

# 基于高斯化-广义匹配的脉冲型噪声处理方法研究

罗忠涛\*<sup>①</sup> 卢鹏<sup>①</sup> 张杨勇<sup>②</sup> 张刚<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(重庆邮电大学信号与信息处理重庆市重点实验室 重庆 400065)

<sup>②</sup>(武汉船舶通信研究所 武汉 430079)

**摘要:** 针对脉冲型噪声, 该文提出一种新的非线性处理方法, 即高斯化-广义匹配(GGM)处理。GGM方法基于高斯化处理与广义匹配滤波, 可结合非参数的概率密度估计进行设计, 解决噪声模型未知时的非线性处理问题。该文以脉冲型噪声SaS分布模型为例, 分析GGM方法的特点和性能; 再结合Class A噪声模型, 讨论GGM设计作为非参数方法相比模型假设失配的优势; 引入效能函数, 验证GGM方法在恒虚警技术中的运用。结果表明, 在已知噪声分布情况下, GGM方法具有次优检测性能; 当噪声模型未知时, 非参数GGM设计能保持稳健性能, 优于模型失配下的处理。并且, GGM设计对样本数目要求不高, 为噪声特性不明或时变的场景提供了一种新的信号处理方法。

**关键词:** 脉冲型噪声; 非线性处理; 高斯化处理; 广义匹配滤波; 效能函数

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)12-2928-08

DOI: 10.11999/JEIT180191

## A Novel Method for Nonlinear Processing in Impulsive Noise Based on Gaussianization and Generalized Matching

LUO Zhongtao<sup>①</sup> LU Peng<sup>①</sup> ZHANG Yangyong<sup>②</sup> ZHANG Gang<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

<sup>②</sup>(Wuhan Maritime Communication Research Institute, Wuhan 430079, China)

**Abstract:** A method based on Gaussianization and generalized matching, called Gaussianization-Generalized Matching (GGM) method is proposed, for nonlinear processing in impulsive noise. The GGM method can be designed based on noise samples, aided by nonparametric probability density estimation. Thus the GGM design is suitable for nonlinear processing in unknown noise models. The GGM method in the SaS model is analyzed, and also the comparison with another approach is presented based on unmatched noise model assumption in the Class A noise. The GGM method is applied to the constant false alarm rate technique via the efficacy function. Simulation and analysis results show that the GGM design is sub-optimal, works robustly when the noise model is unknown, and raises a low requirement on the sample number. Thus, the GGM method provides a promising choice when the noise model is unclear or time-varying.

**Key words:** Impulsive noise; Nonlinear processing; Gaussianization; Generalized matching; Efficiency function

### 1 引言

在背景噪声服从高斯分布的一般假设下, 信号检测采用线性相关的匹配滤波器即可实现最优性

收稿日期: 2018-02-11; 改回日期: 2018-07-26; 网络出版: 2018-08-03

\*通信作者: 罗忠涛 luozt@cqupt.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61701067, 61771085, 61671095), 重庆市教育委员会科研基金(KJ1600427, KJ1600429)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61701067, 61771085, 61671095), The Project supported by Scientific Research Foundation of the Chongqing Education Committee (KJ1600427, KJ1600429)

能<sup>[1]</sup>。不过, 一些特殊噪声, 如低频通信、电力线载波等环境噪声, 不服从高斯分布。通过概率密度函数(Probability Density Function, PDF)对比可知, 此类噪声具有大量的窄带脉冲的成分, 呈现出明显的“重尾”<sup>[2]</sup>特征, 故常被称为脉冲型噪声<sup>[3]</sup>。针对脉冲型噪声, 最佳检测不能由线性相关检测取得, 而是要求非线性处理。不过, 最大似然检测器运算量过大, 实际少有采用。

目前脉冲型噪声处理的主要方法是采用非线性变换与线性相关器的组合。经典信号检测理论推导了已知噪声分布PDF时低信噪比下的局部最优检测

(Locally Optimum Detection, LOD) [1, 4]。不过LOD可能因为PDF没有解析式而运用困难,例如常用于描述脉冲型噪声的 $\alpha$ 稳定分布[5, 6]或Class A分布[7, 8]无法给出PDF的解析式。针对此问题,人们设计了零记忆非线性(Zero Memory Non-Linearity, ZMNL)函数[9-13],替换LOD的非线性函数,以次优性能为代价,提高实用性。人们也采用置零器和削波器[14],可视为一种限制大幅度噪声样本的简单方法。此外,高斯化处理将非高斯数据变换为服从高斯分布,再进行线性相关检测[15]。不过,以上方法要么通过经验赋值算法参数,要么基于噪声分布已知才能应用。若未能找到适合描述实际噪声的分布模型,检测性能就会严重下降。并且,实际运用中更深层的问题在于:人们无法保证所面临的噪声能否服从所做的噪声模型假设。当噪声模型未知时,现有LOD或其它ZMNL函数设计难以实现,置零器和削波器的经验赋值难以跟随变动,高斯化处理存在明显的性能降低。

