

基于辅助阵元的近场源幅相误差校正算法

倪萌钰* 陈辉 校松 倪柳柳 张佳佳
(空军预警学院雷达兵器运用工程重点实验室 武汉 430019)

摘要: 针对近场源的定位及阵列幅相误差校正问题, 该文提出一种基于均匀对称阵列利用辅助阵元矢量重构解耦的幅相误差校正方法。通过重构虚拟阵列实现距离参数的分离, 再通过对虚拟阵列导向矢量的变换实现方位和幅相误差之间的解耦合; 最后通过对实阵列导向矢量的变换, 实现距离与幅相误差的解耦合, 从而实现对近场源的方位角、距离以及阵列的幅相误差系数的级联估计。仿真结果表明所提算法相比现有算法运算量小, 方位及距离参数估计精确, 幅相误差校正精度高。

关键词: 对称阵列; 近场源; 辅助阵元; 矢量重构; 幅相误差校正

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)10-2415-08

DOI: 10.11999/JEIT180032

Gain and Phase Calibration Algorithm of Near-field Source Based on Instrumental Sensors

NI Mengyu CHEN Hui XIAO Song NI Liuliu ZHANG Jiajia
(Key Research Laboratory, Air Force Early Warning Academy, Wuhan 430019, China)

Abstract: In order to solve the problem of near-field source localization and array gain-phase error calibration, a method of gain-phase error calibration is proposed based on uniform array symmetry. The distance parameter is separated by reconstructing the virtual array, and then the decoupling between azimuth and error is realized by transforming the steering vector of the virtual array. Through the transformation of the real array steering vector, the decoupling between the distance and the gain-phase error is realized, and the cascade estimation of the azimuth and distance of the near-field source and the gain-phase error coefficient of the array is achieved. The simulation results show that compared with the exist algorithms, the proposed algorithm has less computational complexity, more accurate azimuth and distance parameters estimation, and higher accuracy of gain and phase error calibration.

Key words: Symmetrical array; Near-field; Instrumental sensors; Vector reconstruction; Gain and phase error calibration

1 引言

近几年来, 国内外有大量的学者在研究近场源定位问题, 提出了许多方法^[1-7], 比如文献[1]的最大似然估计法, 文献[2~4]的MUSIC算法, 文献[5,6]的基于高阶累积量的算法, 文献[7]的基于圆阵的相位差封闭式算法。这些方法大多是针对等距均匀阵列提出的, 而且在研究过程中很少考虑到误差导致定位算法性能下降甚至是失效的问题。

针对幅相不一致误差校正的问题, 一些方法相继被提出来, 比如文献[8]提出利用独立分析法进行盲校正的方法, 但是针对非高斯信号的幅相误差, 文献[9]利用稀疏矩阵实现方位与误差的联合估计,

缺点是幅相误差、互耦误差等各种误差混在一起, 没有分离开。随着对近场源定位研究不断深入, 对其幅相误差的校正成为越来越重要的问题。当前, 对近场源幅相误差校正方法分为3类: 一是将远场信号幅相误差校正方法直接用于近场信号的幅相误差校正, 如文献[10]采用的算法, 属于自校正^[10-12], 但在近场条件下距离与方位是耦合的导致不能直接在近场条件下使用; 二是利用远近场混合信号的误差校正方法, 如文献[13]对远近场混合信号进行幅相误差校正, 远场信源作为辅助信号, 利用远场信号先验知识对幅相误差校正后对近场信号进行估计, 无需谱峰搜索, 但需借助远场信号, 是有源校正^[13,14], 这类算法本质上是远场校正方法的运用, 在空间受限的近场条件下无法使用; 三是采用直接用于近场源幅相误差校正的方法, 文献[15]是通过

迭代对阵列的幅相误差进行校正, 利用改进2维 MUSIC算法对近场源进行定位, 但计算量大, 且迭代对误差进行校正时容易产生偏差。

总的来说, 直接利用近场源来校正近场的幅相误差的研究比较少, 其难点在于误差、方位和距离之间均存在耦合, 相比远场只存在方位与误差之间耦合的情况其复杂度增加不少。针对这一难点, 本文提出采用均匀对称阵列以及辅助阵元, 通过重构虚拟阵列实现方位、误差与距离之间的分离; 再通过对虚拟阵列导向矢量的变换, 实现了方位参数与误差之间的解耦合; 在此基础上, 通过变换实现距离与误差之间的解耦合。算法将原本需要误差、方位和距离等多维参数联合估计的问题, 转化为对近场源的方位角、距离以及阵列的误差系数级联估计的问题, 运算过程只需2次1维谱搜索, 从而极大地降低了算法的运算量, 同时算法对角度及距离参数的估计精确, 且误差校正精度高。最后, 通过仿真实验证明了算法的有效性。

2 近场源阵列幅相误差的信号模型

2.1 阵列模型

本文采用以中心阵元为参考点的等距均匀对称阵列, 阵元数为 $2M+1$, 如图1中“●”所示, 阵元位置以 d 为单位, d 一般取 $\lambda/4$ (λ 为波长)。在上述对称阵列的两侧各增加 P 个辅助阵元, 如图1中“■”所示, 组成的 $2K+1=2P+2M+1$ 元等距对称线阵从辅助阵元开始编号, 位置矢量为 $[m_{-K} \cdots m_{-M-1} \ m_{-M} \cdots m_0 \cdots m_M \ m_{M+1} \cdots m_K]d$, 其中 m_m 均为整数, 且 m_0 为0。

