

干涉仪相位差测量标量积累与矢量积累的特性分析与对比

石 荣*

(电子信息控制重点实验室 成都 610036)

摘 要: 通过对干涉仪通道间信号相位差的多次测量求平均来减小测量误差是工程上提高干涉仪测向精度的重要途径之一,在这一过程中有标量积累与矢量积累两种方式。为了分析这两种积累方式的特性,该文在对干涉仪测向模型与相位差形成过程简要介绍之后,基于信号矢量方法获得了相位差的统计特性,并利用推导得到的概率密度分布结果对相位差标量积累与矢量积累进行了详尽对比,不仅揭示了标量积累过程中的门限效应,而且从理论上证明了矢量积累对真实值的无限逼近过程。最后通过仿真验证了理论分析的有效性与正确性。从而为干涉仪工程应用中相位差测量数据的有效处理提供了重要的理论指导。

关键词: 干涉仪测向; 相位差测量; 标量积累; 矢量积累; 相位差的分布特性

中图分类号: TN971

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)07-2000-07

DOI: 10.11999/JEIT200442

Characteristics Analysis and Contrast between Scalar Accumulation and Vector Accumulation in Interferometer Phase Difference Measurement

SHI Rong

(Science and Technology on Electronic Information Control Laboratory, Chengdu 610036, China)

Abstract: It is one of the important approaches to improve the direction finding accuracy of interferometer to reduce the measurement error by averaging the signal phase difference between the channels in the interferometer. In this process, there are two methods: scalar accumulation and vector accumulation. In order to analyze on these two methods, after a brief introduction to the direction finding model of interferometer and the formation process of phase difference, the statistical characteristics of phase difference are deduced by using the signal vector method. Then a detailed contrast between scalar accumulation and vector accumulation of phase difference is made by using the probability distribution results derived. This not only reveals the threshold effect in scalar accumulation, but also the infinite approximation process of vector accumulation to the real value is theoretically proved. Finally, the validity and correctness of the theoretical analysis are verified by simulations. It provides an important theoretical guidance on the data processing of interferometer phase difference measurement for engineering application.

Key words: Direction finding by interferometer; Phase difference measurement; Scalar accumulation; Vector accumulation; Distribution characteristic of phase difference

1 引言

比幅测向与干涉仪测向是最常用的两种测向手段^[1,2],虽然比幅测向设备简单,但在测向精度上远不及干涉仪测向^[3,4],所以干涉仪测向成为电磁波来波方向精确测量中的主流技术^[5,6],并在雷达、通信、电子战等工程项目中得到了广泛应用^[7-10]。

干涉仪测向中的关键步骤之一就是干涉仪通道间信号的相位差测量,因为相位差的测量精度直接决定了干涉仪的测向精度,所以长期以来对如何提升干涉仪通道间信号的相位差测量精度的研究工作就一直没有间断过,很多方法被提出并得到应用^[11,12]。在这些众多方法之中,通过多次测量求平均来减小测量误差是最常用的工程处理方法,又被称为相位差的积累。特别是在低信噪比条件下的相位差测量,只有通过大量的积累才能达到更高的测量精度^[13,14],这也成为工程技术人员关注的一个重要手段。

按照相位差积累的不同方式,可分为标量积累

收稿日期: 2020-06-03; 改回日期: 2020-10-04; 网络出版: 2020-10-13

*通信作者: 石荣 wyx1719@sina.com

基金项目: 国家部委基金

Foundation Item: The Fund of National Ministries and Commissions

与矢量积累两种。尽管这两种积累方法都在工程上应用^[15,16]，但是针对二者之间的差异对比与特性分析的理论研究缺失，造成对实践应用的指导不明确，工程经验并没有得到有效的总结。鉴于上述情况，本文在干涉仪测向应用与相位差测量模型简要回顾之后，对干涉仪测向过程中各个通道间所接收信号的相位差的形成过程及其统计特性进行了分析，阐述了相位矢量的模值在莱斯分布形成过程中，其相位分布产生的过程及其统计特性。并利用推导得到的概率密度分布结果对相位差标量积累与矢量积累进行了对比分析，对这两种方式的特性进行了详尽研究。不仅揭示了标量积累过程中面临的门限效应，而且从理论上证明了矢量积累对真实值的无限逼近过程，展现了矢量积累相对于标量积累在低信噪比条件下的优越性。从而为干涉仪相位差测量过程中的数据有效处理提供了重要的理论指导。

2 干涉仪测向与相位差测量

以单基线干涉仪为例，干涉仪测向模型如图1所示，图1中干涉仪的两个单元天线 V_1 与 V_2 之间的直线距离为 d ，信号来波方向与干涉仪基线法向之间的夹角为 θ 。

