

共形阵列天线 MUSIC 算法性能分析

齐子森 郭英 王布宏 龚成
(空军工程大学电讯工程学院 西安 710077)

摘要: 该文在建立了三维共形天线阵列流形的数学模型基础上, 将经典高分辨波达方向(DOA)估计方法—多重信号分类(MUSIC)算法移植到共形阵列天线中; 详细分析推导了 MUSIC 算法在共形阵列天线(锥面阵列、柱面阵列、球面阵列)中的估计方差、克拉美-罗界(CRB); 通过计算机仿真试验对比 MUSIC 算法在面阵(均匀线阵、均匀圆阵)与共形阵列中的性能函数以及估计方差, 给出了 MUSIC 算法在不同阵列形式中 DOA 估计性能的评估与比较, 仿真结果显示 MUSIC 算法在不同阵列形式中的估计性能均随阵元个数以及信噪比的增加而变好, 验证了理论分析的正确性。

关键词: 波达方向; 多重信号分类; 共形阵列天线; 克拉美-罗界

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)11-2674-04

Performance Analysis of MUSIC for Conformal Array

Qi Zi-sen Guo Ying Wang Bu-hong Gong Cheng
(Inst. of Telecommunication Engineering, AFEU, Xi'an 710077, China)

Abstract: The manifold of 3D conformal array geometry is modeled and the classical high resolution Direction-Of-Arrival (DOA) estimation method—Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm is replanted into conformal array. The performance of MUSIC for conformal array is analyzed in detail, including its variance and corresponding Cramer-Rao bound (CRB). Computer simulations for the performance comparison between conformal array (conical array, cylindrical array, and spherical array) and planar array (uniform linear array and uniform circular array) are demonstrated. Some conclusions of MUSIC performance evaluation for different array geometry are reached. It is shown that the performance of MUSIC for different geometric arrays is improved with the increase of the elements' number and SNR, which validates the theoretical analysis.

Key words: DOA; MUSIC; Conformal array; Cramer-Rao bound

1 引言

天线是无线电通信及探测系统的重要组成部分。随着人们对目标定位精度要求的日益提高, 传统的利用波束机械扫描的测向方法, 在速度、精度和分辨力上都已经远远无法满足实际应用的需要。在未来星载、机载、舰载和弹载雷达、航天飞行器以及移动通信、声纳等领域中, 共形天线阵列的广泛使用可以节省空间、重量和减小空气阻力, 最大限度地减少天线对飞行器空气动力学性能的影响, 扩展天线波束扫描范围, 实现360°的全方位覆盖, 有效提升电磁兼容性能。目前对于共形天线阵列方面的研究工作主要集中在宽频带、低剖面共形天线单元的研制及其辐射特性的全波分析^[1, 2]、低副瓣和超低副瓣共形天线方向图的综合及其优化技术^[3, 4]等, 而对经典面阵高分辨DOA估计方法在共形天线中的移植及其性能分析鲜有成果问世。随着DOA估计技术的发展,

平面阵DOA估计方法已相当成熟, 对相干信源的DOA估计方法^[5, 6]也有了深入的研究。文献[7,8]详细分析讨论了 MUSIC算法在平面阵列中DOA估计的方差和克拉美-罗界, 并以均匀线阵为例给出了仿真结果。将经典的DOA估计方法以及其性能分析理论移植到共形阵列天线中可方便地实现对共形阵列天线的设计和性能评估。本文首先针对共形天线载体曲率的变化, 讨论了单元方向图坐标系的旋转变换方法, 建立了三维共形天线导向矢量的数学模型; 随后, 以锥面、柱面、球面为例, 详细分析推导了 MUSIC算法在共形天线阵列中的估计方差以及相应的克拉美-罗界; 最后, 通过对比均匀线阵、圆阵、锥面、柱面、球面等阵列的估计性能, 给出了共形天线阵列的DOA估计较之面阵DOA估计的优势与不足, 为实际共形天线的设计和性能分析提供了一些有益的参考。

