

## 基于忆阻器的混沌、存储器及神经网络电路研究进展

王春华<sup>\*①</sup> 蔺海荣<sup>①</sup> 孙晶如<sup>①</sup> 周玲<sup>②</sup> 周超<sup>①</sup> 邓全利<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(湖南大学信息科学与工程学院 长沙 410082)

<sup>②</sup>(湖南科技学院电子与信息工程学院 永州 425199)

**摘要:** 忆阻器是除电阻、电容、电感之外发现的第4种基本电子元件,它是一种具有记忆特性的非线性器件,可用于混沌、存储器、神经网络等电路与系统的实现。该文对基于忆阻器的混沌电路、存储器、神经网络电路的设计与神经动力学的国内外研究进行了综述,并给出了对它们的研究展望。

**关键词:** 忆阻器; 混沌电路; 存储器; 神经网络

中图分类号: TN601; TN710.2

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)04-0795-16

DOI: 10.11999/JEIT190821

## Research Progress on Chaos, Memory and Neural Network Circuits Based on Memristor

WANG Chunhua<sup>①</sup> LIN Hairong<sup>①</sup> SUN Jingru<sup>①</sup> ZHOU Ling<sup>②</sup>

ZHOU Chao<sup>①</sup> DENG Quanli<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(College of Computer Science and Electronic Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

<sup>②</sup>(School of Electronics and Information Engineering, Hunan University of Science and Engineering, Yongzhou 425199, China)

**Abstract:** Memristor is the fourth basic electronic component in addition to resistor, capacitor and inductor. It is a nonlinear device with memory characteristics, which can be used to design chaotic circuits, memory devices and neural networks. The design of memristor-based chaos circuits, memory and neural systems, and some research of neural dynamics in this field are reviewed, and their research prospects are also given.

**Key words:** Memristor; Chaos circuit; Memory; Neural network

### 1 忆阻器简介

1971年,蔡少棠教授发表了《Memristor-the Missing Circuit Element》一文,文中根据对4个基本电学物理量电压、电流、电荷和磁通之间的关系进行理论推导,提出了第4种基本电路元件——忆阻器<sup>[1]</sup>,它表示磁通和电荷之间的相互关系,其关系可以用 $\phi$ - $q$ 或 $q$ - $\phi$ 平面上的一条曲线来确定,可以表示为

$$f(\varphi, q) = 0 \quad (1)$$

通常,忆阻器可以分为荷控型忆阻器和磁控型忆阻器。对于定义式(1),当磁通 $\phi$ 是电荷 $q$ 的单值函数时,即有

$$\varphi = f(q) \quad (2)$$

该忆阻器称为荷控型忆阻器。式(2)等号两端分别对时间 $t$ 求导有

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi(q)}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} \quad (3)$$

而

$$\frac{d\varphi}{dt} = v(t) \quad (4)$$

联合式(3)、式(4)以及电荷与电流之间的关系 $i(t) = dq/dt$ ,可以得到荷控型忆阻器两端口电压 $v(t)$ 和流过忆阻器的电流 $i(t)$ 之间的伏安关系

$$v(t) = M(q(t)) \cdot i(t) \quad (5)$$

其中,函数 $M(q)$ 为忆阻器的忆阻值,且有

$$M(q) \equiv \frac{d\varphi(q)}{dq} \quad (6)$$

收稿日期: 2019-10-25; 改回日期: 2020-01-10; 网络出版: 2020-01-21

\*通信作者: 王春华 wch1227164@hnu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划项目(91964108), 国家自然科学基金(61971185), 湖南省高校重点实验室开放基金(18K010)

Foundation Items: The Major Research Project of the National Natural Science Foundation of China (91964108), The National Natural Science Foundation of China (61971185), The Open Fund Project of Key Laboratory in Hunan Universities (18K010)

由式(6)可知, 忆阻值是电荷 $q$ 的函数, 而电荷是电流对时间的积分 $q(t) = \int_{-\infty}^t i(\tau) d\tau$ 。由此可知, 忆阻值是电流对时间的积分的函数。所以, 忆阻器的忆阻值与流过忆阻器的电流的历史值有关。因此忆阻器具有记忆功能: 即当有外加电流通过时, 电荷发生改变, 于是忆阻值发生改变; 当外加电流断开后, 电荷保持外加电流断开时值不变, 于是忆阻值也保持电流断开时的值不变。

同理, 对于定义式(1), 当电荷 $q$ 是磁通 $\phi$ 的单值函数时, 即有

$$q = f(\varphi) \quad (7)$$

该忆阻器称为磁控型忆阻器。式(7)等号两端分别对时间 $t$ 求导有

$$\frac{dq}{dt} = \frac{dq(\varphi)}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} \quad (8)$$

而

$$\frac{dq}{dt} = i(t) \quad (9)$$

联合式(8)、式(9)以及磁通与电压之间的关系 $v(t) = d\phi/dt$ , 可以得到磁控型忆阻器两端口间的电压 $v(t)$ 和流过忆阻器的电流 $i(t)$ 之间的伏安关系

$$i(t) = W(\varphi(t)) \cdot v(t) \quad (10)$$

其中, 函数 $W(\varphi)$ 为忆阻器的忆导值, 且有

$$W(\varphi) \equiv \frac{dq(\varphi)}{d\varphi} \quad (11)$$

由式(11)可知, 忆导值是磁通 $\phi$ 的函数, 而磁通是电压对时间的积分 $\varphi(t) = \int_{-\infty}^t v(\tau) d\tau$ 。由此可知, 忆导值是电压对时间的积分的函数。所以, 忆阻器的忆导值与施加在忆阻器的电压的历史值有关。因此忆阻器具有记忆功能: 即当有外加电压通过时, 磁通发生改变, 于是忆导值发生改变; 当外加电压断开后, 磁通一直保持电压断开时的值不变, 于是忆导值也保持电压断开时的值不变。

在很多情况下,  $f(\phi, q) = 0$ 是一条单调函数曲线, 该忆阻器既可表示荷控型忆阻器, 又可表示磁控性忆阻器, 无论是荷控忆阻器或磁控忆阻器, 均具有记忆功能。

2008年5月Hewlett Packard(HP)实验室研究小组采用 $\text{TiO}_2$ 材料为主体<sup>[2]</sup>, 左右两端分别由金属铂电极引出2端口, 成功实现了忆阻器, 从而证实了Chua于1971提出的忆阻器可实现。图1所示为HP忆阻器的结构图。中间部分以 $\text{TiO}_2$ 材料为基体, 又分为掺杂了氧原子空位的 $\text{TiO}_{2-x}$ 层和没有掺杂的 $\text{TiO}_2$ 层, 左右两端分别由金属铂电极引出2端

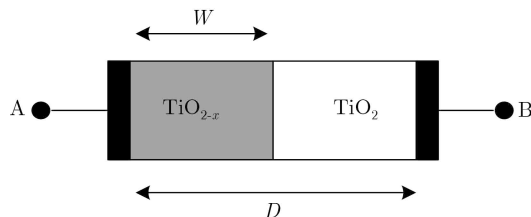


图1 HP忆阻器的结构图

口。假设忆阻器主体宽度为 $D$ , 掺杂层宽度为 $W$ , 当在忆阻器2端口加上激励时, 流过忆阻器的电流会引起忆阻器内掺杂了氧原子空位的 $\text{TiO}_2$ 层中的有氧空位向没有掺杂的 $\text{TiO}_2$ 层移动, 从而引起忆阻器阻值发生改变, 并且掺杂层中有氧空位的移动方向与流过忆阻器的电流的流动方向有关。假设电流由A端口流向B端口为正向流动, 由B端口流向A端口则为反向流动。当电流正向流动时, 有氧空位的移动导致掺杂层宽度 $W$ 变宽, 忆阻器阻值变小, 且当 $W$ 无限接近于 $D$ 时忆阻器有最小阻值 $R_{\text{on}}$ ; 当电流反向流动时, 有氧空位的移动导致掺杂层宽度 $W$ 变窄, 忆阻器阻值变大, 且当 $W$ 无限接近于0时忆阻器有最大值 $R_{\text{off}}$ 。当断开电流时, 忆阻器内部的有氧空位不移动, 也不会回到初始状态, 即保持断电瞬间状态, 忆阻器的阻值为断电时刻的瞬时值且保持不变, 使得 $\text{TiO}_2$ 忆阻器具有掉电记忆特性。HP忆阻器中, 电流电压关系表示为

$$v(t) = M(t)i(t) = (d\varphi/dt)i(t) \quad (12)$$

其中,  $M(t)$ 为忆阻器的忆阻值, 其大小跟忆阻器的参数关系如式(13)所示<sup>[3]</sup>。

$$M = \frac{d\varphi}{dt} \approx R_{\text{off}} \left[ 1 - \frac{\mu_v R_{\text{on}}}{D^2} q(t) \right] \quad (13)$$

其中,  $\mu_v$ 表示掺杂离子的迁移率。

自HP忆阻器问世后, 针对忆阻器的基本特性, 研究人员设计出了众多的忆阻器模型, 如自旋忆阻器<sup>[4,5]</sup>、阈值开关忆阻器<sup>[6]</sup>、电压/电流自适应忆阻器<sup>[7,8]</sup>、基于 $\text{Ag}/\text{AgInSbTe}/\text{Ta}$ (AIST)的忆阻器<sup>[9]</sup>、基于 $\text{Al}/\text{Pr}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ (PCMO)的忆阻器<sup>[10]</sup>、基于 $\text{TaOx}$ 的忆阻器<sup>[11]</sup>、基于 $\text{Sr}_{0.95}\text{Ba}_{0.05}\text{TiO}_3$ (SBT)的忆阻器<sup>[12]</sup>等等。由于工艺与成本的限制, 目前忆阻器还没有商业化, 为了研究忆阻器的应用, 一些数学和电路的忆阻模拟器<sup>[13-19]</sup>被提出。从此以后, 基于忆阻器的混沌电路、存储器、神经网络电路及神经动力学研究等不断被报道。

