

考虑互耦效应的六边形天线阵方向图综合

陈腾博 陈轶博 焦永昌 张福顺

(西安电子科技大学天线与微波技术国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文研究了一种综合正六边形阵列天线方向图的新方法。通过选择多个初始点来抑制非线性最小二乘法局部收敛的缺点,有效地实现了阵列天线的全局优化。根据阵列单元轴向对称分布的特点,通过计算部分单元获得整个阵列天线单元间的散射系数矩阵,降低了互耦的影响。计算结果说明阵列方向图在最小二乘意义上逼近了预先设定的目标方向图。

关键词: 天线六边形阵列;互耦效应;非线性最小二乘法

中图分类号: TN821+.8

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2007)04-0983-04

Synthesis of the Hexagonal Antenna Array Considering the Mutual Coupling Effects

Chen Teng-bo Chen Yi-bo Jiao Yong-chang Zhang Fu-shun

(National Laboratory of Antennas and Microwave Technology, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: This paper investigates a new method for synthesis of the hexagonal antenna array. The local convergence of the nonlinear least-square method is restricted by selecting several initial values, such can achieve the global optimization of the antenna array. According to the elements symmetry distributed in axis, the scattering coefficient of whole antenna array can be achieved by calculating part of elements, and abase the influence by mutual coupling. Simulation results show the pattern of antenna array approaches the objective pattern in the least square sense.

Key words: Hexagonal antenna array; Mutual coupling effects; Nonlinear least-square method

1 引言

对于一个有限口径的阵列,阵元之间的互耦影响使得每个阵元的方向图与其所处的位置有关^[1]。阵列中心单元与边缘单元尽管结构相同,由于中心与边缘的环境不同,其辐射的方向图也不相同。因此通常用的将阵列方向图函数表示为阵列因子与阵元因子乘积的方向图乘积原理在这里是不适用的^[2]。在天线阵列中每个单元的幅度和相位、单元的间距都是影响方向图变化的参量,自然还应考虑阵元之间耦合效应的影响。本文对多环正六边形天线进行了优化综合,影响方向图变化的各个参量都被作为优化变量,以工程要求的辐射特性设计一个理想方向图曲线作为优化目标,构造一个非线性最小二乘^[3,4]数学模型。用优化综合后得到的结果计算天线的远场方向图都与理想方向图非常逼近,副瓣很低。本文设计的高功率相控阵天线,阵元采用终端开口圆锥喇叭天线。为了抑制栅瓣的出现,阵元需要排列的非常紧密,互耦会增强。因此在相控阵天线的设计中互耦影响不能忽略。

2 天线阵互耦效应分析

六边形环阵天线的特点是阵列单元放置在围绕一个中

心单元的若干个同心六边形环阵上。阵列单元总数为 N ,在周期阵列中,阵元分布在二维平面上。37 元正六边形阵列单元分布如图 1 所示。

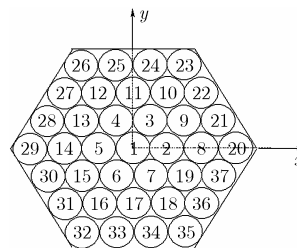


图 1 37 元六边形阵列的结构

对于单元相同且均匀分布的二维面阵,当等幅激励时,阵列的口径相位分布均匀变化,互耦效应可以用各个单元之间入射波电压幅值 a 和反射波电压幅值 b 来表示^[5,6]。它们之间的关系可以用散射矩阵 S 来表示:

$$b = Sa \tag{1}$$

对于阵列的每一个单元

$$b_m = \sum_{n=1}^N S_{m,n} a_n \tag{2}$$

$S_{m,n}$ 称为第 m 与第 n 个单元的之间的散射系数。需要注意的是由于六边形阵列结构的对称性, $S_{m,n} = S_{n,m}$, $S_{m,n} = S_{-m,-n}$ 。对于第 m 个单元,其反射系数可以表示为

