

基于多维范德蒙德结构的双基地MIMO雷达收发角及多普勒频率联合估计

程院兵^{*①} 吴临江^① 郑昱^① 顾红^②

^①(南京电子技术研究所 南京 210039)

^②(南京理工大学电子工程与光电技术学院 南京 210094)

摘要: 针对双基地MIMO雷达收发角及多普勒联合频率估计问题, 该文基于参数流型矩阵的多维范德蒙德结构特征, 提出一种低运算量的3维参数联合估计算法。首先根据回波模型的多维结构特性构造3阶张量, 并对其分别沿发射维、接收维和脉冲维切片得到3个等效矩阵; 然后结合多维范德蒙德结构特征和等效矩阵的左奇异矩阵具有Khatri-Rao乘积结构特征, 估计收发阵列流型矩阵和多普勒流型矩阵; 最后通过Root-MUSIC算法估计收发角和多普勒频率。与现有算法相比, 该算法显著改善了参数估计精度, 在小脉冲数下, 其运算量与旋转不变子空间算法(ESPRIT)相当。仿真实验验证了该算法的有效性。

关键词: 双基地MIMO雷达; 收发角; 多普勒频率; 3阶张量; 范德蒙德结构

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)09-2258-07

DOI: 10.11999/JEIT171002

Multi-dimensional Vandermonde Structure Based DOD-DOA and Doppler Frequency Estimation for Bistatic MIMO Radar

CHENG Yuanbing^① WU Linjiang^① ZHENG Yu^① GU Hong^②

^①(Nanjing Research Institute of Electronics Technology, Nanjing 210039, China)

^②(School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In order to solve the problem of Direction Of Departure (DOD), Direction Of Arrival (DOA) and Doppler frequency estimation in bistatic MIMO radar, a low complexity method is proposed for joint estimation of the three parameters based on the multi-dimensional Vandermonde structure characteristic of the parameter manifold matrices. First, a third-order tensor is constructed according to the multi-dimensional structure of the echo model. Three equivalent matrices are obtained by cutting the tensor along transmit dimension, receive dimension and pulse dimension respectively. Then, combining the multi-dimensional Vandermonde characteristic with the Khatri-Rao product characteristic of the left-singular matrix of the equivalent matrix, transmit manifold matrix, receive manifold matrix and Doppler manifold matrix are estimated. Finally, the DOD, DOA and Doppler frequency are estimated by Root-MUSIC algorithm. Compared with the existence methods, the proposed algorithm improves obviously the estimation precision, and its computational cost is comparable to that of Estimation of Signal Parameters via Rotation Invariant Techniques (ESPRIT) method in small pulse number. The effectiveness of the proposed method is verified by simulation results.

Key words: Bistatic MIMO radar; Direction Of Departure and Direction Of Arrival (DOD-DOA); Doppler frequency; Third-order tensor; Vandermonde structure

1 引言

近年来, 多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达以其在目标检测、参数估计、杂波抑制等方面的诸多优势, 成为雷达领域

的研究热点^[1-4]。双基地MIMO雷达不具有空间分集特性, 但可利用波形分集技术形成大的虚拟孔径, 具有提高角度分辨率和增加可检测目标数等优点^[4]。利用波形分集特征, 双基地MIMO雷达可同时估计多个目标的发射角(Direction Of Departure, DOD)和接收角(Direction Of Arrival, DOA), 实现对目标交叉定位^[5-14]。

收稿日期: 2017-10-25; 改回日期: 2018-05-15; 网络出版: 2018-07-12

*通信作者: 程院兵 chengyb@yeah.net

现有的DOD和DOA估计算法大都基于传统阵列信号处理中的超分辨算法，如2维MUSIC、2维ESPRIT及其改进算法。当搜索角度范围较大、精度要求较高时，2维MUSIC算法运算量巨大。文献[5]将2维搜索转化为两个1维搜索，降低了MUSIC算法的运算量，但需要额外的角度配对运算。文献[6]通过对回波矩阵协方差矩阵的重构，结合MUSIC算法估计单基地MIMO雷达DOA，该算法不需要已知目标个数。文献[7]提出了一种基于ESPRIT的收发角能自动配对的DOD-DOA估计算法，算法通过对协方差矩阵重排，将2维ESPRIT算法转化为两个1维ESPRIT算法，分别估计DOD和DOA，在保证性能不变的同时降低了运算量。文献[8]将ESPRIT算法应用于单基地十字型阵列MIMO雷达，实现对接收方位角和俯仰角的估计。文献[9]针对收发阵列均为电磁矢量阵列的双基地MIMO雷达，基于ESPRIT算法同时估计2维发射角(发射方位角和俯仰角)和2维接收角(接收方位角和俯仰角)。文献[10]提出一种基于多项式求根的DOD-DOA估计算法，其算法性能与MUSIC算法接近，但避免了角度搜索，具有运算量小的优点。