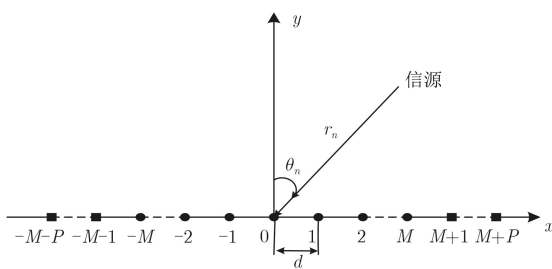


图1 近场源的辅助阵元均匀对称阵列

假设, 有 N ($N < M+1$) 个相互独立的零均值、平稳高斯的近场窄带信号源入射到如图1所示的等距均匀对称阵列上, 则阵元 k 接收到的信号表示为

$$x_k(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t) e^{j\tau_{kn}} + n_k(t), \quad -K \leq k \leq K \quad (1)$$

式中, $s_n(t)$ 为第 n 个信源, $n_k(t)$ 为零均值的加性白噪声, 与信源相互独立, τ_{kn} 表示第 n 个信源在第 k 个阵元与参考阵元间因时延引起的相位差。近场

源的 τ_{kn} 可由菲涅尔近似表示为

$$\tau_{kn} = \frac{2\pi r_n}{\lambda} \left(\sqrt{1 + \frac{m_k^2 d^2}{r_n^2} - \frac{2m_k d \sin \theta_n}{r_n}} - 1 \right) \approx \mu_n m_k + \varphi_n m_k^2 \quad (2)$$

$$\mu_n = -2\pi \frac{d}{\lambda} \sin \theta_n, \quad \varphi_n = \pi \frac{d^2}{\lambda r_n} \cos^2 \theta_n \quad (3)$$

式中, $\theta_n \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 为第 n 个信源与法线 y 轴之间的夹角, r_n 为第 n 个信源与参考阵元之间的距离。因此式(1)可写为

$$x_k(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t) e^{j(\mu_n m_k + \varphi_n m_k^2)} + n_k(t), \quad -K \leq k \leq K \quad (4)$$

因此, 整个阵列接收数据矢量为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{X}(t)$ 为 $(2K+1) \times 1$ 维快拍数据, $\mathbf{N}(t)$ 为 $(2K+1) \times 1$ 维噪声矢量, $\mathbf{S}(t)$ 为 $N \times 1$ 维信号矢量, \mathbf{A} 为 $(2K+1) \times N$ 维阵列流型。

$$\mathbf{X}(t) = [x_{-K}(t) \cdots x_0(t) \cdots x_K(t)]^T \quad (6a)$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \cdots \ s_N(t)]^T \quad (6b)$$

$$\mathbf{N}(t) = [n_{-K}(t) \cdots n_0(t) \cdots \ n_K(t)]^T \quad (6c)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, r_1) \cdots \mathbf{a}(\theta_n, r_n) \cdots \mathbf{a}(\theta_N, r_N)] \quad (6d)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}(\theta_n, r_n) &= [e^{j(\mu_n m_{-k} + \varphi_n m_{-k}^2)} \cdots e^{j(\mu_n m_0 + \varphi_n m_0^2)} \cdots e^{j(\mu_n m_k + \varphi_n m_k^2)}]^T \\ &= [\mathbf{a}_1^T(\theta_n, r_n) \ \mathbf{a}_2^T(\theta_n, r_n) \ \mathbf{a}_3^T(\theta_n, r_n)]^T \end{aligned} \quad (6e)$$

式中, $[\cdot]^T$ 表示转置, $P \times 1$ 维矢量 $\mathbf{a}_1(\theta_n, r_n)$ 是由对称阵列左侧 P 个精确校正的辅助阵元对应的元素组成, 同时 $\mathbf{a}_2(\theta_n, r_n)$ 是 $(2M+1) \times 1$ 维矢量, 是由对称阵列对应的元素组成的, $P \times 1$ 维矢量 $\mathbf{a}_3(\theta_n, r_n)$ 是由对称阵列右侧 P 个精确校正的辅助阵元对应的元素组成。

2.2 误差条件下的数据模型

当阵列存在阵元通道幅相误差时, 阵列接收的快拍数据式(5)变为

$$\tilde{\mathbf{X}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) = \mathbf{\Gamma}\mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (7)$$

式中, $\tilde{\mathbf{A}}$ 为阵元存在通道幅相误差时的阵列流型矩阵, 表示为

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}} &= [\mathbf{\Gamma}\mathbf{a}(\theta_1, r_1) \cdots \mathbf{\Gamma}\mathbf{a}(\theta_n, r_n) \cdots \mathbf{\Gamma}\mathbf{a}(\theta_N, r_N)] \\ &= [\tilde{\mathbf{a}}(\theta_1, r_1) \cdots \tilde{\mathbf{a}}(\theta_n, r_n) \cdots \tilde{\mathbf{a}}(\theta_N, r_N)] \end{aligned} \quad (8)$$

由上面的假设可知, 辅助阵元均匀对称地分布在阵列的两侧, 且辅助阵元是精确校正阵元, 故幅

相扰动矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 中辅助阵元对应的元素为1, 即

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma} &= \text{diag}[\mathbf{1}_{1 \times P} \alpha_{-M} \cdots \alpha_0 \cdots \alpha_M \mathbf{1}_{1 \times P}] \\ &= \text{diag} \left[\mathbf{1}_{1 \times P} \quad [\text{vecd}(\mathbf{\Gamma}_1)]^T \quad \mathbf{1}_{1 \times P} \right] \quad (9)\end{aligned}$$