## 2 基于忆阻器的混沌电路

由于忆阻器是一种非线性器件, 可以用于构造混沌电路。近年来, 基于忆阻器的混沌系统设计已

经成为忆阻器研究的热点方向之一。忆阻器混沌系统根据其生成方法可以归纳如下几类。

### 2.1 忆阻器替换蔡氏电路中非线性元件的方法

2008年, Itoh和Chua<sup>[20]</sup>首次以磁通控制的分段线性函数作为忆阻器模型, 替换蔡氏电路中的非线性蔡氏二极管, 产生了基于忆阻器的蔡氏混沌吸引子, 并对其动力学特性进行了仿真分析, 结果表明忆阻器蔡氏混沌电路具有更复杂的动力学行为。随后, 基于多种忆阻器模型, 不少文献提出了一系列混沌电路。如基于忆阻器的改进蔡氏电路<sup>[21,22]</sup>, MLC电路的混沌系统<sup>[23]</sup>和蔡氏对偶混沌系统<sup>[24]</sup>。此外, 文献<sup>[25,26]</sup>提出了一个包含两个忆阻器的5阶蔡氏混沌电路, 同时通过对平衡点的稳定性、Lyapunov指数等进行了详细的动力学分析; 文献<sup>[27]</sup>对周期激励下的忆阻器蔡氏电路进行了分析, 发现了丰富的瞬态特性; 文献<sup>[28,29]</sup>采用有源磁控忆阻器替换蔡氏二极管的方法, 在示波器上观测到多稳态与多重吸引子, 同时分析了初始状态对蔡氏混沌电路的动力学特性的影响; 文献<sup>[30,31]</sup>提出了基于广义忆阻器的蔡氏电路, 并分析了其动力学特性, 文献<sup>[30]</sup>侧重分析自激吸引子和隐藏吸引子; 文献<sup>[31]</sup>重点分析其多涡卷特性。文献<sup>[32]</sup>以物理忆阻器 $\text{Sr}_{0.95}\text{Ba}_{0.05}\text{TiO}_3$ 为模型, 将其引入到修正的Chua电路中, 生成的忆阻器Chua混沌系统具有复杂的动力学行为。

### 2.2 新增忆阻器的方法

文献<sup>[33]</sup>将忆阻器新增到Lü混沌系统, 利用忆阻器的非线性产生更复杂的超混沌吸引子, 并通过硬件实验得以证实。文献<sup>[34]</sup>将忆阻器和一个交叉乘积项引入到4翼混沌系统中得到基于忆阻器的4翼超混沌系统, 并进行了详细的理论分析、数值仿真与硬件实验。文献<sup>[35]</sup>将忆阻器引入到伪4翼混沌系统中, 构建了一个基于忆阻器的4翼混沌吸引子, 其具有翼可变、共存吸引子、瞬态吸引子以及超混沌等特性。随后, 又将忆阻器增加到多翼混沌系统<sup>[36]</sup>、jerk多涡卷系统<sup>[37]</sup>中, 分别得到了无平衡点的多翼超混沌吸引子、可变的多涡卷吸引子。2018年, 文献<sup>[38]</sup>将理想有源磁控忆阻器引入到发育不良的Jerk混沌系统中构建了一个具有4个线性平衡点集的忆阻器混沌系统, 并且详细地分析了平衡点集的稳定性与极致多稳态的机理, 同时通过数值仿真和硬件实现, 系统展现了极致多稳态(无穷多个共存吸引子)的特性。

### 2.3 忆阻器替换非Chua系统中线性/非线性项的方法

文献<sup>[39]</sup>将忆阻器替换Lorenz混沌系统中的电

阻, 通过硬件实验得到了2翼超混沌吸引子。文献<sup>[40]</sup>在具有分段非线性函数的多翼混沌系统中采用“替换电阻的方法”产生多翼超混沌吸引子, 并且通过数值仿真和硬件实验来研究其动力学特性。文献<sup>[41–45]</sup>同样采用替换方法提出了4种基于忆阻器的文氏桥非线性振荡器和Twin-T振荡器, 并观察到了不同的动力学特性。文献<sup>[46,47]</sup>提出了一种无电感的基于有源带通滤波器的忆阻器电路, 并研究了其共存吸引子与多稳态性。文献<sup>[48]</sup>设计了一种2阶有源忆阻器, 并用其替换RC滤波器中的电阻, 产生仅有2个元件但动力学特性复杂的混沌电路。文献<sup>[49]</sup>利用忆阻器模型替换Duffing振荡器中非线性项, 从中发现了无穷多个隐藏吸引子, 并分析了其基本动力学特性和吸引盆, 最后通过硬件实验进一步证明隐藏吸引子的存在。

### 2.4 利用不同数学模型的忆阻器进行电路设计

文献<sup>[50]</sup>利用4阶多项式广义忆阻器模型, 提出的基于忆阻器的最简混沌电路可以生成2翼和4翼混沌吸引子。文献<sup>[51]</sup>提出了广义忆阻器模型, 并设计了一个最简的3维忆阻器混沌系统, 该系统能产生1到4翼混沌吸引子。文献<sup>[52]</sup>利用具有多项式的忆阻器模型, 设计了一个能产生3涡卷的超混沌系统, 但是忆阻器模型较复杂。

## 3 基于忆阻器的存储器

5G、大数据技术的快速发展, 对存储技术提出了更高的要求, 带来了新的挑战。随着2008年HP公司研究出第1个忆阻器材料, 开启了忆阻器研究的新一波热潮, 忆阻器所具有的非易失性、纳米尺寸、便于集成及低功耗等特点, 也引起了存储界的极大关注。目前, 忆阻器已经在RRAM, NVM, SRAM, MCAM等存储器的设计上取得了一定的进展, 正在成为最具有发展潜力的存储器技术之一。

提升存储器的存储密度是解决目前存储问题的根本, 也是进行基于忆阻器的存储器设计重点关注的问题。除了借助忆阻器本身尺寸小的优势外, 多值存储是提高存储密度的有效方法。近年来, 基于忆阻器的存储器设计主要分为以下两部分。

### 3.1 二值存储单元及阵列结构设计

2009年, Ho等人<sup>[53,54]</sup>率先对基于忆阻器的非易失性存储器进行了特性分析, 采用单个忆阻器实现了二值存储单元。二值存储通常采用HP忆阻器模型, TEAM, VTEAM等数学模型构建, 忆阻器作为主要的存储器件, 通过控制输入的阈值电压, 使忆阻值达到 $R_{\text{on}}$ ,  $R_{\text{off}}$ 两个阻值, 对应实现0, 1二值存储。二值存储不同阻值之间具有较宽的噪声区



间, 忆阻器不易受到读电流及外界电流的影响, 具有较好的稳定性。

在存储结构的设计上, 由于交叉阵列结构具有集成度高、能耗低、存储密度高等优势, 成为基于忆阻器存储器设计的基本结构<sup>[55-57]</sup>。但是由于忆阻器的双向性, 交叉阵列结构存在漏电流问题<sup>[55,58]</sup>, 严重影响了存储器的稳定性, 如何避免或减小漏电流的影响是基于忆阻器的存储器设计需要解决的重点问题。目前解决漏电流问题主要采用开关限定电流方向的方法。如1D1M<sup>[59]</sup>结构, 每个存储单元包括一个二极管和一个忆阻器, 二极管对电流进行单向化, 阻止漏电流通过, 但由于二极管为单极原件, 忆阻器只有一种极性可被使用。在1T1M<sup>[60,61]</sup>结构中, 用晶体管代替二极管, 解决了忆阻器的单极性问題。基于此, 有文献提出了7T1M<sup>[62]</sup>, 8T1M<sup>[63]</sup>等混合结构的存储单元。另外, SRAM<sup>[64,65]</sup>存储单元也采用了混合结构的设计方法。

二值存储单元设计具有较好的稳定性, 但存储密度较低, 特别是混合结构的存储器, 降低了忆阻器在存储器设计中的优势。为了解决这个问题, 有文献提出了完全由忆阻器设计实现的存储器单元结构, 如文献<sup>[66]</sup>中, 提出了一种2M1M结构的存储单元, 其中2M用于实现开关转换功能, 从而降低漏电流, 1M用于实现二值存储功能, 提高了存储密度。

### 3.2 多值存储单元设计

由于忆阻器具有阻变特性, 有专家考虑采用一个忆阻器实现多值存储。多值存储通过控制信号电压或电流使忆阻器达到不同的阻值。信号写入主要有3种方法, 分别是通过施加不同的电压幅值<sup>[67]</sup>、不同长度的脉冲信号或不同个数的相同脉冲信号<sup>[68]</sup>来使忆阻达到预定阻值。这种多值存储方法能够提高存储密度, 但由于忆阻器的阻变特性, 在电压电流发生变化时容易发生漂移现象, 不同阻值之间必须设置合理的噪声区间, 读操作时对读取信号的电压电流进行严格控制。因此, 读电路的设计, 普遍采取较小的电流及较短的通电时间, 但经过多次读取后, 仍需采取刷新电路重新写入相应阻值, 这增加了电路的复杂度和读写时间。为了解决这个问题, 在文献<sup>[69]</sup>中, 增加了一个读电流解释电路, 对电路漂移问题实现了较好的容忍度(Drift Tolerant, DT), 但由于读电路中采用大电阻, 带来了功耗的问题。文献<sup>[70]</sup>提出了一种在连续读取情况下不需要刷新的6T1M存储的单元结构, 具有较快的读取速度和较低的功耗, 但仍存在混合单元结构复杂的问题。

鉴于无法避免的漂移问题, 更多的存储器设计采用了多个二值忆阻器模型来实现多值存储功能, 提出了1T2M<sup>[71,72]</sup>, 2T2M<sup>[73]</sup>等结构存储单元, 如在文献<sup>[71]</sup>中(图2), 采用1T2M结构实现存储单元, 其中T用来限制漏电流, 2M采用反向连接, 两个写信号 $w_1$ 和 $w_2$ 分别对两个忆阻器进行写入操作, 级联后可构成00, 01, 10, 11四值存储单元, 实现多值存储目的。