利用目标空域稀疏性，文献[11]将压缩感知理论应用于MIMO雷达DOD-DOA估计，提出一种快速OMP算法实现稀疏恢复，算法基于FFT实现，运算速度快，但在低信噪比下，参数估计性能有限。文献[12]将L型阵列的2维角度估计问题转化为稀疏求解问题，采用L1范数最小化求解，估计方位角和俯仰角，其角度估计精度优于ESPRIT算法。通过对回波信号结构特征分析，多维信号处理模型被用于MIMO雷达参数估计^[13,14]。文献[13]利用双基地MIMO雷达回波信号的3维结构特征，采用交替最小二乘(ALS)算法估计收发阵列流型矩阵，其角度估计精度高于传统基于回波协方差矩阵的估计算法，但ALS算法收敛速度慢，易收敛至局部最优解，需要通过多组初始值寻找最优解，运算量较大。文献[14]建立了均匀分布的单基地矩形阵面MIMO雷达的回波模型，并构造了回波信号的张量表达式，通过ALS算法和高阶奇异值分解实现张量分解，达到估计方位角和俯仰角流型矩阵目的。

众所周知，在收发阵列为均匀线阵时，收发阵列流型矩阵均为范德蒙德矩阵，而现有算法未充分利用该结构特征。本文基于双基地MIMO雷达回波模型，提出一种基于多维范德蒙德结构的双基地MIMO雷达收发角及多普勒参数估计算法。文章首先建立了信号模型，通过分析模型特性构造一个3阶张量，对该张量沿发射维、接收维和脉冲维进行3

维展开，得到3个等效矩阵；然后，利用参数矩阵的多维范德蒙德结构特性，给出收发阵列流型矩阵和多普勒矩阵的解析表达式；最后，通过Root-MUSIC算法估计收发角和多普勒频率。该算法同时利用了回波数据的3维结构特征、流型矩阵的范德蒙德特征、等效矩阵的左奇异矩阵具有Khatri-Rao乘积结构特征，从而有效提高了目标参数估计精度，且在小脉冲数下，其运算量与ESPRIT算法相当。

文中符号定义： $(\cdot)^T$ 和 $(\cdot)^H$ 分别表示矢量/矩阵转置和共轭转置， I_M 表示 $M \times M$ 维单位矩阵， $\text{vec}(\cdot)$ 表示将矩阵按列排成列矢量， $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵Frobenius范数， $\text{diag}(\mathbf{a})$ 表示以矢量 \mathbf{a} 为对角元素的对角矩阵， $(\cdot)^\dagger$ 表示矩阵Moore-Penros(MP)逆， \odot 表示矩阵Hadamard乘积， \otimes 表示Kronecker乘积， \oplus 表示矩阵Khatri-Rao乘积^[15]，且有 $(\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})^\dagger = [(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \odot (\mathbf{B}^H \mathbf{B})]^{-1} (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})^H$ ， \mathbb{C} 表示复数域。

2 信号模型

图1为典型双基地MIMO雷达的收发阵列结构，发射和接收阵列分别为包含 M 和 N 个阵元的等间距均匀线阵， d_t 和 d_r 分别为发射和接收阵元间距， $\mathbf{s}_1 \sim \mathbf{s}_M$ 为 M 个正交的基带窄带发射信号。假设多个点目标位于收发阵列远场，用 θ_k, φ_k 和 f_{dk} 分别表示第 k 个目标的DOD, DOA和多普勒频率。

假设在某一感兴趣的距离单元内有 K 个目标，则接收阵列接收到的第 q 个回波脉冲为

$$\mathbf{X}_q = \mathbf{B} \mathbf{A}_q \mathbf{A}^T \mathbf{S} + \mathbf{N}_q \quad (1)$$

式中， $\mathbf{X}_q \in \mathbb{C}^{N \times L}$ ， L 为单个脉冲的采样点数； $\mathbf{S} = [\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_M]^T \in \mathbb{C}^{M \times L}$ 为发射信号矩阵，满足 $\mathbf{S} \mathbf{S}^H / L = \mathbf{I}_M$ ； $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_K] \in \mathbb{C}^{M \times K}$ 为发射阵列流型矩阵， $\mathbf{B} = [\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \dots, \mathbf{b}_K] \in \mathbb{C}^{N \times K}$ 为接收阵列流型矩阵， $\mathbf{a}_k = [1, e^{-j2\pi d_t \sin(\theta_k)/\lambda}, \dots,$