$$\Gamma_m = \sum_{n=1}^N \mathbf{S}_{m,n} \frac{a_n}{a_m} \quad (3)$$

对于第 n 个单元, 其输出的激励电压 v_n 为

$$v_n = (1 + \Gamma_n) a_n \quad (4)$$

由此可得到整个阵列所有单元的输出电压 v

$$v = (\mathbf{I} + \mathbf{S}) a \quad (5)$$

其中矩阵 \mathbf{I} 为 37 维单位矩阵。当优化综合得到阵列天线的最优化幅相分布 v 后, 可以通过对矩阵求逆得到需要的单元入射电压值 a 。

$$a = (\mathbf{I} + \mathbf{S})^{-1} v \quad (6)$$

3 仿真分析模型

阵列天线单元选用光壁圆锥喇叭天线, 喇叭口径为 c , 喇叭长度 R 。根据阵列天线原理^[1], 第 n 个天线单元的阵中方向图 $r_n(\theta, \varphi)$ 为光壁圆锥喇叭天线的方向图函数与单元在阵列中的位置所造成的阵中相位差的乘积。喇叭单元半径为 c , 则天线阵在远区观察点 $\rho(r, \theta, \varphi)$ 的主极化方向图可表示为

$$E(x, \theta, \varphi) = \sum_{n=1}^N v_n e^{j\varphi_n} r_n(\theta, \varphi) \quad (7)$$

式(7)中 $v_n e^{j\varphi_n}$ 是入射电压值通过阵列耦合后在第 n 个单元产生的等效激励电压幅值, 即把有耦合的实际阵列单元的激励通过等效转化得到的无耦合理想阵列单元的激励。 v_n 是激励电压幅值, φ_n 是激励电压相位。 \mathbf{X} 由影响天线辐射特性的各个参数组成:

$$\mathbf{X} = (v_1 \sim v_N, \varphi_1 \sim \varphi_N, b, c, R)^T \quad (8)$$

研究如图 1 所示的 $N = 37$ 元正六边形天线。在天线设计中, 把单元的激励幅度和相位、馈源喇叭半径和单元之间的间距作为设计变量。用 $A(\theta)$ 来表示预先给定的理想方向图, 它不随 φ 角变化。为简单起见, 把 $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$ 离散化, 取 $M_1 \times M_2$ 个均匀离散点 $\theta_i \in [-\pi/2, \pi/2]$ 和 $\varphi_j \in [0, 2\pi]$:

$$\theta_i = -\pi/2 + \frac{(i-1)\pi}{M_1-1}, \quad i = 1, 2, \dots, M_1$$

$$\varphi_j = (j-1) \frac{2\pi}{(M_2-1)}, \quad j = 1, 2, \dots, M_2$$

因此非线性最小二乘问题的目标函数为

$$f(X) = \sum_i \sum_j \|E_1(X, \theta_i, \varphi_j) - A(\theta_i)\|_2^2 \quad (9)$$

考虑到设计中变量应满足的上、下界约束条件, 非线性最小二乘设计的数学模型可表示为

$$\left. \begin{array}{l} \min[f(X)] \\ 0 \leq a_n \leq 1, \quad 0 \leq \varphi_n \leq 2\pi \\ 1 \leq n \leq 37 \\ 2a < b \end{array} \right\} \quad (10)$$

4 优化求解方法与数值仿真

采用 Levenberg-Marquardt 法求解非线性最小二乘问题。Levenberg-Marquardt 的搜索过程可用下式表示:

(1) 给定初始向量 $\mathbf{X}^{(0)}$, 精度 ε_0 , $k=0$, $t_k=10^4$ 。

(2) 对 $i=1, 2, \dots, M$ 求 $f_i(\mathbf{X}^{(k)})$, 得向量 $\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)}) = [f_1(\mathbf{X}^{(k)}), \dots, f_M(\mathbf{X}^{(k)})]^T$, 对 $i=1, 2, \dots, M; j=1, 2, \dots, N$ 求 $J_{ij}(\mathbf{X}^{(k)}) = \frac{\partial f_i(\mathbf{X}^{(k)})}{\partial X_j}$, 得 Jacobi 矩阵 $\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) = [J_{ij}(\mathbf{X}^{(k)})]$ 。