2 共形阵列天线导向矢量建模分析

本文所做工作均在下述假设条件下进行:

(1)阵元个数大于信源个数($m > n$);

2007-05-08 收到, 2007-09-27 改回

国家自然科学基金(60601016)和陕西省自然科学基金(2006F14)资助课题

(2) 噪声为零均值的高斯白噪声(空间白), 且与信号相互独立;

(3) 信号的协方差矩阵 $\mathbf{R}_s$ ($\mathbf{R}_s = E[\mathbf{S}\mathbf{S}^H]$, $\mathbf{S}^H$ 表示 $\mathbf{S}$ 的共轭转置, $\mathbf{S}$ 为信号矢量)非奇异;

(4) 窄带远场假设;

(5) 快拍数充分大。

在上述假设前提下, 对于任意几何形状的天线阵列(如图 1 所示), 阵列阵元个数为 m , 其导向矢量的数学模型^[9]:

$$\mathbf{a}_k = [g_1 e^{-jk_0 \mathbf{p}_1 \mathbf{u}_i}, g_2 e^{-jk_0 \mathbf{p}_2 \mathbf{u}_i}, \dots, g_n e^{-jk_0 \mathbf{p}_m \mathbf{u}_i}]^T, \quad k = 1, \dots, n \quad (1)$$

其中 $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ 为波长; $\mathbf{u}_i$ 为第 i 个信源入射方向单位矢量; $\mathbf{g}_i$ ($i = 0, 1, \dots, m$) 为单元方向图; $\mathbf{p}_i$ ($i = 0, 1, \dots, m$) 为各阵元与全局坐标系原点构成的矢量。对图 1 所示天线阵列导向矢量的经典建模是将式(1)中的单元方向图 $\mathbf{g}_i$ 简单地视为 1。而在共形天线中不同的阵元具有不同的方向图, 此时:

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{g}_{i\theta'}(\theta'_i, \phi'_i) \mathbf{u}_{i\theta'} + \mathbf{g}_{i\phi'}(\theta'_i, \phi'_i) \mathbf{u}_{i\phi'} \quad (2a)$$

$$\mathbf{u}_{i\theta'} = (\cos \theta'_i \cos \phi'_i) \mathbf{x}' + (\cos \theta'_i \sin \phi'_i) \mathbf{y}' - (\sin \theta'_i) \mathbf{z}', \quad (2b)$$

$$\mathbf{u}_{i\phi'} = -(\sin \phi'_i) \mathbf{x}' + (\cos \phi'_i) \mathbf{y}' \quad (2c)$$

式中 $\mathbf{x}'/\mathbf{y}'/\mathbf{z}'$ 分别为各阵元局部坐标轴; θ'_i, ϕ'_i 为各阵元局部坐标系中的俯仰角与方位角; $\mathbf{u}_{i\theta'}$ 和 $\mathbf{u}_{i\phi'}$ 为正交的单位矢量, $\mathbf{u}_{i\phi'}$ 为垂直于 $\mathbf{u}$ 矢量在 $\mathbf{x}'o\mathbf{y}'$ 平面上投影的单位矢量, $\mathbf{u}_{i\theta'}$ 为在 $\mathbf{z}'o\mathbf{u}$ 平面内垂直于 $\mathbf{u}$ 矢量的单位矢量(如图 2 所示), 二者为各阵元方向图极化分量的基矢量。所以对共形天线阵列导向矢量建模的关键是单元方向图的旋转变换, 其流程如下:

(1) 建立信源方向单位矢量在全局坐标系中的坐标。

(2) 依据共形天线阵列的具体几何结构以及各阵元在共形天线阵列中的位置关系, 建立各阵元局部坐标轴在全局坐标系中的坐标。

(3) 建立信源方向单位矢量在各阵元局部坐标系中的坐标。

(4) 在全局坐标系中将(1)中的信源方向单位矢量(在全局坐标系中的表示)在(2)中的各阵元局部坐标轴(在全局坐标系中的表示)上投影。

(5) 利用(3)中坐标与 4 中投影的一一对应关系, 建立方程组, 求解俯仰角、方位角在全局坐标系与各阵元局部坐标系中的转换关系, 完成角度在不同坐标系中的转换。