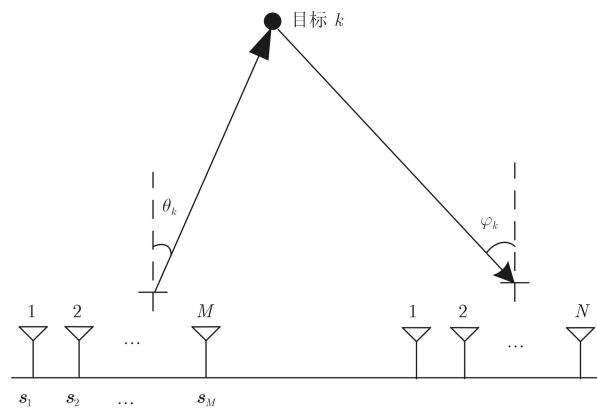


图1 双基地MIMO雷达阵列结构

$e^{-j2\pi(M-1)d_k \sin(\theta_k)/\lambda}]^T$ 和 $\mathbf{b}_k = [1, e^{-j2\pi d_r \sin(\varphi_k)/\lambda}, \dots, e^{-j2\pi d_r(N-1) \sin(\varphi_k)/\lambda}]^T$ 分别为第 k 个目标的发射和接收导向矢量, 其中 λ 为雷达工作波长; $\mathbf{A}_q = \text{diag}(\mathbf{c}_q) \in \mathbb{C}^{K \times K}$, $\mathbf{c}_q = [\beta_{q1} e^{j2\pi f_{d1} q T_r}, \beta_{q2} e^{j2\pi f_{d2} q T_r}, \dots, \beta_{qK} e^{j2\pi f_{dK} q T_r}]$, β_{qk} 为第 k 个目标在第 q 个脉冲的散射系数, f_{dk} 为第 k 个目标的多普勒频率, T_r 为脉冲重复周期; $\mathbf{N}_q \in \mathbb{C}^{N \times L}$ 为回波噪声矩阵。在接收端用 $\{\mathbf{s}_m\}_{m=1}^M$ 对 \mathbf{X}_q 进行匹配滤波可获得 $MN \times 1$ 维矢量^[13]。

$$\mathbf{y}_q = (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}) \mathbf{c}_q^T + \mathbf{n}_q \quad (2)$$

式中, $\mathbf{y}_q = \text{vec}(\mathbf{Y}_q \mathbf{S}^H / L)$, $\mathbf{n}_q = \text{vec}(\mathbf{N}_q \mathbf{S}^H / L)$ 。将 Q 个回波脉冲匹配滤波后得到的矢量排列成 $MN \times Q$ 维矩阵:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_Q] = (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}) \mathbf{C}^T + \mathbf{N} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{C}^T = [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_Q^T]$, $\mathbf{N} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_Q]$ 。

基于多维信号处理模型^[16,17], 可将式(3)看作对图2的3阶张量 $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{M \times N \times Q}$ 沿脉冲方向的切片组成的矩阵。将 \mathbf{y} 沿脉冲方向、发射方向和接收方向的切片各自平铺可组成式(4)所示的3个等效矩阵:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}) \mathbf{C}^T + \mathbf{N}_1 \\ \mathbf{Y}_2 &= (\mathbf{B} \oplus \mathbf{C}) \mathbf{A}^T + \mathbf{N}_2 \\ \mathbf{Y}_3 &= (\mathbf{C} \oplus \mathbf{A}) \mathbf{B}^T + \mathbf{N}_3 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, $\{\mathbf{N}_n\}_{n=1}^3$ 为噪声项。 $\mathbf{Y}_1 \in \mathbb{C}^{MN \times Q}$, $\mathbf{Y}_2 \in \mathbb{C}^{N \times Q \times M}$ 和 $\mathbf{Y}_3 \in \mathbb{C}^{M \times Q \times N}$ 均是回波信号张量的矩阵表示, 但其矩阵排列结构和维数均不同。可以看出, 当收发阵列为均匀线阵时, \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 具有范德蒙德结构。当 Q 个脉冲的目标散射系数相等时(散射系数服从Swerling-I模型^[18]), \mathbf{C} 也具有范德蒙德结构; 当 Q 个脉冲的目标散射系数不相等时(散射系数服从Swerling-II模型^[18]), \mathbf{C} 不具有范德蒙德结构。为方便, 将 \mathbf{A} 称为发射流型矩阵, \mathbf{B} 称为接收流型矩阵, \mathbf{C} 称为多普勒流型矩阵。

3 基于多维范德蒙德结构的参数估计算法

3.1 流型矩阵估计

对式(4)中 \mathbf{Y}_1 进行奇异值得

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^H \quad (5)$$

结合式(4)和式(5), 存在非奇异矩阵 $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ 满足^[15]

$$\mathbf{U} \mathbf{T} = \mathbf{A} \oplus \mathbf{B} \quad (6)$$

分别取 \mathbf{A} 的前 $M-1$ 行和后 $M-1$ 行构成矩阵 $\mathbf{A}_1 = \mathbf{A}(1:M-1, :)$ 和 $\mathbf{A}_2 = \mathbf{A}(2:M, :)$, 则有

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{U}_1 \mathbf{T} &= \mathbf{A}_1 \oplus \mathbf{B} \\ \mathbf{U}_2 \mathbf{T} &= \mathbf{A}_2 \oplus \mathbf{B} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中, $\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}[1:(M-1)N, :] \in \mathbb{C}^{(M-1)N \times K}$, $\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}[N+1:MN, :] \in \mathbb{C}^{(M-1)N \times K}$ 。根据 \mathbf{A} 为范德蒙德矩阵特性可得

$$(\mathbf{A}_1 \oplus \mathbf{B}) \mathbf{D} = \mathbf{A}_2 \oplus \mathbf{B} \quad (8)$$

