

## 基于耦合非局部全变差的图像着色算法

金正猛 李晓伟\* 武婷婷 杨真真

(南京邮电大学理学院 南京 210023)

**摘要:** 基于局部算子的全变差(TV)模型在对纹理图像着色时,会出现颜色扩散不均匀,着色范围区域较小等问题。为了解决上述问题,该文提出基于非局部算子的耦合全变差图像着色模型,结合交替方向乘子法(ADMM),设计出相应的数值求解算法,并给出该算法的收敛性结果。该模型充分利用像素邻域亮度之间的相似性进行颜色扩散,能有效避免仅利用亮度边缘信息进行局部扩散导致颜色扩散不均匀的问题。数值实验结果表明,该模型在快速着色的同时,能有效解决颜色在纹理等细节处扩散不均匀的问题。

**关键词:** 图像处理; 图像着色; 全变差; 非局部算子; 交替方向乘子算法

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)11-2547-07

DOI: 10.11999/JEIT180141

## A Coupled Non-local Total Variation Algorithm for Image Colorization

JIN Zhengmeng LI Xiaowei WU Tingting YANG Zhenzhen

(School of Science, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210023, China)

**Abstract:** The traditional Total Variation (TV) model based on local operators for texture image colorization has some problems, such as inhomogeneous color diffusion, small coloring ranges and so on. In order to solve these problems, a coupled total variation model based on nonlocal operators is presented for image colorization, and the correspond numerical algorithm is designed to solve the model by incorporating the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM), and the convergence result of the algorithm is given. The proposed model makes full use of the similarity between the brightness of the pixel areas to perform color diffusion, which can effectively avoid the problem of inhomogeneous color diffusion due to local diffusion only using the brightness edge information. The experimental results are given to show that the model can effectively solve the problem of inhomogeneous color diffusion at textures and other details while fast colorizing.

**Key words:** Image processing; Image colorization; Total Variation (TV); Non-local operators; Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM) algorithm

### 1 引言

图像着色,也被称为灰度图像彩色化,即借助计算机技术将灰度图像转化为彩色图像,以增强视觉效果,有助于挖掘灰度图像内部深层次的信息。图像着色技术在医疗、影视、广告设计等领域都有着广泛的应用<sup>[1,2]</sup>。目前,图像着色方法可以分为基于颜色扩展的着色方法和基于颜色转移的着色方法。基于颜色扩展的方法是人为在灰度图像上添加

彩色线条,再利用算法将局部线条颜色信息扩散到整幅图像,从而达到着色的目的。基于颜色转移的着色方法的基本思路是:首先输入一幅与目标灰度图像颜色相似的彩色源图像,然后根据像素匹配算法将源图像的颜色信息匹配到灰度图像中。由于难以实现彩色源图像与灰度图像的完美匹配,所以在选取源图像上有很大的困难。

基于颜色扩散的图像着色方法已被广泛研究。2004年, Horiuchi等人<sup>[3]</sup>提出基于概率松弛的图像着色算法,他们的基本思路是:给出部分有颜色信息的像素点,再通过最小化像素点与邻近像素点之间差值的和,实现图像着色。该方法的缺陷是着色效果较差,计算量较大。Levin等人<sup>[4]</sup>利用图像中所有像素与邻近像素之间的加权平方和最小,实现颜色信息的扩散。该方法对人工添加彩色信息的位置和数目依赖性较强,若线条位置添加不当会出现越

收稿日期: 2018-02-01; 改回日期: 2018-07-09; 网络出版: 2018-07-20

\*通信作者: 李晓伟 1163042352@qq.com

基金项目: 国家自然科学基金(11671004, 11501301, 61501251), 江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX17\_0742)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (11671004, 11501301, 61501251), The Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (KYCX17\_0742)

界现象。本文关注的是基于偏微分方程(PDE)的颜色扩散着色方法。2005年, Sapiro<sup>[5]</sup>将图像修复的PDE方法引入到图像着色中, 将待着色区域作为待修补区域, 根据亮度信息Y的梯度决定的引导场将色度信息Cb和Cr扩散到整幅图像, 从而实现着色。Yatziv等人<sup>[6]</sup>提出加权距离色度混合技术, 结合最短路径算法实现图像着色。Teng等人<sup>[7]</sup>提出由人工添加线条后, 通过求解拉普拉斯方程的方法实现颜色扩散。但是该方法会出现边缘模糊、越界等问题。2007年, Kang等人<sup>[8]</sup>提出基于加权调和映射的图像着色模型(以下简称Kang模型), 通过求解非凸的变分问题实现颜色扩散。由于Kang模型<sup>[8]</sup>非凸, 导致数值求解时计算量较大。金正猛等人<sup>[9]</sup>提出耦合亮度梯度的全变差模型(以下简称金模型)。该模型能有效地防止颜色在扩散过程中越界, 对结构信息明显的图像着色效果较好, 对纹理等细节信息丰富的图像着色效果欠佳。针对基于局部算子的TV模型处理纹理图像效果不佳的问题, 文献<sup>[10]</sup>提出了用非局部算子定义新的正则项来处理纹理图像。随着研究的不断深入, 非局部TV模型在处理纹理图像时表现出强大的优越性<sup>[11-13]</sup>。