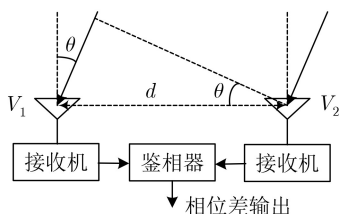


图1 单基线干涉仪测向模型

干涉仪单元天线 V_1 与 V_2 输出的信号在经过接收机放大变频之后输入鉴相器，测量得到同一个信号在两个通道之间的相位差为 $\Delta\varphi$ 。由图1所示的几何关系可得信号的来波方向角 θ 与相位差测量值 $\Delta\varphi$ 之间存在关系式为

$$\Delta\varphi = 2\pi d \sin \theta / \lambda \quad (1)$$

式(1)中， λ 表示电磁信号的波长，在 $d \leq \lambda/2$ 的条件下，通过相位差测量值 $\Delta\varphi$ 能够唯一求解出来波方向角 θ 。由式(1)可知： d 越大测向精度越高。当 $d > \lambda/2$ 时，单基线干涉仪会产生相位模糊，所以在实际测向工程应用中通常采用多基线干涉仪，由短基线测量的相位差来逐级解长基线相位差测量过程中的相位模糊，从而达到高精度测向的目的。

从上述干涉仪测向过程可知：干涉仪通道之间信号的相位差测量的精度将直接决定干涉仪测向所

能达到的精度，所以在干涉仪测向应用中，高精度的相位差测量一直是工程应用关注的重点。干涉仪相位差测量有两类方法：一类是时域鉴相；另一类是频域鉴相。这两种鉴相方法在高信噪比条件下性能几乎一样，在低信噪比条件下频域鉴相的精度优于时域鉴相的精度。鉴于上述情况，在本文后续讨论中均采用频域鉴相方法来获得干涉仪通道间信号的相位差测量值。

3 相位差的形成及其统计特性分析

在多基线干涉仪测向应用中每一条独立基线都可以用单基线模型表示，所以以图1所示的模型为基础分析干涉仪相位差测量问题具有普适性。按照频域鉴相法，对单元天线 V_1 与 V_2 后端接收机输出的信号在频域进行测量可分别得到对应的综合矢量 Z_1 和 Z_2 如式(2)所表达

$$Z_1 = S \cdot \exp(j\Delta\varphi) + N_1 \quad (2)$$

$$Z_2 = S + N_2 \quad (3)$$

式(2)和式(3)中， S 表示信号矢量， N_1 和 N_2 分别表示两个接收通道中的噪声矢量，满足均值为0，方差为 σ_N^2 的复高斯分布。上述矢量在复平面中的相互关系如图2所示。

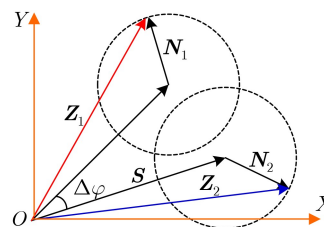


图2 各矢量在复平面中的相互关系

由图2可见，将综合矢量 Z_1 和 Z_2 看成是2维随机变量，它们的分布特性相同。记信号矢量 S 的模值和相位分别为 A 和 α ，则 Z_2 的模值 z 和相位 β 满足如式(4)的联合概率密度分布函数

$$f(z, \beta) = \frac{z}{2\pi\sigma_N^2} \exp \left[-\frac{z^2 + A^2 - 2zA \cos(\alpha - \beta)}{2\sigma_N^2} \right] \quad (4)$$

式(4)中， z 的取值范围为 $[0, +\infty)$ ， β 的取值范围为 $[0, 2\pi)$ 。于是根据式(4)可得模值 z 满足的概率密度分布函数 $f_z(z)$ 如式(5)所表达

$$\begin{aligned} f_z(z) &= \int_0^{2\pi} f(z, \beta) d\beta \\ &= \frac{z}{\sigma_N^2} \exp \left[-\frac{z^2 + A^2}{2\sigma_N^2} \right] \cdot I_0 \left(\frac{zA}{\sigma_N^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

式(5)中 $I_0(\cdot)$ 表示0阶修正贝塞尔函数，所以 $f_z(z)$ 又

称为莱斯分布或广义瑞利分布^[17]。根据式(4)可得相位 β 满足的概率密度分布函数 $f_\beta(\beta)$ 如式(6)所表达, 由于 $f_\beta(\beta)$ 是通过联合概率密度分布函数 $f(z, \beta)$ 对幅度变量积分而得到, 所以本文称之为莱斯分布形成过程中的相位分布

$$f_\beta(\beta) = \int_0^\infty f(z, \beta) dz = \frac{1}{2\pi} \exp\left(-\frac{A^2}{2\sigma_N^2}\right) + \frac{A \cos(\beta - \alpha)}{2\sqrt{2\pi}\sigma_N} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2(\beta - \alpha)}{2\sigma_N^2}\right) \cdot \left\{1 + \operatorname{erf}\left[\frac{A \cos(\beta - \alpha)}{\sqrt{2}\sigma_N}\right]\right\} \quad (6)$$