其中, $\text{vecd}(\bullet)$ 代表将矩阵对角线上的元素取出构成列矢量, $\text{diag}(\bullet)$ 表示将行向量构成对角矩阵。

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{a}}(\theta_n, r_n) &= \left[\alpha_{-K} e^{j(\mu_n m_{-k} + \varphi_n m_{-k}^2)} \cdots \alpha_0 e^{j(\mu_n m_0 + \varphi_n m_0^2)} \cdots \alpha_K e^{j(\mu_n m_k + \varphi_n m_k^2)} \right]^T \\ &= \left[\alpha_{-K} e^{j(\mu_n m_{-k} + \varphi_n m_{-k}^2)} \cdots \alpha_0 e^{j(\mu_n m_0 + \varphi_n m_0^2)} \cdots \alpha_K e^{j(\mu_n m_k + \varphi_n m_k^2)} \right]^T \quad (10)\end{aligned}$$

因此, 得到存在幅相不一致误差时的阵列数据协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$:

$$\tilde{\mathbf{R}} = \text{E}[\tilde{\mathbf{X}}(t)\tilde{\mathbf{X}}^H(t)] = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{R}_S\tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma^2\mathbf{I} \quad (11)$$

式中, $\text{E}[\bullet]$ 表示数据的统计平均, $\mathbf{R}_S = \text{E}[\mathbf{S}(t)\mathbf{S}^H(t)]$ 为信号协方差矩阵, σ^2 为噪声功率, \mathbf{I} 是 $(2K+1) \times (2K+1)$ 维的单位矩阵。将阵列的协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$ 进行特征分解, 得

$$\tilde{\mathbf{R}} = \tilde{\mathbf{U}}_S \tilde{\mathbf{\Lambda}}_S \tilde{\mathbf{U}}_S^H + \tilde{\mathbf{U}}_N \tilde{\mathbf{\Lambda}}_N \tilde{\mathbf{U}}_N^H \quad (12)$$

其中, $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_S$ 为存在误差时大特征值组成的对角阵, $\tilde{\mathbf{\Lambda}}_N$ 为存在误差时小特征值组成的对角阵, $\tilde{\mathbf{U}}_S$ 为存在误差时大特征值对应的信号子空间, $\tilde{\mathbf{U}}_N$ 为存在误差时小特征值对应的噪声子空间。

3 近场源幅相误差校正算法

3.1 近场源的DOA估计

近场源定位需估计方位、距离两个参数, 但阵列存在幅相误差时, 方位、距离和误差三者间是耦合的, 即估计其中一个参数就必须知道其它2个参数。通常情况下联合估计才能解决这种耦合问题, 但为提高近场源定位的实时性, 必须实现方位、距离与误差之间的解耦合。

通过仔细分析式(11), 抽取如下数据构造一个列矢量为

$$\begin{aligned}\mathbf{Y} &= \left[\tilde{\mathbf{R}}(1, K) \cdots \tilde{\mathbf{R}}(i, K+1-i) \cdots \right. \\ &\quad \left. \tilde{\mathbf{R}}(M+1+P, M+1+P) \right]^T \quad (13)\end{aligned}$$

由于

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{R}}(i, K+1-i) &= \alpha_{-i} \alpha_i^* x_{-i} x_i^* \\ &= \alpha_{-i} \alpha_i^* \left(\sum_{n=1}^N s_n(t) e^{j(\mu_n m_{-i} + \varphi_n m_{-i}^2)} + n_{-i}(t) \right) \\ &\quad \cdot \left(\sum_{n=1}^N s_n(t) e^{-j(\mu_n m_i + \varphi_n m_i^2)} + n_i(t) \right) \\ &= \alpha_{-i} \alpha_i^* e^{2j\mu_n m_{-i}} \left(\sum_{n=1}^N s_n(t) \right)^2 \quad (14)\end{aligned}$$

式中, $\mathbf{1}_{1 \times P}$ 是 $(1 \times P)$ 维的全1行向量, $\mathbf{\Gamma}_1$ 是 $(2M+1) \times (2M+1)$ 维的对角矩阵, 是由对称阵列阵元的扰动幅相误差组成。

对于均匀对称阵列, 导向矢量中 $m_{-k}^2 = m_k^2$ ($1 \leq k \leq K$, 且 k 为整数), 故阵列的导向矢量为

将式(14)和式(5)对比发现, 式(14)可看成是一个虚拟的等距均匀阵列, 对于这个重构的虚拟阵列, 存在 P 个精确校正的辅助阵元和 $M+1$ 存在复合幅相误差的阵元, 导向矢量变为

$$\begin{aligned}\mathbf{G}(\theta) &= [\alpha_{-K} \alpha_K^* e^{2j\mu_n m_{-K}} \cdots \alpha_{-k} \alpha_k^* e^{2j\mu_n m_{-k}} \cdots \alpha_0 \alpha_0^*]^T \\ &= \begin{bmatrix} \alpha_{-K} \alpha_K^* & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & 0 & \vdots \\ \vdots & 0 & \alpha_{-1} \alpha_1^* & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \alpha_0 \alpha_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{2j\mu_n m_{-K}} \\ \vdots \\ e^{2j\mu_n m_{-1}} \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{1}_{1 \times P}) & \mathbf{0}_{P \times M} \\ \mathbf{0}_{M \times P} & \mathbf{\Gamma}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1(\theta) \\ \mathbf{b}_2(\theta) \end{bmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \mathbf{b}_1(\theta) & \mathbf{0}_{P \times (M+1)} \\ \mathbf{0}_{(M+1) \times 1} & \text{diag}[\mathbf{b}_2(\theta)] \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \text{vecd}(\mathbf{\Gamma}_2) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{T}_b(\theta) \mathbf{d}(\theta) \quad (15)\end{aligned}$$