由于基于局部算子的着色模型(如Kang模型<sup>[8]</sup>, 金模型<sup>[9]</sup>等)在对纹理图像着色时效果不佳。本文结合非局部算子, 在YCbCr颜色空间机制下, 提出基于非局部算子的耦合全变差着色模型对纹理图像进行着色。另外, 结合交替方向乘子(ADMM)算法, 给出该模型的数值求解算法和收敛性分析。通过实验验证, 该模型能够有效实现对纹理图像的着色。

本文章节安排如下: 第2节介绍本文模型及相关知识点。第3节给出求解本文模型的算法及其收敛性分析结果。第4节给出本文模型与其他模型着色的实验结果及数据并进行比较, 验证本文模型的可行性及有效性。

## 2 模型介绍

### 2.1 预备知识

非局部方法是从Yaroslavsky滤波器和基于图像块的方法中推广出来, 其思想是利用相似像素恢复未知像素。在此基础上, Buades等人<sup>[14]</sup>提出非局部均值(Nonlocal Means)去噪算法, 即通过图像中所有具有相似邻域结构的像素加权平均得到未知像素点的估算值。该方法充分利用图像中的冗余信息, 在去噪的同时能够有效的保持图像的纹理细节特征。

设 $u(x, y)$ 是含噪声图像,  $u_{NL}(x)$ 是去噪后的图像, 非局部均值去噪定义为

$$u_{NL}(x) = \frac{1}{C(x)} \int_{\Omega} \omega(x, y) u(y) dy \quad (1)$$

其中,  $\omega(x, y)$ 是权重函数即当前像素点的邻域与其他像素点邻域的相似度,  $C(x)$ 是归一化系数。它们分别表示为

$$\omega(x, y) = \exp \left( - \frac{(G_{\sigma} * |u(x + \cdot) - u(y + \cdot)|^2)}{h^2} \right) \quad (2)$$

$$C(x) = \int_{\Omega} \omega(x, y) dy \quad (3)$$

其中,  $\Omega$ 是整个图像区域,  $x, y \in \Omega$ ,  $G_{\sigma}$ 是高斯核函数,  $\sigma$ 是高斯核函数的标准差,  $h$ 是滤波参数。文献<sup>[10]</sup>通过定义基于图像邻域间相似度的非局部算子实现了纹理图像的恢复。

下面给出文献<sup>[10]</sup>中关于非局部算子的定义。设 $u(x)$ 是 $\Omega \rightarrow R$ 上的函数,  $\omega(x, y)$ 是权重函数,  $\Omega \rightarrow R^2$ ,  $x, y \in \Omega$ ,  $\Omega$ 记为图像的支持域, 则非局部梯度 $(\nabla_{NL}u)(x, y): \Omega \rightarrow \Omega \times \Omega$ 定义为

$$(\nabla_{NL}u)(x, y) = (u(y) - u(x)) \sqrt{\omega(x, y)} \quad (4)$$

对于非局部矢量 $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v} \in \Omega \times \Omega$ , 内积定义为

$$\langle \mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2 \rangle (x) = \int_{\Omega} \mathbf{v}_1(x, y) \mathbf{v}_2(x, y) dy \quad (5)$$

其模为

$$|\mathbf{v}|(x) = |\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle|(x) = \sqrt{\int_{\Omega} \mathbf{v}(x, y)^2 dy} \quad (6)$$

则非局部梯度的模

$$|\nabla_{NL}u|(x) = \sqrt{\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy} \quad (7)$$

矢量 $\mathbf{v}(x, y) \in \Omega \times \Omega$ 的散度与非局部梯度之间的伴随关系表示为

$$\langle \nabla_{NL}u, \mathbf{v} \rangle = - \langle u, \text{div}_{NL}\mathbf{v} \rangle \quad (8)$$

从而非局部散度 $\text{div}_{NL}\mathbf{v}(x): \Omega \rightarrow \Omega \times \Omega$ 定义为

$$(\text{div}_{NL}\mathbf{v})(x) = \int_{\Omega} (\mathbf{v}(x, y) - \mathbf{v}(y, x)) \sqrt{\omega(x, y)} dy \quad (9)$$

结合式(4)和式(9), 非局部拉普拉斯算子定义为

$$\begin{aligned} \Delta_{NL}u(x) &\triangleq \frac{1}{2} \text{div}_{NL}(\nabla_{NL}u(x)) \\ &= \int_{\Omega} (u(y) - u(x)) \omega(x, y) dy \end{aligned} \quad (10)$$

结合式(7), 非局部TV正则项定义为

$$\begin{aligned} J_{NL}(u) &= \int_{\Omega} |\nabla_{NL}u| dx \\ &= \int_{\Omega} \sqrt{\int_{\Omega} (u(y) - u(x))^2 \omega(x, y) dy} dx \end{aligned} \quad (11)$$

