当前迭代次数， G_{\max} 为最大迭代次数， w_{\max} 和 w_{\min} 分别为最大权重值和最小权重值， $(w_{\max}, w_{\min}) \in (0, 1)$ ，随着迭代次数的增大， w 从 w_{\min} 不断增加到 w_{\max} ，即可实现保持算法初始阶段的种群多样性，提高算法后期的收敛速度。缩放因子 F 取值如式(8)

$$\left. \begin{aligned} F(G) &= \mu + \sigma \times N(0, 1) \\ \mu &= F_{\min} + (F_{\max} - F_{\min}) \times \text{rand}(0, 1) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$\sigma \times N(0, 1)$ 即标准差为 σ 正态分布， F_{\max} ， F_{\min} 为缩放因子 F 的最大最小边界， σ ， F_{\max} ， F_{\min} 取经验值为0.2, 1.2, 0.4。

3.3 交叉策略

采用最常用的二项式交叉操作:

$$\mathbf{u}_{i,G}^j = \begin{cases} \mathbf{v}_{i,G}^j, & \text{rand}_j(0, 1) \leq \text{CR}(G) \text{ 或 } j = j_{\text{rand}} \\ \mathbf{x}_{i,G}^j, & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

$\text{CR}(G)$ 为基于Sigmoid函数的时变交叉概率因子，Sigmoid函数在定义域内单调递增，值域为 $(0, 1)$ ，

j_{rand} 是随机产生的整数， $j = j_{\text{rand}}$ 保证了交叉向量中至少有1维是变异向量所产生。根据交叉概率因子的特点，CR值越大，算法局部搜索能力越强，收敛越快，CR值越小，全局搜索能力越强，有利于保持种群多样性。因此Sigmoid函数很适合用于交叉概率因子的加权，同样可以达到在算法前期保持种群多样性和提高算法后期收敛速度的目的， $\text{CR}(G)$ 表达式为

$$\text{CR}(G) = \text{CR}_{\min} + (\text{CR}_{\max} - \text{CR}_{\min}) \cdot \frac{1 - \exp(-\beta G/G_{\max})}{1 + \exp(-\beta G/G_{\max})} \quad (10)$$

CR_{\max} ， CR_{\min} 为交叉概率因子的最大最小边界， CR_{\max} ， CR_{\min} ， β 取经验值为0.9, 0.3, 5。

4 仿真分析

考虑一个直径为 25λ 的圆面方形栅格阵列，即 $N_x = N_y = 25\lambda$ ，行列间距均为半波长，可计算出满阵情况下阵元总数为1961个， θ 取值范围为 $[-\pi/2, \pi/2]$ ， φ 取值范围为 $[0, 2\pi]$ ， $u = \sin \theta \cos \varphi$ ， $v = \sin \theta \sin \varphi$ 分别在 $[-1, 0)$ 和 $(0, 1]$ 区间内各取100个采样点，惩罚系数 $10^{\alpha(1-\rho)} - 1$ 中取 $\alpha = 1$ ， w_{\max} 和 w_{\min} 分别为取0.99和0.01， $G_{\max} = 300$ ，稀疏率设为75%， σ ， F_{\max} ， F_{\min} 取经验值为0.2, 1.2, 0.4， CR_{\max} ， CR_{\min} ， β 取经验值为0.9, 0.3, 5，以 $\varphi = 0^\circ (v = 0)$ 和 $\varphi = 90^\circ (u = 0)$ 平面峰值旁瓣电平之和为目标函数，分别进行如下仿真。