(6) 建立全局坐标系中的极化分量的基矢量($\mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$)和

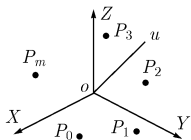


图 1 任意几何形状的天线阵列

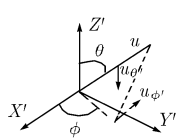


图 2 局部坐标系中信源入射矢量坐标

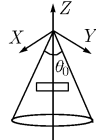


图 3 锥面共形阵列天线

各阵元局部坐标系中的极化分量的基矢量($\mathbf{u}_{i\theta'}, \mathbf{u}_{i\phi'}$)。

(7) 依据(2)中得到的坐标系转换关系将 $\mathbf{u}_{i\theta'}, \mathbf{u}_{i\phi'}$ 转换到全局坐标系中。

(8) 在全局坐标系中, 利用矢量的投影运算得到(7)中的 $\mathbf{u}_{i\theta'}, \mathbf{u}_{i\phi'}$ 在 $\mathbf{u}_\theta, \mathbf{u}_\phi$ 上的投影分量。

(9) 综合(5)、(8)以及式(1), 式(2)得到共形天线阵列的导向矢量。

3 共形阵列天线中的 MUSIC 算法性能分析

3.1 共形阵列天线 MUSIC 算法的估计方差和克拉美-罗界

锥面体全局坐标以及与天线单元的位置关系(大小不成比例)如图 3^[11], 由此可知锥面共形阵列几何模型: 全局坐标系原点在锥面顶点放置; 阵列的方位角 $\phi \in [0 \sim 2\pi]$; 俯仰角 $\theta \in [0 \sim \pi - \theta_0/2]$, θ_0 为圆锥母线与轴线的夹角(如图 3); 各天线单元放置如图 3, 天线单元成圆弧形(平行于底面)均匀放置; 天线单元局部坐标如图 4。柱面共形阵列几何模型: 全局坐标系如图 5, 全局坐标系原点在顶面圆周的圆心处; 天线单元放置如图 5(大小不成比例), 天线单元成圆弧形(平行于底面)均匀放置; 阵列的方位角 $\phi \in [0 \sim 2\pi]$, 俯仰角 $\theta \in [0 \sim \pi]$; 天线单元局部坐标系如图 4。球面共形阵列几何模型: 全局坐标系原点在球心; 阵列方位角 $\phi \in [0 \sim 2\pi]$, 俯仰角 $\theta \in [0 \sim \pi]$; 天线单元放置如图 6, 天线单元成圆弧形(平行于全局坐标系的 xoy 面)均匀放置; 天线单元局部坐标系如图 4。

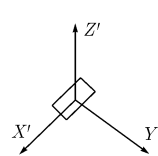


图 4 天线单元的局部坐标

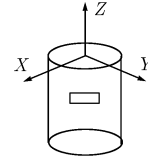


图 5 柱面共形阵列天线

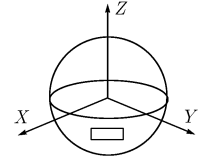


图 6 球面共形阵列天线

在上述讨论前提下, 文献[7]给出了在任何阵列形式中 MUSIC 算法的估计方差和克拉美-罗界:

$$\text{var}_{\text{music}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} \{ [\mathbf{P}^{-1}]_{ii} + \sigma [\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{P}^{-1}]_{ii} \} / \mathbf{h}(\omega_i) \quad (3a)$$

$$\mathbf{h}(\omega_i) = \mathbf{d}^H(\omega_i) [\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H] \mathbf{d}(\omega_i) \quad (3b)$$

$$\mathbf{d}(\omega_i) = \mathbf{d} \mathbf{a}(\omega_i) / \mathbf{d} \omega_i \quad (3c)$$

$$\text{var}_{\text{crb}}(\omega_i) = \frac{\sigma^2}{2N} \{ [\mathbf{D}^H [\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H] \mathbf{D}] \odot \mathbf{P}^T \}^{-1}_{ii} \quad (4a)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}(\omega_1) \cdots \mathbf{d}(\omega_n)] \quad (4b)$$