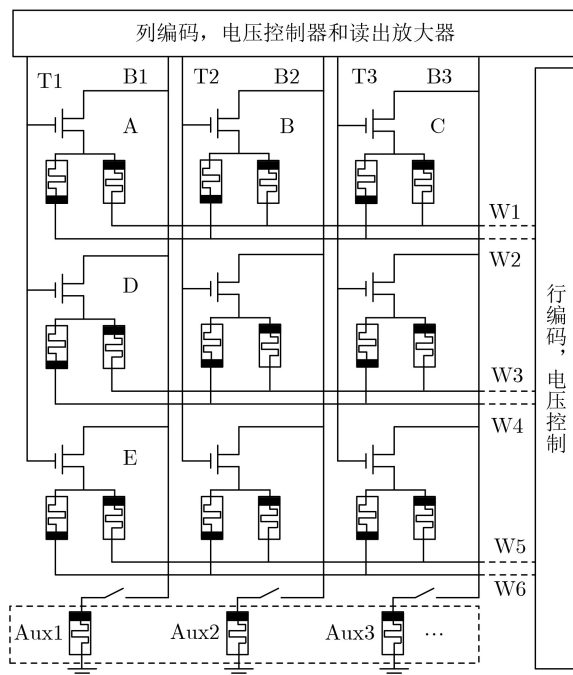


图2 基于1T2M存储单元的多值存储器原理图

## 4 基于忆阻器的神经网络电路

到目前为止, 已经有一些关于基于忆阻器的神经网络电路实现的文献发表, 总结起来, 可分为忆阻器桥突触神经网络和交叉杆阵列神经网络电路实现。下面针对这两类神经网络电路的国内外研究动态分别进行描述。

### 4.1 忆阻器桥突触神经网络

2012年, Kim等人<sup>[74]</sup>提出了由4个HP忆阻器和1个差分放大器构成的忆阻桥突触电路, 该突触电路表征的权值与忆阻桥4个忆阻器的忆阻值相关, 调节4个忆阻器的忆阻值大小可以使得突触的权值为正数、负数、0。同年, Adhikari等人<sup>[75]</sup>在忆阻桥突触电路的基础上提出多层神经网络电路实现, 用改进的chip-in-the-loop学习规则训练整个网络。该电路中, 将多层复杂神经网络拆分为多个单层神经网络进行学习。首先, 目标网络的学习由计算机软件实现的, 然后将软件训练的权值下载到硬件电路中, 再将各单层网络置于反馈环路中进行学习, 读出加权和输出, 最后在计算机中算出权值更新值。

网络学习算法采用BP算法。该文献中采用的训练方法与传统的chip-in-the-loop学习不同，它将复杂的多层网络学习分解成多个简单的单层网络学习，训练过程简化，减少了通信开销和电路的复杂性。但是，他们的初始训练和权值更新计算是用软件实现的，并不是全硬件电路实现。2015年，Adhikari等人<sup>[76]</sup>提出了一种基于忆阻桥突触具有随机权值变化(Random Weight Change, RWC)算法的神经网络电路，通过RWC算法训练整个网络。由于该电路使用权值更新算法RWC，不需要误差反向传播，所以，电路结构及权值更新电路相比BP神经网络而言较为简单。但是，具有RWC算法神经网络的权值更新表达式只考虑误差变化量 $\Delta E$ 的符号，没有考虑误差变化量 $\Delta E$ 的数值，每次权值调整的方向都是随机的，这导致收敛速度较慢。2017年，冯广等人<sup>[77]</sup>提出了一个双极性脉冲忆阻桥突触电路，利用开关电路与忆阻桥结合，能将单极性脉冲突触转变为双极性突触，提高神经网络权值读出的精度，该文用提出的双极性突触构造一个细胞神经网络用于图像去噪处理。

#### 4.2 交叉杆阵列神经网络

交叉杆(Memristor Crossbar, MC)阵列神经网络的权值与忆阻器的忆导值相关。相比忆阻器桥神经网络电路而言，该类神经网络的突触及整体网络电路结构较为简单，采用两个忆阻器构成交叉杆阵列，其突触权值为两个阵列忆导值之差，从而使得权值可为正值、零、负值，这样可以很方便地进行权值更新。通常采用交叉杆阵列的电路结构，可以进行神经元的互联，实现超大集成密度的神经网络。整体神经网络电路采用电流模式方法对多路输出电流进行相加。

2013年，Alibart等人<sup>[78]</sup>提出了基于忆阻器的单层感知机电路，采用双忆阻器的忆阻交叉阵列结构，使用“离片”(先由计算机软件训练好后权重，再传给硬件电路)和“在片”(直接在硬件电路进行权值更新训练)方法实现出“X”“T”两类模式的分类功能。在该文献的电路设计中，忆阻交叉阵列的列输入为电压信号，分别通过忆导 $G_{n+}$ 和 $G_{n-}$ ( $n=0, 1, 2, \dots, 9$ )两路忆阻器，将电压转化为两路电流，这两路电流各自在输出端相加后，通过1个运算放大器实现两路电流的差值，并转化为电压。两个忆阻器的忆导差值用来表征突触权值。

2014年，Yakopcic等人<sup>[79]</sup>设计出了交叉杆阵列结构的忆导型突触3层神经网络电路，该电路采用并行学习算法(Concurrent Learning Algorithm, CLA)，使用SPICE对该电路进行了仿真实验。同

年，文献<sup>[80]</sup>设计出了一种新的电路结构，该电路结构使用单个忆阻器交叉杆阵列和一系列具有恒定忆导值的忆阻器实现权值为正值、零、负值3个区域的神经网络，该电路可以大量的减少忆阻器的个数。但是，该电路的不足之处就在于由于采用了一系列忆导值恒定的忆阻器，使得权值可调范围减小。

2015年，Soudry等人<sup>[81]</sup>提出了基于忆阻器的梯度下降法的多层BP神经网络的全硬件实现方法。该文献中，使用1个忆阻器和2个CMOS晶体管构成神经网络突触，用 $N \times M$ 个突触构成一个神经网络，输出为 $M$ 个忆阻突触的输出电流之和，随后将输出电流转换成无量纲的输出，然后将无量纲的输出与目标值进行相减得到误差值，用该误差值作为使能信号去控制忆阻突触电路的导通和截止，进一步控制反向传播误差。电路对样本训练分为“读”、“写”两个阶段，在“读”阶段，如图3所示，通过将输入电压 $X$ 编码成相位相反的两个电压信号 $u(t)$ ,  $\bar{u}(t)$ ，设计控制电压 $en(t)$ ，使忆阻突触权值不发生改变，在“写”阶段，即权值更新阶段，保持 $u(t)$ ,  $\bar{u}(t)$ 不变，改变控制电压 $en(t)$ ，使得 $en(t)$ 的时间积分与误差信号 $y(t)$ 有关，从而使得权值随误差信号 $y(t)$ 作线性改变。该方法使用了全硬件实现BP神经网络，但是在权值更新阶段，需要设计积分时间与误差信号相关，硬件实现很不方便。

2017年，Hasan等人<sup>[82]</sup>提出了片上训练的多层神经网络电路结构，该文献采用了双忆阻器结构的忆阻交叉杆阵列。该电路结构同样是以电压作为输入信号，通过忆阻器将电压输入转化成电流，电路采用了两个集成运放来实现两路电流的相减，并将电流转化为电压。该电路的突触权值为两个忆阻器的忆导值之差。在该文献中，神经网络采用的训练算法为BP算法。但是BP算法涉及到对激活函数的求导以及误差反向传播操作，这些操作很难在模拟电路层面实现，所以该文献采用了对激活函数进行近似的方式，并且激活函数求导是采用查表存储法实现。同年，Zhang等人<sup>[83]</sup>提出了基于运算放大器的 $M$ 输入、 $N$ 输出的单层神经网络电路，并给出了权值调整的简单方法。同文献<sup>[82]</sup>一样，该电路结构同样是以电压作为输入信号，通过忆阻器的忆导

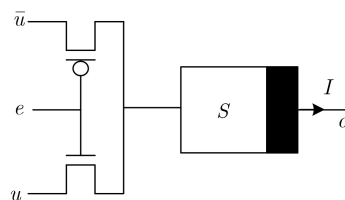


图3 基于忆阻器突触的电路结构图

将电压输入转化成电流,电路采用了两个集成运放来实现两路电流的相减,并将电流转化为电压,该电路的突触权值同样为两个忆阻器的忆导值之差。

目前为止,基于忆阻器神经网络主要分为忆阻桥突触神经网络和交叉杆阵列神经网络电路两大类。相对来说,交叉杆阵列神经网络电路结构较为简单。但是两类神经网络电路的难点均在于多层神经网络权值更新算法电路实现。目前这两类神经网络主要采用BP算法和RWC算法进行权值更新。对于BP神经网络电路实现,需要误差反向传播电路和非线性激活函数的求导电路,而这两种电路使得神经网络电路结构复杂,特别是非线性激活函数求导电路一般难以直接用模拟电路实现,很多文献采用数字存储的办法解决非线性激活函数求导问题,这样又增加了电路结构的复杂性;虽然文献[76]采用RWC算法实现忆阻桥突触神经网络,但是该算法权值更新的表达式中只考虑误差变化量的符号,没有考虑误差变化量的数值,且每次权值调整的方向都是随机的,这导致收敛速度比较慢。2019年,Wang等人[84]提出了基于忆阻器的具有权值同步抖动算法神经网络电路,权值同步抖动算法的基本思想是:输入信号后,通过神经网络电路输出,计算实际输出与标准输出的误差函数,然后,以相同的概率随机选择抖动符号,同时施加到网络的所有权值中,再计算网络输出与标准输出的误差函数,最后计算施加抖动后的误差函数和没有施加抖动的误差函数的变化量,利用该变化量来更新网络的权值矩阵。基于忆阻器的具有权值同步抖动算法神经网络电路具有电路结构简单、算法具有收敛速度快的优点。

## 5 基于忆阻器的神经动力学

人类大脑包含着数以亿计的神经元细胞,它们通过广泛的相互连接而形成具有复杂结构和高级智能的生物神经网络。大量神经生理学和神经解剖学的研究表明,人类大脑活动与生物神经元以及神经网络的动态行为息息相关。为了揭示大脑的奥秘,人们通过对生物神经网络结构和工作机理的长期探索,建立了人工神经元和神经网络模型。神经元和神经网络模型是由大量的非线性处理单元相互连接构成的复杂的非线性动力学系统,有着丰富的动力学特性,能够反映出人类大脑的许多基本特性。神经动力学的应用正渗透到神经形态电路、人工智能、模式识别、神经病理学以及医药学等多个领域。因此,神经动力学的研究具有重要的科学意义和应用价值。近年来,基于忆阻器的神经动力学的研究内容主要分为以下两部分:

### 5.1 忆阻神经混沌动力学研究

迄今为止,已有数百种人工神经元和神经网络模型被开发利用,极大地促进了神经动力学的快速发展。例如,HH(Hodgkin-Huxley)神经元模型[85]、FHN(FitzHugh-Nagumo)神经元模型[86]、Izhikevich神经元模型[87]、2维和3维的HR(Hindmarsh-Rose)神经元模型[88,89]以及它们的各种扩展的分数阶、时延、反馈耦合神经元模型[90-92]、和细胞神经网络模型[93]、Hopfield神经网络模型[94]等等。过去几十年,基于各种神经元和神经网络模型的动力学行为已经被研究,静默、尖峰放电、簇发放电、周期振荡甚至简单混沌等多种生物神经电活动现象在神经模型中得到认证[95-98]。然而,随着研究的日益深入,人们发现在生物神经网络信息产生、编码、传输以及处理过程中存在复杂的混沌行为[99,100]。混沌的存在意味着系统状态不仅依赖于其当前状态,而且也依赖于系统的初始状态,这也恰恰反映了大脑本身的特点。因此,神经动力学中的混沌动力学研究逐步成为国际学术界关注的热点问题。

近年来,随着忆阻理论的持续发展,忆阻器在神经系统领域的应用取得了令人瞩目的成果,有着美好的发展前景。忆阻器的纳米尺寸、非线性以及记忆存储等诸多特点被认为是未来人工神经突触的最佳选择[101-103]。尽管忆阻器还处在实验室研究阶段,但它在忆阻神经元、神经网络动力学领域得到快速的发展[104-106]。忆阻神经动力学是一门新兴的交叉学科,其理论涉及数学、物理、医学、生理科学、信息科学、计算机科学以及认知科学等多个学科,其核心是基于忆阻神经模型研究神经系统的复杂混沌动力学行为。从研究对象方面分,忆阻神经动力学的研究对象可以分为两类:(1)电磁辐射忆阻器神经模型,如图4所示。当神经元膜电位受外部磁场的影响会产生感应电流反作用于神经元膜电位,这种情况可以通过使用一个磁控的忆阻器来描述磁场的磁通量与膜电位的数学关系,即 $i=W(\phi)v$ , $d\phi/dt=v$ 。类似这种使用忆阻器表征磁通量与神经元膜电位的神经模型叫做电磁辐射忆阻器神经模型。电磁辐射忆阻器神经模型的动力学已经被广泛研究,这种神经模型由于考虑了电磁辐射实际环境

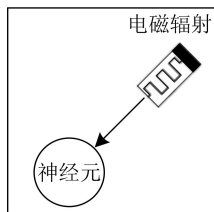


图4 电磁辐射忆阻器神经模型



对神经元膜电位的影响,能够表现出更逼真,更丰富的动力学行为。例如,文献[107–116]研究了电磁辐射下HR神经元模型的神经元电活动特性,他们的研究表明电磁辐射忆阻器HR神经元模型不仅能模仿生物神经元的基本动力学特性,还能产生模式转变,模式共存以及多模式放电行为。文献[117,118]分别研究了电磁辐射下FHN神经元的尖峰放电与混沌放电行为。此外,文献[119]在一个含有3个神经元的Hopfield神经网络中通过电磁辐射刺激得到丰富的混沌动力学现象,包括混沌,瞬态混沌以及共存混沌吸引子行为。文献[120]研究了外部电磁辐射分布对含有 $n$ 个神经元的Hopfield神经网络的混沌动力学影响,发现受电磁辐射刺激的神经元个数与神经网络的动力学行为存在密切关系。(2)忆阻突触神经模型,如图5所示。这种基于忆阻器的神经模型利用了忆阻器的仿生特性来模仿生物突触功能,相比传统的电阻突触,忆阻器突触神经模型不仅能够模拟调节忆阻器突触权重值,且能产生更加复杂的混沌动力学行为,性能上与自然界的生物神经元模型更类似。例如,文献[121]通过在2维的HR神经元模型中引入忆阻突触,得到忆阻HR神经元模型,具有共存不对称混沌吸引子特性。文献[122]发现忆阻HR神经元模型中具有共存多种放电模式特性。文献[123]揭示了忆阻神经元模型的隐藏的簇发混沌吸引子等复杂动力学行为。文献[124–128]研究了忆阻FHN神经模型动力学特性,多稳定和超级多稳定现象均被发现。文献[129]使用忆阻突触替换Hopfield神经网络中的电阻突触从而对忆阻Hopfield神经网络动力学行为做了深入的分析,研究结果发现忆阻Hopfield神经网络具有复杂的超混沌动力学行为。类似的工作在文献[130–134]中也被报道,隐藏混沌吸引子、共存不对称吸引子、共存多稳定模式等复杂动力学现象被观察到。综上所述,无论是电磁辐射忆阻神经模型还是忆阻突触神经模型在动力学性能方面都比普通的神经模型具有更丰富和复杂的动力学行为。毫无疑问,当忆阻神经动力学问题的研究获得进展时,必然会促进神经形态计算、人工智能等新兴领域的快速发展。因此,忆阻神经动力学在未来也必定会成为非常有价值的研究方向。

## 5.2 忆阻神经网络同步研究

由于忆阻器能极好地模拟神经突触,所以可利

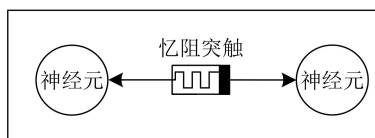


图5 忆阻突触神经模型

用忆阻器来构造实用的忆阻神经网络。同步是一种常见且重要的集体动力学行为。同步指2个或2个以上的变量随着时间保持一定的相对关系。同步在自然界中是普遍存在的现象,如萤火虫的集体发光,人的心脏跳动和呼吸的频率,墙上的两个钟摆在某一时间会达到相同的状态等。目前,同步已经在激光领域、生物学、保密通信以及控制领域等被广泛地研究。同时,同步也是神经网络的一种重要动力学行为,神经网络的同步控制对于癫痫的防治和人脑的联想记忆与认知等领域有着重要应用。忆阻神经网络作为最接近人脑的人工神经网络,对其同步控制的研究无疑具有重要的理论与现实意义。

由于神经网络可以由电路系统实现,文献[135]的作者通过忆阻代替传统电阻首次构建了一类时滞的忆阻递归神经网络,并分析了网络的全局一致稳定性。之后,文献[136]详细地推导了时滞忆阻神经网络的数学模型并且研究了时滞忆阻神经网络的同步。之后,关于忆阻神经网络同步的研究开始展开。根据同步收敛时间,当前忆阻神经网络同步的研究可被分为3类:渐进和指数同步、有限时间同步、固定时间同步。

(1) 渐进和指数同步:渐进和指数同步是最常见的同步类型,属于无限时间同步,也就意味着只有在时间趋于无穷大时,同步才能够实现。从2010年开始,很多不同的分析和控制方法被提出来研究各类忆阻神经网络的渐进和指数同步。基于数据采样控制器,文献[137]研究了时滞忆阻神经网络的渐进同步,并给出仿真例子证实了所得同步准则的正确性。基于反馈控制,文献[138]则研究了带常数离散时延忆阻神经网络的指数滞后同步。绝大多数关于忆阻神经网络驱动响应同步的研究成果均假定驱动系统的参数是已知的,而文献[139]则采用停走自适应策略研究了带有未知突触权重忆阻神经网络的渐进同步。考虑到之前研究使用的控制器是单一的,文献[140]设计了包含两个子控制器的组合控制器去研究了时滞忆阻神经网络的指数同步。另外,文献[141]通过非周期的牵制控制研究了时滞忆阻神经网络的全局指数同步,文中使用非连续的分析技术讨论了控制增益和控制周期比例的合适取值范围以及它们对同步标准的影响。对于复值忆阻神经网络,常用的分析方法就先将复值忆阻神经网络转化为两个实值忆阻神经网络,然后使用实值域的理论去处理网络。文献[142]先处理复值网络为实值网络,然后利用反馈控制器和自适应控制器研究了带随机扰动复值忆阻神经网络的指数同步。文献[143]则利用了状态反馈控制器研究了时滞复值忆阻神经

网络的指数反同步。通过反馈控制,最近的文献[144]研究了带有不确定参数和多层延时的分数阶忆阻神经网络的渐进同步。文献[145]研究了多稳定平衡状态下的带有时滞的耦合多稳态忆阻神经网络的指数同步问题,同时也研究了带有多种外部输入的时滞忆阻神经网络的指数混合多同步。

(2) 有限时间同步: 渐近和指数同步的同步时间是趋于无穷大的,这就意味着控制系统必须对网络持续地施加控制。这显然会增加控制成本而且无穷大的同步时间也是实际工程不允许的。有限时间同步意味着同步可以在一个有限的时间内实现,且同步时间是系统初始值的函数。所以当知道系统的初始值时,这个有限的同步时间是可以提前计算出。明显,有限时间同步比渐近和指数同步更有实用价值。1998年, Tang<sup>[146]</sup>提出了一种有限时间稳定判定准则。基于此,一种有限时间同步分析方法被提出,该方法只适用于简单忆阻神经网络的有限时间同步。如果系统中含有混合时延,则需要设计非常复杂的控制器,这不利于工程实现。2014年之前,忆阻神经网络有限时间同步研究基本是基于此方法<sup>[143-147]</sup>。通过时延的状态反馈控制器,文献[147]研究了带离散时延忆阻神经网络的有限时间同步。采用脉冲控制,文献[148]研究了带随机扰动和离散时延忆阻神经网络的有限时间同步。分别采用反馈控制和采样数据控制,文献[149,150]研究了惯性忆阻神经网络的有限时间同步,在证明的过程中,通过变量替换将惯性忆阻神经网络的2阶微分方程转换为两个1阶微分方程。在2014年, Yang等人<sup>[151]</sup>提出了一种不同的有限时间同步分析方法,该方法即适用于简单忆阻神经网络的有限时间同步,也适用于复杂忆阻神经网络的有限时间同步。并且这种方法通常只需要设计简单的控制器,但构造的Lyapunov函数一般比较复杂。基于这种方法,通过利用Laplace变换, Gronwall不等式, Mittag-leffler函数和线性反馈控制技术,文献[152]研究了时滞分数阶忆阻神经网络的有限时间同步。文献[153]研究了时滞分数阶忆阻神经网络的有限时间投影同步,在证明的过程中使用了微分包含理论, Gronwall-Bellman不等式和Volterra积分等数学工具将分数阶的微分方程转化为Volterra积分方程,进而可以简化证明过程。借助线性反馈控制器,文献[154]研究了分数阶忆阻Cohen-Grossberg神经网络的有限时间同步,在证明的过程中用到了Gronwall不等式。通过设计一个分段的控制方法,最近的文献[155]则研究了忆阻Cohen-Grossberg神经网络的有限时间同步,同时证明了提出的分段的控制方法可以有效减少有限同步时间。