式中, 对角矩阵 $\mathbf{D} = \text{diag}([a_1, a_2, \dots, a_K]) \in \mathbb{C}^{K \times K}$, 其中 $a_k = e^{-j2\pi d_k \sin(\theta_k)/\lambda}$ 。由式(7)和式(8)可得

$$\mathbf{U}_1 \mathbf{T} \mathbf{D} = \mathbf{U}_2 \mathbf{T} \quad (9)$$

令 $\mathbf{F} = \mathbf{T} \mathbf{D} \mathbf{T}^{-1}$, 则

$$\mathbf{F} = \mathbf{U}_1^\dagger \mathbf{U}_2 \quad (10)$$

对 \mathbf{F} 特征值分解, 其 K 个特征值即为 a_1, a_2, \dots, a_K 的估计值 $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{a}_K$, 特征矩阵即为 \mathbf{T} 。因此发射阵列流型矩阵估计为

$$\hat{\mathbf{A}}_1 = [\hat{\mathbf{a}}_1, \hat{\mathbf{a}}_2, \dots, \hat{\mathbf{a}}_K] \quad (11)$$

式中, $\hat{\mathbf{a}}_k = [1, \hat{a}_k, \dots, \hat{a}_k^{(M-1)}]^T$ 。对 $\hat{\mathbf{a}}_k$ 进行归一化, 使其具有单位范数, 则有 $(\hat{\mathbf{a}}_k \otimes \mathbf{I}_N)(\hat{\mathbf{a}}_k \otimes \hat{\mathbf{b}}_k) = \hat{\mathbf{b}}_k$, 根据式(6)可知 $(\hat{\mathbf{a}}_k \otimes \hat{\mathbf{b}}_k) = \mathbf{U} \mathbf{t}_k$, 其中 \mathbf{t}_k 为 \mathbf{T} 的第 k 列, 因此有

$$\hat{\mathbf{b}}_k = (\hat{\mathbf{a}}_k \otimes \mathbf{I}_N) \mathbf{U} \mathbf{t}_k \quad (12)$$

则接收阵列流型矩阵估计为

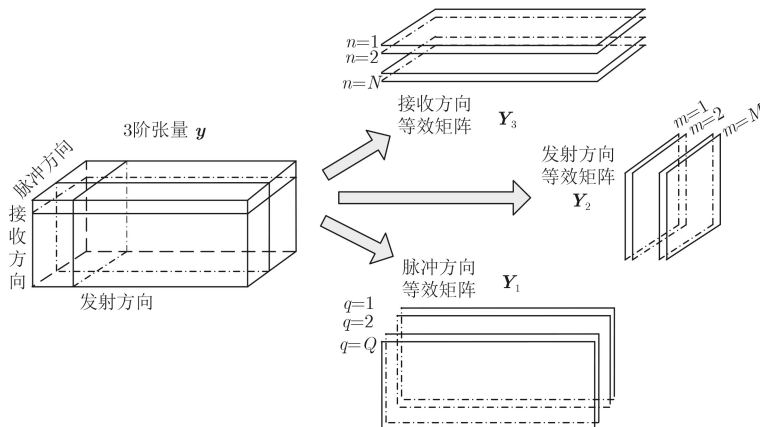


图2 回波信号的3阶张量表示

$$\widehat{\mathbf{B}}_1 = [\widehat{\mathbf{b}}_1, \widehat{\mathbf{b}}_2, \dots, \widehat{\mathbf{b}}_K] \quad (13)$$

得到 $\widehat{\mathbf{A}}_1$ 和 $\widehat{\mathbf{B}}_1$ ，结合式(4)可估计 $\widehat{\mathbf{C}}_1 = [(\widehat{\mathbf{A}}_1 \oplus \widehat{\mathbf{B}}_1)^\dagger \mathbf{Y}_1]^\top$ ，利用Khatri-Rao乘积逆矩阵^[11]的性质可得

$$\widehat{\mathbf{C}}_1 = [(\widehat{\mathbf{A}}_1^H \widehat{\mathbf{A}}_1 \odot \widehat{\mathbf{B}}_1^H \widehat{\mathbf{B}}_1)^{-1} (\widehat{\mathbf{A}}_1 \oplus \widehat{\mathbf{B}}_1) \mathbf{Y}_1]^\top \quad (14)$$

对 \mathbf{Y}_2 做类似处理，可以得到第2组流型矩阵估计 $\widehat{\mathbf{A}}_2, \widehat{\mathbf{B}}_2, \widehat{\mathbf{C}}_2$ ；当目标散射系数服从Swerling-I模型时，多普勒流型矩阵服从范德蒙德特性，对 \mathbf{Y}_3 做类似处理，可以得到第3组流型矩阵估计 $\widehat{\mathbf{A}}_3, \widehat{\mathbf{B}}_3, \widehat{\mathbf{C}}_3$ 。

在无噪声情况下，对 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2$ 和 \mathbf{Y}_3 处理的结果是等效的。但是，在有噪声情况下， $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2$ 和 \mathbf{Y}_3 中信号项和噪声项的排列结构均不同，造成由式(5)的奇异值分解得到的左奇异矩阵 \mathbf{U} 不同，从而对噪声的抑制性能也不同。计算

$$\min_{n=1,2,3} \left\| \mathbf{Y}_1 - (\widehat{\mathbf{A}}_n \oplus \widehat{\mathbf{B}}_n) \widehat{\mathbf{C}}_n^\top \right\|_F \quad (15)$$