式中, $P \times 1$ 维矢量 $\mathbf{b}_1(\theta)$ 由 $2P$ 个精确校正的辅助阵元按对称阵元导向矢量的乘积组成, $(M+1) \times 1$ 维矢量 $\mathbf{b}_2(\theta)$ 是由存在幅相误差的 $2M+1$ 个阵元按对称阵元导向矢量的乘积组成, $\mathbf{\Gamma}_2$ 是 $(M+1) \times (M+1)$ 维对角矩阵, 由对称阵元相应的幅相误差的乘积组成, $\mathbf{T}_b(\theta)$ 为只含方位角信息的 $(K+1) \times (M+2)$ 维矩阵, $\mathbf{d}(\theta)$ 是 $\mathbf{\Gamma}_2$ 中的误差项组成的 $(M+2) \times 1$ 维列矢量。

从式(15)的变换过程可以看出: 通过对阵元数为 $2K+1$, 阵元间距为 $\lambda/4$ 的等距均匀阵列的矢量重构, 可以得到一个阵元数为 $K+1$, 阵元间距为 $\lambda/2$ 的虚拟等距均匀阵列, 且这 $K+1$ 个阵元中有 P 个精确校正的阵元, $M+1$ 个存在复合幅相误差的阵元。

那么, 对重构的虚拟阵列的数据协方差矩阵 \mathbf{R}_Y 进行特征分解, 得

$$\mathbf{R}_Y = \text{E}[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)] = \mathbf{U}_{S1} \mathbf{\Lambda}_{S1} \mathbf{U}_{S1}^H + \mathbf{U}_{N1} \mathbf{\Lambda}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \quad (16)$$

其中, $\mathbf{\Lambda}_{S1}$ 为大特征值组成的对角阵, $\mathbf{\Lambda}_{N1}$ 为小特征值组成的对角阵, \mathbf{U}_{S1} 为大特征值对应的信号子空间, \mathbf{U}_{N1} 为小特征值对应的噪声子空间。

由子空间的正交性原理得

$$\mathbf{G}^H(\theta) \mathbf{U}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \mathbf{G}(\theta) = 0 \quad (17)$$

故将导向矢量即式(15)代入式(17)中, 得

$$\begin{aligned} & \delta^H(\theta) \mathbf{T}_b^H(\theta) \mathbf{U}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \mathbf{T}_b(\theta) \delta(\theta) \\ & = \delta^H(\theta) \mathbf{C}(\theta) \delta(\theta) = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

式中, $\mathbf{C}(\theta)$ 为 $(M+2) \times (M+2)$ 维矩阵

$$\mathbf{C}(\theta) = \mathbf{T}_b^H(\theta) \mathbf{U}_{N1} \mathbf{U}_{N1}^H \mathbf{T}_b(\theta) \quad (19)$$

从式(17)、式(18)和式(19)中可以看出, \mathbf{U}_{N1} 为重构的虚拟阵列的数据协方差矩阵特征分解得到的噪声子空间, $\mathbf{C}(\theta)$ 只含方位角的信息, 并且通过式(15)可以得出 $\delta(\theta)$ 为误差矢量, 且 $\delta(\theta) \neq 0$ 。所以, 对信源的方位角进行估计, 有

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} \frac{1}{\lambda_{\min}[\mathbf{C}(\theta)]} \quad (20)$$

式中, $\lambda_{\min}[\bullet]$ 表示求矩阵最小的特征值。

通过上面的分析得到: 对虚拟阵列的变换, 可成功将原来耦合的误差(复合的幅相误差)与方位角进行解耦合, 即将导向矢量中的方位参数与虚拟阵元的误差分离, 此时采用MUSIC算法1维搜索就可估计出信源的方位角。值得注意的是, 此时的误差是两阵元合成的, 不能直接估计出原始阵元的误差参数, 还需估计出信源的距离参数才能实现误差与距离的解耦合。

3.2 近场源的距离估计

通过上节得到了信号源方位角的估计值, 将 $\hat{\theta}$ 代入式(10)中, 可以发现原始的阵列只存在了距离参数和误差的耦合, 此时的阵列中存在 $2P$ 个精准校正的辅助阵元和 $2M+1$ 个存在幅相误差扰动的阵元。故阵列的导向矢量为

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathbf{a}}(\hat{\theta}, r) = \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\hat{\theta}, r) \\ & = \begin{bmatrix} \alpha_{-K} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \alpha_{K-1} & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & \alpha_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{j(\mu_{n1-K} + \varphi_{n1-K})} \\ \vdots \\ e^{j(\mu_{n1K-1} + \varphi_{n1K-1})} \\ e^{j(\mu_{n1K} + \varphi_{n1K})} \end{bmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_1(\hat{\theta}, r) & \mathbf{0}_{P \times (2M+1)} & \mathbf{0}_{P \times 1} \\ \mathbf{0}_{(2M+1) \times 1} & \text{diag}[\mathbf{a}_2(\hat{\theta}, r)] & \mathbf{0}_{(2M+1) \times 1} \\ \mathbf{0}_{P \times 1} & \mathbf{0}_{P \times (2M+1)} & \mathbf{a}_3(\hat{\theta}, r) \end{pmatrix} \\ & \quad \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ \text{vecd}(\mathbf{\Gamma}_1) \\ 1 \end{bmatrix} \\ & = \mathbf{T}_a(\hat{\theta}, r) \mathbf{d}_1(\hat{\theta}, r) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\mathbf{T}_a(\hat{\theta}, r)$ 是 $(2K+1) \times (2M+3)$ 维矩阵, $\mathbf{d}_1(\hat{\theta}, r)$ 是 $(2M+3) \times 1$ 维列矢量。由式(12)可知, 存在误差时的MUSIC算法为

$$\tilde{\mathbf{a}}^H(\hat{\theta}, r) \tilde{\mathbf{U}}_N \tilde{\mathbf{U}}_N^H \tilde{\mathbf{a}}(\hat{\theta}, r) = 0 \quad (22)$$