式(6)中 $\operatorname{erf}(\cdot)$ 表示误差函数, 如式(7)

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-\gamma^2) d\gamma \quad (7)$$

显然, $\operatorname{erf}(\infty) = 1$ 成立。如果纯粹从式(6)来讲, 函数 $f_\beta(\beta)$ 具有周期性, 而且具有关于 α 的对称性, 即有如式(8)、式(9)两式成立, 其中 k 属于任意整数

$$f_\beta(\beta) = f_\beta(\beta + 2\pi \cdot k) \quad (8)$$

$$f_\beta(\alpha - \varepsilon) = f_\beta(\alpha + \varepsilon) \quad (9)$$

式(9)中, ε 为任意实数。由此可见, 可以将任意连续的长度为 2π 的区间作为自变量 β 的定义域, 即 β 的定义域既可以定义在 $[0, 2\pi)$ 范围, 也可以定义在 $[\alpha - \pi, \alpha + \pi)$ 范围, 这对于干涉仪相位差测量误差问题的研究并无本质影响。

另一方面, 由式(6)可知, 当 $A = 0$ 时, $f_\beta(\beta) = 1/(2\pi)$, 这意味着相位满足在定义域范围内的均匀分布, 实际上此时莱斯分布已经退化为瑞利分布, 而瑞利分布形成过程中的相位的确是满足均匀分布的。当 $A \rightarrow \infty$ 时, $f_\beta(\beta) \approx \delta(\beta - \alpha)$, 其中 $\delta(\cdot)$ 表示冲激函数, 这意味着信噪比无穷大时, 在干涉仪相位差测量过程中没有任何误差。于是在不同信噪比 A/σ_N 条件下, $f_\beta(\beta)$ 的概率密度分布曲线如图3所示。需要说明的是: 图3中的横坐标虽然标注的是 $[\alpha - \pi, \alpha + \pi)$ 范围, 如前所述, 由于 $f_\beta(\beta)$ 具有以 2π 的周期性, 所以在长度为 2π 的任意区间 $[\alpha - \pi + \varepsilon, \alpha + \pi + \varepsilon)$ 内来表示均是可行的。

如果在一次测量中将 \mathbf{S} 看成固定的矢量, 显然综合矢量 \mathbf{Z}_1 和 \mathbf{Z}_2 的模值都满足相同的莱斯分布, 它们的相位值 β_A 和 β_B 都满足莱斯分布形成过程中对应的相位分布。于是按照干涉仪的频域鉴相法, 相位差测量值 $\Delta\hat{\varphi}$ 为

$$\Delta\hat{\varphi} = \beta_A - \beta_B \quad (10)$$

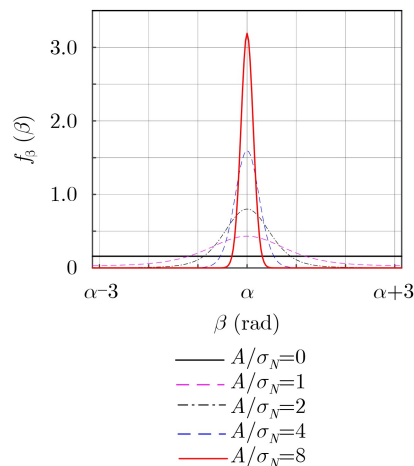


图3 在不同信噪比条件下的概率密度分布曲线

由式(2)和式(3)可知: 在相位差形成过程中, 消除了信号矢量 \mathbf{S} 自身相位的影响, 所以相位差测量值 $\Delta\hat{\varphi}$ 仍然满足莱斯分布形成过程中对应的相位分布, 由式(10)可知此时的噪声方差会增大为 $2\sigma_N^2$ 。

4 相位差的标量积累及特性分析

如果干涉仪对同一个辐射源的来波信号进行了 N 次测量, 那么可以得到 N 个相位差测量值, 记为 $\beta_n, n = 1, 2, \dots, N$ 。为了提高测量精度, 在工程上通常对上述 N 个相位差测量值进行平均处理, 以此来减小噪声对测量误差的影响, 显然这就是一个积累过程, 将 β_n 作为一个 $[0, 2\pi)$ 范围内的实数, 则上述 N 个测量样本的均值 $\bar{\beta}$ 就是相位差标量积累的结果, 如式(11)所表达

$$\bar{\beta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \beta_n \quad (11)$$

如前所述, β_n 服从莱斯分布形成过程中对应的相位分布密度函数, 如式(6)所示, 当测量次数趋近于 ∞ 时, 均值 $\bar{\beta}$ 将趋近于其数学期望 $E(\beta)$, 如式(12)所表达

$$\bar{\beta} \rightarrow E(\beta) = \int_0^{2\pi} \beta \cdot f_\beta(\beta) d\beta \quad (12)$$