仿真1 设干扰信号来波方向 (θ_i, φ_j) 为 $(-45^\circ, 90^\circ)$ ，即 $(u, v) = (0, -0.7071)$ ，对应的旁瓣零陷凹面中心坐标 $(i, j) = (51, 51)$ ，设零陷凹面范围为一个3维方阵，即 $c = 1$ ，因此旁瓣零陷凹面坐标向量为 $\mathbf{p} = (50, 51, 52)$ ， $\mathbf{q} = (50, 51, 52)$ ，对应的角度范分别为 $(-45.9^\circ, -45.0^\circ, -44.1^\circ)$ ， $(88.2^\circ, 90.0^\circ, 91.8^\circ)$ ，可计算出设置的零陷凹面大小为 $1.8^\circ \times 3.6^\circ$ ，分别设最大零陷深度约束为 $(45, 50, 55)$ ，零陷凹面深度约束矩阵分别为

$$\begin{bmatrix} 40 & 40 & 40 \\ 40 & 45 & 40 \\ 40 & 40 & 40 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 40 & 40 & 40 \\ 40 & 50 & 40 \\ 40 & 40 & 40 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 40 & 40 & 40 \\ 40 & 55 & 40 \\ 40 & 40 & 40 \end{bmatrix}。$$

HTMDE算法运行结束得到对应的旁瓣零陷凹面增益分别为表1、表2、表3所示。

以上结果均满足零陷凹面深度约束矩阵，最大零陷深度约束为45, 50, 55对应的 $\varphi = 0^\circ (v = 0)$ 和 $\varphi = 90^\circ (u = 0)$ 平面峰值旁瓣电平之和分别为 -48.0213 dB, -39.6918 dB, -37.4391 dB，可见算法在满足最大零陷深度约束的同时会牺牲目标函数

表 1 最大零陷深度约束为45时旁瓣零陷凹面增益(c = 1)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	50	50	50	51	51	51	52	52	52
q	50	51	52	50	51	52	50	51	52
增益(dB)	-41.7232	-47.8437	-43.4869	-41.2586	-53.0450	-44.7019	-43.8560	-46.1852	-46.9309

表 2 最大零陷深度约束为50时旁瓣零陷凹面增益(c = 1)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	50	50	50	51	51	51	52	52	52
q	50	51	52	50	51	52	50	51	52
增益(dB)	-46.6703	-45.7740	-42.0270	-43.5748	-55.1658	-43.9545	-42.9269	-49.6869	-45.4186

表 3 最大零陷深度约束为55时旁瓣零陷凹面增益(c = 1)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	50	50	50	51	51	51	52	52	52
q	50	51	52	50	51	52	50	51	52
增益(dB)	-46.4656	-47.1974	-43.3241	-47.4544	-58.0909	-43.7558	-55.5215	-48.7782	-45.2064

值, 图1、图2和图3均为 $c = 1$ 且最大零陷深度约束为45时的仿真结果图。

如图2(a)所示, HTMDE算法收敛曲线表现与预期一致, 前期注重全局搜索, 收敛速度偏慢, 后期注重局部搜索, 收敛速度加快, 并且能够得到比HMDE和TDE更优的目标函数值。图2(b)为HTMDE算法得到的稀疏阵元分布, 稀疏后阵元数目为

1471个, 满足75%的稀疏率, 且圆面与方形栅格相切阵元被保留。

图3(a)为HTMDE算法得到的可行解比例曲线, 随着算法迭代次数增加, 可行解比例随之升高, 图3(b)为有旁瓣零陷约束和无旁瓣零陷约束两种情况下 $u = 0$ 平面方向图的对比, 算法在干扰信号来波方向即 $(u, v) = (0, -0.7071)$ 方向达到了-53.0450 dB的零陷深度, 比无旁瓣零陷约束下降了16.2864 dB。

仿真2 设零陷凹面范围为一个5维方阵, 即 $c=2$, 则旁瓣零陷凹面坐标向量为 $\mathbf{p} = (49, 50, 51, 52, 53)$, $\mathbf{q} = (49, 50, 51, 52, 53)$, 对应的角度范围分别为 $(-46.8^\circ, -45.9^\circ, -45.0^\circ, -44.1^\circ, -43.2^\circ)$, $(86.4^\circ, 88.2^\circ, 90.0^\circ, 91.8^\circ, 93.6^\circ)$, 可计算出设置的零陷凹面大小为 $3.6^\circ \times 7.2^\circ$, 设最大零陷深度约束同样为(45, 50, 55), 零陷凹面深度约束矩阵分别为

