

解码前传半双工中继信道下协作 LDPC 码设计

陈紫强^{*①} 欧阳缮^{①②} 肖海林^②

^①(西安电子科技大学电子工程学院 西安 710071)

^②(桂林电子科技大学信息与通信学院 桂林 541004)

摘要: 为逼近解码前传半双工中继信道容量, 该文提出一种协作 LDPC 编码结构及度分布优化方法。与双层删除 LDPC 码不同, 该结构将中继校验比特视为协作 LDPC 码的一部分, 目的端利用从信源和中继接收的消息进行联合译码获得信源信息。为了分析协作 LDPC 码性能, 拓展传统外信息转移(EXIT)图, 推导了基于消息错误概率的双层 EXIT 图噪声门限分析方法。在此基础上, 提出了协作 LDPC 码度分布优化方法, 采用差分进化算法搜索了一组具有最大噪声门限的协作 LDPC 码。实验仿真证明, 与双层删除 LDPC 码相比, 协作 LDPC 码的性能得到了不同程度的改善。

关键词: LDPC码; 中继信道; 外信息转移图; 解码前传; 密度进化

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2011)11-2610-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2011.00323

Cooperative LDPC Codes Design for Decode-and-forward Half-duplex Relay Channels

Chen Zi-qiang^① Ouyang Shan^{①②} Xiao Hai-ling^②

^①(School of Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

^②(School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: In order to approach the theoretical limit of decode-and-forward strategy for the half-duplex relay channel, a cooperative LDPC coding structure and its corresponding optimization scheme is proposed. Different from the structure of Bilayer-Expurgated LDPC (BE-LDPC) codes, new structure makes the extra parity bits generated by the relay as a part of the overall code. Using the messages from both source and relay nodes, the destination node can decode the information of the source node. To analyze the performance of cooperative LDPC codes, bilayer EXtrinsic Information Transfer (EXIT) charts based on message-error rate is devised as an extension of standard EXIT. Based on bilayer-EXIT chart, a design methodology for cooperative LDPC codes is proposed, in which the degree distribution with maximum noise threshold is iteratively improved through Differential Evolution (DE). The experiment results show that the cooperative LDPC codes always outperform the BE-LDPC codes.

Key words: LDPC codes; Relay channel; EXtrinsic Information Transfer (EXIT) charts; Decode-and-Forward (DF); Density evolution

1 引言

协作编码是将信道编码与协作通信结合的一种编码方式。由于得到了中继协作, 与直接点到点通信相比, 信源-目的端信道容量得到了提升。Cover 和 El Gamal 最先研究了解码前传(Decoder-and-

Forward, DF)中继信道容量。近年来, 围绕经典中继通信模型, 各种不同类型的信道编译码方案在协作编码技术中的研究十分活跃。与直接转发信源信息相比, 协作编码具有更高的谱效率^[1,2]。

因为低密度奇偶校验(Low-Density Parity-Check, LDPC)码具有逼近香农限的优异纠错性能, 且译码复杂度低等优点, 所以基于 LDPC 码的协作编码方案成为近年来研究热点^[3-6]。文献[7]采用传统优化方法分别对信源-中继信道和中继-目的端信道 LDPC 码进行优化, 通过随机删除得到不同信道条件下的一系列码率兼容 LDPC 子码, 文献[8]给出

2011-04-07收到, 2011-09-02改回

国家973计划项目(2008CB317109), 国家自然科学基金(60972084, 60872022), 广西自然科学基金(2011GXNSFD018028), 广西自然科学基金(桂科自0991241, 桂科自0832007)和广西教育厅科研项目(LD08058Y)资助课题

*通信作者: 陈紫强 chenziqiang177@yahoo.com.cn

了删除模式下全双工和时分半双工模式下逼近中继系统容量限的协作 LDPC 编译码方案, 这些方案的性能优于协作 Turbo 码。然而, 基于删除的 LDPC 协作编码方案会造成信源-目的端信道子码性能损失。为避免因删除造成性能损失, 文献[9]对信源-中继 LDPC 码添加非零校验, 提出双层删除 LDPC (Bilayer-Expurgated LDPC, BE-LDPC) 码设计方案, 文献[10]采用高斯近似密度进化, 将跟踪消息密度的无限维问题转化为跟踪消息均值的 1 维问题, 重新优化 BE-LDPC 码, 有效降低了优化算法复杂度。在 BE-LDPC 中, 中继产生的非零校验比特经过独立编码后发送至目的端, 目的端首先译码获得中继非零校验比特, 结合从信源接收的消息, 译码得到信源信息。当中继非常靠近目的端时, BE-LDPC 码可以获得逼近香农限的性能, 当中继偏离目的端较远时, BE-LDPC 码渐进噪声门限与理论值之差较大^[11]。因为在 BE-LDPC 码方案中, 目的端对中继成功译码是获得协作编码增益的前提, 虽然对非零校验独立编码可以提高目的端对中继的译码性能, 但是独立编码将产生更多校验信息, 降低了码字效率, 同时, 当总码长一定时, 独立编码产生的子码长度较短, 降低了中继编码系统的整体性能。