(3) 解线性方程组 $[\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})^T \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) + t_k \mathbf{I}] \mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})^T \mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)})$ 求出搜索方向 $\mathbf{d}^{(k)}$ 。如果发现矩阵 $\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})^T \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) + t_k \mathbf{I}$ 的秩不是 N , 则不解方程组, 直接取 $\mathbf{d}^{(k)}$ 为负梯度方向, 即 $\mathbf{d}^{(k)} = -\frac{1}{2} \nabla \mathbf{F}(\mathbf{X}^{(k)}) = -\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)}) \cdot \mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)})$ 。

(4) 直线搜索, $\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} + \gamma_k \mathbf{d}^{(k)}$, 其中 γ_k 满足 $\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)} + \gamma_k \mathbf{d}^{(k)}) = \min \gamma \mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)} + \gamma \mathbf{d}^{(k)})$ 。

(5) 若 $\|\mathbf{X}^{(k+1)} - \mathbf{X}^{(k)}\| < \varepsilon_0$, 则得到解 \mathbf{X}_{opt} , 停止计算; 否则转向(6)。

(6) 若 $\mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k+1)}) < \mathbf{f}(\mathbf{X}^{(k)})$, 则令 $t_k = t_k/2$, $k = k+1$, 转向(2); 否则 $t_k = 2t_k$, 转向(3)。

式中 $\mathbf{X}^{(k)}$ 为本次迭代的解向量, $\mathbf{d}^{(k)}$ 为搜索方向, γ 为搜索方向上的步长参数。这里的一维搜索就是利用本次迭代的信息作为构造下次迭代的条件。 $\mathbf{d}^{(k)}$ 可以保证每一次迭代都使函数 $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ 减小。经过有限次迭代后, $\mathbf{X}^{(k)}$ 趋向最优解, 此时可求得非线性最小二乘问题的最优解, 运算的返回值即残差很小。在优化过程中为了避免求解陷入局部极小值, 采用满足约束条件的若干个不同初始向量 $\mathbf{X}^{(0)}$ 进行多次搜索, 选择各个计算结果中的最优值。从而克服了 Levenberg-Marquardt 法局域收敛的缺点。

光壁喇叭的辐射方向图 $r(\theta, \varphi)$ 的计算方法见文献[1]。根据工程设计的不要求, 预先给定的理想方向图为:

$A(\theta) = (\cos \theta)^{72}$ 。优化结果如表 1 所示, 经过 50 次迭代最后返回的目标函数值 $f(X) = 4.53191$, 返回 X 处残差的平方范数值 $\text{resnorm} = 4.5319$ 。喇叭半径 $c = 0.504\lambda$, 喇叭长度

$R = 2.97\lambda$, 单元间距 $b = 1.04\lambda$ 。在优化过程中误差精度 ε_0 的取值为 10^{-5} 。文中借助 CST 微波仿真软件对 37 元正六边形阵列天线进行仿真分析, 得到单元之间的 \mathbf{S} 矩阵和互阻抗矩阵 \mathbf{Z} 。在仿真中考虑到天线阵列的对称性只计算

$(0 \sim \pi/2)$ 范围内单元的 \mathbf{S} 参数矩阵就可以得到整个阵列单元之间的散射系数, 由此可确定阵列单元的反射系数 $|\Gamma_n|$ 。对于单元个数较多的大型阵列天线可以根据阵列单元分布的特点, 通过对局部阵元进行仿真计算的结果采用最佳多项式逼近, 得到单元之间的耦合特性与单元间距、位置关系的表达式, 进而解决整个阵列天线的互耦影响问题。表 1 为阵列优化综合得到的单元幅相分布。