将式(21)代入到式(22)中, 可以得到

$$\begin{aligned} & \delta_1^H(\hat{\theta}, r) \mathbf{T}_a^H(\hat{\theta}, r) \tilde{\mathbf{U}}_N \tilde{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{T}_a(\hat{\theta}, r) \delta_1(\hat{\theta}, r) \\ & = \delta_1^H(\hat{\theta}, r) \mathbf{Q}(\hat{\theta}, r) \delta_1(\hat{\theta}, r) = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

式中, $\mathbf{Q}(\hat{\theta}, r)$ 为 $(2M+3) \times (2M+3)$ 维矩阵

$$\mathbf{Q}(\hat{\theta}, r) = \mathbf{T}_a^H(\hat{\theta}, r) \tilde{\mathbf{U}}_N \tilde{\mathbf{U}}_N^H \mathbf{T}_a(\hat{\theta}, r) \quad (24)$$

从式(22)、式(23)和式(24)中可以看出, $\mathbf{Q}(\hat{\theta}, r)$ 含估计的方位角的信息和待估计的距离参数, 并且通过式(21)可以得出 $\delta_1(\hat{\theta}, r)$ 是由当误差存在时原始阵列的幅相扰动误差 $\mathbf{\Gamma}_1$ 构成的, 且 $\delta_1(\hat{\theta}, r) \neq 0$ 。所以, 对信源的距离进行估计, 有

$$\hat{r} = \arg \max_r \frac{1}{\lambda_{\min}[\mathbf{Q}(\hat{\theta}, r)]} \quad (25)$$

很显然, 上述的变换将原来耦合的误差与距离参数进行了解耦合, 即将原始阵列的导向矢量中的距离与误差进行了分离, 从而采用MUSIC算法1维搜索就将信源的距离估计出来。

3.3 近场源的误差校正及误差系数估计

通过前两节完成了方位与误差、距离与误差之间的解耦合, 得到了近场源方位角及距离参数的估计值, 将估计出的方位角和距离参数信息代入到式(24)得到 $\mathbf{Q}(\hat{\theta}, \hat{r})$, 对其进行归一化运算, 得到校正估计的误差系数, 有

$$\delta_1(\hat{\theta}, \hat{r}) = e_{\min}[\mathbf{Q}(\hat{\theta}, \hat{r})], e_{\min}(1) = 1 \quad (26)$$

$$\boldsymbol{\alpha} = \delta_1 / \delta_1(1) \quad (27)$$

其中, $e_{\min}[\bullet]$ 是求矩阵最小特征值对应的特征矢量。由此, 得出 $\mathbf{\Gamma}_1$ 中均匀对称阵列通道幅相误差的估计值。

3.4 算法总结

基于上述分析, 可将近场源利用辅助阵元矢量重构解耦合的幅相误差校正方法(Gain and phase calibration Instrumental sensor vector Reconstruction, GIR)的步骤总结如下:

步骤 1 按式(11)计算存在误差时的数据协方差矩阵 $\tilde{\mathbf{R}}$, 并按式(12)对其进行特征分解, 获得存在误差时小特征值对应的噪声子空间 $\tilde{\mathbf{U}}_N$;

步骤 2 按式(13)得到重新构造的虚拟阵列的

数据 \mathbf{Y} ，按式(17)计算重构的虚拟阵列的数据协方差矩阵 \mathbf{R}_Y ，且对其进行特征分解得到噪声子空间 \mathbf{U}_{N1} ；

步骤3 利用式(15)对虚拟的阵列导向矢量进行变换，按式(19)利用虚拟阵列的噪声子空间 \mathbf{U}_{N1} ，得到估计值 $\hat{\theta}$ ；

步骤4 在方位角估计值 $\hat{\theta}$ 的基础上，将其代入式(10)得到含方位角估计信息、未知的距离参数信息以及误差系数的导向矢量 $\hat{\mathbf{a}}(\hat{\theta}, r)$ ，利用式(21)对其进行变换，然后按式(24)利用步骤1中得到的噪声子空间 $\tilde{\mathbf{U}}_N$ ，得到估计值 \hat{r} ；

步骤5 在得到方位角估计值 $\hat{\theta}$ 和距离估计值 \hat{r} 的基础上，按式(27)进行归一化运算得到阵元幅相误差系数的估计值。

4 计算机仿真

通过仿真实验来验证GIR算法的有效性。对照图1，设均匀对称阵列总阵元数为13个，其中 $M = 4, P = 2$ ，阵元位置矢量为 $[-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6]d$ ，且 $d = \lambda/4$ 。有一个独立的近场信号源入射到如图1所示的阵列上，信号源的参数为 $\theta = 0^\circ, r = 3\lambda$ ，实验的快拍数为100，信噪比为20 dB，幅度误差2%、相位误差为 5° ，噪声为零均值的高斯白噪声。