针对 BE-LDPC 码存在的问题, 本文设计了一种基于信源-中继校验矩阵扩展的协作 LDPC 码编码结构, 提出了该结构下协作 LDPC 码度分布优化算法, 采用差分进化搜索具有最大噪声门限的协作 LDPC 码度分布。实验结果表明, 协作 LDPC 码性能优于 BE-LDPC 码。

2 解码前传半双工中继通信系统模型

本文仅考虑单中继解码前传半双工协作通信系统, 系统模型如图 1 所示。该系统由信源 S , 中继 R 和目的端 D 组成, 每个节点只有 1 根天线。通信系统包含 t 和 $1-t$ 两个时隙, 第 1 时隙为广播阶段(实线表示), 第 2 时隙为中继阶段(虚线表示)。

广播阶段, R 和 D 接收到信号分别为

$$\mathbf{V}_1 = h_{SR}\sqrt{P_{S1}}\mathbf{X}_1 + \mathbf{N}_{R1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Y}_{D1} = h_{SD}\sqrt{P_{S1}}\mathbf{X}_1 + \mathbf{N}_{D1} \quad (2)$$

中继阶段, D 接收来自 S , R 的信号 $\mathbf{X}_2$ 和 $\mathbf{W}_2$, 即

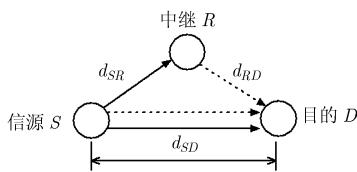


图 1 单中继系统模型

$$\mathbf{Y}_{D2} = h_{SD}\sqrt{P_{S2}}\mathbf{X}_2 + h_{RD}\sqrt{P_{R2}}\mathbf{W}_2 + \mathbf{N}_{D2} \quad (3)$$

其中下标 1, 下标 2 分别表示广播和中继阶段, h_{SD} 为 $S-D$ 路径损耗, h_{SR} 和 h_{RD} 定义与 h_{SD} 类似, 路径损耗 h 与距离 d 关系为 $h = \sqrt{1/d^\alpha}$, α 为信道衰减指数, 本文设 $\alpha = 2$ 。 N_{R1} , N_{D1} 和 N_{D2} 服从均值为 0, 方差为 σ_0 高斯随机变量, 功率约束关系为

$$tP_{S1} + (1-t)(P_{S2} + P_{R2}) \leq P \quad (4)$$

其中 $P_{S1} = E[X_1^2]$ 为信源在广播阶段发射功率, P_{S2} 和 P_{R2} 分别表示 S 和 R 在中继阶段的发射功率, P 表示系统总发射功率。解码前传半双工中继信道容量为^[11,12]

$$R_{DF} = \min \{ tI(\mathbf{X}_1; \mathbf{V}_1) + (1-t)I(\mathbf{X}_2; \mathbf{Y}_{D2} | \mathbf{W}_2), \\ tI(\mathbf{X}_1; \mathbf{Y}_{D1}) + tI(\mathbf{X}_2, \mathbf{W}_2; \mathbf{Y}_{D2}) \} \quad (5)$$

其中 $I(\cdot; \cdot)$ 为互信息, $\mathbf{W}_2$ 表示中继发送信号。当 R_{DF} 确定时, 信道容量界(CB, Capacity Bound)是指满足式(5)所需的最低信噪比。

3 协作 LDPC 码噪声门限分析

图 2 给出了协作 LDPC 码校验矩阵 $\mathbf{H}_{SR}$ 结构。 $\mathbf{H}_{SR}$ 由 $\mathbf{H}_S$ 和 $\mathbf{H}_{net}$ 构成, $\mathbf{H}_S$ 为信源校验矩阵, $\mathbf{H}_{net}$ 为中继校验矩阵, $\mathbf{H}_{net} = [\mathbf{A} \ \mathbf{B}]$, 其中 $\mathbf{B}$ 为方阵。