当 $\alpha = \pi$ 时, 由图3可见概率密度函数 $f_\beta(\beta)$ 关于 π 点对称, 于是由式(6)可知 $E(\beta) = \pi = \alpha$; 但是当 $\alpha \neq \pi$ 时, 由图3可见概率密度函数 $f_\beta(\beta)$ 不能关于 π 这一点对称, 下面分两种情况进行讨论。

(1)情况1: 当 $\alpha < \pi$ 时, 在扩展定义域的条件下, 并利用式(8)的特性, 可将数学期望式(12)按照式(13)分解为几部分

$$\begin{aligned}
E(\beta) &= \int_{\alpha-\pi}^{\alpha+\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta + \int_{\alpha+\pi}^{2\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta - \int_{\alpha-\pi}^0 \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&= \alpha + \int_{\alpha-\pi}^0 (\beta+2\pi) \cdot f_{\beta}(\beta+2\pi) d\beta - \int_{\alpha-\pi}^0 \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&= \alpha + \int_{\alpha-\pi}^0 (2\pi) \cdot f_{\beta}(2\pi) d\beta \quad (13)
\end{aligned}$$

由于式(13)结果中第2部分 $\int_{\alpha-\pi}^0 (2\pi) \cdot f_{\beta}(2\pi) d\beta > 0$, 所以有 $E(\beta) > \alpha$ 成立。

(2)情况2: 当 $\alpha > \pi$ 时, 同理可将数学期望式(12)按照式(14)分解为几部分

$$\begin{aligned}
E(\beta) &= \int_{\alpha-\pi}^{\alpha+\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta - \int_{2\pi}^{\alpha+\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&\quad + \int_0^{\alpha-\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&= \alpha - \left[\int_0^{\alpha-\pi} (\beta+2\pi) \cdot f_{\beta}(\beta+2\pi) d\beta - \int_0^{\alpha-\pi} \beta \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \right] \\
&= \alpha - \int_0^{\alpha-\pi} (2\pi) \cdot f_{\beta}(2\pi) d\beta \quad (14)
\end{aligned}$$

由于式(14)中第2部分 $\int_0^{\alpha-\pi} (2\pi) \cdot f_{\beta}(2\pi) d\beta > 0$, 所以 $E(\beta) < \alpha$ 成立。

综合上述两方面的情况, 在 $\alpha \neq \pi$ 时始终有式(15)成立

$$E(\beta) \neq \alpha \quad (15)$$

于是这就从理论上证明了: 通过相位差测量值的标量积累方式在绝大部分情况下, 即使积累次数趋近于 ∞ , 也不能确保样本均值 $\bar{\beta}$ 收敛于真实值 α 。

大家可能对上述理论推导结果有些疑惑, 似乎打破了常规的工程惯性思维结果, 与工程应用中多次测量取平均值来提高相位差测量精度的通常做法好像有些矛盾。实际上相位差标量积累与信噪比 A/σ_N 紧密相关, 从图3的概率密度分布曲线可以看出: 当 A/σ_N 比较大时, $E(\beta)$ 趋近于 α ; 但是当 A/σ_N 比较小时, 又由于 β_n 作为一个 $[0, 2\pi)$ 范围内的实数, 所以 $E(\beta)$ 趋近于 π , 几乎与 α 无关。这一现象与工程上大家遇到的相位差测量的门限效应是相对应的, 即当信噪比降低到一定数值之下时, 相

位差测量误差非常大, 在此情况下即使通过多次测量取平均值也难以达到应有的精度, 这一理论分析结果与工程实践结果是相吻合的, 因为工程应用中在标量积累时都是限定在信噪比门限以上时的实施结果, 所以此处的理论分析结果与工程实践之间并没有产生矛盾。

5 相位差的矢量积累及特性分析

相位差的矢量积累与前一小节所述的标量积累的差异在于: 将 N 个相位差测量值 β_n 表示成矢量形式 $\exp(j \cdot \beta_n)$, 然后在此基础上对这 N 个矢量进行平均处理, 于是矢量积累结果 $\bar{\beta}$ 如式(16)所表达

$$\bar{\beta} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp(j \cdot \beta_n) \quad (16)$$

同样, 当测量次数趋近于 ∞ 时, $\bar{\beta}$ 将趋近于其数学期望 $E(\exp(j \cdot \beta))$, 如式(17)所示

$$\bar{\beta} \rightarrow E(\exp(j \cdot \beta)) = \int_0^{2m\pi} \exp(j \cdot \beta) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \quad (17)$$