取使得式(15)中3个剩余项中最小的估计作为最终的流型矩阵，用 $\widehat{\mathbf{A}}, \widehat{\mathbf{B}}, \widehat{\mathbf{C}}$ 表示。

3.2 收发角度和多普勒频率估计

利用 \mathbf{A}, \mathbf{B} 和 \mathbf{C} (仅Swerling-I模型)具有范德蒙德结构的特性，对其估计矩阵每列分别采用谱估计算法^[19]，如ESPRIT, Root-MUSIC，可得到目标DOD, DOA和多普勒频率估计值。由于Root-MUSIC不需要参数搜索，且估计精度与MUSIC算法一致，因此本文采用Root-MUSIC算法估计收发角和多普勒频率。下面给出基于Root-MUSIC的参数估计算法：取 $\widehat{\mathbf{A}}$ 的第 k 列 $\widehat{\mathbf{a}}_k$ ，计算其协方差矩阵 $\mathbf{R} = \widehat{\mathbf{a}}_k \widehat{\mathbf{a}}_k^H / M$ ，对其进行奇异值分解得到噪声子空间 \mathbf{U}_n ，令 $\mathbf{G} = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$ ，则第 m 个多项式系数等于 \mathbf{G} 的第 $m - M$ 个对角线元素之和， $m = 1, 2, \dots, (2M - 1)$ 。然后对多项式求根，取其最接近单位圆上的根，用 α 表示，则第 k 个目标的发射角估计值 $\widehat{\theta}_k = -\text{asin}(\alpha \lambda / 2\pi d_i) \cdot 180 / \pi$ 。对 $\widehat{\mathbf{A}}$ 和 $\widehat{\mathbf{B}}$ 的每列做

相同处理，就可以得到目标的收发角。当目标散射系数服从Swerling-I模型时，对 $\widehat{\mathbf{C}}$ 的每列做相同处理即可得到多普勒频率估计值 $\widehat{f}_{dk} = \alpha / (2\pi T_r)$ 。

根据式(4)，令 $\mathbf{W} = \mathbf{Y}_1 (\mathbf{C}^\top)^\dagger = (\mathbf{A} \oplus \mathbf{B})$ ，则求解 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 可转化为求解秩1近似问题^[19]：

$$\min_{\mathbf{a}_k, \mathbf{b}_k} \|\mathbf{w}_k - (\mathbf{a}_k \otimes \mathbf{b}_k)\|_F \quad (16)$$

式中， \mathbf{w}_k 为 \mathbf{W} 的第 k 列。式(6)中 \mathbf{Y}_1 的左奇异矩阵 \mathbf{U} 的列与 $\mathbf{A} \oplus \mathbf{B}$ 的列一一对应。由于 $(\widehat{\mathbf{a}}_k \otimes \widehat{\mathbf{b}}_k)$ 为秩1的Kronecker乘积，因此由式(12)得到的 $\widehat{\mathbf{b}}_k$ 与 $\widehat{\mathbf{a}}_k$ 对应着同一个目标。根据 $\widehat{\mathbf{C}} = [(\widehat{\mathbf{A}} \oplus \widehat{\mathbf{B}})^\dagger \mathbf{Y}_1]^\top$ 和式(16)的秩1近似问题解的唯一性^[19]， $\widehat{\mathbf{C}}$ 的第 k 列 $\widehat{\mathbf{c}}_k$ 与 $\widehat{\mathbf{b}}_k$ 和 $\widehat{\mathbf{a}}_k$ 对应着同一个目标。由于 $\widehat{\mathbf{a}}_k, \widehat{\mathbf{b}}_k$ 和 $\widehat{\mathbf{c}}_k$ 分别与第 k 个目标的发射角、接收角和多普勒频率对应，因此3个参数可自动配对。

3.3 算法步骤

根据3.1节和3.2节可知，算法主要包括：(1)构造等效矩阵；(2)估计流型矩阵；(3)估计收发角和多普勒频率。表1给出本文基于多维范德蒙德特征的角度和多普勒联合估计算法的具体步骤。

4 运算量分析

本文运算量分析中矩阵奇异值分解采用运算量较小的正交迭代算法实现^[20]。MUSIC算法的运算量集中在对式(4)中 \mathbf{Y}_1 的奇异值分解和2维角度搜索，运算复杂度为 $O(KMNQ + p[(M^2N + M^2) \cdot (MN - K)])$ ，其中 p 为搜索次数；ESPRIT算法的运算量集中在对 \mathbf{Y}_1 的协方差矩阵计算及其特征值分解，其运算复杂度为 $O(M^2N^2K + M^3N^3)$ ；文献^[13]算法的运算量集中在交替最小二乘(ALS)算法，其单次迭代运算复杂度为 $O(K^3 + KMNQ)$ ；本文算法运算量主要在对3个等效矩阵的奇异值分解，其运算复杂度为 $O(3KMNQ)$ 。