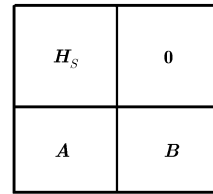


图 2 校验矩阵 $\mathbf{H}_{SR}$ 结构

在图 2 中, $\mathbf{H}_S$ 为 $\mathbf{H}_{SR}$ 子矩阵。令 $\mathbf{C}_S$ 为信源 LDPC 码, $\mathbf{C}_{SR}$ 为协作 LDPC 码。正确解码后, 中继视 $\mathbf{C}_S$ 为信息比特, 编码生成校验比特 $\mathbf{C}_e$ 。协作 LDPC 码 $\mathbf{C}_{SR} = [\mathbf{C}_S, \mathbf{C}_e]$ 满足校验关系为

$$\mathbf{H}_S \mathbf{C}_S = 0, \quad \mathbf{H}_{SR} \mathbf{C}_{SR} = 0 \quad (6)$$

图 2 可转化为图 3 双层泰勒图结构。在图 3 中, 上层子图对应校验矩阵 $\mathbf{H}_S$, 下层子图对应 $\mathbf{H}_{net}$ 。上/下层子图包含 k_1/k_2 个校验点, 对应 $\mathbf{H}_S/\mathbf{H}_{net}$ 校验行数。称与上、下层子图校验点相连边数为 i 和 j 的变量点为度 (i, j) 变量点。用 n 表示 $S-R$ 信道 LDPC 码长度, 则协作 LDPC 码总码长为 $n + k_2$ 。

为分析协作 LDPC 码的性能, 下面推导基于高斯近似密度进化双层 EXIT 图分析方法。设 $\rho^{up}(x) = \sum_k \rho_k^{up} x^{k-1}$ 和 $\rho^{down}(x) = \sum_k \rho_k^{down} x^{k-1}$ 分别表示上、下层子图校验点度分布, m_u^{l-1}/n_u^{l-1} 表示第 $l-1$ 迭代从上/下层校验点传递到变量点消息的

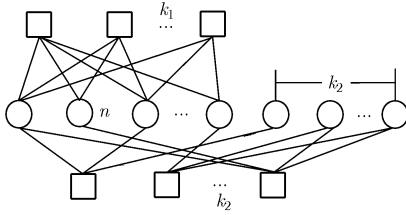


图3 协作 LDPC 码双层泰勒图

均值, $m_{i,j}^l / n_{i,j}^l$ 表示第 l 迭代时度 (i, j) 变量点传递到上/下层校验点消息均值, $\lambda_{i,j}$ 表示与度 (i, j) 变量点相连的边数占总边的百分比。

第 1 步 计算变量点到校验点 LLR 消息均值

第 l 轮迭代时, 度 (i, j) 变量点传递到上/下层校验点的高斯密度均值可表示为

$$m_{i,j}^l = (i-1)m_u^{l-1} + jn_u^{l-1} + s_0, \quad i \geq 2, j \geq 0 \quad (7)$$

$$n_{i,j}^l = \begin{cases} im_u^{l-1} + (j-1)n_u^{l-1} + s_0, & i \neq 0, j \geq 1 \\ (j-1)n_u^{l-1} + s_1, & i = 0, j \geq 1 \end{cases} \quad (8)$$

其中 $s_0 = 2/\sigma_{SD}^2$ 和 $s_1 = 2/\sigma_{RD}^2$ 。 σ_{SD} , σ_{RD} 分别表示 S - D 信道和 R - D 信道的噪声均方值, 初次迭代时, $m_u^0 = n_u^0 = 0$ 。

第 2 步 计算校验点到变量点 LLR 消息均值

$$m_u^l = \sum_k \rho_k^{\text{up}} \phi^{-1} \left[1 - \left[1 - \frac{1}{\eta} \sum_{i \geq 2, j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} \phi(m_{i,j}^l) \right]^{k-1} \right] \quad (9)$$

$$n_u^l = \sum_k \rho_k^{\text{low}} \phi^{-1} \left[1 - \left[1 - \frac{1}{1-\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{j}{i+j} \lambda_{i,j} \phi(n_{i,j}^l) \right]^{k-1} \right] \quad (10)$$

其中 $\phi(x)$ 定义为

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{\sqrt{4\pi x}} \int \tanh \frac{u}{2} e^{-\frac{(u-x)^2}{4x}} du, & x > 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \quad (11)$$

η 表示上层子图边数占总边数量的百分比^[9], 即

$$\eta = \frac{\bar{d}_{c1} k_1}{\bar{d}_{c1} k_1 + \bar{d}_{c2} k_2} \quad (12)$$