(3) 固定时间同步: 2011年, Polyakov<sup>[156]</sup>首先提出了固定时间稳定的概念,并且给出了相应的固定时间稳定的准则。其后,这些准则被用于研究神经网络的固定时间同步。固定时间同步能被看作为一种特殊的有限时间同步,但不同于有限时间同步,固定同步时间并不依赖于系统的初始值,而与系统和控制器参数有关。因而即使不知道系统的初始值,同步时间的上界也可预先进行估计。目前,忆阻神经网络固定时间同步仍是一个较新的研究领域,因此关于它的研究成果也较少。2017年,基于状态反馈控制器, Cao等人<sup>[157]</sup>第1次研究了忆阻递归神经网络的固定时间同步,并给出了固定时间同步的充分条件且证明了控制增益的大小会影响固定同步时间的上界。通过状态反馈控制器,文献[158]同时地研究了忆阻反应扩散神经网络的有限时间同步和固定时间同步。为减小状态反馈控制器的控制增益,文献[159]则利用自适应控制来研究了带有时滞和反应扩散项的忆阻Cohen-Grossberg神经网络的固定时间同步。而在最近文献[160],作者们利用状态反馈控制器研究了时滞忆阻神经网络的固定时间投影同步。

## 6 展望

鉴于上述对基于忆阻器的混沌电路、存储器、神经网络电路的设计与神经动力学等几个方面国内外研究现状分析,目前有几个方面的工作需要进行。

(1) 基于忆阻器的混沌电路: 在基于忆阻器的混沌电路方面可继续进行以下工作:

- (a) 基于忆阻器的隐藏吸引子混沌的生成与分析;
- (b) 基于忆阻器的多稳态吸引子混沌的生成与分析;
- (c) 基于忆阻器的复杂混沌系统的生成与分析;
- (d) 基于多忆阻器的混沌系统的生成与分析。

(2) 基于忆阻器的存储器: 在基于忆阻器的存储器方面可进行以下方面的工作:

- (a) 基于忆阻器的高存储密度存储器的设计;
- (b) 基于忆阻器存储器的漏电流问题研究;
- (c) 基于忆阻器的结构简单存储单元设计;
- (d) 基于忆阻器的高性能读写存储器设计。

(3) 基于忆阻器的人工神经网络: 在基于忆阻器的人工神经网络方面可进行以下方面的工作:

- (a) 基于忆阻器的多层人工神经网络;
- (b) 基于忆阻器的收敛速度快、结构简单的人工神经网络;
- (c) 基于忆阻器的具有类脑特性的神经网络。

(4) 基于忆阻器的神经动力学: 在基于忆阻器的神经动力学方面可进行以下方面的工作:



(a) 基于忆阻器的神经元、神经网络模型设计、分析以及电路实现;

(b) 基于忆阻器的神经网络和神经形态系统复杂动力学研究;

(c) 忆阻神经网络在人工智能、精神疾病防治和类脑识别等领域的应用。

### 参 考 文 献

- [1] CHUA L O. Memristor-the missing circuit element[J]. *IEEE Transactions on Circuit Theory*, 1971, 18(5): 507–519. doi: [10.1109/tct.1971.1083337](https://doi.org/10.1109/tct.1971.1083337).
- [2] STRUKOV D B, SNIDER G S, STEWART D R, *et al.* The missing memristor found[J]. *Nature*, 2008, 453(7191): 80–83. doi: [10.1038/nature06932](https://doi.org/10.1038/nature06932).
- [3] KIM H, SAH M P, YANG C J, *et al.* Memristor emulator for memristor circuit applications[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2012, 59(10): 2422–2431. doi: [10.1109/tcsi.2012.2188957](https://doi.org/10.1109/tcsi.2012.2188957).
- [4] WANG Xiaobin, CHEN Yiran, XI Haiwen, *et al.* Spintronic memristor through spin-torque-induced magnetization motion[J]. *IEEE Electron Device Letters*, 2009, 30(3): 294–297. doi: [10.1109/LED.2008.2012270](https://doi.org/10.1109/LED.2008.2012270).
- [5] HU Miao, LI Hai, CHEN Yiran, *et al.* Geometry variations analysis of TiO<sub>2</sub> thin-film and spintronic memristors[C]. The 16th Asia and South Pacific Design Automation Conference, Yokohama, Japan, 2011: 25–30. doi: [10.1109/ASPDAC.2011.5722193](https://doi.org/10.1109/ASPDAC.2011.5722193).
- [6] VOURKAS I, and SIRAKOULIS G C. A novel design and modeling paradigm for memristor-based crossbar circuits[J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2012, 11(6): 1151–1159. doi: [10.1109/TNANO.2012.2217153](https://doi.org/10.1109/TNANO.2012.2217153).
- [7] KVATINSKY S, FRIEDMAN E G, KOLODNY A, *et al.* TEAM: Threshold adaptive memristor model[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, 60(1): 211–221. doi: [10.1109/TCSI.2012.2215714](https://doi.org/10.1109/TCSI.2012.2215714).
- [8] KVATINSKY S, RAMADAN M, FRIEDMAN E G, *et al.* VTEAM: A general model for voltage-controlled memristors[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2015, 62(8): 786–790. doi: [10.1109/TCSII.2015.2433536](https://doi.org/10.1109/TCSII.2015.2433536).
- [9] ZHANG Yang, LI Yi, WANG Xiaoping, *et al.* Synaptic characteristics of Ag/AgInSbTe/Ta-based memristor for pattern recognition applications[J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2017, 64(4): 1806–1811. doi: [10.1109/TED.2017.2671433](https://doi.org/10.1109/TED.2017.2671433).
- [10] SHERI A M, HWANG H, JEON M, *et al.* Neuromorphic character recognition system with two PCMO memristors as a synapse[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2014, 61(6): 2933–2941. doi: [10.1109/tie.2013.2275966](https://doi.org/10.1109/tie.2013.2275966).
- [11] CHOI S, SHERIDAN P, and LU W D. Data clustering using memristor networks[J]. *Scientific Reports*, 2015, 5: 10492. doi: [10.1038/srep10492](https://doi.org/10.1038/srep10492).
- [12] DOU Gang, YU Yang, GOU Mei, *et al.* Memristive behavior based on Ba-doped SrTiO<sub>3</sub> films[J]. *Chinese Physics Letters*, 2017, 34(3): 038502. doi: [10.1088/0256-307X/34/3/038502](https://doi.org/10.1088/0256-307X/34/3/038502).
- [13] CORINTO F and ASCOLI A. Memristive diode bridge with LCR filter[J]. *Electronics Letters*, 2012, 48(14): 824–825. doi: [10.1049/el.2012.1480](https://doi.org/10.1049/el.2012.1480).
- [14] SANCHEZ-LÓPEZ C, MENDOZA-LÓPEZ J, CARRASCO-AGUILAR M A, *et al.* A floating analog memristor emulator circuit[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2014, 61(5): 309–313. doi: [10.1109/TCSII.2014.2312806](https://doi.org/10.1109/TCSII.2014.2312806).
- [15] BABACAN Y and KAÇAR F. Floating memristor emulator with subthreshold region[J]. *Analog Integrated Circuits and Signal Processing*, 2017, 90(2): 471–475. doi: [10.1007/s10470-016-0888-9](https://doi.org/10.1007/s10470-016-0888-9).
- [16] ADHIKARI S P, SAH M P, KIM H, *et al.* Three fingerprints of memristor[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*, 2013, 60(11): 3008–3021. doi: [10.1109/TCSI.2013.2256171](https://doi.org/10.1109/TCSI.2013.2256171).
- [17] CHUA L O. If it's pinched it's a memristor[J]. *Semiconductor Science and Technology*, 2014, 29(10): 1040001–1040042. doi: [10.1088/0268-1242/29/10/104001](https://doi.org/10.1088/0268-1242/29/10/104001).
- [18] BAO Bocheng, YU Jingjing, HU Fengwei, *et al.* Generalized memristor consisting of diode bridge with first order parallel RC filter[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, 24(11): 1450143. doi: [10.1142/S0218127414501430](https://doi.org/10.1142/S0218127414501430).
- [19] YUAN Fang and LI Yuxia. A chaotic circuit constructed by a memristor, a memcapacitor and a meminductor[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29(10): 101101. doi: [10.1063/1.5125673](https://doi.org/10.1063/1.5125673).
- [20] ITOH M and CHUA L O. Memristor oscillators[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2008, 18(11): 3183–3206. doi: [10.1142/S0218127408022354](https://doi.org/10.1142/S0218127408022354).
- [21] FITCH A L, YU Dongsheng, IU H H C, *et al.* Hyperchaos in a memristor-based modified canonical chua's circuit[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2012, 22(6): 1250133. doi: [10.1142/S0218127412501337](https://doi.org/10.1142/S0218127412501337).
- [22] BAO Han, JIANG Tao, CHU Kaibin, *et al.* Memristor-based canonical Chua's circuit: Extreme multistability in voltage-current domain and its controllability in flux-charge domain[J]. *Complexity*, 2018, 2018: 5935637. doi: [10.1155/2018/5935637](https://doi.org/10.1155/2018/5935637).
- [23] AHAMED A I and LAKSHMANAN M. Nonsmooth bifurcations, transient hyperchaos and hyperchaotic beats in a memristive murali-lakshmanan-chua circuit[J].