表 1 基于多维范德蒙德结构的参数估计算法步骤

输入：匹配滤波输出的回波信号式(3)。

输出：目标收发角和多普勒频率估计值。

步骤1 根据式(3)的回波模型构造3阶张量，对其做3维展开，得到式(4)的等效矩阵 $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \mathbf{Y}_3$ ；

步骤2 对 \mathbf{Y}_1 做奇异值分解，根据式(10)计算矩阵 \mathbf{F} ；对 \mathbf{F} 特征值分解，利用其特征值和式(11)估计发射流型矩阵 $\widehat{\mathbf{A}}_1$ ；

步骤3 据式(12)和式(13)计算接收流型矩阵 $\widehat{\mathbf{B}}_1$ ，根据式(14)计算多普勒流型矩阵 $\widehat{\mathbf{C}}_1$ ；

步骤4 用 \mathbf{Y}_2 代替 \mathbf{Y}_1 ，重复步骤2和步骤3，得到 $\widehat{\mathbf{A}}_2, \widehat{\mathbf{B}}_2, \widehat{\mathbf{C}}_2$ ；当目标散射特性服从Swerling-I模型时，用 \mathbf{Y}_3 代替 \mathbf{Y}_1 ，重复步骤2和步骤3，得到 $\widehat{\mathbf{A}}_3, \widehat{\mathbf{B}}_3, \widehat{\mathbf{C}}_3$ ；

步骤5 求解式(15)，将误差剩余最小的一组作为最终流型矩阵的估计 $\widehat{\mathbf{A}}, \widehat{\mathbf{B}}, \widehat{\mathbf{C}}$ ；

步骤6 采用Root-MUSIC算法处理步骤5得到的 $\widehat{\mathbf{A}}, \widehat{\mathbf{B}}, \widehat{\mathbf{C}}$ 的每一列，估计收发角和多普勒频率。

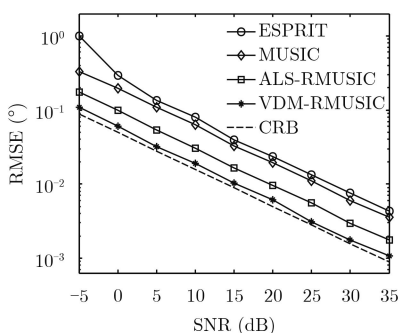
5 仿真结果与性能分析

假设发射信号为正交的窄带Hadamard编码信号, 单脉冲内编码数 $L = 256$, 脉冲重复周期 $T_r = 50 \mu\text{s}$, 回波噪声为零均值的高斯白噪声。下面分别从目标参数估计均方根误差和运算量两个方面比较经典的MUSIC算法^[5]、ESPRIT算法^[7]、交替最小二乘(ALS-RMUSIC)算法^[13]和本文基于多维范德蒙德特征(VDM-RMUSIC)算法, 验证本文算法的有效性和优越性。需要指出的是, 文献^[13]算法利用了回波信号的3维结构特征, 从发射维、接收维和脉冲维3个维度抑制噪声, 其角度估计精度优于传统的基于协方差矩阵的子空间算法。RMUSIC表示采用3.2节中Root-MUSIC算法处理流型矩阵估计参数。角度均方根误差和多普勒频率均方根误差分别定义为

$$\left. \begin{aligned} \text{RMSE}_{\theta} &= \left\{ \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \left[(\hat{\theta}_k - \theta_k)^2 + (\hat{\varphi}_k - \varphi_k)^2 \right] \right\}^{1/2} \\ \text{RMSE}_{f_d} &= \left\{ \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\hat{f}_{dk} - f_{dk})^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中, θ_k, φ_k 和 f_{dk} 分别表示第 k 个目标DOD, DOA和多普勒频率真实值, $\hat{\theta}_k, \hat{\varphi}_k$ 和 \hat{f}_{dk} 表示对应的估计值。

下面通过3个仿真实验及实验结果分析来比较算法性能和运算量, 每个实验均进行了1000次蒙特卡洛仿真。MUSIC算法中, 首先以 1° 的步长搜索, 获取最高的 K 个峰值, 然后分别在每个峰值的附近以较小的步长搜索, 直到步长达到 0.001° 。文献^[13]中ALS算法迭代终止条件为相邻两次迭代误差不超过 10^{-6} 或迭代次数超过500次, 为了获得较好的估计精度, 对ALS算法进行5次初始化, 取其中误差剩余最小的估计作为的输出。