其中 k_1 / k_2 为上/下层子图校验点数, $\bar{d}_{c1} / \bar{d}_{c2}$ 为上/下层子图平均校验点度。

第 1 步, 第 2 步经过 l 次迭代后, 上/下层子图变量点输出消息错误概率 p_m^l / p_n^l 为

$$p_m^l = \frac{1}{\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} P_e(m_{i,j}^l) \quad (13)$$

$$p_n^l = \frac{1}{1-\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{j}{i+j} \lambda_{i,j} P_e(n_{i,j}^l) \quad (14)$$

其中 $P_e(x) = 0.5 \operatorname{erfc}(\sqrt{x}/2)$ 。令 $f_{i,j}^{\text{down}}(p_m^l, p_n^l) =$

$P_e(n_{i,j}^l), f_{i,j}^{\text{up}}(p_m^l, p_n^l) = P_e(m_{i,j}^l), f_{i,j}(p_m^l, p_n^l)$ 定义为度 (i, j) 变量点的基本 EXIT 图^[13,14], 则式(13), 式(14)可变为

$$p_m^l = \frac{1}{\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} f_{i,j}^{\text{up}}(p_m^l, p_n^l) \quad (15)$$

$$p_n^l = \frac{1}{1-\eta} \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{j}{i+j} \lambda_{i,j} f_{i,j}^{\text{down}}(p_m^l, p_n^l) \quad (16)$$

因此, 迭代译码器输出错误概率可表示为

$$p_{\text{out}}(p_m^l, p_n^l) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \lambda_{i,j} \left[\frac{i}{i+j} f_{i,j}^{\text{up}}(p_m^l, p_n^l) + \frac{j}{i+j} f_{i,j}^{\text{down}}(p_m^l, p_n^l) \right] \quad (17)$$

式(17)称为基于消息错误概率的双层 EXIT 图, 为使译码器收敛, 随着迭代次数增加, 输出错误概率逐渐减少, $p_{\text{out}}(p_m^l, p_n^l)$ 须满足

$$\sum_{i \geq 0, j \geq 0} \lambda_{i,j} \left[\frac{i}{i+j} f_{i,j}^{\text{up}}(p_m^l, p_n^l) + \frac{j}{i+j} f_{i,j}^{\text{down}}(p_m^l, p_n^l) \right] < \eta p_m^{l-1} + (1-\eta) p_n^{l-1} \quad (18)$$

其中 $0 \leq p_m^l, p_n^l \leq 1$, 式(17)保证协作 LDPC 码双层 EXIT 图始终保持开口状态, 迭代译码器收敛。

4 协作 LDPC 码度分布优化

协作 LDPC 码度分布优化目标是给定 S - R 信道 LDPC 码度分布 $\{\lambda, \rho\}$, S - D 信道质量 σ_{SD} 及总码率 R_2 条件下, 优化下层变量点和校验点度分布, 使目的正确译码所需 SNR_{RD} 最小。为降低优化运算量, 首先优化上层子图度分布^[9,10], 因此, 协作 LDPC 码度分布优化可表示为如下约束优化问题。

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\lambda_{i,j}} \sigma_{RD} \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{j \geq 0} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} = \eta \lambda_i \\ & \quad \sum_j \frac{\lambda_{0,j}}{j} = \frac{\sum_{i \neq 0, j} \lambda_{i,j} / (i+j) - \eta / \bar{d}_{c1}}{R_2} \\ & \quad \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \lambda_{i,j} \left[\frac{i}{i+j} f_{i,j}^{\text{up}}(p_m^l, p_n^l) + \frac{j}{i+j} f_{i,j}^{\text{down}}(p_m^l, p_n^l) \right] < \eta p_m^{l-1} + (1-\eta) p_n^{l-1} \\ & \quad \sum_{i,j} \lambda_{i,j} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

在式(19)中, 第 1 个约束保证协作 LDPC 码与 S - R 信道上 LDPC 子码度分布兼容; 第 2 个约束使扩展变量点数与下层校验点相等, 中继不传输信息比特, 扩展后总码率为 R_2 , 其中 $\bar{d}_{c1}$ 表示 S - R 信道 LDPC 码平均校验点度; 第 3 个约束保证双层 EXIT 图保持开口状态, 迭代译码器收敛。式(19)可以通过迭

代优化或线性规划的方法寻找最佳度分布。由于目标函数包含变量较多,采用线性规划算法过于复杂,为提高搜索效率,下面推导协作 LDPC 码差分进化 (DF) 优化搜索算法。