其中 σ^2 表示噪声功率; $(\cdot)_{ii}$ 表示取矩阵主对角线上的元素; $\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = \mathbf{C}$ 表示两个同行同列矩阵 ($\mathbf{A}, \mathbf{B}$) 的对应元素相乘, 得到与 $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ 同行同列的矩阵 $\mathbf{C}$; ω_i 为对应信源方向的空间谱, 在共形天线阵列中为信源俯仰角 θ 与方位角 ϕ 的函数; $\mathbf{A}^H$ 表示 $\mathbf{A}$ 的共轭转置; $(\cdot)^T$ 表示 $(\cdot)$ 的共轭转置; $(\cdot)^{-1}$ 表

示矩阵的逆矩阵; $\mathbf{a}(\omega_i)$ 为导向矢量, 此时视导向矢量为 ω_i 的函数。由于式(3), 式(4)适用于任意阵列形式, 所以获得共形天线阵列的导向矢量和对其导向矢量求导是对共形阵列天线估计性能分析与评估的难点与关键。共形天线阵列中 ω_i 无法确定, 由文献[7]对任何阵列形式的 MUSIC 算法估计方差和克拉美-罗界的推导与证明过程可知 ω_i 为使 $\mathbf{a}^H(\omega_i)\mathbf{G}\mathbf{G}^H\mathbf{a}(\omega_i)=0$ 的参数, 在共形阵列天线中导向矢量为俯仰角和方位角的函数, $\mathbf{a}^H(\theta_i, \phi_i)\mathbf{G}\mathbf{G}^H\mathbf{a}(\theta_i, \phi_i)=0$ 也成立。所以在共形阵列天线中可用俯仰角或方位角将式(3), 式(4)中的 ω_i 代替。结合式(3), 式(4)估计信源俯仰角 θ 的方差和克拉美-罗界为(对方位角的估计方差和克拉美-罗界同理可得):

$$\text{var}_{\text{music}\theta_i}(\theta_i) = \frac{\sigma^2}{2N} \{ [\mathbf{P}^{-1}]_{ii} + \sigma^2 [\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{P}^{-1}]_{ii} \} / h(\theta_i) \quad (5a)$$

$$\mathbf{h}(\theta_i) = \mathbf{d}^H(\theta_i)[\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H]\mathbf{d}(\theta_i) \quad (5b)$$

$$\mathbf{d}(\theta_i) = \mathbf{d}\mathbf{a}(\theta_i) / \mathbf{d}\theta_i \quad (5c)$$

$$\text{var}_{\text{crb}\theta_i}(\theta_i) = \frac{\sigma^2}{2N} \{ [\mathbf{D}^H[\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H]\mathbf{D}] \odot \mathbf{P}^T \}^{-1}_{ii} \quad (6a)$$