因为在矢量条件下有式(18)成立

$$\exp(j \cdot \beta) = \exp(j \cdot (\beta+2\pi)) \quad (18)$$

即矢量的相位具有以 2π 为周期的循环特性, 于是在式(17)的求解过程中, 可以将积分区间从 $[0, 2\pi)$ 周期性变化为 $[\alpha-\pi, \alpha+\pi)$, 根据式(8)的特性可知, 这样并不改变数学期望 $E(\exp(j \cdot \beta))$ 的数值, 即有式(19)成立

$$E(\exp(j \cdot \beta)) = \int_{\alpha-\pi}^{\alpha+\pi} \exp(j \cdot \beta) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \quad (19)$$

将式(19)右边的积分分解为2个不同区域的积分, 并利用式(9)所示的函数 $f_{\beta}(\beta)$ 关于 α 点的对称性, 可推导出如式(20)的结果

$$\begin{aligned}
E(\exp(j \cdot \beta)) &= \int_{\alpha-\pi}^{\alpha} \exp(j \cdot \beta) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&\quad + \int_{\alpha-\pi}^{\alpha} \exp(j \cdot (2\alpha-\beta)) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&= \exp(j \cdot \alpha) \cdot \int_{\alpha-\pi}^{\alpha} 2\cos(\beta - \alpha) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta \\
&= \exp(j \cdot \alpha) \cdot \xi \quad (20)
\end{aligned}$$

式(20)中记积分项 $\int_{\alpha-\pi}^{\alpha} 2\cos(\beta - \alpha) \cdot f_{\beta}(\beta) d\beta = \xi$, 由式(6)与图3可知: 函数 $f_{\beta}(\beta)$ 以 α 点为最大值点, 且在 $[\alpha-\pi, \alpha]$ 范围单调递增, 所以积分项 $\xi > 0$ 。这

就意味着数学期望 $E(\exp(j \cdot \beta))$ 与复矢量 $\exp(j \cdot \alpha)$ 指向同一个方向,二者的幅角完全相同。于是对于干涉仪相位差测量值的矢量积累结果取复角运算即可得到干涉仪通道间相位差的测量值 β_A 如式(21)所表达

$$\beta_A = \text{angle}(\bar{\beta}) \rightarrow \text{angle}(E(\exp(j \cdot \beta))) = \alpha \quad (21)$$

式(21)中 $\text{angle}(\cdot)$ 表示求复数的复角运算,由此可见:通过矢量积累可获得干涉仪相位差测量的真实值。

到此为止,上述过程从理论上证明了干涉仪相位差测量应用中,通过干涉仪相位差测量值的矢量积累,只要信噪比 $A/\sigma_N > 0$,无论其多么小,都可以通过一定次数的积累,使得积累后矢量的幅角无限逼近于相位差的真实值。

上述干涉仪相位差测量中的矢量积累特性与标量积累特性形成了鲜明的对比:标量积累中存在信噪比的门限效应,只要信噪比低于一定门限之后,无论积累多少次,都无法逼近相位差的真实值;而矢量积累中没有门限效应,无论信噪比多么低,只要积累次数足够多,总能够逼近相位差的真实值。所以干涉仪相位差测量应用中矢量积累比标量积累具有更优越的低信噪比适应效应,这一结论为干涉仪相位差测量过程中的积累操作提供了重要的理论指导。

6 仿真验证

(1) 相位差的统计特性仿真验证。设单基线干涉仪的基线长度为0.3 m,入射电磁波的频率为500 MHz,来波方向 $\theta = \pi/6$,由此可得干涉仪通道间信号相位差的真实值 $\Delta\varphi = \pi/2$ 。按照频域鉴相方法,在几种典型信噪比条件下对于干涉仪相位差测量值进行 10^5 次蒙特卡洛仿真后,统计出测量值的概率分布密度分别如图4—图6所示。

如前所述,由于相位测量具有周期特性,所以在图4—图6中将相位差测量值的分布范围都限定在 $[0, 2\pi)$ 之内,为了便于对比,对应的理论分布曲线的定义域也限定在同一范围。其中红色曲线代表式(6)所示的理论概率分布曲线,蓝色的柱状竖线代表 10^5 次蒙特卡洛仿真中频次统计后换算的概率分布密度。在信噪比等于0时,基本上接近均匀分布;在信噪比大于0时,在相位差真实值 $\Delta\varphi = \pi/2$ 处有突出的峰值,仿真结果与理论值相当吻合,说明了前述理论推导的正确性。

(2) 相位差标量积累特性的仿真验证。干涉仪测量的仿真条件同前,在对于干涉仪两个通道间的相位差进行测量值之后,对测量值按照前述的式(11)