表 1 37 元六边形馈源阵列优化后单元幅相分布

编号 n	幅度 v_n	相位 φ_n ($^\circ$)	编号 n	幅度 v_n	相位 φ_n ($^\circ$)	编号 n	幅度 v_n	相位 φ_n ($^\circ$)
1	1.0000	0.0000	14	0.4636	2.1601	27	0.2527	3.8446
2	0.8018	0.2923	15	0.5473	0.7334	28	0.2582	3.5581
3	0.7873	0.2808	16	0.4600	1.9481	29	0.2018	7.4313
4	0.7982	0.3381	17	0.5182	0.8480	30	0.2455	3.9477
5	0.7945	0.2522	18	0.4582	1.5528	31	0.2745	3.0138
6	0.8109	0.2865	19	0.5200	0.7105	32	0.1891	8.8121
7	0.7909	0.3094	20	0.1927	0.1927	33	0.2473	3.5810
8	0.4509	1.8622	21	0.2582	0.2582	34	0.2691	3.4321
9	0.5509	0.7793	22	0.2709	0.2709	35	0.1945	8.6746
10	0.4382	1.8794	23	0.1800	0.1800	36	0.2545	4.1368
11	0.5345	0.8996	24	0.2636	0.2636	37	0.2600	3.1399
12	0.4727	1.6101	25	0.2582	0.2582			
13	0.5145	0.6074	26	0.1982	0.1982			

表 2 阵列单元的反射系数 $|\Gamma_n|$

编号	反射系数 $ \Gamma_n $	编号	反射系数 $ \Gamma_n $	编号	反射系数 $ \Gamma_n $	编号	反射系数 $ \Gamma_n $
1	0.0611	11	0.1139	21	0.1520	31	0.1520
2	0.0205	12	0.0963	22	0.1916	32	0.1916
3	0.0493	13	0.0275	23	0.0411	33	0.0411
4	0.0523	14	0.1344	24	0.1513	34	0.1513
5	0.0213	15	0.0202	25	0.1404	35	0.1404
6	0.0535	16	0.1042	26	0.2681	36	0.2681
7	0.0449	17	0.0528	27	0.0604	37	0.0604
8	0.1160	18	0.2253	28	0.0565		
9	0.0958	19	0.1374	29	0.2587		
10	0.0214	20	0.2574	30	0.1533		

表 2 给出了天线阵列各单元的反射系数 $|\Gamma_n|$ 。从表中可以看出对于阵列不同位置的单元，互耦影响的效应不同，在部分位置会造成较大的反射，从而降低了天线阵列的辐射效能。对于存在耦合效应下阵列的天线的综合通常采用的本征激励方法^[7,8]，这里也进行了分析。图 2，图 3 为在应用本文方法(NLS-MC)、本征激励方法(EDA-MC)和不考虑互耦效应(NMC)时综合的天线阵列E/H面方向图，图 4 为在采用本文方法综合的三维立体方向图。可以看出采用非线性最小二乘法进行优化综合得到的方向图特性优于本征激励方法。考虑互耦效应的影响可以提高天线阵列的工作效率。

表 3 给出了在考虑互耦效应影响与忽略互耦影响时方向图的波瓣特性。可以看出方向图的 3dB 波瓣宽度基本不变，但天线副瓣变化较大，不考虑互耦影响时副瓣电平明显

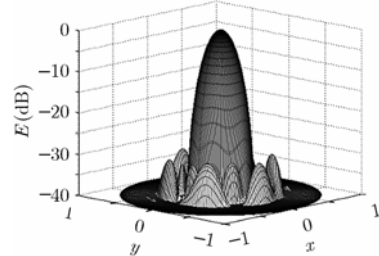


图 4 六边形阵优化立体方向图($x=\sin\theta\cos\varphi$, $y=\sin\theta\sin\varphi$)