本文针对非高斯噪声处理存在的问题,提出了一种新的处理方法。该方法是在高斯化处理的基础上,运用广义匹配滤波进行检测处理,故称为高斯化-广义匹配(GGM)处理。首先,本文基于二元检测模型,推导出GGM方法。然后,介绍在未知噪声分布下结合无参数PDF估计的GGM设计方法。之后,以两种广泛使用的脉冲型噪声SaS模型和Class A模型为例,讨论GGM方法的性能。最后验证GGM方法运用于恒虚警(Constant False Alarm Rate, CFAR)检测技术。

## 2 传统非线性处理方法

针对脉冲型噪声符合非高斯噪声的分布特性,目前已有抑制方法的主要思想是,将接收信号通过非线性变换处理,再由线性相关器输出检测统计量。常见的非线性处理包括削波器、置零器、局部最优检测以及高斯化处理。

设非线性处理函数为 $g(\cdot)$ ,一般具有零记忆非线性的性质。考虑 $M$ 次观测下的输出统计量为

$$T_g = g(\mathbf{r})\mathbf{s}^T \quad (1)$$

式中, $\mathbf{r}$ 表示接收数据向量, $\mathbf{s}$ 表示发射信号向量。在低信噪比条件下的局部最优检测,其非线性处理函数为

$$g_{LO}(x) = -f'(x)/f(x) \quad (2)$$

其中, $f(x)$ 表示噪声的PDF, $f'(x)$ 为其1阶导数。

高斯化处理是指将非高斯分布的噪声转化成服从高斯分布[15]。容易理解,其出发点是高斯分布特性有利于方便地分析最优检测器。从数学角度来

看,高斯化处理是根据噪声的累积分布,求其逆函数作为系统响应。不失一般性,以标准正态分布为例,高斯化函数可记为

$$\Phi(x) = Q^{-1}[F(x)] = Q^{-1}\left[\int_{-\infty}^x f(u)du\right] \quad (3)$$

其中, $F(x)$ 表示噪声累积分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF), $Q(x)$ 即 $Q$ 函数。如前所述,高斯化处理相比于局部最优处理,其性能存在明显差距。

局部最优检测与高斯化处理,均要求噪声分布的PDF(即 $f(x)$ )已知。各类ZMNL函数设计,也要求噪声分布或噪声模型已知。但是,在某些实际情景中,工作环境并非一成不变,噪声特性时变会导致无法准确获得噪声PDF。并且在一些特殊情况下,难以找到合理的模型对实际噪声进行准确描述。例如,低频通信中的大气噪声会随天气和时间变化,目前找不到噪声模型来准确描述。

为了解决传统非线性处理技术仅适用于噪声分布已知情形的问题,本文基于高斯化处理和广义匹配滤波,提出一种新的非线性处理方法——GGM处理,并基于非参数方法进行GGM设计。需要提醒的是,用于GGM方法的脉冲噪声需满足零均值、单峰和对称PDF的条件。实际上,该条件被一般脉冲型噪声模型和ZMNL函数所默认成立,也在实际脉冲型噪声中普遍满足。

## 3 高斯化-广义匹配(GGM)处理推导

本节从二元检测的角度入手,讨论高斯化处理后的信号检测问题,推导适用于非高斯噪声抑制的GGM处理方法。一般地,在信号有或无的两种假设 $H_0$ 和 $H_1$ 下,二元接收信号建模为

$$\left. \begin{aligned} H_0: \mathbf{r} &= \mathbf{v} \\ H_1: \mathbf{r} &= A\mathbf{s} + \mathbf{v} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其中 $A$ 表示信号幅度, $\mathbf{v}$ 表示独立同分布(i.i.d)噪声,满足零均值、单峰和对称PDF的条件。

现采用高斯化方法抑制噪声 $\mathbf{v}$ ,对接收数据 $\mathbf{r}$ 进行非线性变换处理。令处理函数为 $\Phi(\cdot)$ ,那么两种假设下的信号模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} H_0: \tilde{\mathbf{r}} &= \Phi(\mathbf{v}) \\ H_1: \tilde{\mathbf{r}} &= \Phi(\mathbf{r}) = \Phi(A\mathbf{s} + \mathbf{v}) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中, $\tilde{\mathbf{r}}$ 表示高斯化处理后的接收信号。

在 $H_0$ 假设下,高斯化数据中只含噪声且服从高斯分布。在 $H_1$ 假设下,信号模型可以改写为

$$H_1: \tilde{\mathbf{r}} = \psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{r} = A\psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{s} + \psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{v} \quad (6)$$

其中, $\psi(x) = \Phi(x)/x$ , $\odot$ 表示向量对应元素相乘。

与局部最优检测相似,考虑低信噪比情况下的弱信号检测问题,当 $A$ 的取值非常小时,有 $\mathbf{r} \approx \mathbf{v}$ ,故 $H_1$ 下信号模型可写为

$$H_1: \tilde{\mathbf{r}} \approx A\psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{s} + \Phi(\mathbf{r}) \quad (7)$$

其中,  $\Phi(\mathbf{r}) \approx \Phi(\mathbf{v})$ 服从高斯分布。因此,  $H_1$ 假设下信号模型式(7)的信号检测问题,转变为在高斯噪声下对确定信号

$$\tilde{\mathbf{s}} = \psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{s} \quad (8)$$