进行标量积累,积累次数分别取10次、100次和1000次,在不同的信噪比条件下进行仿真,仿真结果如图7所示,图7中num代表积累次数。

图7中的3条曲线的总体趋势相近,但随着积累

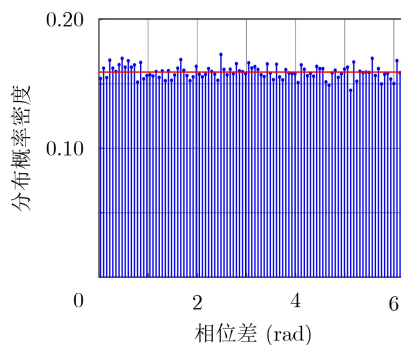


图4 $A/\sigma_N = 0$ 时测量值概率分布密度

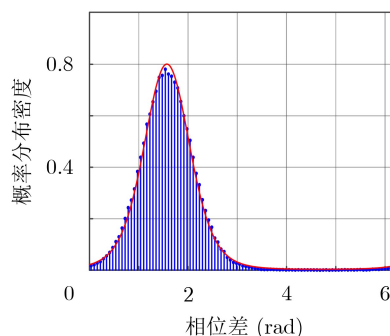


图5 $A/\sigma_N = 2$ 时测量值概率分布密度

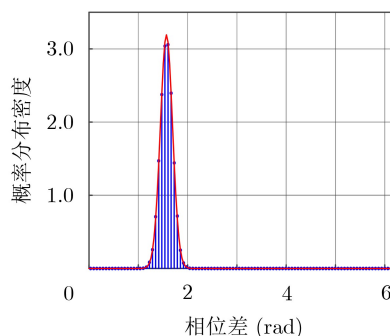


图6 $A/\sigma_N = 8$ 时测量值概率分布密度

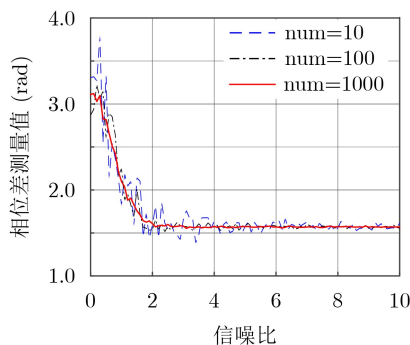


图7 标量积累在不同积累次数下测量值随信噪比的变化曲线

次数的增加, 曲线变得更加平滑。由图7可见, 当信噪比 $A/\sigma_N \geq 2$ 时, 通过10次及以上的积累可以得到比较准确的测量值, 且与真实值 $\Delta\varphi = \pi/2$ 之间的差异较小; 但是当信噪比 $A/\sigma_N < 2$ 时, 无论积累次数如何增加, 测量误差都随信噪比的降低而增大, 当信噪比接近0时, 测量值趋近于 π 。由此可见, 相位差测量中的标量积累存在明显的门限效应, 当信噪比低于此门限时, 无论怎么增大积累次数, 也无法使测量误差减小。这一结果与工程实际结果也是吻合的, 因为在工程上进行多次测量求平均来获得干涉仪通道间更加精确的相位差测量值时, 都是在一定的信噪比门限之上进行的积累操作。上述仿真结果也验证了前述理论分析的正确性。

(3) 相位差矢量积累特性的仿真验证。仿真条件同前, 在对干涉仪两个通道间的相位差进行测量之后, 对测量值按照前述的式(16)进行矢量积累, 积累次数分别取10次、100次和1000次, 在不同的信噪比条件下进行仿真, 仿真结果如图8所示。

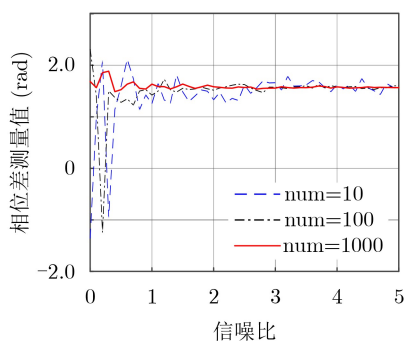


图8 矢量积累在不同积累次数下测量值随信噪比的变化曲线

在积累次数相同的条件下对比图8与图7中的各条曲线可以发现: 在相同信噪比情况下, 矢量积累的相位差测量误差比标量积累要小, 这一点在低信噪比条件下表现得尤为突出。如前所述, 标量积累当信噪比 $A/\sigma_N < 2$ 时出现门限效应, 误差无法通过积累来减小。而图8显示: 矢量积累没有门限效应, 通过10次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 1.1$ 时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内; 通过100次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 0.8$ 时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内; 通过1000次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 0.4$ 时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内。由此可见随着积累次数的增加, 矢量积累能够在更低的信噪比条件下实现干涉仪通道间相位差的准确测量。

为了进一步展现干涉仪相位差测量中矢量积累的这一特性, 下面以积累后误差控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内为衡量标准, 对达到这一精度时所需要的信噪比随积累次数的变化关系曲线仿真如图9所