对目标灰度图像进行着色, 需要选取合适的颜色空间中。RGB(红, 绿, 蓝)颜色空间是目前图像处理技术中广泛使用的颜色空间之一。还有其它典型的颜色空间有: CB空间、YCbCr空间、YIQ空间等<sup>[15,16]</sup>。这些颜色空间将彩色图像分解为亮度(luminance)和色度(chrominance), 并且与RGB颜色空间存在着某种联系。在本文中,  $\Omega \subset R^2$  记为图像的支持域,  $D \subset \Omega$  表示待着色区域,  $D^c = \Omega \setminus D$  表示图像中给出颜色信息的部分。在RGB颜色空间中一幅彩色图像可以表示为

$$f_0: \Omega \rightarrow R_+^3 = \{(r_0, g_0, b_0) : r_0, g_0, b_0 > 0\} \quad (12)$$

在CB空间中, 亮度信息 $B_0$ 和色度信息 $C_0$ 与RGB颜色空间的关系表示为

$$B_0 = |f_0|, C_0 = f_0/B_0 \quad (13)$$

在YCbCr空间中, 彩色图像的亮度信息 $Y_0$ 是灰度图像的灰度值,  $\mathbf{V} = (Cb, Cr)$ 是灰度图像的色度信息。它们与RGB颜色空间的转换关系为

$$\begin{bmatrix} Y_0 \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 65.481 & 128.553 & 24.966 \\ -37.797 & -74.203 & 112.000 \\ 112.000 & -93.786 & -18.214 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ g_0 \\ b_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

以在YCbCr颜色空间中进行图像着色为例, 如果通过某种算法恢复灰度图像的色度信息 $\mathbf{V}$ , 则通过式(14)的变换关系将 $Y_0, Cb, Cr$ 转换为相应的R, G, B值, 即完成了图像着色的过程。

## 2.2 模型建立

文献[8]在CB颜色空间中对灰度图像进行着色, 提出如下基于加权调和映射的图像着色模型:

$$\min_C \int_{\Omega} g(|\nabla(G_{\sigma} * B_0)|) |\nabla C|^2 dx + \frac{\lambda}{2} \int_{D^c} |C - C_0|^2 dx \quad (15)$$

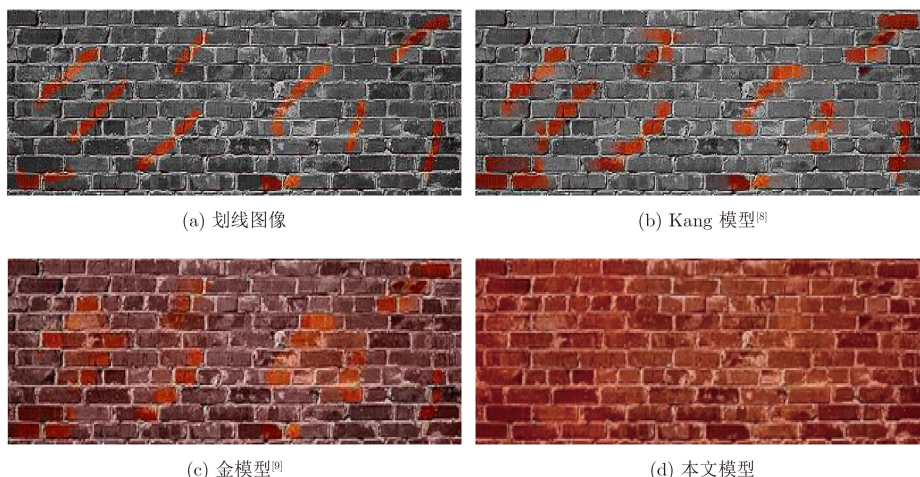
满足:

$$|C(x)| = 1, x \in \Omega \quad (16)$$

其中,  $\lambda > 0$ 是权重系数,  $g: R^+ \rightarrow R^+$ 是一个单调递减的控制函数, 且满足 $g(0) = 1, g(t) > 0, \lim_{t \rightarrow \infty} g(t) = 0$ , 在文献[8]中取 $g = e^{(-0.002t^2)}$ 。由于Kang模型<sup>[8]</sup>中耦合了亮度梯度信息, 能够有效刻画目标灰度图像的边缘, 使得该模型在颜色扩展过程中, 自动在图像边缘处停止扩散, 从而有效防止颜色越界。但是, 如果目标灰度图像是纹理细节丰富的图像(如图1(a)所示), Kang模型<sup>[8]</sup>中所耦合的亮度梯度能刻画出许多伪边缘, 使得该模型能够完成的着色区域较小, 着色效果如图1(b)所示。同时由于Kang模型<sup>[8]</sup>是在非凸的, 导致数值求解速度慢, 很多快速算法都不适用。针对Kang模型<sup>[8]</sup>的缺陷, 金等人在文献[9]中结合YCbCr颜色空间, 提出如下的全变差着色模型:

$$\min_{\mathbf{V}} \int_{\Omega} \sqrt{\gamma |\nabla Y_0|^2 + |\nabla \mathbf{V}|^2} dx + \frac{\lambda}{2} \int_{D^c} |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0|^2 dx \quad (17)$$