的检测问题,其中噪声分量经过了高斯化处理后就近似服从高斯分布。

经典信号检测理论证明,在高斯白噪声背景下,信号检测的最佳滤波器为匹配滤波器。这里,式(7)中信号与噪声并非独立,因此对确定信号 $\tilde{\mathbf{s}}$ 的检测问题不严格满足高斯背景噪声下信号检测的情形。不过,受匹配滤波器的启发,本文采用匹配处理的方法检测该信号。因此 $M$ 个观测样本的处理输出为

$$\Phi(\mathbf{r})\tilde{\mathbf{s}}^T = \Phi(\mathbf{r}) \cdot [\psi(\mathbf{r}) \odot \mathbf{s}]^T \quad (9)$$

联想白化滤波器中信号检测的广义匹配概念<sup>[1]</sup>,可见对式(8)中 $\tilde{\mathbf{s}}$ 的匹配滤波也是对 $\mathbf{s}$ 的一种广义匹配。

由式(9),可得到对应的检测器为

$$G(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{s}^T \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \eta \quad (10)$$

其中 $\eta$ 表示判决门限,  $G(x)$ 表示对接收数据的非线性处理,其函数表达式为

$$G(x) = \begin{cases} \Phi^2(x)/x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad (11)$$

检测器式(10)可理解为,先对接收数据进行非线性处理,然后再利用线性相关处理。此结构与常规处理式(1)相同,可认为 $G(x)$ 是一种新的ZMNL函数。

由以上分析可知,新方法是高斯化(Gaussianization)和广义匹配(Generalized Matching)相结合的技术,因此本文称之为GGM方法。另外,由 $G(x)$ 的函数表达式可知,GGM处理是在高斯化处理 $\Phi(\cdot)$ 的基础上所进行的2次变换,也就解释了传统高斯化处理与最优检测间存在明显性能差距的原因。

#### 4 结合核概率密度估计(KDE)的非参数GGM设计

当噪声PDF已知时,前文提到的LOD及衍生ZMNL设计、高斯化处理和GGM等非高斯噪声处理方法,均可直接应用。但是,当噪声PDF未知

时,前两类方法不再适用,而GGM方法可结合PDF估计进行设计,且性能保持稳健有效。

考虑噪声分布模型未知时,其PDF估计可采用基于观测噪声样本的非参数方法,例如非参数化核概率密度估计(Kernel Density Estimation, KDE)<sup>[16]</sup>。设一组观测数据为 $\mathbf{X} = [X_1 \ X_2 \ \dots \ X_n \ \dots \ X_N]$ ,其KDE结果可表示为

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{n=1}^N K\left(\frac{X_n - x}{h}\right), \quad h > 0 \quad (12)$$

其中,  $K(x)$ 为核函数,  $h$ 为光滑因子。核函数一般具有零值对称性,常用核函数包括正态核,均匀核等。

参数 $h$ 决定了概率密度估计的光滑程度。针对重尾噪声的KDE,研究者提出一种经验赋值方法为

$$h = 0.79N^{-1/5} \cdot R \quad (13)$$

其中,  $R$ 表示四分间距<sup>[17]</sup>(Interquartile Range)。实测数据表明该方法具有很好的效果。

由式(12)估计的PDF和CDF,可得实测的高斯化函数为

$$\hat{\Phi}(x) = Q^{-1}[\hat{F}(x)] = Q^{-1}\left[\int_{-\infty}^x \hat{f}(u)du\right] \quad (14)$$

则GGM处理函数可表示为

$$\tilde{G}(x) = \hat{\Phi}^2(x)/x, \quad x \neq 0 \quad (15)$$

需要注意,当 $x$ 的取值为0或接近0的邻域时,函数 $\tilde{G}(x)$ 存在异常值,如图1中原始 $G(x)$ 曲线。

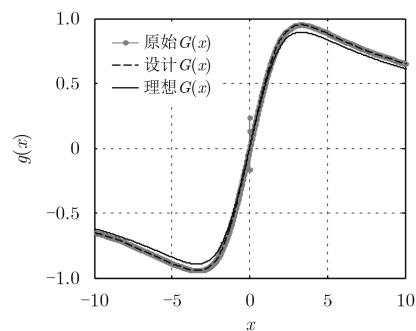


图1 基于PDF或样本的GGM函数

考虑零邻域内的GGM设计。由GGM表达式可知,GGM函数为奇函数。对于局部最优检测处理函数和一般ZMNL函数,在零邻域内一般表现为直线。并且,由式(10)可知,非线性处理需要输入与输出之间满足一定线性关系,才能保持线性相关输出的幅度。故此,考虑将基于实测数据KDE方法估计的GGM响应函数 $\tilde{G}(x)$ 在零邻域的分段函数设计为正比例函数,为

$$\hat{G}(x) = \begin{cases} \frac{\hat{\Phi}^2(x)}{x}, & x \notin (-x_t, x_t) \\ \frac{\hat{\Phi}^2(x_t)}{x_t^2} \cdot x, & x \in (-x_t, x_t) \end{cases} \quad (16)$$