(a) 角度均方根误差

实验1 Swerling-I模型下, 收发角和多普勒频率均方根误差比较

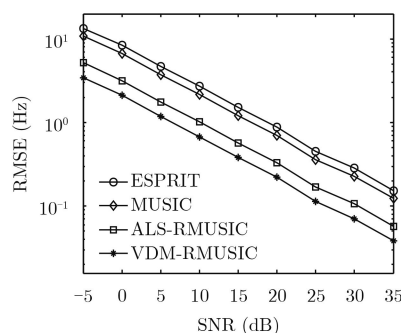
双基地MIMO雷达的发射阵元数 $M = 6$ 和接收阵元数 $N = 8$, 收发阵元间距均为半波长。假设存在3个目标, 其发射角和接收角分别为 $\{\theta_k\}_{k=1}^3 = \{20^\circ, 45^\circ, -20^\circ\}$, $\{\varphi_k\}_{k=1}^3 = \{-10^\circ, 20^\circ, 35^\circ\}$, 多普勒频率为 $\{f_{dk}\}_{k=1}^3 = \{-435, 530, 630\}$ Hz, 散射系数服从Swerling-I模型^[18], 脉冲数 $Q = 16$ 。图3给出了MUSIC算法、ESPRIT算法、ALS-RMUSIC算法和本文VDM-RMUSIC算法的角度均方根误差和多普勒频率均方根误差与信噪比的关系, 同时给出了角度克拉美-罗界^[5](CRB)作为比较。对于MUSIC算法和ESPRIT算法, 在得到DOD和DOA后, 可构造发射和接收流型矩阵 $\hat{\mathbf{A}}$ 和 $\hat{\mathbf{B}}$, 然后根据式(14)计算 $\hat{\mathbf{C}}$, 再利用3.2节算法估计多普勒频率。从图3可以看出, VDM-RMUSIC算法较传统MUSIC算法和ESPRIT算法性能有较大改善, 且优于ALS-RMUSIC算法, 其角度估计精度接近CRB。本文VDM-RMUSIC算法性能提升得益于同时利用了回波信号的3维结构特征和流型矩阵的多维范德蒙德特征。

实验2 Swerling-II模型下, 收发角均方根误差比较

假设存在3个目标, 其散射系数服从Swerling-II模型^[18], 即 Q 个脉冲的目标散射系数不相等, 其他参数与实验1相同。通常, Swerling-II模型下, 认为目标散射系数服从某一种随机分布, 因此多普勒流型矩阵的每一列均为随机信号, 此时无法估计多普勒频率。图4给出了4种算法的角度均方根误差与信噪比的关系。可以看出, VDM-RMUSIC算法的角度估计精度优于其他3种算法。

实验3 运算时间比较

假设存在3个目标, 其参数与实验2相同。为方便比较, 以ESPRIT算法运算量为基准, 图5给出了其他3种算法的运算时间与ESPRIT算法运算时



(b) 多普勒频率均方根误差

图3 Swerling-I模型下均方根误差与信噪比的关系

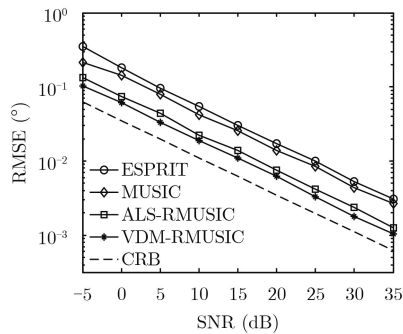


图4 Swerling-II模型下均方根误差与信噪比的关系

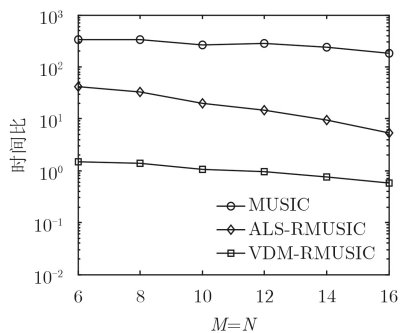


图5 运算时间比值与阵元数的关系

间比值随阵元数的变化关系。可以看出，本文算法的运算量与ESPRIT算法相当，低于ALS-RMUSIC算法1个数量级。MUSIC算法由于需要角度搜索，运算量巨大。

以上实验充分说明本文算法能有效估计目标收发角和多普勒频率，且三者自动配对。与现有算法相比，本文算法：(1)充分利用了回波数据的3维特征，因此具有更佳的参数估计性能；(2)基于流型矩阵的多维范德蒙德特征和等效矩阵的左奇异矩阵具有Khatri-Rao乘积结构特征，给出了流型矩阵的解析表达式，不需要任何搜索和迭代，运算量小。需要指出的是，ALS-RMUSIC算法同样利用了回波数据的3维结构特征，但由于其采用随机初始化，算法收敛速度慢，且仅能获得局部最优解。

6 结束语

本文针对双基地MIMO雷达的多维参数联合估计问题，提出一种低复杂度的收发角和多普勒频率估计算法。算法利用回波张量的等效矩阵的左奇异矩阵具有Khatri-Rao乘积结构特征，推导了收发流型矩阵和多普勒流型矩阵的解析表达式。理论分析和仿真实验表明，与现有方法相比，本文算法充分利用了回波数据的3维结构特征和参数流型矩阵的范德蒙德结构特征，有效提高了收发角和多普勒频率估计精度，且3个参数自动配对；在小脉冲数下，其运算量与ESPRIT算法相当。另外，本文算法可