(1) 初始化: 随机产生 $NP = 10L$ 个进化向量 $\Omega_{p,m}$ ($p = 1, 2, \dots, NP$) 并计算代价 $\sigma_{p,m}$, m 表示当前进化次数, 初始值 $m = 1$ 。 $\sigma_{\text{best},m} = \max(\{\sigma_{p,m} \mid p = 1, 2, \dots, NP\})$, $\sigma_{\text{best},m}$ 对应向量为 $\Omega_{p^*,m}^*$ 。

(2) 进化: 随机选择不同于 $\Omega_{p,m}$ 的向量 $\Omega_{r1,m}$, $\Omega_{r2,m}$, $\Omega_{r3,m}$ 和 $\Omega_{r4,m}$, 生成向量 $\tilde{\Omega}_{p,m+1}$ 为 $\tilde{\Omega}_{p,m+1} = \Omega_{p,m} + F(\Omega_{r1,m} - \Omega_{r2,m} + \Omega_{r3,m} - \Omega_{r4,m})$ (20) F 是控制交叉变异的实常数, 一般取值 $F=0.5$ 。

(3) 选择: 首先计算 $\tilde{\Omega}_{p,m+1}$ 的代价 $\tilde{\sigma}_{p,m+1}$ 。当 $\tilde{\sigma}_{p,m+1} > \sigma_{p,m}$ 时, $\Omega_{p,m+1} = \tilde{\Omega}_{p,m+1}$, 否则 $\Omega_{p,m+1} = \Omega_{p,m}$ 。重新确定最佳向量 $\Omega_{p^*,m+1}^*$ 及 $\sigma_{\text{best},m+1}$ 。

(4) 停止判断: 随着迭代次数增加, 向量空间差异变小。当所有向量对应度分布的门限已经非常接近最佳门限值时, 再增加迭代次数时代价的变化非常小, 因此当 $\sigma_{\text{best},m}$ 与 $\sigma_{\text{best},m+1}$ 差值较小 (如 10^{-5}) 时, 则停止进化, 输出 $\Omega_{p^*,m+1}^*$ 及 $\sigma_{\text{best},m+1}$ 。

在差分进化算法中, $\Omega_{p,m}$ 中各分量必须相互独立, 而式(19)第1, 2, 4约束等式表明协作 LDPC 码度分量具有很强相关性。为消除相关性, 须任意舍弃每个约束等式中的一个度分量。根据式(19)第2约束关系, $\lambda_{i,0}$ 可表示为

$$\lambda_{i,0} = \eta \lambda_i - \sum_{j \geq 1}^{d'_v} \frac{i}{i+j} \lambda_{i,j} \quad (21)$$

其中 d_v / d'_v 表示上/下层子图最大变量点度。式(19)第1, 4约束关系可确定 $\lambda_{0,2}$ 和 $\lambda_{0,3}$, 即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\lambda_{0,2}}{2} + \frac{\lambda_{0,3}}{3} &= \frac{\sum_{i \neq 0, j} \lambda_{i,j} / (i+j) - \eta / \bar{d}_{c1}}{R_2} - \sum_{j > 3} \frac{\lambda_{0,j}}{j} \\ \lambda_{0,2} + \lambda_{0,3} &= 1 - \left(\sum_{i \neq 0, j} \lambda_{i,j} + \sum_{j > 3} \lambda_{0,j} \right) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

舍弃 $\lambda_{i,0}$, $\lambda_{0,2}$ 和 $\lambda_{0,3}$ 后, $\{\lambda_{i,j}\}$ 剩余分量用 $P_{p,m}$ 表示, 即

$$P_{p,m} = \begin{cases} \left\{ \lambda_{i,j} \mid 2 \leq i \leq d_v, 1 \leq j \leq d'_v \right\} \\ \cup \left\{ \lambda_{0,j} \mid 4 \leq j \leq d'_v \right\}, & d'_v \geq 4 \\ \left\{ \lambda_{i,j} \mid 2 \leq i \leq d_v, 1 \leq j \leq d'_v \right\}, & 2 \leq d'_v < 4 \end{cases} \quad (23)$$