对于零邻域门限值的确定，经验表明采用十分位数赋值效果很好，其方法步骤为：(1)将  $\mathbf{X}$  模值从小到大排序，记  $0.1N$  处样本值为  $x_t$ ；(2)取  $(-x_t, x_t)$  作为阈值区间，由式(16)设计GGM函数。

图1展示了在SaS模型下理想GGM(由PDF计算)和设计GGM(基于样本设计)函数的系统响应，其中模型参数  $\alpha=1.5$ ，分散系数  $\gamma=1$ ，样本数  $N=10^4$ 。由图可见，设计GGM函数和理想GGM函数存在一定的差距。原始函数  $G(x)$  与设计后的函数  $\tilde{G}(x)$  基本吻合，但是  $\tilde{G}(x)$  零邻域内为线性函数，解决了由KDE方法直接计算GGM函数带来的异常值，可以实现对小样本数据的线性处理。

### 5 GGM在SaS分布中性能分析

下面采用常见的脉冲型噪声模型——对称  $\alpha$  稳定分布模型(简称SaS模型)，仿真和分析GGM方法及GGM设计的非线性变换函数和效能性能。

#### 5.1 非线性变换对比

在  $\alpha$  稳定分布中，位置参数为0的情况SaS分布，由特征函数描述为<sup>[18, 19]</sup>

$$\psi_{\alpha,\gamma}(w) = \exp(-\gamma|w|^\alpha) \quad (17)$$

其中， $\alpha \in (0, 2]$  为特征指数，决定脉冲分布特性的程度，一般在1~2之间取值； $\gamma \geq 0$  为分散系数。除了高斯( $\alpha=2$ )和柯西( $\alpha=1$ )之外，一般SaS分布的PDF没有封闭的表达式。因此，SaS分布PDF一般采用数值方法，对其特征函数求取逆傅里叶变换，表示成

$$f_{\alpha,\gamma}(t) = \mathcal{F}^{-1}[\psi_{\alpha,\gamma}(w)] \quad (18)$$

式中， $\mathcal{F}^{-1}$  表示傅里叶逆变换。

针对SaS噪声处理，除前面介绍的非线性变换方法之外，常见的ZMNL函数还有CZMNL<sup>[8]</sup>，AZMNL<sup>[11]</sup>与GZMNL<sup>[13]</sup>等。本文分析多种不同的非线性处理方法以深入认识GGM方法。图2给出了分散系数  $\gamma=1$  时不同特征指数下SaS分布的不同ZMNL函数的响应曲线，其中，LOD- $\alpha$ 表示根据SaS模型的PDF数值计算的局部最优检测器；AZMNL表示拟合SaS模型PDF设计的非线性变换，CZMNL则是针对柯西分布的非线性变换，GZMNL是基于高斯拖尾的ZMNL设计；NZMNL表示高斯化处理<sup>[12]</sup>；GGM为本文所提出的方法。

由图2可见，针对SaS噪声的非线性变换处理，主要作用是抑制幅度较大的样本点，减小整个

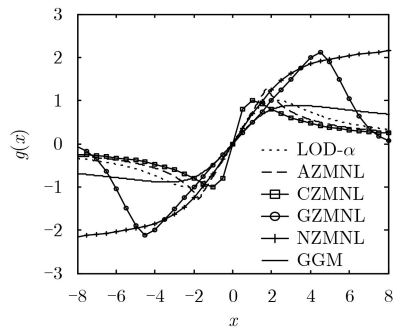


图2 针对SaS模型的ZMNL函数， $\alpha=1.5, \gamma=1$

样本空间的拖尾。同时，各ZMNL函数均在一定零邻域范围近似服从正比例函数。在各ZMNL函数中，当噪声分布已知时，LOD- $\alpha$ 性能最优，其曲线具有重要参考价值；AZMNL曲线与LOD- $\alpha$ 相接近，NZMNL对大样本的抑制作用较差。总而言之，GGM方法提出了一种不同于传统方法的非线性变换。该变换既保持了小样本点的近似线性处理，又实现了大样本点的抑制，与局部最优检测曲线作用相似。

#### 5.2 GGM方法效能分析

为了衡量ZMNL函数对于系统性能的优化程度，研究者提出了一种“效能(efficacy)”函数指标<sup>[20]</sup>，其计算方法为

$$E_f(g, f) = \left| \int g(x)f'(x) dx \right|^2 / \left| \int g^2(x)f(x) dx \right| \quad (19)$$

实际上，该指标是信号处理后误码率或检测概率的直接相关量。效能分析能够充分体现不同的非线性变换方法对应的检测性能。图3给出了不同  $\alpha$  值的SaS模型下多种ZMNL函数的理想效能，其中  $\gamma=1$ 。

由图3中效能曲线看出，不同的非线性变换处理之间性能差异很大，最佳性能和具体表现均与  $\alpha$  取值有关。总体来说，LOD- $\alpha$ 的性能在各种  $\alpha$  取值中均为最优。AZMNL仅次于LOD- $\alpha$ 性能，GGM比之稍差，可认为是次优的处理方法。NZMNL，GZMNL和CZMNL在不同  $\alpha$  值下表现不稳健，