直接应用于单基地均匀矩形阵、L型阵、十字型阵MIMO雷达的角度估计。

参考文献

- [1] TANG Bo and TANG Jun. Joint design of transmit waveforms and receive filters for MIMO radar space-time adaptive processing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18): 4707–4722. doi: [10.1109/TSP.2016.2569431](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2569431).
- [2] ZHANG Weitao, LOU Shunyan, LI Xiaojun, et al. Tracking multiple targets in MIMO radar via adaptive asymmetric joint diagonalization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(11): 2880–2893. doi: [10.1109/TSP.2016.2535249](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2535249).
- [3] AITTO MAKI T and KOIVUNEN V. Mismatched filter design and interference mitigation for MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(2): 454–466. doi: [10.1109/TSP.2016.2620960](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2620960).
- [4] GUI Guolong, YU Xiangxiang, CAROTENUTO V, et al. Space-time transmit code and receive filter design for colocated MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(5): 1116–1129. doi: [10.1109/TSP.2016.2633242](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2633242).
- [5] LI Lin, CHENG Fangfang, and DAI Jisheng. Separate DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar[J]. *International Journal of Antennas & Propagation*, 2016, 25(8): 1–11. doi: [10.1155/2016/9170403](https://doi.org/10.1155/2016/9170403).
- [6] ZHANG Yu, ZHANG Gong, and WANG Xinhai. Computationally efficient DOA estimation for monostatic MIMO radar based on covariance matrix reconstruction[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(2): 111–113. doi: [10.1049/el.2016.3818](https://doi.org/10.1049/el.2016.3818).
- [7] CHEN Jinli, GU Hong, and SU Weimin. A new method for joint DOD and DOA estimation in bistatic MIMO radar[J]. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, 2010, 90(2): 714–718. doi: [10.1016/sigpro.2009.08.003](https://doi.org/10.1016/sigpro.2009.08.003).
- [8] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于ESPRIT算法的十字型阵列MIMO雷达降维DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 80–89. doi: [10.11999/JEIT150402](https://doi.org/10.11999/JEIT150402).
- [9] LIANG Hao, CUI Chen, and YU Jian. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in monostatic MIMO radar with cross array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(1): 80–89. doi: [10.11999/JEIT150402](https://doi.org/10.11999/JEIT150402).
- [10] SRINIVASARAO C and PALANISAMY P. 2D-DOD and 2D-DOA estimation using the electromagnetic vector sensors[J]. *Signal Processing*, 2018, 147(6): 163–172. doi: [10.1016/j.sigpro.2018.01.025](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2018.01.025).

- Target direction estimation by MIMO radar using root-MUSIC with minimum redundancy array[C]. IEEE International Symposium on Antennas & Propagation Conference, Okinawa, 2016: 1036–1037.
- [11] ZHANG Dong, ZHANG Yongshun, HU Xiaowei, *et al.* Fast OMP algorithm for 3D parameters super-resolution estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Electronics Letters*, 2016, 52(13): 1164–1166. doi: [10.1049/el.2016.0976](https://doi.org/10.1049/el.2016.0976).
- [12] TIAN Ye, LIAN Qiusheng, and XU He. Sparse-reconstruction-based 2-D angle of arrival estimation with L-shaped array[J]. *International Journal of Electronics and Communications*, 2017, 72(2): 162–165. doi: [10.1016/j.aecue.2016.12.011](https://doi.org/10.1016/j.aecue.2016.12.011).
- [13] CHENG Yuanbing, GU Hong, and SU Weimin. Joint 4-D angle and Doppler shift estimation via tensor decomposition for MIMO array[J]. *IEEE Communications Letters*, 2012, 16(6): 917–920. doi: [10.1109/LCOMM.2012.040912.120298](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2012.040912.120298).
- [14] CAO Mingyang, SERGIY A V, and ABOULNASR H. Transmit array interpolation for DOA estimation via tensor decomposition in 2-D MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(19): 5225–5239. doi: [10.1109/TSP.2017.2721904](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2721904).
- [15] LIU Shuangzhe and TRENKLER G. Hadamard, Khatri-Rao, Kronecker and other matrix products[J]. *International Journal of Information and Systems Sciences*, 2008, 4(1): 160–177.
- [16] SIDIROPOULOS N, LATHAUWER L D, FU Xiao, *et al.* Tensor decomposition for signal processing and machine learning[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(13): 3551–3582. doi: [10.1109/TSP.2017.2690524](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2690524).
- [17] KOLDA T G and BADER B W. Tensor decomposition and application[J]. *SIAM Review*, 2009, 51(3): 455–500. doi: [10.1137/07070111X](https://doi.org/10.1137/07070111X).
- [18] RICHARDS M A, SCHEER J A, and HOLM W A. Principles of Modern Radar: Basic Principles[M]. Raleigh, NC: SciTech Publishing, 2010: 263–266.
- [19] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 82–138.
WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, *et al.* Theory and Algorithm for Spatial Spectrum Estimation[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 82–138.
- [20] GENE H G and CHARLES F V L. Matrix Computations[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996: 69–72.
- 程院兵: 男, 1984 年生, 高级工程师, 研究方向为机载雷达信号处理、MIMO雷达信号处理等。
- 吴临江: 男, 1979 年生, 高级工程师, 研究方向为机载雷达系统设计。
- 郑 昱: 男, 1979 年生, 研究员, 研究方向为机载雷达信号处理。
- 顾 红: 男, 1967 年生, 教授, 研究方向为阵列信号处理、目标检测、MIMO雷达信号处理。