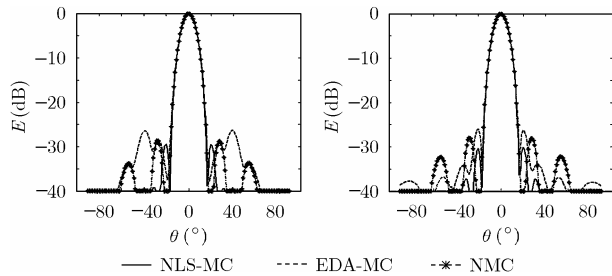


图 2 天线阵列的 E 面方向图 图 3 天线阵列的 H 面方向图

表 3 不同 φ 角天线方向图波瓣特性

	φ ($^\circ$)	0	90	180	270
考虑互耦效应	3dB 波瓣宽度($^\circ$)	11.12	11.09	11.14	11.1
	副瓣电平(dB)	-31.1	-30.3	-30.9	-30.23
不考虑互耦效应	3dB 波瓣宽度($^\circ$)	11.11	11.10	11.12	11.13
	副瓣电平(dB)	-25.4	-26.1	-25.5	-26.2

抬高，因而产生不良影响。

5 结束语

当天线波束扫描到一定角度，互耦效应会使天线的反射

增大出现盲区,所以必须予以考虑。本文构造一个六边形阵列天线的模型,借助软件进行仿真分析,得到阵列单元之间的互耦系数矩阵,进而确定了互耦效应对天线阵辐射特性的影响。采用非线性最小二乘法研究了正六边形环阵的特殊方向图综合问题,得出了很好的综合结果。用本文方法与本征激励法对同一个六边形阵列天线进行了综合,通过对仿真的结果进行比较验证了本文方法的优点。文中所讨论的方法还适用于多种阵列形式,因而具有很强的推广和实用性。

参 考 文 献

- [1] Balanis C A. Antenna Theory: Analysis and Design. second edition. New York: John Wiley and Sons, Inc., 1997: 309–337.
 - [2] Vescovo R. Constrained and unconstrained synthesis of array factor for circular arrays. *IEEE Trans. on AP*, 1995, 43(12): 1405–1410.
 - [3] Dennis J E. Nonlinear least squares. In: Jacobs, D. (Ed.): State of the Art in Numerical Analysis. New York: Academic Press, 1977: 269–312.
 - [4] Coleman T F and Li Y. On the convergence of reflective Newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds [J]. *Mathematical Programming*, 1994, 67(2): 189–224.
 - [5] Dandekar K R, Ling H, and Xu G H. Experimental study of mutual coupling compensation in smart antenna applications. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 2002, 1(3): 480–487.
 - [6] Hui H T, Chan K Y, and Yung K N. Compensating for the mutual coupling effect in a normal-mode helical antenna array for adaptive nulling. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 2003, 52(4): 743–751.
 - [7] Janaswamy R. Effect of element mutual coupling on the capacity of fixed length linear arrays. *IEEE Antenna and Wireless Propagation Letters*, 2002, 1: 157–159
 - [8] 卜安涛, 史小卫. 天线方向图综合的本征激励方法. 西安电子科技大学学报(自然科学版), 2004, 31(2): 243–247.
- 陈腾博: 男, 1979 年生, 博士生, 从事天线阵列优化算法和相控阵天线的研究.
- 陈轶博: 男, 1975 年生, 博士生, 从事天线理论与工程、天线阵列优化算法等.
- 焦永昌: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为天线 CAD 等, 发表学术论文 60 余篇, 其中 20 余篇发表被 SCI、EI 收录.
- 张福顺: 男, 1960 年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为天线理论与工程及测量, 发表学术论文 50 余篇, 其中 10 余篇被 EI 收录, 出版了专著《天线工程手册》和《天线测量》, 编写了《天线近场测量误差分析与系统》.