则 $\Omega_{p,m}$ 可表示为

$$\Omega_{p,m} = P_{p,m} \cup \{\eta\} \quad (24)$$

根据 $\Omega_{p,m}$ 可确定协作 LDPC 码度分布, 因此, $\Omega_{p,m}$ 代价即协作 LDPC 码噪声门限值 σ_{RD} 。

5 仿真结果与分析

5.1 噪声门限结果分析

本节中, 分析了协作 LDPC 码的渐进收敛性能, 并与 BE-LDPC 码^[9,10]进行比较。针对不同中继信道条件, 本文设计了 3 组协作 LDPC 码, 具体参数如表 1 所示。其中 $S-R$ 信道 LDPC 码采用文献[15]方法设计, 码率为 R_1 ; 协作 LDPC 码总码率为 R_2 ; Gap_1 表示 $S-R$ 信道上 LDPC 码收敛门限与理论限之差, Gap_2 表示协作码 LDPC 码和容量与理论值之差。为简化设计过程, 本文仅考虑中继 R 处于 $S-D$ 连线上的某一位置, 设 $S-D$ 距离等于 1。

为了与 BE-LDPC 性能进行公平比较, 码 A 的码率 (R_1, R_2) 与文献[9]相同, 码 B~C 码率与文献[10]相同。码 A~B 的上层平均校验点度 $\bar{d}_{c1} = 15$, 变量

表 1 协作 LDPC 码

$\lambda_{i,j}$	码 A				码 B				码 C			
	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$	$\lambda_{i,0}$	$\lambda_{i,1}$	$\lambda_{i,2}$	$\lambda_{i,3}$
$i=0$	0	0	0.0004	0.0415	0	0	0	0.1629	0	0	0.1678	0.2770
$i=2$	0.1220	0.0094	0.0040	0.0481	0.0391	0.0145	0.0038	0.1528	0.0103	0.0230	0.0002	0.1021
$i=3$	0.1457	0.0019	0	0.0617	0.0836	0.0065	0.0242	0.0600	0.0077	0.0089	0.0082	0.1439
$i=5$									0.0018	0.0084	0.0002	0.0604
$i=6$	0.0554	0.0007	0.0039	0.0231	0.0316	0.0159	0.0018	0.0134	0.0019	0.0003	0.0042	0.0009
$i=7$	0.0740	0.0013	0.0003	0.0793	0.0114	0.0049	0.0268	0.0875	0.0022	0.0006	0.0030	0.0008
$i=10$									0.0007	0.0453	0.0173	0.0469
$i=11$									0.0013	0.0232	0.0040	0.0161
$i=19$	0.0481	0.0011	0.0002	0.0060	0.0079	0.0049	0.0186	0.0132				
$i=20$	0.2684	0.0004	0.0018	0.0015	0.1053	0.0125	0.0385	0.0585	0.0039	0.0012	0.0028	0.0033
$\bar{d}_{c1}, \bar{d}_{c2}$	15, 10.1104				15, 6.5964				40.5898, 3.6450			
$\eta(R_1, R_2)$	0.8588 (0.7, 0.6363)				0.6419 (0.7, 0.4687)				0.3577 (0.8345, 0.2623)			
$\text{Gap}_1, \text{Gap}_2$	0.08478 dB, 0.1232 dB				0.08478 dB, 0.2822 dB				0.14542 dB, 0.4279 dB			

点度分布为 $\lambda(x) = 0.1741x + 0.2072x^2 + 0.0865x^5 + 0.1523x^6 + 0.0635x^{18} + 0.3164x^{19}$ 。码 A 所处中继信道条件为 $(\text{SNR}_{SD}, \text{SNR}_{RD}) = (1.8927 \text{ dB}, 15.2568 \text{ dB})$ ，码 B 对应中继信道条件为 $(\text{SNR}_{SD}, \text{SNR}_{RD}) = (-1.7656 \text{ dB}, 6.1017 \text{ dB})$ ，其中 SNR_{SD} 表示 S - D 信道信噪比， SNR_{RD} 和 SNR_{SR} 定义与 SNR_{RD} 类似。将 $(\text{SNR}_{SD}, \text{SNR}_{RD})$ 换算成互信息 $I(\cdot; \cdot)$ ，再由式(5)得到码 A 和码 B 噪声门限为 2.2219 dB 和 0.4693 dB，分别与理论值差 0.1232 dB 和 0.2822 dB。而 $(R_1, R_2) = (0.7, 0.4687)$ 的 BE-LDPC 码^[9]噪声门限与理论值相差 0.1727 dB， $(R_1, R_2) = (0.7, 0.6363)$ 的 BE-LDPC 码^[10]噪声门限与理论值差 0.5143 dB。码 A，码 B 分别较 BE-LDPC 码获得 0.0495 dB 和 0.2321 dB 增益。码 C 上层平均校验点度 $\bar{d}_{c1} = 40.5898$ ，变量点度分布为 $\lambda(x) = 0.1826x + 0.255x^2 + 0.1307x^4 + 0.0164x^5 + 0.0157x^6 + 0.2585x^9 + 0.1082x^{10} + 0.0293x^{19}$ 。码 C 中继信道条件为 $(\text{SNR}_{SD}, \text{SNR}_{RD}) = (-4.635 \text{ dB}, -1.5059 \text{ dB})$ ，对应噪声门限为 -2.4082 dB，与理论值相差 0.4279 dB，而 BE-LDPC 码^[10]收敛门限与理论值相差 0.7041 dB，码 C 较 BE-LDPC 获得 0.2762 dB 增益。