仿真1 阵元幅相误差的校正

GIR算法对幅相误差估计见表1。图2、图3给出了GIR算法对幅相误差校正后MUSIC算法的估计性能，以及误差已知情况下的MUSIC谱图和未进行误差校正时的MUSIC谱图。

由表1可得出GIR算法对幅相误差校正的精度较高。图2，图3表明未校正的MUSIC谱无法准确估计近场源方位角和距离，而GIR算法的谱图与已知误差的谱图基本重合，尤其在距离参数的估计方面，因此得出GIR算法对幅相误差校正以及对近场源定位比较准确。

仿真2 GIR算法校正精度与幅相误差的关系

比较GIR算法对幅相误差校正及近场源定位随幅度误差和相位误差变化的变化。图4，图5为幅度误差满足2%，相位误差分别为 $0^\circ, 5^\circ$ 和 30° 时，GIR算法对误差校正性能随相位误差的变化。图6，图7为相位误差为 5° ，幅度误差分别满足0, 2%, 50%时，GIR算法对误差校正性能随幅度误差的变化。图8，图9是幅度误差满足0, 2%, 50%，相应相位误差为 $0^\circ, 5^\circ$ 和 30° 时，GIR算法对误差校正性能随相位误差和幅度误差的变化。

图4，图5表明幅度误差一定时，随相位误差增

表1 各个通道误差系数的真实值、估计值以及差值

误差系数	阵元2	阵元3	阵元4	阵元5
真实值	1.0000+0.0000i	0.9822-0.0181i	0.9909-0.0688i	0.9889+0.0162i
估计值	1.0000+0.0000i	0.9820-0.0183i	0.9908-0.0686i	0.9885+0.0142i
差值的绝对值	0.0000+0.0000i	0.0003+0.0000i	0.0002+0.0000i	0.0020+0.0000i
误差系数	阵元6	阵元7	阵元8	阵元9
真实值	1.0167+0.0121i	0.9820+0.0447i	1.0068+0.0062i	1.0077+0.0573i
估计值	1.0153+0.0103i	0.9817+0.0442i	1.0050+0.0060i	1.0081+0.0564i
差值的绝对值	0.0022+0.0000i	0.0005+0.0000i	0.0019+0.0000i	0.0010+0.0000i
误差系数	阵元10	阵元11	阵元12	
真实值	1.0103-0.0410i	0.9976-0.0580i	1.0000+0.0000i	
估计值	1.0105-0.0402i	0.9973-0.0575i	0.9999-0.0007i	
差值的绝对值	0.0008+0.0000i	0.0006+0.0000i	0.0007+0.0000i	

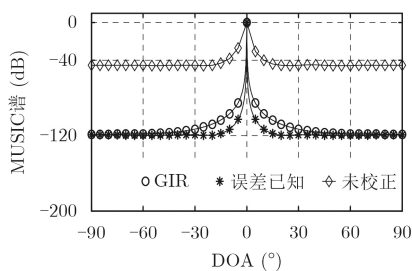


图2 误差条件下方位角的MUSIC谱

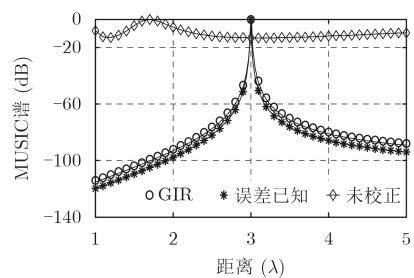


图3 误差条件下距离的MUSIC谱

大，GIR算法的校正性能好，受相位误差影响较小。图6，图7表明相位误差一定时，随幅度误差的增大，GIR算法的校正效果有一定程度的下降，且在方位角估计方面下降效果明显。图8，图9表明随幅度误差和相位误差同时增大，GIR算法的校正效果受其影响小，3条曲线基本重合，校正估计结果精度高。