$$\mathbf{D} = [\mathbf{d}(\theta_1) \cdots \mathbf{d}(\theta_n)] \quad (6b)$$

对应已给的导向矢量求解流程, 可得锥面、球面、柱面共形阵列天线的导向矢量。

由式(1)~式(2)可知, 共形天线的导向矢量为方位角与俯仰角的函数, 对导向矢量求导可分为对俯仰角和对方位角分别求偏导。对导向矢量(以锥面阵列为例, 柱面、球面阵列同理)的求导(以对俯仰角求偏导为例, 对方位角求偏导同理)如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}(\theta_i) &= \mathbf{d}\mathbf{a}(\theta_i) / \mathbf{d}\theta_i = \mathbf{d}\mathbf{a}(\theta, \phi) = \partial \{ [\mathbf{g}_1 e^{-jk_0 p_1 u}, \mathbf{g}_2 e^{-jk_0 p_2 u}, \\ &\quad \cdots, \mathbf{g}_n e^{-jk_0 p_n u}]^T \} / \partial \theta = [\partial(\mathbf{g}_1 e^{-jk_0 p_1 u}) / \partial \theta, \\ &\quad \partial(\mathbf{g}_2 e^{-jk_0 p_2 u}) / \partial \theta, \cdots, \partial(\mathbf{g}_n e^{-jk_0 p_n u}) / \partial \theta]^T \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\partial(\mathbf{g}_i e^{-jk_0 p_i u}) / \partial \theta = \partial \mathbf{g}_i / \partial \theta \cdot \theta(e^{-jk_0 p_i u}) + \partial(e^{-jk_0 p_i u}) / \partial \theta \cdot \mathbf{g}_i \quad (7b)$$

$$\partial(e^{-jk_0 p_i u}) / \partial \theta = e^{-jk_0 p_i u} (-jk_0 \mathbf{p}_i) \cdot \mathbf{d}(\mathbf{u}) / \partial \theta \quad (7c)$$

$$\mathbf{u} = \sin \theta \cos \phi \mathbf{x} + \sin \theta \sin \phi \mathbf{y} + \cos \theta \mathbf{z} \quad (7d)$$

$$\begin{aligned} \partial \mathbf{g}_i &= \partial [\mathbf{g}_{i\theta}(\theta'_i, \phi'_i) \mathbf{u}_{i\theta} + \mathbf{g}_{i\phi}(\theta'_i, \phi'_i) \mathbf{u}_{i\phi}] / \partial \theta = \partial (\mathbf{g}_{i\theta}(\theta'_i, \phi'_i)) / \partial \theta \cdot \mathbf{u}_{i\theta} \\ &\quad + \partial \theta \cdot \mathbf{u}_{i\theta} / \partial \theta + \partial \theta \cdot \mathbf{g}_{i\theta}(\theta'_i, \phi'_i) + \partial (\mathbf{g}_{i\phi}(\theta'_i, \phi'_i)) / \partial \theta \cdot \mathbf{u}_{i\phi} \\ &\quad + \partial \mathbf{u}_{i\phi} / \partial \theta \cdot \mathbf{g}_{i\phi}(\theta'_i, \phi'_i) \end{aligned} \quad (7e)$$

式中 $\partial(\cdot) / \partial \theta$ 表示对 $(\cdot)$ 求俯仰角 θ 的偏导; $\mathbf{u}$ 表示信源方向的单位矢量。

综合式(5)~式(7)可得 MUSIC 算法在共形阵列天线中对俯仰角 θ 的估计方差和克拉美-罗界(同理可得对方位角 ϕ 的估计方差和克拉美-罗界)。定义共形阵列 MUSIC 算法对信源俯仰角 θ 估计的性能函数为(对方位角估计的性能函数同理可得):

$$\begin{aligned} \text{eff}_{\theta_i} &= \text{var}_{\text{crb}\theta_i} / \text{var}_{\text{music}\theta_i} = \mathbf{h}(\theta_i) \{ [\mathbf{D}^H[\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^H]\mathbf{D}] \\ &\quad \odot \mathbf{P}^T \}^{-1}_{ii} / \{ [\mathbf{P}^{-1}]_{ii} + \sigma^2 [\mathbf{P}^{-1}(\mathbf{A}^H\mathbf{A})^{-1}\mathbf{P}^{-1}]_{ii} \} \end{aligned} \quad (8)$$

3.2 共形阵列天线 MUSIC 算法估计性能仿真

选择导向矢量为全局坐标系中 $\mathbf{u}_\theta$ 方向的极化分量($\mathbf{u}_\theta$ 为在 zou 平面内垂直于 $\mathbf{u}$ 矢量的单位矢量), 对锥面、柱面、球面阵列的 MUSIC 算法估计性能进行计算机仿真试验(为了方便与面阵进行比较, 本文对共形阵列俯仰角的估计性能进行分析与比较)。