示, 为了显示更多的积累次数图9的横坐标采用了

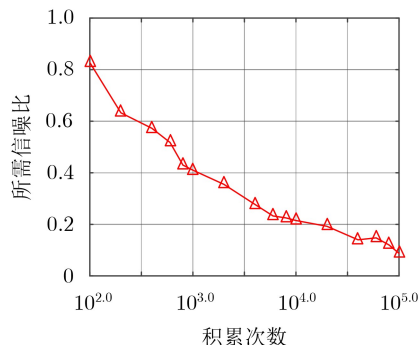


图9 矢量积累误差控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内所需信噪比随积累次数的变化曲线

由图9可见: 在干涉仪通道间的相位差测量中采用矢量积累方法将误差控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内所需要的信噪比随着积累次数的增加而逐渐减小。通过1000次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 0.41 = -3.9$ dB时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内; 通过10000次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 0.215 = -6.7$ dB时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内; 通过100000次积累在信噪比 $A/\sigma_N \geq 0.0875 = -10.6$ dB时误差可控制在 $\pm 0.1\pi$ rad以内。上述仿真结果不仅验证了前述理论分析的正确性, 同时也体现出了干涉仪相位差测量中矢量积累相对于标量积累的优越性。

7 结论

干涉仪通道间信号的相位差测量的数据处理过程中有标量积累与矢量积累两种方式, 为了深刻揭示这两种方式的相关特性, 本文首先利用信号矢量方法推导出了莱斯分布形成过程中相位分布的概率密度函数, 指出了该概率密度分布函数所特有的周期性与对称性, 并利用其特性展示了干涉仪相位差形成过程中的统计特性。在此基础上, 分别从理论上分析了干涉仪相位差测量中标量积累与矢量积累过程中相位差随积累次数的变化特性, 不仅揭示了标量积累过程中当信噪比小于2时所产生的门限效应, 而且从理论上证明了矢量积累对真实值的无限逼近过程, 展现了矢量积累相对于标量积累在低信噪比条件下的优越性, 并通过仿真验证了理论分析的正确性, 从而为干涉仪工程应用中相位差测量的积累方式的选择与应用提供了重要的理论指导。

参考文献

- [1] IQBAL M F, KHALID Z, ZAHID M, *et al.* Accuracy improvement in amplitude comparison-based passive direction finding systems by adaptive squint selection[J].