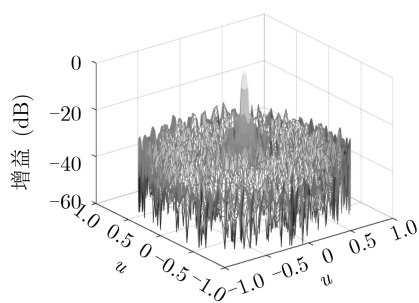
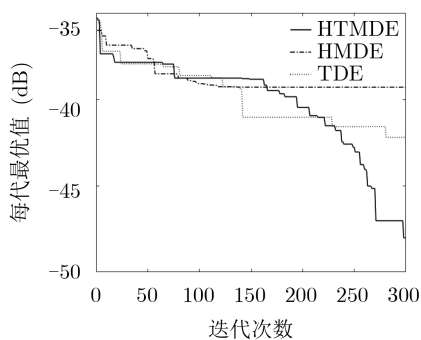
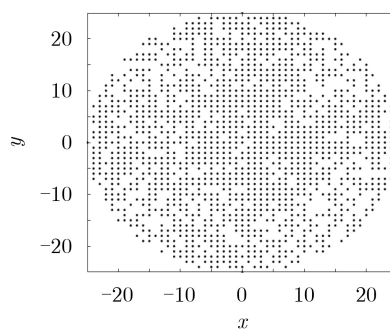


图 1 稀疏阵列3维方向图



(a) 算法收敛曲线对比



(b) 稀疏阵元分布

图 2 算法收敛曲线对比和稀疏阵元分布

$$\begin{bmatrix} 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 45 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 50 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 55 & 40 & 35 \\ 35 & 40 & 40 & 40 & 35 \\ 35 & 35 & 35 & 35 & 35 \end{bmatrix}。$$

其他条件不变，HTMDE算法运行结束得到的旁瓣零陷凹面增益分别为表4、表5、表6所示。

由表4、表5、表6可知，当零陷凹面范围扩大到5维方阵时，即 $c = 2$ 时，算法同样满足零陷凹面深度矩阵约束，最大零陷深度约束为45, 50, 55对应的 $\varphi = 0^\circ (v = 0)$ 和 $\varphi = 90^\circ (u = 0)$ 平面峰值旁瓣电平之和分别为-47.9045 dB, -39.5504 dB, -37.4755 dB。图4、图5、图6均为 $c = 2$ 且最大零陷深度约束为45时HTMDE算法的仿真结果。

由图5(a)可知，当零陷凹面范围扩大到5维方阵时，目标函数值基本不受影响，图5(b)为该优化所得的稀疏平面阵列。同样，由图6(a)可见，随着算法迭代次数增加，可行解比例随之升高，图6(b)