以上结果表明，协作 LDPC 码噪声门限较 BE-LDPC 码更逼近理论值。当 (R_1, R_2) 接近时，协作 LDPC 码渐进性能略优于 BE-LDPC 码，当 (R_1, R_2) 相差较大时，协作 LDPC 码渐进性能明显优于 BE-LDPC 码。在 BE-LDPC 码方案中，目的端对中继成功译码是获得协作编码增益的前提，因此 BE-LDPC 码对中继非零校验比特错误很敏感。当 (R_1, R_2) 接近时，中继靠近目的端(码 A 中， R - D 的距离为 0.0922)，中继产生较少的校验比特即可帮助目的端译码，此时目的端对中继有较好的译码性能，BE-LDPC 码性能与协作 LDPC 码接近；当 (R_1, R_2) 相差较大时，中继与目的端的距离较大(码 B 中， R - D 的距离为 0.4042，码 C 中， R - D 的距离为

0.6975)， R - D 信道变差，为了使目的端正确译码，中继需要产生较多的校验比特，目的端对中继的译码性能变差，导致 BE-LDPC 码整体性能下降，而协作 LDPC 码将信源子码和中继校验比特视为一个整体，码字整体性能取决于目的端接收的平均 LLR 消息，因此协作 LDPC 码具有更好的渐进性能。

5.2 误码性能分析

图 4，图 5 给出了 AWGN 信道下协作 LDPC 码误码性能曲线，横轴表示目的端接收消息的平均信噪比，纵轴表示误比特率(BER)。在仿真时，总码字长度等于 10^4 ；编码校验矩阵采用随机构造，不存在 4 环；调制方式采用 BPSK 调制，信源和中继具有相同的比特功率，采用和积译码算法，图 4 最大译码迭代次数分别为 10, 20, 50 和 100，图 5 最大译码迭代次数为 100。码率 A，码率 B 和码率 C 分别等于 $(0.7, 0.6363)$ ， $(0.7, 0.4687)$ 和 $(0.8345, 0.2623)$ 。

图 4 给出了不同迭代次数下协作 LDPC 码的误比特性能。图 4 可以看出，随着迭代次数增加，译码性能逐渐提高。当迭代次数 $\text{iter}=50$ 和 $\text{iter}=100$ 时，误码性能已经非常接近，进一步提高迭代次数获得译码性能改善有限，因此通常选用迭代次数为 100[9,10]；当误码率等于 10^{-5} 时， $\text{iter}=50$ 的译码性能分别较 $\text{iter}=20$ ， $\text{iter}=10$ 提高约 0.1 dB 和 0.3 dB。

图 5 对比了协作 LDPC 码与 BE-LDPC 码误比特性能，图中，实线表示协作 LDPC 码，虚线表示 BE-LDPC 码。图 5 可以看出，当误码率等于 10^{-4} 时，码 A，B，C 分别较相同码率的 BE-LDPC 码获得约 0.3 dB, 0.5 dB 和 0.8 dB 增益，大于协作 LDPC 码较 BE-LDPC 噪声门限之差。主要原因有两点：(1)BE-LDPC 码性能严重依赖目的端对中继译码性能，目的端并不能保证对中继子码完全正确译码，译码错误降低了 BE-LDPC 码性能，而协作 LDPC 码在译码过程中不同信道下的消息在泰勒图上反复