仿真3 GIR算法统计性能分析

比较GIR算法与文献[12]，文献[15]的算法对幅相误差校正的统计特性随信噪比的变化。等距均匀阵列的阵元数为11，其中GIR算法、文献[12]辅助

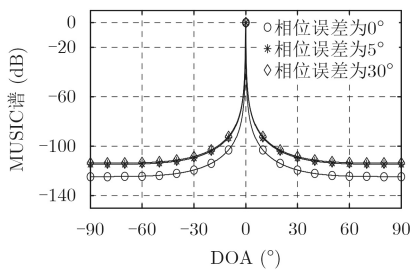


图4 方位角MUSIC谱随相位误差的变化

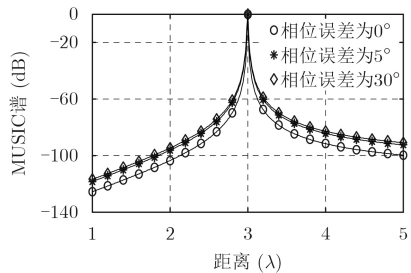


图5 距离MUSIC谱随相位误差的变化

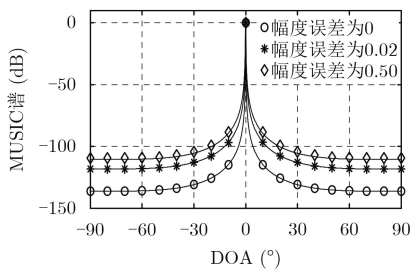


图6 方位角MUSIC谱随幅度误差的变化

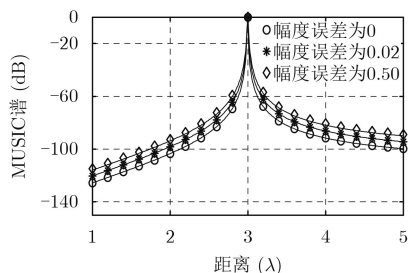


图7 距离MUSIC谱随幅度误差的变化

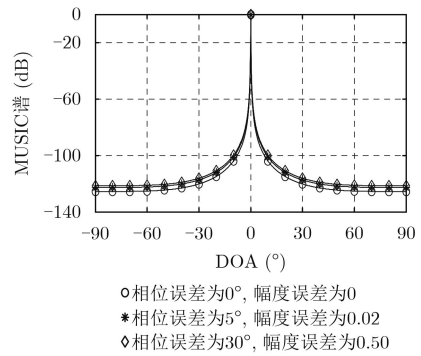


图8 方位角MUSIC谱随幅相误差的变化

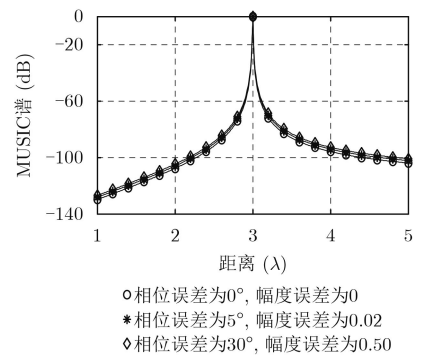


图9 距离MUSIC谱随幅相误差的变化

阵元数为4，有幅相误差的阵元数为7，进行100次蒙特卡洛实验。DOA和距离的RMSE随信噪比变化如图10，图11所示。

从图10与图11中可以看出方位角和距离的RMSE随信噪比增大而减小，本文算法较文献[15]2维谱搜索方法计算量小、性能好，尤其在信噪比较高的情况下，GIR算法要远远好于比较算法，且GIR算法与误差已知时的统计性能相比，尤其在距离方面，曲线基本重合。图中文献[12]的算法在性能方面差，是因为文献[12]采用的辅助阵元法-ISM算法在近场条件下设置的辅助阵元达不到要求，且距离与方位是耦合的导致该算法不能直接在近场条件下使用。同时当信噪比达到20 dB时，GIR算法的均方根误差已接近为0，估计精度高。

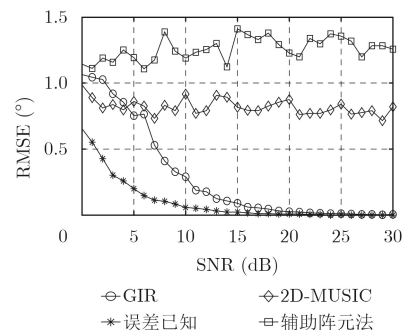


图10 方位角的均方根误差随信噪比的变化

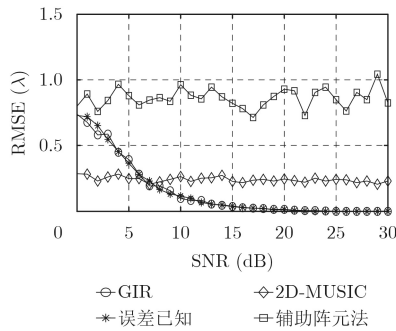


图 11 距离的均方根误差随信噪比的变化

5 结束语

在近场源模型下, 当阵列存在幅相误差时, 误差与方位之间是耦合的, 误差与距离之间是耦合的, 方位与距离之间也是耦合的。所以多维参数的联合估计才可以求解, 但计算复杂繁琐, 且在阵元自由度不够的情况下, 很难准确对近场源进行定位估计。针对近场源这一难题, 本文提出一种近场源利用辅助阵元矢量重构解耦合的幅相误差校正方法。算法首先通过对阵元间距为 $\lambda/4$ 的等距均匀阵列重构得到一个阵元间距为 $\lambda/2$ 的虚拟等距均匀阵列, 实现了距离参数的分离; 再通过对虚拟阵列导向矢量的变换实现了方位与误差之间的解耦, 从而估计出方位; 然后利用估计出的方位参数对原始阵列导向矢量进行变换实现距离与误差之间的解耦, 从而得到距离参数的估计值; 最后利用得到的方位与距离的估计值以及原始阵列存在误差时的噪声子空间通过归一化运算得出阵元误差系数。相比传统不解耦的方法, 该算法可以同时实现对近场源的方位角、距离以及阵元误差系数的级联估计, 且只需进行2次1维谱搜索, 避免了多维谱搜索, 无需参数配对, 计算量小, 且在虚拟阵列重构过程中没有损失阵列孔径, 所以角度和距离的估计精度高, 幅相误差的校正精度高, 可以实现实时估计, 更符合实际应用的要求。最后通过计算机的仿真实验对该算法的有效性进行了验证。