- IET Radar, Sonar & Navigation*, 2020, 14(5): 662–668. doi: [10.1049/iet-rsn.2019.0465](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2019.0465).
- [2] LEE J H, JO J I, RYU H K, *et al.* Approximate analysis of DF ambiguity probabilities for an interferometer direction-finding system using gamma distributions[J]. *Electronics Letters*, 2019, 55(25): 1320–1322. doi: [10.1049/el.2019.2274](https://doi.org/10.1049/el.2019.2274).
- [3] GÜREL A E, ORDUYILMAZ A, SERIN M, *et al.* Real time ambiguity resolution in hybrid amplitude/phase comparison direction finding systems[C]. The 26th Signal Processing and Communications Applications Conference, Izmir, Turkey, 2018: 1–4. doi: [10.1109/SIU.2018.8404681](https://doi.org/10.1109/SIU.2018.8404681).
- [4] LOPEZ D G, AL-TARIFI M A, LASSER G, *et al.* Wideband antenna systems for millimeter-wave amplitude-only direction finding[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2018, 66(6): 3122–3129. doi: [10.1109/TAP.2018.2823779](https://doi.org/10.1109/TAP.2018.2823779).
- [5] QU X, XU X, WANG S, *et al.* Direction finding for radio transmitters with mini interferometric network[J]. *Radio Science*, 2018, 53(10): 1218–1224. doi: [10.1029/2018RS006598](https://doi.org/10.1029/2018RS006598).
- [6] LEE J H and WOO J M. Interferometer direction-finding system with improved DF accuracy using two different array configurations[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015, 14: 719–722. doi: [10.1109/LAWP.2014.2377291](https://doi.org/10.1109/LAWP.2014.2377291).
- [7] SKINNER S, PATEL K, PITTMAN J, *et al.* Direction finding system using an N-channel software defined radio implemented with a phase interferometry algorithm[C]. 2019 SoutheastCon, Huntsville, USA, 2019: 1–5. doi: [10.1109/SoutheastCon42311.2019.9020650](https://doi.org/10.1109/SoutheastCon42311.2019.9020650).
- [8] HUANG Lei, ZHANG Renli, SHENG Weixing, *et al.* Multi-target detection for FMCW radar based on interferometer direction finding[C]. 2019 International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium, Nanjing, China, 2019: 1–2. doi: [10.23919/ACES48530.2019.9060668](https://doi.org/10.23919/ACES48530.2019.9060668).
- [9] LEE J H, LEE J H, and WOO J M. Method for obtaining three- and four-element array spacing for interferometer direction-finding system[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 897–900. doi: [10.1109/LAWP.2015.2479224](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2479224).
- [10] 辛金龙, 廖桂生, 杨志伟, 等. 基于旋转干涉仪圆阵化的多目标参数估计新算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(2): 486–492. doi: [10.11999/JEIT170217](https://doi.org/10.11999/JEIT170217).
- XIN Jinlong, LIAO Guisheng, YANG Zhiwei, *et al.* Multiple source parameter estimation for rotating interferometer using circular array processing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(2): 486–492. doi: [10.11999/JEIT170217](https://doi.org/10.11999/JEIT170217).
- [11] 石荣, 邓科, 阎剑. 普遍意义下的干涉仪通道间相位差测量精度分析[J]. 现代电子技术, 2014, 37(7): 59–63. doi: [10.16652/j.issn.1004-373x.2014.07.005](https://doi.org/10.16652/j.issn.1004-373x.2014.07.005).
- SHI Rong, DENG Ke, and YAN Jian. Analysis on measurement accuracy of phase difference between interferometer channels in generalized condition[J]. *Modern Electronics Technique*, 2014, 37(7): 59–63. doi: [10.16652/j.issn.1004-373x.2014.07.005](https://doi.org/10.16652/j.issn.1004-373x.2014.07.005).
- [12] WANG Sichun, INKOL R, RAJAN S, *et al.* An exact formula for the probability density of the phase error of a digital interferometer[C]. The 25th Biennial Symposium on Communications, Kingston, Canada, 2010: 201–204. doi: [10.1109/BSC.2010.5472920](https://doi.org/10.1109/BSC.2010.5472920).
- [13] 何冠良, 张娟, 张玉喜. 数字式干涉仪高精度鉴相技术[J]. 雷达与对抗, 2015, 35(4): 43–45. doi: [10.19341/j.cnki.issn.1009-0401.2015.04.012](https://doi.org/10.19341/j.cnki.issn.1009-0401.2015.04.012).
- HE Guanliang, ZHANG Juan, and ZHANG Yuxi. High-precision phase discrimination technology for digital interferometer[J]. *Radar & ECM*, 2015, 35(4): 43–45. doi: [10.19341/j.cnki.issn.1009-0401.2015.04.012](https://doi.org/10.19341/j.cnki.issn.1009-0401.2015.04.012).
- [14] 张智锋, 乔强. 低信噪比下相关干涉仪测向处理方法[J]. 舰船电子对抗, 2009, 32(6): 103–106. doi: [10.16426/j.cnki.jcdzdk.2009.06.007](https://doi.org/10.16426/j.cnki.jcdzdk.2009.06.007).
- ZHANG Zhifeng and QIAO Qiang. Direction-finding processing method of correlation interferometer under low SNR[J]. *Shipboard Electronic Countermeasure*, 2009, 32(6): 103–106. doi: [10.16426/j.cnki.jcdzdk.2009.06.007](https://doi.org/10.16426/j.cnki.jcdzdk.2009.06.007).
- [15] 郭东亮, 黄超, 李中华, 等. 基于信噪比估计和矢量平均的干涉仪抗噪声测向方法[J]. 数据采集与处理, 2016, 31(2): 289–295. doi: [10.16337/j.1004-9037.2016.02.008](https://doi.org/10.16337/j.1004-9037.2016.02.008).
- GUO Dongliang, HUANG Chao, LI Zhonghua, *et al.* Noise-robust interferometer direction finding method based on SNR estimation and vector averaging[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2016, 31(2): 289–295. doi: [10.16337/j.1004-9037.2016.02.008](https://doi.org/10.16337/j.1004-9037.2016.02.008).
- [16] 潘晓霞, 杨伟程, 杨杰. 矢量叠加算法在相关干涉仪测向中的应用[J]. 舰船电子对抗, 2015, 38(2): 63–66, 71. doi: [10.16426/j.cnki.jcdzdk.2015.02.017](https://doi.org/10.16426/j.cnki.jcdzdk.2015.02.017).
- PAN Xiaoxia, YANG Weicheng, and YANG Jie. Application of vector accumulation algorithm to correlation interferometer DF[J]. *Shipboard Electronic Countermeasure*, 2015, 38(2): 63–66, 71. doi: [10.16426/j.cnki.jcdzdk.2015.02.017](https://doi.org/10.16426/j.cnki.jcdzdk.2015.02.017).
- [17] VAN TREES H L, BELL K L, and TIAN Zhi. Detection, Estimation, and Modulation Theory: Part I-Detection, Estimation, and Filtering Theory[M]. 2nd ed. Hoboken, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- 石荣: 男, 1974年生, 研究员, 研究方向为电子对抗、通信与雷达系统等。