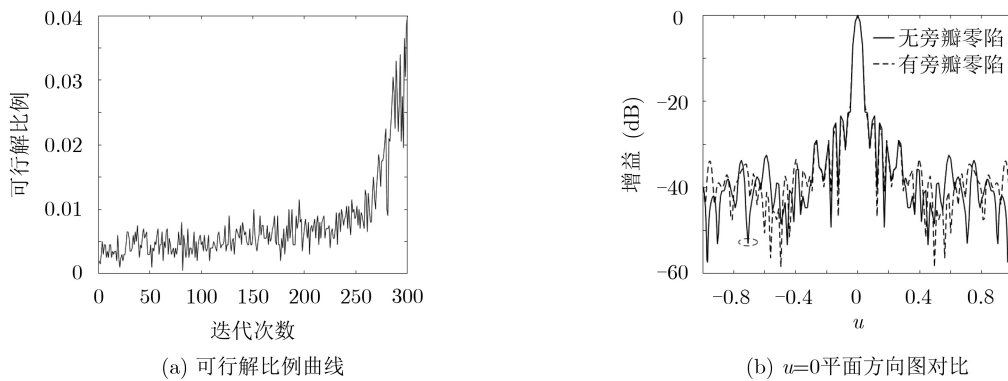


图3 可行解比例和 $u = 0$ 比平面方向图

表4 最大零陷深度约束为45时旁瓣零陷凹面增益($c = 2$)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	49	49	49	49	49	50	50	50	50
q	49	50	51	52	53	49	50	51	52
增益(dB)	-46.5458	-45.8412	-46.2580	-40.8917	-40.9214	-49.3585	-55.9305	-47.3353	-42.1900
序号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
p	50	51	51	51	51	51	52	52	52
q	53	49	50	51	52	53	49	50	51
增益(dB)	-42.6126	-43.5500	-51.2554	-49.3633	-44.1652	-43.3289	-44.5767	-60	-60
序号	19	20	21	22	23	24	25		
p	52	52	53	53	53	53	53		
q	52	53	49	50	51	52	53		
增益(dB)	-45.5003	-42.0649	-46.5876	-45.0475	-48.2879	-44.7265	-41.0207		

表5 最大零陷深度约束为50时旁瓣零陷凹面增益($c = 2$)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	49	49	49	49	49	50	50	50	50
q	49	50	51	52	53	49	50	51	52
增益(dB)	-37.6175	-40.3846	-45.7498	-48.2500	-43.6255	-36.8799	-41.7660	-49.6858	-45.8806
序号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
p	50	51	51	51	51	51	52	52	52
q	53	49	50	51	52	53	49	50	51
增益(dB)	-41.8181	-37.2718	-43.5080	-60	-45.8777	-39.6356	-39.5716	-45.9265	-60
序号	19	20	21	22	23	24	25		
p	52	52	53	53	53	53	53		
q	52	53	49	50	51	52	53		
增益(dB)	-47.8587	-39.4033	-43.4406	-50.7166	-60	-51.4716	-40.3799		

表6 最大零陷深度约束为55时旁瓣零陷凹面增益(c = 2)

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	49	49	49	49	49	50	50	50	50
q	49	50	51	52	53	49	50	51	52
增益(dB)	-44.8401	-46.0399	-39.5838	-38.3594	-45.4208	-54.4196	-59.5659	-43.2692	-43.0806
序号	10	11	12	13	14	15	16	17	18
p	50	51	51	51	51	51	52	52	52
q	53	49	50	51	52	53	49	50	51
增益(dB)	-51.9257	-41.3720	-45.5307	-55.5682	-49.6248	-40.8617	-36.9498	-40.1514	-48.4430
序号	19	20	21	22	23	24	25		
p	52	52	53	53	53	53	53		
q	52	53	49	50	51	52	53		
增益(dB)	-43.0303	-37.3386	-35.2466	-38.9316	-46.3749	-42.4130	-37.3552		

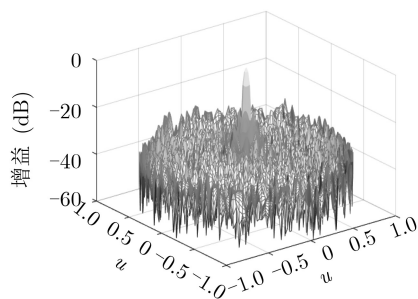
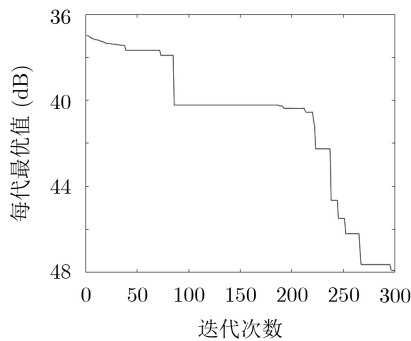