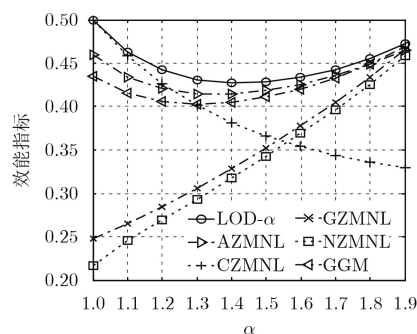


图3 在SaS噪声中不同ZMNL函数的效能， $\gamma=1$

NZMNL, GZMNL在 $\alpha$ 趋近于2时(高斯分布)取得最优, CZMNL则是在 $\alpha$ 趋近于1时(柯西分布)达到最优。

总体而言, GGM方法能够在不同 $\alpha$ 值下保持稳健的次优性能, 比传统高斯化处理有很大的性能提升; 当 $\alpha$ 值逐渐增加即SaS模型趋近高斯分布时, GGM方法正常工作且趋近于最优。

### 5.3 GGM设计的效能

下面分析结合KDE的GGM设计的效能性能。基于SaS噪声样本, 考虑未知噪声分布PDF, 采用本文提出的非参数GGM设计方法, 并测量其效能指标。毫无疑问, 样本观测数 $N$ 会影响KDE结果精度, 进而改变GGM设计的性能。在此, 针对于不同数量的观测样本, 进行GGM设计并统计其效能。图4给出了在不同样本观测数下, 不同 $\alpha$ 值SaS模型下的GGM设计的效能曲线, 其中 $\gamma=1$ 。

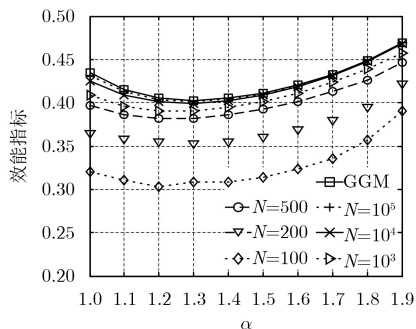


图4 基于不同样本数目的GGM设计的效能,  $\gamma=1$

以已知噪声PDF分布下的理想GGM方法的效能作为对比, 观察分析不同样本数量 $N$ 带来的效能变化。由图4中效能曲线可知, 当样本数量 $N \geq 10^4$ 时, GGM设计的效能曲线基本等于最佳GGM效能; 随着样本数量 $N$ 减小, 效能值逐渐降低; 当 $N=10^3$ 时, GGM设计平均取得最佳GGM效能的95%; 当 $N \leq 500$ 后, GGM设计的效能表现开始变得不稳健。在实际应用中, 信号处理不难达到 $10^3$ 乃至 $10^4$ 样本数目的条件。

总结以上分析, 在脉冲型噪声PDF已知情况下, 传统LOD为最优处理, 而GGM方法可达到次优效果; 在未利用噪声分布的情况下, GGM设计作为无参数处理方法, 可取得GGM方法的最佳性能; GGM设计对于观测样本数目要求不高, 1000个SaS噪声样本即可基本达到最佳效能。

## 6 噪声模型失配与恒虚警性能

效能分析表明, 当PDF已知时GGM是次优方法。但是, GGM可用作无参数处理方法且能保持良好性能, 而局部最优检测等传统处理不具备这个特性。实际处理中未必能找到准确的噪声模型对其

进行描述, 故而必须考虑模型失配的情况。本节先分析噪声模型失配的情况下的效能, 然后验证GGM方法用于恒虚警检测技术。

### 6.1 Class A模型失配处理

常用脉冲型噪声模型, 除了前述的SaS模型, 还有Class A噪声模型, 二者并不等价。容易想象存在如下情形: 人们可能因为不知道噪声真实模型, 采用错误的噪声模型, 造成处理性能严重下降。为验证因模型选取不当而引起性能下降问题, 本小节分析基于Class A噪声样本, 进行SaS模型参数估计从而设计LOD的处理方法, 将其效能与GGM处理的效能进行对比。

Class A模型的概率密度函数可以写为<sup>[21]</sup>

$$p(x) = e^{-a} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{a^m}{m! \sqrt{2\pi} \sigma_m} e^{-x^2/\sigma_m^2} \quad (20)$$

式中,  $a$ 表示脉冲指数,  $m$ 表示脉冲分量数,  $\sigma_m^2 = \sigma^2(m/a + \Gamma)/(1 + \Gamma)$ ,  $\sigma^2$ 表示噪声过程的平均功率,  $\Gamma$ 表示高斯脉冲功率比, 指输入干扰的独立高斯部分的强度和非高斯部分的强度的比率。