其中,  $\gamma$ 是亮度信息的权重系数,  $\mathbf{V}_0 = (Cb_0, Cr_0)$ 是已知的颜色信息。由于金模型<sup>[9]</sup>式(17)关于变量 $\mathbf{V}$ 是凸的, 利用ADMM算法对该模型进行快速数值求解。另外, 该模型通过耦合亮度梯度刻画了图像的边缘信息, 能有效防止颜色扩散在过程中越界。但是, 由于该模型是基于局部算子的颜色扩散模型, 在对纹理等细节进行着色时, 会出现颜色扩



(a) 划线图像

(b) Kang 模型<sup>[8]</sup>

(c) 金模型<sup>[9]</sup>

(d) 本文模型

图1 3种模型着色效果比较

散不均匀,如图1(c)所示。为了克服局部算子着色时出现的颜色扩散区域小和颜色扩散不均匀等问题,本文结合YCbCr颜色空间提出基于非局部算子的耦合全变差模型

$$\min_{\mathbf{V}} \int_{\Omega} g(|\nabla_{\text{NL}} Y_0|) |\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}| dx + \frac{\lambda_D}{2} \int_{\Omega} |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0|^2 dx \quad (18)$$

其中,  $\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V} = (\nabla_{\text{NL}} \text{Cb}, \nabla_{\text{NL}} \text{Cr})$ ,  $\lambda_D = \begin{cases} \lambda, & x \in D^c \\ 0, & x \in D \end{cases}$  为权重系数,  $g(t)$  是一个单调递减函数,取  $g(t) = 1/(1 + kt^2)$ ,  $t \in R$ ,  $k$  是阈值参数。该模型充分利用图像的冗余信息,能够有效对图像的细节纹理进行着色,实际着色效果如图1(d)所示。

由图1可以看出, Kang模型<sup>[8]</sup>颜色扩散区域较小,没有完成着色;金模型<sup>[9]</sup>虽然颜色完成颜色扩散,但是颜色扩散不均且在细节处的着色效果不佳;本文模型完成扩散,着色效果较佳。

### 3 算法的收敛性分析

通过分析,容易发现模型式(18)中的能量泛函关于变量  $\mathbf{V}$  是凸的。下面结合ADMM算法给出本文模型的快速算法和收敛性分析。

通过添加辅助变量  $\mathbf{d}$  和  $\mathbf{z}$ , 模型式(18)可以等价于有约束的优化问题:

$$\arg \min_{\mathbf{V}} \int_{\Omega} g(|\nabla_{\text{NL}} Y_0|) |\mathbf{d}| dx + \frac{\lambda_D}{2} \int_{\Omega} |\mathbf{z} - \mathbf{V}_0|^2 dx \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{d} = \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}, \mathbf{z} = \mathbf{V} \quad (19)$$

引入拉格朗日乘数  $\boldsymbol{\lambda} = (\boldsymbol{\lambda}_1^T, \boldsymbol{\lambda}_2^T)^T$ , 则式(19)可以转换为无约束优化问题, 其对应的拉格朗日函数为

$$L(\mathbf{d}, \mathbf{z}, \mathbf{V}, \boldsymbol{\lambda}_1, \boldsymbol{\lambda}_2) = \int_{\Omega} g(|\nabla_{\text{NL}} Y_0|) |\mathbf{d}| dx + \frac{\lambda_D}{2} \int_{\Omega} |\mathbf{z} - \mathbf{V}_0|^2 dx + \boldsymbol{\lambda}_1(\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}) + \frac{\rho_1}{2} \|\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}\|^2 + \boldsymbol{\lambda}_2(\mathbf{z} - \mathbf{V}) + \frac{\rho_2}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{V}\|^2 \quad (20)$$

其中,  $\rho_1, \rho_2 > 0$  均为惩罚参数。

下面对3个子问题进行求解。

(1) 求解关于  $\mathbf{d}$  的子问题:

$$\min_{\mathbf{d}} \int_{\Omega} g(|\nabla_{\text{NL}} Y_0|) |\mathbf{d}| dx + \boldsymbol{\lambda}_1(\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}) + \frac{\rho_1}{2} \|\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}\|^2 \quad (21)$$

其中,  $g(x) \geq C, x \in \Omega, C$  是常数。可得

$$\mathbf{d} = \frac{\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V} - \boldsymbol{\lambda}_1/\rho_1}{|\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V} - \boldsymbol{\lambda}_1/\rho_1|} \cdot \max \left\{ \left| \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V} - \frac{\boldsymbol{\lambda}_1}{\rho_1} \right| - \frac{g}{\rho_1}, 0 \right\} \quad (22)$$