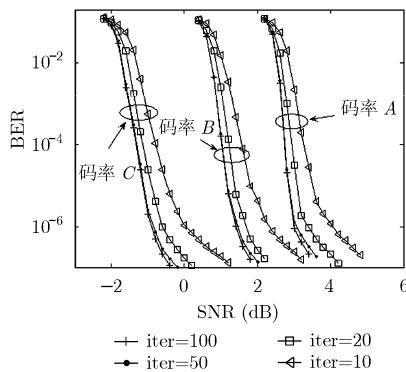


图4 协作 LDPC 码误码性能曲线

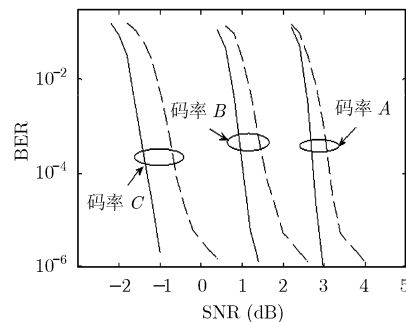


图5 协作 LDPC 码与 BE-LDPC 码误码性能比较(迭代次数为 100)

迭代, 译码性能仅与目的端接收的平均 LLR 消息相关。(2)在 BE-LDPC 中, 非零校验比特采用独立 LDPC 编码, 当总码长相同时, 独立编码产生的子码长度较短, 译码性能差, 协作 LDPC 码采用了联合编译码方案, 总码长等于 S - R 信道 LDPC 码与中继校验长度之和, 不存在码字缩短情况。

6 结论

本文提出了一种应用于解码前传半双工中继信道下的协作 LDPC 码, 该算法采用一种联合编码结构, 使中继校验比特为码字的一部分, 通过优化编码结构变量点与校验点之间连线的网络结构, 得到一组不同中继信道条件下的协作 LDPC 码, 仿真结果表明, 新编码算法渐进性能和误比特性能均优于 BE-LDPC 码, 特别是当 (R_1, R_2) 相差较大时, 新编码算法较 BE-LDPC 码获得更大的编码增益。

参 考 文 献

- [1] Zhang X H, Ghrayeb A, and Hasna M. On relay assignment in network-coded jointly systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(3): 868–876.
- [2] Li Jun, Yuan Jin-hong, Malaney R, *et al.* Network coded LDPC code design for a multi-source relaying system[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(5): 1538–1551.
- [3] Li Chu-xiang, Yue Guo-sen, Wang Xiao-dong, *et al.* LDPC code design for half-duplex cooperative relay[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2008, 7(11): 4558–4567.
- [4] Li Ying, Song Guang-hui, and Wang Li-li. Analysis of the joint network LDPC codes over orthogonal multi-access relay channel[J]. *IEEE Communications Letters*, 2010, 14(2): 184–186.
- [5] Azmi Marwan H, Li Jun, Yuan Jin-hong, *et al.* Design of distributed multi-edge type LDPC codes for multiple access relay channels[C]. *Communications Theory Workshop (AusCTW)*, Australian, 2011: 118–123.
- [6] He Zhi-yong and Roy S. LDPC coded two-way MIMO relay networks with physical layer network coding[C]. *25th Biennial Symposium on Communications*, Kingston, Canada, 2010: 301–304.
- [7] Chakrabarti A, Baynast A D, Sabhaarwal A, *et al.* Low density parity check codes for the relay channel[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2007, 25(2): 280–291.
- [8] Hu Jun and Duman T M. Low density parity check codes over wireless relay channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(9): 3384–3394.
- [9] Razaghi R and Wei Y. Bilayer low-density parity-check codes for decode-and forward in relay channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(10): 3723–3739.
- [10] Cances J and Meghdadi V. Optimized low density parity check codes designs for half duplex relay channels[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2009, 8(7): 3390–3395.
- [11] Van Nguyen T, Nosratinia A, and Divsalar D. Bilayer protograph codes for half-duplex relay channels[C]. *IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings*, Texas, USA, 2010: 948–952.
- [12] Madhukumar A S, Tio S D, and Kurniawan E. Throughput optimization in cooperative communications based on incremental relaying[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2011, 60(1): 317–323.
- [13] Smith B, Ardakani M, Wei Yu, *et al.* Design of irregular LDPC codes with optimized performance-complexity tradeoff[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2010, 58(2): 489–499.
- [14] Ardakani M, Chan T H, and Kschischang F R. EXIT-Charts properties of highest-rate LDPC code with desired convergence behavior[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, 9(1): 52–54.
- [15] A fast and accurate degree distribution optimizer for LDPC code ensembles. <http://lthcwww.epfl.ch/research/ldpcopt>. 2001.

陈紫强: 男, 1973年生, 副教授, 博士生, 研究方向为信道编码、协作通信。

欧阳缙: 男, 1960年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为自适应信号处理、通信信号处理及神经网络等。

肖海林: 男, 1975年生, 教授, 研究方向为通信信号处理、MIMO 通信。