仿真不同 $a$ 值下的Class A分布随机样本, 固定脉冲功率比 $\Gamma=10^{-3}$ 。假设服从SaS分布, 采用SaS模型参数估计, 生成估计的PDF并设计LOD处理观察其性能。在不同Class A分布下, 基于匹配模型(Class A已知)、失配模型(SaS假设)以及GGM处理下的效能曲线如图5。其中, LOD-A表示根据Class A噪声模型下PDF数值计算的局部最优检测器; LOD- $\alpha$ 表示假设服从SaS分布的局部最优检测器; GGM-PDF表示在Class A模型下PDF数值计算的GGM处理; GGM-KDE则表示结合KDE的GGM设计处理。此外, 基于Class A分布 $a$ 值由0.05增至0.12时的噪声样本, 在SaS模型假设下 $\alpha$ 估计值由1.74渐变至0.68。可见随着 $a$ 增加, SaS模型 $\alpha$ 值下降, 噪声非高斯性增强。

由图5可见, 在所有效能曲线中LOD-A的性能最优。LOD- $\alpha$ 的性能较差, 随着 $a$ 值的增加(非高斯

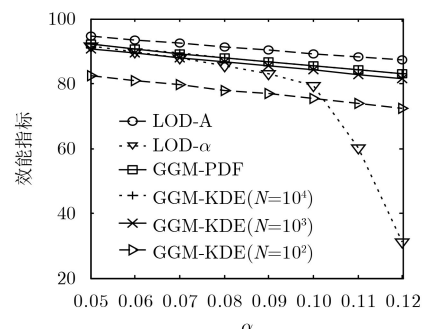


图5 Class A噪声中GGM方法的效能,  $\Gamma=10^{-3}$

性增强), 性能在恶化。当 $a=0.12$ 时, LOD- $\alpha$ 的效能已不足最佳效能的一半。这说明对噪声模型做出错误假设的代价非常大。基于Class A分布PDF计算的GGM方法的性能, 与LOD-A最优性能之间的差距较小, 可稳健地保持在最佳效能的96%以上。再观测样本的数量对GGM设计的影响。当观测样本数为 $10^4$ 时, 基于KDE估计的GGM设计与基于PDF计算的GGM方法等效; 当观测样本数为 $10^3$ 时, GGM方法的性能略微下降; 当观测样本数只有 $10^2$ 时, 性能下降明显。

本节以“对Class-A噪声作S $\alpha$ S分布假设”为例, 分析了模型失配会导致处理方法的性能严重下降; 结合KDE方法的GGM设计, 不依赖于特定的噪声模型, 要求观测样本数不多, 即可稳健地保持最佳性能。作为一种非参数的处理方法, GGM设计不受模型失配问题的困扰。

### 6.2 GGM用于恒虚警技术

下面考虑恒虚警技术中引入GGM方法, 并通过仿真进行验证。在非高斯噪声中的恒虚警技术<sup>[22]</sup>, 可借助渐近分析得到等效渐近检测器。设要求恒虚警概率为 $P_f$ , 则针对式(1)统计量的检测门限为

$$\eta_f = Q^{-1}(P_f) \sqrt{\left| \int g(x)f'(x)dx \right|^2 E_s/E_f(g,f)} \quad (21)$$

其中,  $E_s=ss^T$ 表示信号能量。对应的检测概率为

$$P_D = Q \left[ Q^{-1}(P_f) - A \sqrt{E_s \cdot E_f(g,f)} \right] \quad (22)$$

其中, 证明利用了中心极限定理, 可在文献[1, 10]基础上推导得到。可见, 恒虚警技术中检测门限与检测概率均与效能有直接关系。

为验证各种非线性函数的恒虚警检测性能, 仿真Class A噪声样本中基于效能函数的理论检测概率和实际检测概率。在实验中首先产生 $a=0.1$ ,  $\Gamma=10^{-3}$ ,  $\sigma^2=1$ 的Class A分布噪声; 然后发射正弦信号, 相关检测累计点数 $M=512$ , 信噪比定义为 $SNR = E_s A^2/\sigma^2$ ; 信号处理采用3种方法: LOD-A表示已知噪声服从Class A分布进行LOD设计, LOD- $\alpha$ 表示假设S $\alpha$ S分布进行参数估计和LOD设计, GGM表示未知噪声分布、结合KDE的GGM设计。3种方法均采用了效能函数计算理论检测概率及通过门限统计仿真检测概率。

仿真中, 批处理数据包含100次二元检测, 共计51200个样本。蒙特卡洛仿真5000次, 所得的检测概率结果如图6, 分别设定恒虚警 $P_f=10^{-2}$ 或 $10^{-3}$ 。可以看到, GGM的理论和仿真检测概率曲线的吻合情况非常好。实际上, LOD-A和LOD- $\alpha$ 的

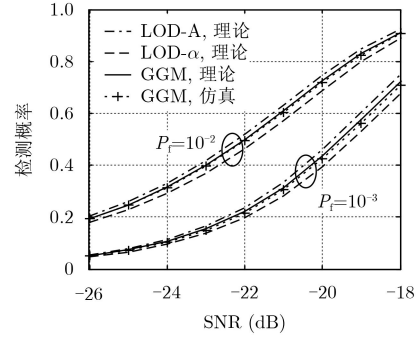


图6 Class A噪声中的恒虚警性能,  $a=0.1, \Gamma=10^{-3}$

理论与仿真检测概率的吻合情况也是如此, 故图中未一一画出。由效能函数计算的理论检测概率曲线, 与根据门限统计的仿真检测概率拟合度非常高, 说明采用效能来衡量非线性变换函数对于系统性能的影响是合理的。