以锥面、柱面、球面共形阵列为例分别进行仿真试验; 独立信源条件下, 信源数为 2; 阵元放置情况为: 锥面阵列从低面开始, 柱面与球面阵列从 xoy 面圆周开始, 各圆周间隔半个波长且具有等数目阵元, 共分 4 个圆周均匀放置; 单元方向图 $\mathbf{g}_i = \sin \theta'_i$, θ'_i 为信源方向在阵元局部坐标系中的俯仰角; 信源的相关系数 p 分别取 0, 0.5, 0.7, 0.9; 角度间隔为 $\pi/6$; 阵元个数取 32; 变信噪比 $[-10\text{dB} \sim 20\text{dB}]$; 仿真结果见图 7, 图 8, 图 9。

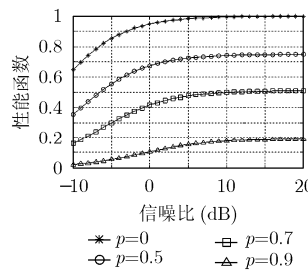


图 7 锥面共形阵列的 MUSIC 算法性能函数与信噪比、信源相关性的关系

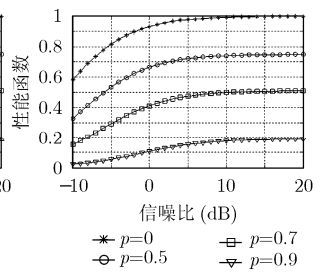


图 8 柱面共形阵列的 MUSIC 算法性能函数与信噪比、信源相关性的关系

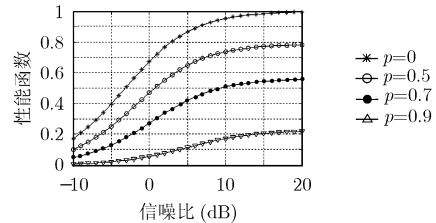


图 9 球面共形阵列的 MUSIC 算法性能函数与信噪比、信源相关性的关系

4 平面阵列与共形阵列 MUSIC 算法的性能比较

仿真前提: 独立信源; 角度间隔为 $\pi/6$; 阵元数为 32; 变信噪比 $[-10\text{dB} \sim 20\text{dB}]$; 共形阵列的阵元放置与单元方向图 $\mathbf{g}_i$ 情况同上述仿真; 线阵均匀放置; 阵元间隔半个波长; 圆阵阵元成半径为 $10 \leq$ 个波长的圆周均匀放置; 仿真结果见图 10, 图 11。

对比 MUSIC 算法在共形阵列天线与平面阵列中估计性能, 可得结论如下:

(1) 共形阵列天线获得了在角度覆盖上的巨大优势。锥面、柱面、球面均能实现方位角的 360° 覆盖, 柱面、球面共形阵列天线的俯仰角为 $-180^\circ \sim 180^\circ$, 锥面共形阵列天线的

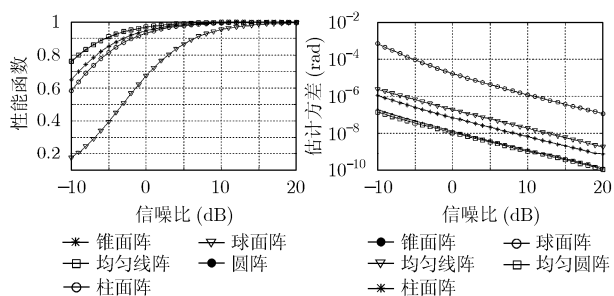


图 10 MUSIC 算法在共形阵列以及均匀线阵、圆阵中性能函数与信噪比的关系

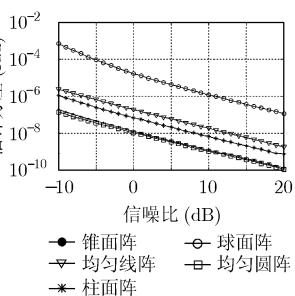


图 11 MUSIC 算法在共形阵列以及均匀线阵、圆阵中估计方差与信噪比的关系

俯仰角覆盖范围也大于 180° 。而平面阵列中, 线阵的角度估计范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$, 圆阵的方位角覆盖范围为 360° , 而其俯仰角范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ 。