- International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2013, 23(6): 1350098. doi: [10.1142/S0218127413500983](https://doi.org/10.1142/S0218127413500983).
- [24] ZHAO Qing, WANG Chunhua, and ZHANG Xin. A universal emulator for memristor, memcapacitor, and meminductor and its chaotic circuit[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29(1): 013141. doi: [10.1063/1.5081076](https://doi.org/10.1063/1.5081076).
- [25] BUSCARINO A, FORTUNA L, FRASCA M, *et al.* A chaotic circuit based on Hewlett-Packard memristor[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2012, 22(2): 023136. doi: [10.1063/1.4729135](https://doi.org/10.1063/1.4729135).
- [26] BAO Bocheng, JIANG Tao, WANG Guangyi, *et al.* Two-memristor-based Chua's hyperchaotic circuit with plane equilibrium and its extreme multistability[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(2): 1157–1171. doi: [10.1007/s11071-017-3507-0](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3507-0).
- [27] BAO Bocheng, JIANG Pan, WU Huagan, *et al.* Complex transient dynamics in periodically forced memristive Chua's circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(4): 2333–2343. doi: [10.1007/s11071-014-1815-1](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1815-1).
- [28] 洪庆辉, 曾以成, 李志军. 含磁控和荷控两种忆阻器的混沌电路设计与仿真[J]. *物理学报*, 2013, 62(23): 230502. doi: [10.7498/aps.62.230502](https://doi.org/10.7498/aps.62.230502).
- HONG Qinghui, ZENG Yicheng, and LI Zhijun. Design and simulation of chaotic circuit for flux-controlled memristor and charge-controlled memristor[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(23): 230502. doi: [10.7498/aps.62.230502](https://doi.org/10.7498/aps.62.230502).
- [29] XU Quan, LIN Yi, BAO Bocheng, *et al.* Multiple attractors in a non-ideal active voltage-controlled memristor based Chua's circuit[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2016, 83: 186–200. doi: [10.1016/j.chaos.2015.12.007](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2015.12.007).
- [30] CHEN Mo, LI Mengyuan, YU Qing, *et al.* Dynamics of self-excited attractors and hidden attractors in generalized memristor-based Chua's circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 81(1/2): 215–226. doi: [10.1007/s11071-015-1983-7](https://doi.org/10.1007/s11071-015-1983-7).
- [31] WANG Chunhua, LIU Xiaoming, and XIA Hu. Multi-piecewise quadratic nonlinearity memristor and its 2N-scroll and 2N+1-scroll chaotic attractors system[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2017, 27(3): 033114. doi: [10.1063/1.4979039](https://doi.org/10.1063/1.4979039).
- [32] GUO Mei, YANG Wenyan, XUE Youbao, *et al.* Multistability in a physical memristor-based modified Chua's circuit[J]. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 2019, 29(4): 043114. doi: [10.1063/1.5089293](https://doi.org/10.1063/1.5089293).
- [33] LI Qingdu, ZENG Hongzheng, and LI Jing. Hyperchaos in a 4D memristive circuit with infinitely many stable equilibria[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 79(4): 2295–2308. doi: [10.1007/s11071-014-1812-4](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1812-4).
- [34] MA Jian, CHEN Zengqiang, WANG Zhonglin, *et al.* A four-wing hyper-chaotic attractor generated from a 4-D memristive system with a line equilibrium[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 81(3): 1275–1288. doi: [10.1007/s11071-015-2067-4](https://doi.org/10.1007/s11071-015-2067-4).
- [35] ZHOU Ling, WANG Chunhua, and ZHOU Lili. Generating four-wing hyperchaotic attractor and two-wing, three-wing, and four-wing chaotic attractors in 4D memristive system[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2017, 27(2): 1750027. doi: [10.1142/S0218127417500274](https://doi.org/10.1142/S0218127417500274).
- [36] ZHOU Ling, WANG Chunhua, and ZHOU Lili. A novel no-equilibrium hyperchaotic multi-wing system via introducing memristor[J]. *International Journal of Circuit Theory and Applications*, 2018, 46(1): 84–98. doi: [10.1002/cta.2339](https://doi.org/10.1002/cta.2339).
- [37] WANG Chunhua, XIA Hu, and ZHOU Ling. A memristive hyperchaotic multiscroll jerk system with controllable scroll numbers[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2017, 27(6): 1750091. doi: [10.1142/S0218127417500912](https://doi.org/10.1142/S0218127417500912).
- [38] BAO Han, WANG Ning, BAO Bocheng, *et al.* Initial condition-dependent dynamics and transient period in memristor-based hypogenetic jerk system with four line equilibria[J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2018, 57: 264–275. doi: [10.1016/j.cnsns.2017.10.001](https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2017.10.001).
- [39] 阮静雅, 孙克辉, 牟骏. 基于忆阻器反馈的Lorenz超混沌系统及其电路实现[J]. *物理学报*, 2016, 65(19): 190502. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
- RUAN Jingya, SUN Kehui, and MOU Jun. Memristor-based Lorenz hyper-chaotic system and its circuit implementation[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(19): 190502. doi: [10.7498/aps.65.190502](https://doi.org/10.7498/aps.65.190502).
- [40] ZHOU Ling, WANG Chunhua, and ZHOU Lili. Generating hyperchaotic multi-wing attractor in a 4D memristive circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 85(4): 2653–2663. doi: [10.1007/s11071-016-2852-8](https://doi.org/10.1007/s11071-016-2852-8).
- [41] 俞清, 包伯成, 胡丰伟, 等. 基于一阶广义忆阻器的文氏桥混沌振荡器研究[J]. *物理学报*, 2014, 63(24): 240505. doi: [10.7498/aps.63.240505](https://doi.org/10.7498/aps.63.240505).
- YU Qing, BAO Bocheng, HU Fengwei, *et al.* Wien-bridge chaotic oscillator based on first-order generalized memristor[J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(24): 240505. doi: [10.7498/aps.63.240505](https://doi.org/10.7498/aps.63.240505).
- [42] WU Huagan, BAO Bocheng, LIU Zhong, *et al.* Chaotic and periodic bursting phenomena in a memristive Wien-bridge oscillator[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1/2):

- 893–903. doi: [10.1007/s11071-015-2375-8](https://doi.org/10.1007/s11071-015-2375-8).
- [43] XU Birong, WANG Guangyi, WANG Xiaoyuan, *et al.* A third-order memristive Wien-bridge circuit and its integrable deformation[J]. *Pramana*, 2019, 93(42): 1–14. doi: [10.1007/s12043-019-1807-2](https://doi.org/10.1007/s12043-019-1807-2).
- [44] LI Zhijun and ZHENG Yicheng. A memristor oscillator based on a twin-T network[J]. *Chinese Physics B*, 2013, 22(4): 040502. doi: [10.1088/1674-1056/22/4/040502](https://doi.org/10.1088/1674-1056/22/4/040502).
- [45] ZHOU Ling, WANG Chunhua, ZHANG Xin, *et al.* Various attractors, coexisting attractors and antimonotonicity in a simple fourth-order memristive twin-t oscillator[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2018, 28(4): 1850050. doi: [10.1142/s0218127418500505](https://doi.org/10.1142/s0218127418500505).
- [46] BAO Bocheng, JIANG Tao, XU Quan, *et al.* Coexisting infinitely many attractors in active band-pass filter-based memristive circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 86(3): 1711–1723. doi: [10.1007/s11071-016-2988-6](https://doi.org/10.1007/s11071-016-2988-6).
- [47] BAO Bocheng, WANG Ning, XU Quan, *et al.* A simple third-order memristive band pass filter chaotic circuit[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 64(8): 977–981. doi: [10.1109/TCSII.2016.2641008](https://doi.org/10.1109/TCSII.2016.2641008).
- [48] WANG Ning, ZHANG Guoshan, and BAO Han. Bursting oscillations and coexisting attractors in a simple memristor-capacitor-based chaotic circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 97(2): 1477–1494. doi: [10.1007/s11071-019-05067-6](https://doi.org/10.1007/s11071-019-05067-6).
- [49] VARSHNEY V, SABARATHINAM S, PRASAD A, *et al.* Infinite number of hidden attractors in memristor-based autonomous duffing oscillator[J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2018, 28(1): 1850013. doi: [10.1142/S021812741850013X](https://doi.org/10.1142/S021812741850013X).
- [50] TENG Lin, IU H H C, WANG Xingyuan, *et al.* Chaotic behavior in fractional-order memristor-based simplest chaotic circuit using fourth degree polynomial[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 77(1/2): 231–241. doi: [10.1007/s11071-014-1286-4](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1286-4).
- [51] CANG Shijian, WU Aiguo, WANG Zenghui, *et al.* Birth of one-to-four-wing chaotic attractors in a class of simplest three-dimensional continuous memristive systems[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(4): 1987–2001. doi: [10.1007/s11071-015-2460-z](https://doi.org/10.1007/s11071-015-2460-z).
- [52] WANG Chunhua, XIA Hu, and ZHOU Ling. Implementation of a new memristor-based multiscroll hyperchaotic system[J]. *Pramana*, 2017, 88(34): 1–7. doi: [10.1007/s12043-016-1342-3](https://doi.org/10.1007/s12043-016-1342-3).
- [53] HO Y, HUANG G M, and LI Peng. Nonvolatile memristor memory: Device characteristics and design implications[C]. 2009 IEEE/ACM International Conference on Computer-aided Design-digest of Technical Papers, San Jose, USA, 2009, 485–490. doi: [10.1145/1687399.1687491](https://doi.org/10.1145/1687399.1687491).
- [54] HO Y, HUANG G M, and LI Peng. Dynamical properties and design analysis for nonvolatile memristor memories[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2011, 58(4): 724–736. doi: [10.1109/TCSI.2010.2078710](https://doi.org/10.1109/TCSI.2010.2078710).
- [55] KIM S, JEONG H Y, KIM S K, *et al.* Flexible memristive memory array on plastic substrates[J]. *Nano Letters*, 2011, 11(12): 5438–5442. doi: [10.1021/nl203206h](https://doi.org/10.1021/nl203206h).
- [56] ZANGENEH M and JOSHI A. Design and optimization of nonvolatile multibit 1T1R resistive RAM[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2014, 22(8): 1815–1828. doi: [10.1109/TVLSI.2013.2277715](https://doi.org/10.1109/TVLSI.2013.2277715).
- [57] ZHANG Yang, SHEN Yi, WANG Xiaoping, *et al.* A novel design for memristor-based logic switch and crossbar circuits[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2015, 62(5): 1402–1411. doi: [10.1109/TCSI.2015.2407436](https://doi.org/10.1109/TCSI.2015.2407436).
- [58] ZIDAN M A, FAHMY H A H, HUSSAIN M M, *et al.* Memristor-based memory: The sneak paths problem and solutions[J]. *Microelectronics Journal*, 2013, 44(2): 176–183. doi: [10.1016/j.mejo.2012.10.001](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2012.10.001).
- [59] LEE M J, PARK Y, KANG B S, *et al.* 2-stack 1D-1R cross-point structure with oxide diodes as switch elements for high density resistance RAM applications[C]. 2007 IEEE International Electron Devices Meeting, Washington, USA, 2007: 771–774. doi: [10.1109/IEDM.2007.4419061](https://doi.org/10.1109/IEDM.2007.4419061).
- [60] MANEM H and ROSE G S. A read-monitored write circuit for 1T1M multi-level memristor memories[C]. 2011 IEEE International Symposium of Circuits and Systems, Rio de Janeiro, Brazil, 2011, 2938–2941. doi: [10.1109/ISCAS.2011.5938207](https://doi.org/10.1109/ISCAS.2011.5938207).
- [61] HAMDIOUI S, AZIZA H, and SIRAKOULIS G C. Memristor based memories: Technology, design and test[C]. The 9th IEEE International Conference on Design & Technology of Integrated Systems in Nanoscale Era, Santorini, Greece, 2014: 1–7. doi: [10.1109/DTIS.2014.6850647](https://doi.org/10.1109/DTIS.2014.6850647).
- [62] SAKIB M N, HASSAN R, and BISWAS S. Design a memristor-based hybrid memory cell having faster bidirectional storage operation[C]. The 5th International Conference on Informatics, Electronics and Vision, Dhaka, Bangladesh, 2016. doi: [10.1109/ICIEV.2016.7760089](https://doi.org/10.1109/ICIEV.2016.7760089).
- [63] RABBANI P, DEHGHANI R, and SHAHPARI N. A multilevel memristor-CMOS memory cell as a ReRAM[J]. *Microelectronics Journal*, 2015, 46(12): 1283–1290. doi: [10.1016/j.mejo.2015.10.006](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2015.10.006).