(2) 求解关于  $\mathbf{z}$  的子问题:

$$\min_{\mathbf{z}} \frac{\lambda_D}{2} \int_{\Omega} |\mathbf{z} - \mathbf{V}_0|^2 dx + \boldsymbol{\lambda}_2(\mathbf{z} - \mathbf{V}) + \frac{\rho_2}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{V}\|^2 \quad (23)$$

则

$$\mathbf{z} = \frac{\mathbf{V} + \lambda_D/\rho_2 * \mathbf{V}_0 - \boldsymbol{\lambda}_2/\rho_2}{1 + \lambda_D/\rho_2} \quad (24)$$

(3) 求解关于  $\mathbf{V}$  的子问题:

$$\min_{\mathbf{V}} \boldsymbol{\lambda}_1(\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}) + \frac{\rho_1}{2} \|\mathbf{d} - \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}\|^2 + \boldsymbol{\lambda}_2(\mathbf{z} - \mathbf{V}) + \frac{\rho_2}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{V}\|^2 \quad (25)$$

$\mathbf{V}$  所满足的欧拉方程为

$$\mathbf{V} - 2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \Delta_{\text{NL}} \mathbf{V} = \mathbf{z} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_2}{\rho_2} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \text{div}_{\text{NL}} \left( \mathbf{d} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_1}{\rho_1} \right) \quad (26)$$

由于  $\Delta_{\text{NL}}$  是负半定的且  $\left(1 - 2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \Delta_{\text{NL}}\right)^{-1}$  是对角占优的, 因此本文采用 Gauss-Seidel 算法求解  $\mathbf{V}$ 。则

$$\mathbf{V} = \left(1 - 2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \Delta_{\text{NL}}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{z} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_2}{\rho_2} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \text{div}_{\text{NL}} \left(\mathbf{d} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_1}{\rho_1}\right)\right) \quad (27)$$

为了实验的简便性, 同时利用局部算子的优势, 本文使用局部拉普拉斯算子进行数值实验。则式(27)写成

$$\mathbf{V} = \left(1 - 2 \frac{\rho_1}{\rho_2} \Delta\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{z} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_2}{\rho_2} - \frac{\rho_1}{\rho_2} \text{div}_{\text{NL}} \left(\mathbf{d} + \frac{\boldsymbol{\lambda}_1}{\rho_1}\right)\right) \quad (28)$$

结合式(22)~式(28), 给出本文算法的具体步骤:

步骤 1 初始化  $k=0, \mathbf{V} = \mathbf{z} = 0; \mathbf{d} = \boldsymbol{\lambda}_1 = 0;$

步骤 2 未满足迭代停止条件时, 反复执行以下步骤:

(1)

$$\mathbf{d}^{k+1} = \frac{\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}^k - \boldsymbol{\lambda}_1^k}{|\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}^k - \boldsymbol{\lambda}_1^k|} \max \left\{ \left| \nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}^k - \frac{\boldsymbol{\lambda}_1^k}{\rho_1} \right| - \frac{g}{\rho_1}, 0 \right\}$$

$$(2) z^{k+1} = \frac{\mathbf{V}^k + \lambda_D/\rho_2 * V_0 - \lambda_2^k/\rho_2}{1 + \lambda_D/\rho_2};$$

$$(3) \mathbf{V}^{k+1} = \left(1 - 2\frac{\rho_1}{\rho_2} \Delta\right)^{-1} \left( z^{k+1} + \frac{\lambda_2^k}{\rho_2} \cdot -\frac{\rho_1}{\rho_2} \operatorname{div}_{\text{NL}} \left( \mathbf{d}^{k+1} + \frac{\lambda_1^k}{\rho_1} \right) \right);$$

$$(4) \lambda_1^{k+1} = \lambda_1^k + \rho_1 (\nabla_{\text{NL}} \mathbf{V}^{k+1} - \mathbf{d}^{k+1});$$

$$(5) \lambda_2^{k+1} = \lambda_2^k + \rho_2 (\mathbf{V}^{k+1} - z^{k+1});$$

$$(6) k = k + 1$$

步骤3 迭代终止条件:  $\frac{\|\mathbf{V}^{k+1} - \mathbf{V}^k\|}{\|\mathbf{V}^k\|} \leq \text{tol}$ ,

其中tol是控制迭代终止的参数, 当满足该条件时停止迭代, 求出 $\mathbf{V}$ 。

由于本文算法的收敛证明与经典的ADMM<sup>[17,18]</sup>算法的收敛性证明过程相同, 这里就不在赘述。下面给出本文算法的收敛性结果。

**定理1** 对于任意给定的 $\rho_1, \rho_2 > 0$ 和任意的初始值 $(\mathbf{V}^0, \lambda_1^0, \lambda_2^0)$ , 由ADMM算法产生的迭代序列 $\{\mathbf{d}^k, z^k, \mathbf{V}^k, \lambda_1^k, \lambda_2^k\}$ 收敛到增广拉格朗日函数 $L(\mathbf{d}, z, \mathbf{V}, \lambda_1, \lambda_2)$ 的鞍点 $(\mathbf{V}^*, \lambda_1^*, \lambda_2^*)$ 。