图4 稀疏阵列3维方向图

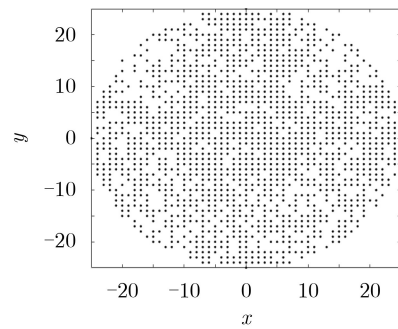
描述了当零陷凹面约束范围增大时，算法仍能在干扰信号来波方向取得12.6047 dB的零陷增益，在附近的零陷凹面更加明显，且具有一定的凹面展宽空间。

5 结束语

本文提出了一种基于混合三角变异差分进化(HTMDE)算法的阵列约束优化方法，引入旁瓣零陷凹面约束矩阵，构造自适应惩罚函数，结合了混合变异策略的改进差分进化(HMDE)算法的动态参

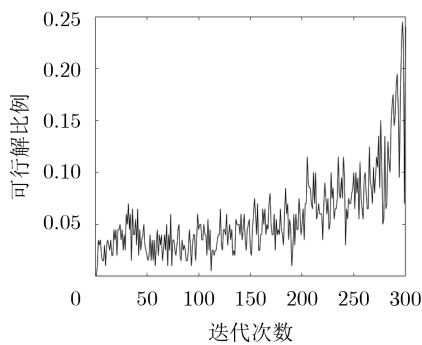


(a) 收敛曲线

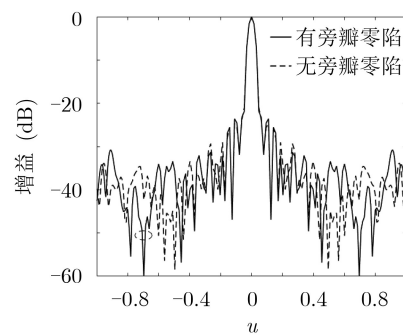


(b) 稀疏阵元分布

图5 算法收敛曲线和稀疏阵元分布



(a) 可行解比例曲线



(b) $u=0$ 平面方向图对比

图6 可行解比例和 $u=0$ 平面方向图

数和三角变异差分进化(TDE)算法的三角变异策略,在优化峰值旁瓣电平的同时,完成了对指定旁瓣区域的零陷凹面设计。仿真结果表明:本文算法的前期偏向全局搜索,后期偏向局部搜索,取得了比混合前算法更优的峰值旁瓣电平,虽然随着最大零陷深度约束和零陷凹面范围的增加,算法会牺牲目标函数值,但在干扰信号来波方向能取得较大的零陷增益,并具有一定的零陷凹面展宽空间。由于目标函数单一,多目标函数的阵列约束优化将是下一步研究的方向。