- [64] SHEU S S, KUO C C, CHANG M F, *et al.* A ReRAM integrated 7T2R non-volatile SRAM for normally-off computing application[C]. 2013 IEEE Asian Solid-state Circuits Conference, Singapore, 2013: 245–248. doi: [10.1109/ASSCC.2013.6691028](https://doi.org/10.1109/ASSCC.2013.6691028).
- [65] HO P W C, ALMURIB H A F, and KUMAR T N. Memristive SRAM cell of seven transistors and one memristor[J]. *Journal of Semiconductors*, 2016, 37(10): 104002. doi: [10.1088/1674-4926/37/10/104002](https://doi.org/10.1088/1674-4926/37/10/104002).
- [66] TEIMOORI M, AMIRSOLEIMANI A, AHMADI A, *et al.* A 2M1M Crossbar Architecture: Memory[J]. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration (VLSI) Systems*, 2018, 26(12): 2608–2618. doi: [10.1109/TVLSI.2018.2799951](https://doi.org/10.1109/TVLSI.2018.2799951).
- [67] MAAN A K, JAYADEVI D A, JAMES A P. A survey of memristive threshold logic circuits[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2016, 28(8): 1734–1746. doi: [10.1109/TNNLS.2016.2547842](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2016.2547842).
- [68] EMARA A, GHONEIMA M, and EL-DESSOUKY M. Differential 1T2M memristor memory cell for single/multi-bit RRAM modules[C]. The 6th Computer Science and Electronic Engineering Conference, Colchester, UK, 2014: 69–72. doi: [10.1109/ceec.2014.6958557](https://doi.org/10.1109/ceec.2014.6958557).
- [69] YILMAZ Y and MAZUMDER P. A drift-tolerant read/write scheme for multilevel memristor memory[J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2017, 16(6): 1016–1027. doi: [10.1109/TNANO.2017.2741504](https://doi.org/10.1109/TNANO.2017.2741504).
- [70] SAKIB M N, HASSAN R, BISWAS S N, *et al.* Memristor-based high-speed memory cell with stable successive read operation[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2018, 37(5): 1037–1049. doi: [10.1109/TCAD.2017.2729464](https://doi.org/10.1109/TCAD.2017.2729464).
- [71] WANG Xiaoping, LI Shuai, LIU Hui, *et al.* A compact scheme of reading and writing for memristor-based multivalued memory[J]. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2018, 37(7): 1505–1509. doi: [10.1109/TCAD.2017.2753199](https://doi.org/10.1109/TCAD.2017.2753199).
- [72] EMARA A and GHONEIMA M. A reference-less multilevel memristor based RRAM module[C]. The 58th IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems, Fort Collins, 2015: 1–4. doi: [10.1109/MWSCAS.2015.7282147](https://doi.org/10.1109/MWSCAS.2015.7282147).
- [73] SHAARAWY N, EMARA A, EL-NAGGAR A M, *et al.* Design and analysis of 2T2M hybrid CMOS-memristor based RRAM[J]. *Microelectronics Journal*, 2018, 73: 75–85. doi: [10.1016/j.mejo.2018.01.001](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2018.01.001).
- [74] KIM H, SAH M P, YANG Changju, *et al.* Memristor bridge synapses[J]. *Proceedings of the IEEE*, 2012, 100(6): 2061–2070. doi: [10.1109/JPROC.2011.2166749](https://doi.org/10.1109/JPROC.2011.2166749).
- [75] ADHIKARI S P, YANG Changju, KIM H, *et al.* Memristor bridge synapse-based neural network and its learning[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(9): 1426–1435. doi: [10.1109/tnnls.2012.2204770](https://doi.org/10.1109/tnnls.2012.2204770).
- [76] ADHIKARI S P, KIM H, BUDHATHOKI R K, *et al.* A circuit-based learning architecture for multilayer neural networks with memristor bridge synapses[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2015, 62(1): 215–223. doi: [10.1109/TCSI.2014.2359717](https://doi.org/10.1109/TCSI.2014.2359717).
- [77] 冯广, 段书凯, 王丽丹. 双极性脉冲忆阻桥电子突触神经网络及图像处理[J]. *中国科学: 信息科学*, 2017, 47(3): 385–400. doi: [10.1360/N112016-00061](https://doi.org/10.1360/N112016-00061).
- FENG Guang, DUAN Shukai, and WANG Lidan. Neural networks based on doublet generator synapses and its applications in image processing[J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2017, 47(3): 385–400. doi: [10.1360/N112016-00061](https://doi.org/10.1360/N112016-00061).
- [78] ALIBART F, ZAMANIDOOST E, and STRUKOV D B. Pattern classification by memristive crossbar circuits using ex situ and in situ training[J]. *Nature Communications*, 2013, 4(1): 1–7. doi: [10.1038/ncomms3072](https://doi.org/10.1038/ncomms3072).
- [79] YAKOPCIC C, HASAN R, TAHA T M, *et al.* Memristor-based neuron circuit and method for applying learning algorithm in SPICE[J]. *Electronics Letters*, 2014, 50(7): 492–494. doi: [10.1049/el.2014.0464](https://doi.org/10.1049/el.2014.0464).
- [80] TRUONG S N and MIN K S. New memristor-based crossbar array architecture with 50-% area reduction and 48-% power saving for matrix-vector multiplication of analog neuromorphic computing[J]. *Journal of Semiconductor Technology and Science*, 2014, 14(3): 356–363. doi: [10.5573/jsts.2014.14.3.356](https://doi.org/10.5573/jsts.2014.14.3.356).
- [81] SOUDRY D, DI CASTRO D, GAL A, *et al.* Memristor-based multilayer neural networks with online gradient descent training[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2015, 26(10): 2408–2421. doi: [10.1109/tnnls.2014.2383395](https://doi.org/10.1109/tnnls.2014.2383395).
- [82] HASAN R, TAHA T M, and YAKOPCIC C. On-chip training of memristor crossbar based multi-layer neural networks[J]. *Microelectronics Journal*, 2017, 66: 31–40. doi: [10.1016/j.mejo.2017.05.005](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2017.05.005).
- [83] ZHANG Yang, WANG Xiaoping, LI Yi, *et al.* Memristive model for synaptic circuits[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2017, 64(7): 767–771. doi: [10.1109/TCSII.2016.2605069](https://doi.org/10.1109/TCSII.2016.2605069).
- [84] WANG Chunhua, XIONG Lin, SUN Jingru, *et al.* Memristor-based neural networks with weight simultaneous perturbation training[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(4): 2893–2906. doi: [10.1007/s11071-](https://doi.org/10.1007/s11071-)