#### 4 实验步骤与结果分析

本文着色的具体步骤为:

步骤1 在RGB颜色空间中输入一幅灰度图像, 并且添加适当的彩色线条;

步骤2 将步骤1中带有彩色线条的图像转换到YCbCr颜色空间中, 得到亮度信息 $Y_0$ 和色度信息 $\mathbf{V}_0$ ;

步骤3 对本文中的参数进行赋值, 令 $\lambda = 100$ ,  $\rho_1 = 15$ ,  $\rho_2 = 0.75$ ,  $\text{tol} = 1.5 \times 10^{-4}$ , 利用本文所提模型式(18)求出 $\mathbf{V} = (\text{Cb}, \text{Cr})$ , 结合亮度信息 $Y_0$ 得到YCbCr颜色空间中的彩色图像;

步骤4 将YCbCr颜色空间中的彩色图像转换到RGB颜色空间中。

本文采用PSNR(Peak Signal to Noise Ratio)和MSE(Mean Square Error)作为着色效果的评价标准。它们的定义分别为

$$\text{PSNR} = 10 \lg \left( \frac{\max_{i,j} [(f_{\text{ture}})_{j_i}]^2}{\text{MSE}} \right) \quad (29)$$

$$\text{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{mn} \sum_{j \in r,g,b} ([f]_{j_i} - [(f_{\text{ture}})_{j_i}])^2}{3mn} \quad (30)$$

其中,  $f_{\text{ture}}$ 表示原始图像,  $f$ 表示着色后图像,  $m$ 和 $n$ 表示图像的尺寸。若 $f$ 的PSNR值越大, MSE值越小则表示图像着色的效果越佳。

为了证明本文算法的有效性和适用性, 我们对大量的图像进行着色实验, 并与Levin模型<sup>[4]</sup>、Kang模型<sup>[8]</sup>和金模型<sup>[9]</sup>的实验结果进行比较。实验结果如图2, 图3所示, 其中(a)是画线图像; (b)是Levin模型<sup>[4]</sup>的着色效果; (c)是Kang模型<sup>[8]</sup>式(15)的着色效果; (d)是金模型<sup>[9]</sup>式(17)的着色效果; (e)是本文模型式(18)的着色效果。(f)是原彩色图像。图2是对现有的几种模型及本文模型对结构图像着色效果的比较。图3是对已有的几种模型及本文模型对纹理图像着色效果的比较。表1是图2中图像着色后的PSNR值及MSE值, 表2是图3中图像着色后的PSNR值及MSE值。

从图2(b)可以看出, Levin模型<sup>[4]</sup>在着色过程中出现越界; 从图2(c)可以看出, Kang模型<sup>[8]</sup>着色过程中颜色信息扩散范围较小; 从图2(d)可以看出, 金模型<sup>[9]</sup>颜色扩散效果较好, 但是在草莓和熊的细节处颜色扩散不均匀, 有少量越界。从图2(e)可以看出, 本文模型在细节处的着色效果较佳, 整体着色效果也比较好。从表1也可以看出, 本文模型着色后图像的PSNR值要高于Levin模型<sup>[4]</sup>、Kang模型<sup>[8]</sup>和金模型<sup>[9]</sup>, 且相应的MSE值也比较低。由此可见, 本文的模型对结构图像的着色效果较佳。

从图3(b)可以看出, Levin模型<sup>[4]</sup>在对纹理图像着色时也会出现越界现象; 从图3(c)可以看出, Kang模型<sup>[8]</sup>对纹理的图像的着色区域较小; 从图3(d)可以看出, 金模型<sup>[9]</sup>颜色扩散范围较大, 但是在图像纹理等细节处的颜色扩散不均匀。从图3(e)可以看