参考文献

- [1] SWINDLEHURST A L and KAILATH T. Passive direction of arrival and range estimation for near-field sources[C]. IEEE Spectrum Estimation and Modeling Workshop, MN, USA, 1988: 123–128. doi: [10.1109/SPECT.1988.206176](https://doi.org/10.1109/SPECT.1988.206176).
- [2] LI Jianzhong, WEI Gang, and MA Biyun. A simple way of near-field source localization with MUSIC[C]. IEEE International Conference on Computational Electromagnetics, Guangzhou, China, 2016: 330–332. doi: [10.1109/COMPEM.2016.7588682](https://doi.org/10.1109/COMPEM.2016.7588682).
- [3] XIE Jian, TAO Haihong, RAO Xuan, et al. Localization of mixed far-field and near-field sources under unknown mutual coupling[J]. *Digital Signal Processing*, 2016, 50(C): 229–239. doi: [10.1016/j.dsp.2015.10.012](https://doi.org/10.1016/j.dsp.2015.10.012).
- [4] SINGH P R, WANG Y, and CHARGE P. Near field targets localization using bistatic MIMO system with symmetric arrays[C]. IEEE Signal Processing Conference, Kos, Greece, 2017: 2408–2412. doi: [10.23919/EUSIPCO.2017.8081641](https://doi.org/10.23919/EUSIPCO.2017.8081641).
- [5] 陈建峰, 张贤达, 吴云韬. 近场源距离、频率及到达角联合估计算法[J]. 电子学报, 2004, 32(5): 803–806. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2004.05.023](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2004.05.023).
- [6] CHEN Jianfeng, ZHANG Xianda, and WU Yuntao. An algorithm for jointly estimating range, DOA and frequency of near field source[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(5): 803–806. doi: [10.3321/j.issn:0372-2112.2004.05.023](https://doi.org/10.3321/j.issn:0372-2112.2004.05.023).
- [7] 黄家才, 石要武, 陶建武. 一种新的近场源距离及到达角联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(11): 2738–2742. doi: [10.3724/SP.J.1146.2006.00633](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2006.00633).
- [8] HUANG Jiakai, SHI Yaowu, and TAO Jianwu. A new method for range and DOA estimation of near-field sources[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2007, 29(11): 2738–2742. doi: [10.3724/SP.J.1146.2006.00633](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2006.00633).
- [9] CHEN Xin, LIN Zhen, and WEI Xizhang. Unambiguous parameter estimation of multiple near-field sources via totating uniform circular array[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 872–875. doi: [10.1109/LAWP.2016.2613084](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2613084).
- [10] KIM Jungtai, YANG Hyunjong, JUNG Byungwook, et al. Blind calibration for a linear array with gain and phase error using independent component analysis[J]. *IEEE Antennas and Wireless Letters*, 2010, 9(10): 1259–1262. doi: [10.1109/LAWP.2010.2104132](https://doi.org/10.1109/LAWP.2010.2104132).
- [11] LIU Hongqing, ZHAO Luming, LI Yong, et al. A sparse-based approach for DOA estimation and array calibration in uniform linear array[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(15): 6018–6027. doi: [10.1109/JSEN.2016.2577712](https://doi.org/10.1109/JSEN.2016.2577712).
- [12] LI Youming and ER M H. Theoretical analyses of gain and phase error calibration with optimal implementation for linear equispaced array[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(2): 712–723. doi: [10.1109/TSP.2005.861892](https://doi.org/10.1109/TSP.2005.861892).
- [13] 程丰, 龚子平, 张驰, 等. 一种基于旋转测量的阵列幅相误差校正新方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(8): 1899–1905. doi: [10.11999/JEIT161058](https://doi.org/10.11999/JEIT161058).
- [14] CHENG Feng, GONG Ziping, ZHANG Chi, et al. A new rotation measurement-based method for array gain-phase errors calibration[J]. *Journal of Electronics & Information*

- Technology*, 2017, 39(8): 1899–1905. doi: [10.11999/JEIT161058](https://doi.org/10.11999/JEIT161058).
- [12] 王布宏, 王永良, 陈辉, 等. 方位依赖阵元幅相误差校正的辅助阵元法[J]. 中国科学E辑: 信息科学, 2004, 34(8): 906–918. doi: [10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006](https://doi.org/10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006).
- WANG Buhong, WANG Yongliang, CHEN Hui, *et al.* Array calibration of angularly dependent gain and phase uncertainties with carry-on instrumental sensors[J]. *Science in China Ser. E Information Sciences*, 2004, 34(8): 906–918. doi: [10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006](https://doi.org/10.3321/j.issn:1006-9275.2004.08.006).
- [13] 芦迅, 甄佳奇. 基于幅相误差阵列的远近场混合信号超分辨测向方法[J]. 电波科学学报, 2017, 32(2): 227–236. doi: [10.13443/j.cjors.2016120401](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2016120401).
- LU Xun and ZHEN Jiaqi. Super-resolution direction finding method for mixed far-field and near-field signals based on gain-phase error array[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2017, 32(2): 227–236. doi: [10.13443/j.cjors.2016120401](https://doi.org/10.13443/j.cjors.2016120401).
- [14] DAI Zheng, SU Weimin, GU Hong, *et al.* Sensor gain-phase errors estimation using disjoint sources in unknown directions[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2016, 16(10): 3724–3730. doi: [10.1109/JSEN.2016.2531282](https://doi.org/10.1109/JSEN.2016.2531282).
- [15] 付永庆, 郑莉, 邵学辉. 一种监听键盘录入信息的新方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2008, 29(2): 175–178. doi: [10.3969/j.issn.1006-7043.2008.02.014](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-7043.2008.02.014).
- FU Yongqing, ZHENG Li, and SHAO Xuehui. Intercepting messages using the sounds of keystrokes[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2008, 29(2): 175–178. doi: [10.3969/j.issn.1006-7043.2008.02.014](https://doi.org/10.3969/j.issn.1006-7043.2008.02.014).
- 倪萌钰: 女, 1994年生, 助教, 研究方向为阵列信号处理.
陈辉: 男, 1974年生, 教授, 研究方向为阵列信号处理.
校松: 男, 1994年生, 助教, 研究方向为阵列信号处理.
倪柳柳: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理.
张佳佳: 女, 1986年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理.