图6中, 检测概率随着SNR的增加而逐渐增大, 不同检测器的性能表现有明显差异。其中LOD-A的检测性能最优, GGM方法次优, LOD- $\alpha$ 则最差。该现象与图5中效能指标大小顺序一致。可见, 当 $a$ 增大、非高斯性增强时, 模型失配导致的效能损失更为严重, 检测性能随之变差。而GGM方法保持次优性能, 不依赖于特定噪声模型, 避免了因模型失配导致性能下降的问题。

### 6.3 GGM在实测大气噪声下的恒虚警性能

为验证GGM方法的实用性, 现将一组实测大气噪声数据作为模拟噪声, 加入待检测信号, 在恒虚警技术下验证非线性处理的性能。由于实测大气噪声数据具有与S $\alpha$ S分布相近的统计特性, 在此定义广义信噪比为 $GSNR = E_s A^2/\gamma$ 。仿真统计广义信噪比在 $[-1, 6]$  dB之间的检测概率结果, 如图7。其中, 恒虚警概率设置为 $P_f=10^{-2}$ 或 $10^{-3}$ , 其余参数设置均与图6的仿真参数相同。

图7中3种方法中, LOD- $\alpha$ 性能最佳, 因为实测数据近似服从S $\alpha$ S分布。Class A模型属于失配情形, 故其检测性能最差。而GGM设计方法不依

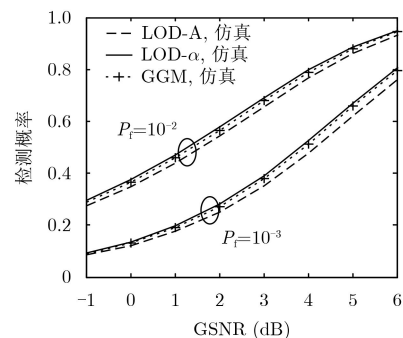


图7 实测大气噪声下的恒虚警性能

赖于噪声模型,通过KDE方法实现PDF估计,其性能与图7中最优性能很接近。

综合以上实验仿真可知,在噪声模型未知的情况下,基于噪声分布模型非线性变换的参数化设计,存在着噪声模型失配的风险。一旦噪声模型选择错误,系统性能会严重下降,故其适用性和可靠性不足。本文提出的GGM方法能与非参数的PDF估计方法相结合,稳健地发挥次优性能,保证了检测结果的可靠性。经过实测数据的处理仿真,可见GGM方法能够用于未知分布的大气噪声中的信号检测问题,具有很好的实用性和应用价值。

## 7 结论

针对脉冲型噪声中的信号检测,本文提出了基于高斯化和广义匹配的GGM方法。与传统非线性处理不同,GGM方法不依赖于特定的噪声模型,具有次优的检测性能。当噪声模型或PDF未知时,GGM方法可与非参数的概率密度估计方法相结合,成为一种基于噪声样本的非参数设计。其优点在于,GGM设计不需要知道噪声模型或特性,可取得稳健的次优检测性能,没有噪声模型失配的风险。因此,对于不能确定噪声模型或分布的场景,GGM方法是一种可推荐的稳健处理方法。