图2 本文算法与现有3种算法对结构图像着色效果的比较

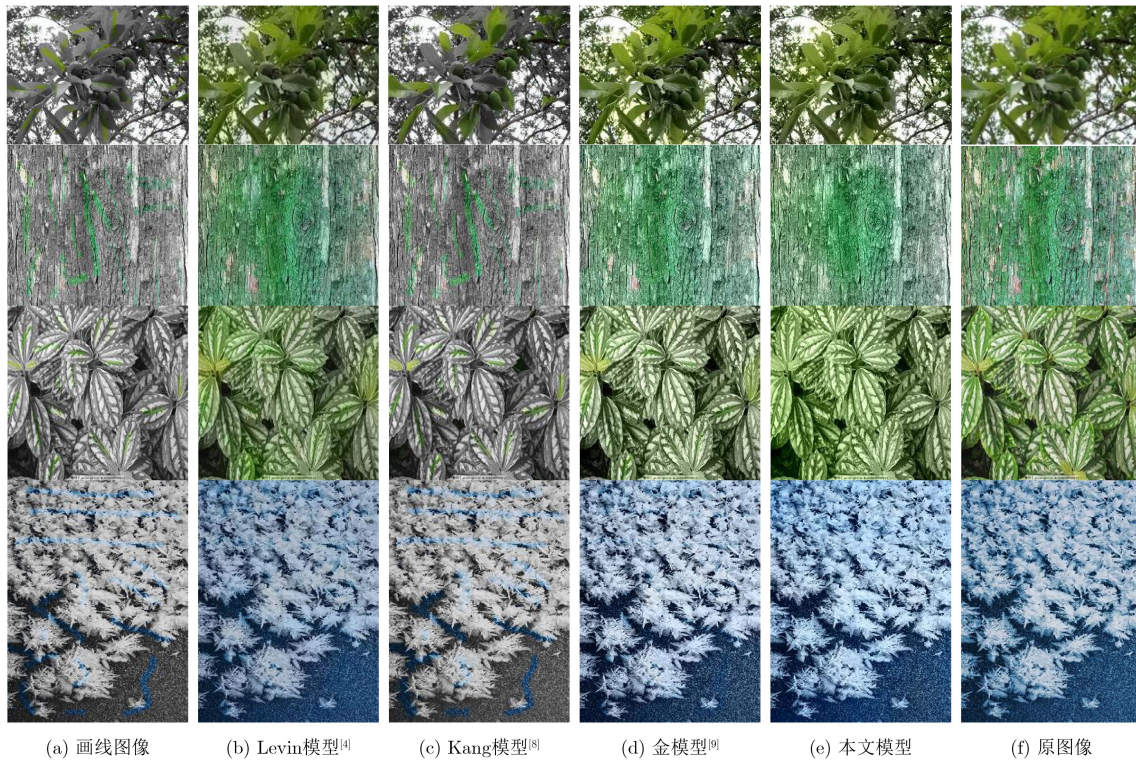


图3 本文算法与现有3种算法对纹理图像着色效果的比较

表1 图2图像着色后的PSNR值及MSE值的比较

图像	模型	PSNR值	MSE值
第1排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	20.48	0.0090
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	21.53	0.0070
	金模型 <sup>[9]</sup>	24.29	0.0037
	本文模型	25.31	0.0029
第2排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	19.25	0.0119
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	25.70	0.0027
	金模型 <sup>[9]</sup>	27.34	0.0018
	本文模型	29.15	0.0012

出本文的模型对图像的纹理着色效果较佳。结合表2也可以发现：图3中大部分图像利用本文的模型着色后的PSNR值高于Levin模型<sup>[4]</sup>、Kang模型<sup>[8]</sup>、和金模型<sup>[9]</sup>，且相应的MSE值也较低。

## 5 结束语

本文在非局部算子的基础上，提出了耦合非局部全变差图像着色模型，并结合ADMM算法进行数值求解。通过与Levin模型<sup>[4]</sup>、Kang模型<sup>[8]</sup>和金模型<sup>[9]</sup>的着色效果的对比，可以发现：本文模型不仅能够实现对结构图像的着色，而且对纹理图像的着色效果更佳。本文提出的模型考虑全局邻域的图像着色，当图像的颜色丰富且明亮时会出现少量颜色混合的现象。因此，在后续的工作中，我们将在本文模型的基础上针对颜色混合现象做进一步研究。

表2 图3图像着色后的PSNR值及MSE值的比较

图像	模型	PSNR值	MSE值
第1排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	23.69	0.0043
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	22.74	0.0053
	金模型 <sup>[9]</sup>	25.46	0.0028
	本文模型	25.82	0.0026
第2排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	24.63	0.0034
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	22.10	0.0062
	金模型 <sup>[9]</sup>	27.52	0.0018
	本文模型	26.91	0.0020
第3排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	24.87	0.0033
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	21.71	0.0067
	金模型 <sup>[9]</sup>	25.21	0.0030
	本文模型	26.04	0.0025
第4排	Levin模型 <sup>[4]</sup>	24.85	0.0033
	Kang模型 <sup>[8]</sup>	21.04	0.0079
	金模型 <sup>[9]</sup>	25.66	0.0027
	本文模型	25.87	0.0026

## 参考文献

- [1] PAUL S, BHATTACHARYA S, and GUPTA S. Spatiotemporal colorization of video using 3D steerable pyramids[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2017, 27(8): 1605–1619. doi: 10.1109/TCSVT.2016.2539539.
- [2] METE S P and DHAIT A S. A colorization algorithm with