(2)在低信噪比的情况下 ($< 0\text{dB}$), 共形天线中 MUSIC 算法的性能函数较之平面阵有一定差距, 但由仿真可以看出, 共形天线的估计方差不一定大于平面阵的估计方差。

(3)在相同阵元数、相同几何形状载体的情况下估计性能会随着阵元在载体上的相互位置关系不同而不同。为了获得较好的估计性能, 在保证角度覆盖范围的前提下达到甚至超过平面阵的估计性能, 对阵元相互位置关系的约束有待进一步研究。

(4)信源相关性对共形阵列的估计效果影响较大。

5 结束语

本文首先给出单元方向图的坐标旋转方法, 建立了共形天线导向矢量的数学模型; 在此基础上将高分辨 DOA 估计方法——MUSIC 算法移植应用在共形阵列天线中, 并详细分析推导了 MUSIC 算法在共形阵列天线中的估计性能; 最后通过与平面阵列的估计性能对比, 给出了共形阵列天线 DOA 估计的优缺点。由于对于共形阵列天线中阵元位置的相互关系一直都没有较为经典、科学的约束, 本文是在一种特定的阵元放置情况下展开的讨论, 所以共形阵列天线的阵元结构有待进一步的优化, 以期待获得更好的估计效果。

参考文献

- [1] Wang J J, Zhang Y P, Chua K M, and Lu C W. Circuit model of microstrip patch antenna on ceramic land grid array package for antenna-chip codesign of highly integrated RF transceivers. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(12): 3877-3883.
- [2] Hussain M G M. Theory and analysis of adaptive cylindrical

array antenna for ultrawideband wireless communications. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2005, 4(6): 3075-3083.

- [3] Boeringer D W and Werner D H. Efficiency-constrained particle swarm optimization of a modified bernstein polynomial for conformal array excitation amplitude synthesis. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(8): 2662-2673.
- [4] Blank S J and Hute M F. On the empirical optimization of antenna arrays. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, 2005, 47(2): 58-67.
- [5] 王布宏, 王永良, 陈辉. 一种新的相干信源 DOA 估计算法: 加权空间平滑协方差矩阵的 Toeplitz 矩阵拟合. *电子学报*, 2003, 31(9): 1394-1397.
- Wang Bu-hong, Wang Yong-liang, and Chen Hui. A novel genetic approach to DOA estimation of coherent sources based on weighted spatial smoothing and Toeplitz matrix fitting. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(9): 1394-1397.
- [6] 王布宏, 王永良, 陈辉. 相干信源波达方向估计的加权空间平滑算法. *通信学报*, 2003, 24(4): 31-40.
- Wang Bu-hong, Wang Yong-liang, and Chen Hui. Weighted spatial smoothing algorithm for direction of arrival estimation of coherent sources. *Journal of China Institute of Communications*, 2003, 24(4): 31-40.
- [7] Stoica P and Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1989, 37(5): 720-741.
- [8] Stoica P and Nehorai A. MUSIC, maximum likelihood, and Cramer-Rao bound: Further Results and Comparisons. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(12): 2140-2150.
- [9] Morton T and Pasala K M. Pattern synthesis of conformal arrays for airborne vehicles. *IEEE Aerospace Conference Proceedings*, Montana, 2004: 1030-1039.

齐子森: 男, 1982年生, 硕士生, 研究方向为高分辨DOA估计方法。

郭 英: 女, 1961年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数字信号处理、自适应信号处理、DSP应用技术。

王布宏: 男, 1975年生, 副教授, 博士后, 研究方向为阵列信号处理、空间谱估计技术。

龚 成: 男, 1978年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、空间谱估计技术。