## 参考文献

- [1] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume II: Detection Theory[M]. Englewood Cliffs, US, Prentice-Hall, Inc., 1993: 94–115.
- [2] LACHOS V H, ANGOLINI T, and ABANTO-VALLE C A. On estimation and local influence analysis for measurement errors models under heavy-tailed distributions[J]. *Statistical Papers*, 2011, 52(3): 567–590. doi: [10.1007/s00362-009-0270-4](https://doi.org/10.1007/s00362-009-0270-4).
- [3] DAVIS R R and CLAVIER O. Impulsive noise: A brief review[J]. *Elsevier Hearing Research*, 2017, 349: 34–36. doi: [10.1016/j.heares.2016.10.020](https://doi.org/10.1016/j.heares.2016.10.020).
- [4] LI Xutao, JIN Lianwen, and WANG Shouyong. A simplified non-Gaussian mixture model for signal LO detection in  $\alpha$ -stable interference[C]. IEEE Congress on Image and Signal Processing, Beijing, China, 2008: 403–407. doi: [10.1109/CISP.2008.89](https://doi.org/10.1109/CISP.2008.89).
- [5] SHAO M and NIKIAS C L. Signal processing with fractional lower order moments: stable processes and their applications[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1993, 81(7): 986–1010. doi: [10.1109/5.231338](https://doi.org/10.1109/5.231338).
- [6] ZHANG Guoyong, WANG Jun, YANG Guosheng, et al. Nonlinear processing for correlation detection in symmetric  $\alpha$ -stable noise[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(1): 120–124. doi: [10.1109/LSP.2017.2776317](https://doi.org/10.1109/LSP.2017.2776317).
- [7] MIDDLETON D. Procedures for determining the parameters of the first-order canonical models of Class A and Class B electromagnetic interference[J]. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 2007, 21(3): 190–208. doi: [10.1109/TEMC.1979.303731](https://doi.org/10.1109/TEMC.1979.303731).
- [8] TSIHRINTZIS G A and NIKIAS C L. Performance of optimum and suboptimum receivers in the presence of impulsive noise modeled as an  $\alpha$ -stable process[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1995, 43(2/3/4): 904–914. doi: [10.1109/26.380123](https://doi.org/10.1109/26.380123).
- [9] VADALI S R K, RAY P, MULA S, et al. Linear detection of a weak signal in additive Cauchy noise[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2017, 65(3): 1061–1076. doi: [10.1109/TCOMM.2016.2647599](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2016.2647599).
- [10] OH H and NAM H. Design and performance analysis of nonlinearity preprocessors in an impulsive noise environment[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(1): 364–376. doi: [10.1109/TVT.2016.2547889](https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2547889).
- [11] LI Xutao, SUN Jun, WANG Shouyong, et al. Near-optimal detection with constant false alarm ratio in varying impulsive interference[J]. *IET Signal Processing*, 2013, 7(9): 824–832. doi: [10.1049/iet-spr.2013.0024](https://doi.org/10.1049/iet-spr.2013.0024).
- [12] LI Xutao, CHEN Peng, FAN Lisheng, et al. Normalization-based receiver using BCGM approximation for  $\alpha$ -stable noise channels[J]. *Electronics Letters*, 2013, 49(15): 965–967. doi: [10.1049/el.2013.1289](https://doi.org/10.1049/el.2013.1289).
- [13] SWAMI A and SADLER B M. On some detection and estimation problems in heavy-tailed noise[J]. *Elsevier Signal Processing*, 2002, 82(12): 1829–1846. doi: [10.1016/S0165-1684\(02\)00314-6](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(02)00314-6).
- [14] 张杨勇, 刘勇. 低频段大气噪声及处理技术[J]. 舰船科学技术, 2008, 30(S1): 85–88. doi: [10.3404/j.issn.1672-7649.2008.S021](https://doi.org/10.3404/j.issn.1672-7649.2008.S021). ZHANG Yangyong and LIU Yong. Atmospheric-noise at low frequency and its processing technique[J]. *Ship Science & Technology*, 2008, 30(S1): 85–88. doi: [10.3404/j.issn.1672-7649.2008.S021](https://doi.org/10.3404/j.issn.1672-7649.2008.S021).
- [15] WANG Pingbo, LIU Feng, CAI Zhiming, et al. G-Filter's Gaussianization function for interference background[C]. International Conference on Signal Acquisition and Processing, Nanjing, China, 2010: 76–79. doi: [10.1109/ICSAP.2010.77](https://doi.org/10.1109/ICSAP.2010.77).
- [16] SAMIYUDDIN M and EL-SAYYAD G M. On nonparametric kernel density estimates[J]. *Biometrika*, 1990, 77(4): 865–874. doi: [10.1093/77.4.865](https://doi.org/10.1093/77.4.865).
- [17] SILVERMAN B W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis[M]. London, UK, Chapman & Hall, 1986: 45–48.
- [18] HASHEMIFARD Z and AMINDAVAR H. PDF

- approximations to estimation and detection in time-correlated alpha-stable channels[J]. *Elsevier Signal Processing*, 2017, 133: 97–106. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.10.021](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.10.021).
- [19] BIBALAN M H, AMINDAVAR H, and AMIRMAZLAGHANI M. Characteristic function based parameter estimation of skewed alpha-stable distribution: An analytical approach[J]. *Elsevier Signal Processing*, 2017, 130: 323–336. doi: [10.1016/j.sigpro.2016.07.020](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.07.020).
- [20] KOLODZIEJSKI K R and BETZ J W. Detection of weak random signals in IID non-Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2000, 48(2): 222–230. doi: [10.1109/26.823555](https://doi.org/10.1109/26.823555).
- [21] ARIF M, NASEEM I, MOINUDDIN M, *et al.* Design of optimum error nonlinearity for channel estimation in the presence of Class-A impulsive noise[C]. IEEE International Conference on Intelligent and Advanced Systems, Kuala Lumpur, Malaysia, 2017: 1–6. doi: [10.1109/ICIAS.2016.7824137](https://doi.org/10.1109/ICIAS.2016.7824137).
- [22] WEINBERG G V. On the construction of CFAR decision rules via transformations[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(2): 1140–1146. doi: [10.1109/TGRS.2016.2620138](https://doi.org/10.1109/TGRS.2016.2620138).
- 罗忠涛：男，1984年生，讲师，硕士生导师，研究方向为统计信号处理与数字图像处理。
- 卢 鹏：男，1994年生，硕士生，研究方向为低频噪声分析与低频通信信号处理。
- 张杨勇：男，1983年生，高级工程师，研究方向为低频通信技术与信号处理。
- 张 刚：男，1976年生，副教授，硕士生导师，研究方向为微弱信号检测与混沌信号处理。