- artifacts suppression on real time video[J]. *International Journal of Science and Research*, 2016, 5(4): 1126–1131. doi: [10.21275/v5i4.nov162748](https://doi.org/10.21275/v5i4.nov162748).
- [3] HORIUCHI T. Colorization algorithm using probabilistic relaxation[J]. *Image and Vision Computing*, 2004, 22(3): 197–202. doi: [10.1016/j.imavis.2003.08.004](https://doi.org/10.1016/j.imavis.2003.08.004).
- [4] LEVIN A, LISCHINSKI D, and WEISS Y. Colorization using optimization[C]. Proceedings of ACM SIGGRAPH 2004, New York, USA, 2004: 689–694. doi: [10.1145/1186562.1015780](https://doi.org/10.1145/1186562.1015780).
- [5] SAPIRO G. Inpainting the colors[C]. IEEE International Conference on Image Processing, Genova, Italy, 2005: 6987–701. doi: [10.1109/ICI P.2005.1530151](https://doi.org/10.1109/ICI P.2005.1530151).
- [6] YATZIV L and SAPIRO G. Fast image and video colorization using chrominance blending[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2006, 15(5): 1120–1129. doi: [10.1109/tip.2005.864231](https://doi.org/10.1109/tip.2005.864231).
- [7] TENG Shenghua, CHEN An'jun and ZOU Mouyan. Colorization using Laplace equation[J]. *Journal of Image and Graphics*, 2006, 11(4): 103–106. doi: [10.1002/qua.560410608](https://doi.org/10.1002/qua.560410608).
- [8] KANG S H and MARCH R. Variation models for image colorization via chromaticity and brightness decomposition[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(9): 2251–2261. doi: [10.1109/tip.2007.903257](https://doi.org/10.1109/tip.2007.903257).
- [9] 金正猛, 周晨. 基于耦合全变差的快速图像着色算法[J]. 电子学报, 2016, 44(10): 2364–2369. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.10.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.10.012).  
JIN Zhengmeng and ZHOU Chen. A fast coupled total variation algorithm for image colorization[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(10): 2364–2369. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2016.10.012](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2016.10.012).
- [10] GILBOA G and OSHER S. Nonlocal operators with applications to image processing[J]. *Multiscale Model & Simul*, 2009, 7(3): 1005–1028. doi: [10.1137/070698592](https://doi.org/10.1137/070698592).
- [11] ZHU Wei, CHAYES V, TIARD A, *et al.* Unsupervised classification in hyperspectral imagery with nonlocal total variation and primal dual hybrid gradient algorithm[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2017, 55(5): 2786–2798. doi: [10.1109/tgrs.2017.2654486](https://doi.org/10.1109/tgrs.2017.2654486).
- [12] 陆文琪, 瑞金鸣, 魏伟波, 等. 基于非局部CTV-L1模型的大破损彩色纹理图像修复[J]. 计算机应用研究, 2016, 33(8): 2524–2529. doi: [10.3969/j.issn.1001-3965.2016.08.063](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-3965.2016.08.063).  
LU Wenqi, DUAN Jinming, WEI Weibo, *et al.* Large broken color texture image inpainting using non-local CTV-L1 model[J]. *Application Research of Computers*, 2016, 33(8): 2524–2529. doi: [10.3969/j.issn.1001-3965.2016.08.063](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-3965.2016.08.063).
- [13] LI Zhi, MALGOUYRES F, and ZENG Tiejong. Regularized non-local total variation and application in image restoration[J]. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2017, 59(2): 296–317. doi: [10.1007/s10851-017-0732-6](https://doi.org/10.1007/s10851-017-0732-6).
- [14] BUADES A, COLL B, and MOREL J M. A review of image denoising algorithms, with a new one[J]. *Multiscale Model & Simul*, 2005, 4(2): 490–530. doi: [10.1137/040616024](https://doi.org/10.1137/040616024).
- [15] KOJU R and JOSHI S R. Comparative analysis of color image watermarking technique in RGB, YUV, and YCbCr Color Channels[J]. *Nepal Journal of Science and Technology*, 2015, 15(2): 133–140. doi: [10.3126/njst.v15i2.12130](https://doi.org/10.3126/njst.v15i2.12130).
- [16] CHELALI F Z, CHERABIT N, and DJERADI A. Face recognition system using skin detection in RGB and YCbCr color space[C]. World Symposium on Web Application & Networking, Sousse, Tunisia, 2015: 1–7. doi: [10.1109/WSWAN.2015.7210329](https://doi.org/10.1109/WSWAN.2015.7210329).
- [17] BOYD S, PARINKH N, CHU E, *et al.* Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2010, 3(1): 1–122. doi: [10.1561/22000000016](https://doi.org/10.1561/22000000016).
- [18] GLOWINSKI R and MARROCCO A. Sur l'approximation par éléments finis d'ordre un, et la résolution par pénalisation-dualité d'une classe de problèmes de Dirichlet non linéaires[J]. *Revue Française D'Automatique, Informatique, Recherche Opérationnelle*, 1975, 9(R2): 41–76. doi: [10.1051/m2an/197509r200411](https://doi.org/10.1051/m2an/197509r200411).
- 金正猛：男，1982年生，副教授，研究方向为非线性偏微分方程及其在图像处理中的应用。  
李晓伟：女，1993年生，硕士生，研究方向为基于偏微分方程的图像处理。