参 考 文 献

- [1] CHEN Kesong, CHEN Hui, WANG Ling, *et al.* Modified real GA for the synthesis of sparse planar circular arrays[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 274–277. doi: [10.1109/LAWP.2015.2440432](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2440432).
 - [2] DAI Dingcheng, YAO Minli, MA Hongguang, *et al.* An effective approach for the synthesis of uniformly excited large linear sparse array[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2018, 17(3): 377–380. doi: [10.1109/LAWP.2018.2790907](https://doi.org/10.1109/LAWP.2018.2790907).
 - [3] LIU Heng, ZHAO Hongwei, LI Weimei, *et al.* Synthesis of sparse planar arrays using matrix mapping and differential evolution[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1905–1908. doi: [10.1109/LAWP.2016.2542882](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2542882).
 - [4] 栾晓明, 尚兴荣. 稀布同心圆环阵列联合优化设计[J]. 战术导弹技术, 2017(3): 92–97. doi: [10.16358/j.issn.1009-1300.2017.03.16](https://doi.org/10.16358/j.issn.1009-1300.2017.03.16).
LUAN Xiaoming and SHANG Xingrong. Joint optimization design of sparse concentric ring arrays[J]. *Tactical Missile Technology*, 2017(3): 92–97. doi: [10.16358/j.issn.1009-1300.2017.03.16](https://doi.org/10.16358/j.issn.1009-1300.2017.03.16).
 - [5] KURUP D G, HIMDI M, and RYDBERG A. Synthesis of uniform amplitude unequally spaced antenna arrays using the differential evolution algorithm[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2003, 51(9): 2210–2217. doi: [10.1109/TAP.2003.816361](https://doi.org/10.1109/TAP.2003.816361).
 - [6] 赵光权, 彭喜元, 孙宁. 基于混合优化策略的微分进化改进算法[J]. 电子学报, 2006, 34(12A): 2402–2405.
ZHAO Guangquan, PENG Xiyuan, and SUN Ning. A modified differential evolution algorithm with hybrid optimization strategy[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(12A): 2402–2405.
 - [7] FAN Huiyuan and LAMPINEN J. A trigonometric mutation operation to differential evolution[J]. *Journal of Global Optimization*, 2003, 27(1): 105–129. doi: [10.1023/A:1024653025686](https://doi.org/10.1023/A:1024653025686).
 - [8] 乔俊飞, 傅嗣鹏, 韩红桂. 基于混合变异策略的改进差分进化算法及函数优化[J]. 控制工程, 2013, 20(5): 943–947. doi: [10.14107/j.cnki.kzgc.2013.05.030](https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.2013.05.030).
QIAO Junfei, FU Sipeng, and HAN Honggui. A modified differential evolution algorithm based on hybrid mutation strategy for function optimization[J]. *Control Engineering of China*, 2013, 20(5): 943–947. doi: [10.14107/j.cnki.kzgc.2013.05.030](https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.2013.05.030).
 - [9] SHPAK D J. A method for the optimal pattern synthesis of linear arrays with prescribed nulls[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1996, 44(3): 286–294. doi: [10.1109/8.486295](https://doi.org/10.1109/8.486295).
 - [10] FARMANI R and WRIGHT J A. Self-adaptive fitness formulation for constrained optimization[J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2003, 7(5): 445–455. doi: [10.1109/TEVC.2003.817236](https://doi.org/10.1109/TEVC.2003.817236).
 - [11] 刘波, 王凌, 金以慧. 差分进化算法研究进展[J]. 控制与决策, 2007, 22(7): 721–729. doi: [10.13195/j.cd.2007.07.3.liub.001](https://doi.org/10.13195/j.cd.2007.07.3.liub.001).
LIU Bo, WANG Ling, and JIN Yihui. Advances in differential evolution[J]. *Control and Decision*, 2007, 22(7): 721–729. doi: [10.13195/j.cd.2007.07.3.liub.001](https://doi.org/10.13195/j.cd.2007.07.3.liub.001).
 - [12] 蔡海鸾, 郭学萍. 一种新的自适应惩罚函数在遗传算法中的应用[J]. 华东师范大学学报: 自然科学版, 2015(6): 36–45, 52.
CAI Hailuan and GUO Xueping. A new adaptive penalty function in the application of genetic algorithm[J]. *Journal of East China Normal University: Natural Science*, 2015(6): 36–45, 52.
 - [13] DAS S, KONAR A, and CHAKRABORTY U K. Two improved differential evolution schemes for faster global search[C]. The 7th Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation, Washington, USA, 2005: 991–998. doi: [10.1145/1068009.1068177](https://doi.org/10.1145/1068009.1068177).
- 陈志坤: 男, 1982年生, 博士, 讲师, 研究方向为雷达阵列信号处理与电子侦察。
杜康: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为阵列优化与波束形成。
彭冬亮: 男, 1977年生, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为信息融合。
朱新挺: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为信号检测技术。