- 018-4730-z.
- [85] HODGKIN A L and HUXLEY A F. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve[J]. *The Journal of physiology*, 1952, 117(4): 500–544. doi: [10.1113/jphysiol.1952.sp004764](https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004764).
- [86] NAGUMO J, ARIMOTO S, and YOSHIZAWA S. An active pulse transmission line simulating nerve axon[J]. *Proceedings of the IRE*, 1962, 50(10): 2061–2070. doi: [10.1109/JRPROC.1962.288235](https://doi.org/10.1109/JRPROC.1962.288235).
- [87] IZHIKEVICH E M. Simple model of spiking neurons[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2003, 14(6): 1569–1572. doi: [10.1109/TNN.2003.820440](https://doi.org/10.1109/TNN.2003.820440).
- [88] HINDMARSH J L and ROSE R M. A model of the nerve impulse using two first-order differential equations[J]. *Nature*, 1982, 296(5853): 162–164. doi: [10.1038/296162a0](https://doi.org/10.1038/296162a0).
- [89] HINDMARSH J L and ROSE R M. A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations[J]. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 1984, 221(1222): 87–102. doi: [10.1098/rspb.1984.0024](https://doi.org/10.1098/rspb.1984.0024).
- [90] KASLIK E. Analysis of two- and three-dimensional fractional-order Hindmarsh-Rose type neuronal models[J]. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 2017, 20(3): 623–645. doi: [10.1515/fca-2017-0033](https://doi.org/10.1515/fca-2017-0033).
- [91] LAKSHMANAN S, LIM C P, NAHAVANDI S, *et al.* Dynamical analysis of the Hindmarsh-Rose neuron with time delays[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2017, 28(8): 1953–1958. doi: [10.1109/TNNLS.2016.2557845](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2016.2557845).
- [92] THOTTIL S K and IGNATIUS R P. Nonlinear feedback coupling in Hindmarsh-Rose neurons[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 87(3): 1879–1899. doi: [10.1007/s11071-016-3160-z](https://doi.org/10.1007/s11071-016-3160-z).
- [93] CHUA L O and YANG L. Cellular neural networks: Theory[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1988, 35(10): 1257–1272. doi: [10.1109/31.7600](https://doi.org/10.1109/31.7600).
- [94] HOPFIELD J J. Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons[J]. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 1984, 81(10): 3088–3092. doi: [10.1073/pnas.81.10.3088](https://doi.org/10.1073/pnas.81.10.3088).
- [95] WU Kaijun, LUO Tianqi, LU Huaiwei, *et al.* Bifurcation study of neuron firing activity of the modified Hindmarsh-Rose model[J]. *Neural Computing and Applications*, 2016, 27(3): 739–747. doi: [10.1007/s00521-015-1892-1](https://doi.org/10.1007/s00521-015-1892-1).
- [96] MINEEJA K K and IGNATIUS R P. Spatiotemporal activities of a pulse-coupled biological neural network[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 92(4): 1881–1897. doi: [10.1007/s11071-018-4169-2](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4169-2).
- [97] YAO Yuangen and MA Jun. Weak periodic signal detection by sine-Wiener-noise-induced resonance in the FitzHugh-Nagumo neuron[J]. *Cognitive Neurodynamics*, 2018, 12(3): 343–349. doi: [10.1007/s11571-018-9475-3](https://doi.org/10.1007/s11571-018-9475-3).
- [98] MA Jun, ZHANG Ge, HAYAT T, *et al.* Model electrical activity of neuron under electric field[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(2): 1585–1598. doi: [10.1007/s11071-018-4646-7](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4646-7).
- [99] MA Jun and TANG Jun. A review for dynamics in neuron and neuronal network[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(3): 1569–1578. doi: [10.1007/s11071-017-3565-3](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3565-3).
- [100] KUMAR S, STRACHAN J P, and WILLIAMS R S. Chaotic dynamics in nanoscale NbO<sub>2</sub> Mott memristors for analogue computing[J]. *Nature*, 2017, 548(7667): 318–321. doi: [10.1038/nature23307](https://doi.org/10.1038/nature23307).
- [101] WANG Zhongrui, JOSHI S, SAVEL'EV S E, *et al.* Memristors with diffusive dynamics as synaptic emulators for neuromorphic computing[J]. *Nature Materials*, 2017, 16(1): 101–108. doi: [10.1038/nmat4756](https://doi.org/10.1038/nmat4756).
- [102] SERB A, BILL J, KHIAT A, *et al.* Unsupervised learning in probabilistic neural networks with multi-state metal-oxide memristive synapses[J]. *Nature Communications*, 2016, 7: 12611. doi: [10.1038/ncomms12611](https://doi.org/10.1038/ncomms12611).
- [103] PREZIOSO M, MERRIKH-BAYAT F, HOSKINS B D, *et al.* Training and operation of an integrated neuromorphic network based on metal-oxide memristors[J]. *Nature*, 2015, 521(7550): 61–64. doi: [10.1038/nature14441](https://doi.org/10.1038/nature14441).
- [104] RECH P C. Chaos and hyperchaos in a Hopfield neural network[J]. *Neurocomputing*, 2011, 74(17): 3361–3364. doi: [10.1016/j.neucom.2011.05.016](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2011.05.016).
- [105] LIN Hairong, WANG Chunhua, and TAN Yumei. Hidden extreme multistability with hyperchaos and transient chaos in a Hopfield neural network affected by electromagnetic radiation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 99: 2369–2386. doi: [org/10.1007/s11071-019-05408-5](https://doi.org/10.1007/s11071-019-05408-5).
- [106] ZHAO Liang, HONG Qinghui, and WANG Xiaoping. Novel designs of spiking neuron circuit and STDP learning circuit based on memristor[J]. *Neurocomputing*, 2018, 314: 207–214. doi: [10.1016/j.neucom.2018.06.062](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.06.062).
- [107] LÜ Mi and MA Jun. Multiple modes of electrical activities in a new neuron model under electromagnetic radiation[J]. *Neurocomputing*, 2016, 205: 375–381. doi: [10.1016/j.neucom.2016.05.004](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2016.05.004).
- [108] LI Jiajia, LIU Shaobao, LIU Weiming, *et al.* Suppression of firing activities in neuron and neurons of network induced by electromagnetic radiation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1/2): 801–810. doi: [10.1007/s11071-015-2368-7](https://doi.org/10.1007/s11071-015-2368-7).
- [109] XU Ying, YING Heping, JIA Ya, *et al.* Autaptic regulation

- of electrical activities in neuron under electromagnetic induction[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 43452. doi: [10.1038/srep43452](https://doi.org/10.1038/srep43452).
- [110] WU Fuqiang, WANG Chunni, JIN Wuyin, *et al.* Dynamical responses in a new neuron model subjected to electromagnetic induction and phase noise[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2017, 469: 81–88. doi: [10.1016/j.physa.2016.11.056](https://doi.org/10.1016/j.physa.2016.11.056).
- [111] WU Juan, XU Yong, and MA Jun. Lévy noise improves the electrical activity in a neuron under electromagnetic radiation[J]. *PLoS One*, 2017, 12(3): e0174330. doi: [10.1371/journal.pone.0174330](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0174330).
- [112] LU Lulu, JIA Ya, LIU Wangheng, *et al.* Mixed stimulus-induced mode selection in neural activity driven by high and low frequency current under electromagnetic radiation[J]. *Complexity*, 2017, 2017: 7628537. doi: [10.1155/2017/7628537](https://doi.org/10.1155/2017/7628537).
- [113] MA Jun, LÜ Mi, ZHOU Ping, *et al.* Phase synchronization between two neurons induced by coupling of electromagnetic field[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2017, 307: 321–328. doi: [10.1016/j.amc.2017.03.002](https://doi.org/10.1016/j.amc.2017.03.002).
- [114] REN Guodong, XU Ying, and WANG Chunni. Synchronization behavior of coupled neuron circuits composed of memristors[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(2): 893–901. doi: [10.1007/s11071-016-3283-2](https://doi.org/10.1007/s11071-016-3283-2).
- [115] MA Jun, WU Fuqiang, and WANG Chunni. Synchronization behaviors of coupled neurons under electromagnetic radiation[J]. *International Journal of Modern Physics B*, 2017, 31(2): 1650251. doi: [10.1142/S0217979216502519](https://doi.org/10.1142/S0217979216502519).
- [116] GE Mengyan, JIA Ya, XU Ying, *et al.* Mode transition in electrical activities of neuron driven by high and low frequency stimulus in the presence of electromagnetic induction and radiation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(1): 515–523. doi: [10.1007/s11071-017-3886-2](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3886-2).
- [117] TAKEMBO C N, MVOGO A, FOU DA H P E, *et al.* Effect of electromagnetic radiation on the dynamics of spatiotemporal patterns in memristor-based neuronal network[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(2): 1067–1078. doi: [10.1007/s11071-018-4616-0](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4616-0).
- [118] FENG Peihua, WU Ying, and ZHANG Jiazhong. A route to chaotic behavior of single neuron exposed to external electromagnetic radiation[J]. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2017, 11(94): 1–9. doi: [10.3389/fncom.2017.00094](https://doi.org/10.3389/fncom.2017.00094).
- [119] HU Xiaoyu, LIU Chongxin, LIU Ling, *et al.* Chaotic dynamics in a neural network under electromagnetic radiation[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2018, 91(3): 1541–1554. doi: [10.1007/s11071-017-3963-6](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3963-6).
- [120] LIN Hairong and WANG Chunhua. Influences of electromagnetic radiation distribution on chaotic dynamics of a neural network[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2020, 369: 124840. doi: [10.1016/j.amc.2019.124840](https://doi.org/10.1016/j.amc.2019.124840).
- [121] BAO Bocheng, HU Aihuang, BAO Han, *et al.* Three-dimensional memristive Hindmarsh-Rose neuron model with hidden coexisting asymmetric behaviors[J]. *Complexity*, 2018, 2018: 3872573. doi: [10.1155/2018/3872573](https://doi.org/10.1155/2018/3872573).
- [122] BAO Han, LIU Wenbo, and HU Aihuang. Coexisting multiple firing patterns in two adjacent neurons coupled by memristive electromagnetic induction[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(1): 43–56. doi: [10.1007/s11071-018-4549-7](https://doi.org/10.1007/s11071-018-4549-7).
- [123] BAO Han, HU Aihuang, LIU Wenbo, *et al.* Hidden bursting firings and bifurcation mechanisms in memristive neuron model with threshold electromagnetic induction[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2020, 31(2): 502–511. doi: [10.1109/TNNLS.2019.2905137](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2019.2905137).
- [124] ZHANG Jihong and LIAO Xiaofeng. Synchronization and chaos in coupled memristor-based FitzHugh-Nagumo circuits with memristor synapse[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2017, 75: 82–90. doi: [10.1016/j.aeue.2017.03.003](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2017.03.003).
- [125] XU Ying, JIA Ya, MA Jun, *et al.* Synchronization between neurons coupled by memristor[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2017, 104: 435–442. doi: [10.1016/j.chaos.2017.09.002](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2017.09.002).
- [126] ZHANG Ge, WANG Chunni, ALZHRANI F, *et al.* Investigation of dynamical behaviors of neurons driven by memristive synapse[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2018, 108: 15–27. doi: [10.1016/j.chaos.2018.01.017](https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.01.017).
- [127] BAO Han, LIU Wenbo, and CHEN Mo. Hidden extreme multistability and dimensionality reduction analysis for an improved non-autonomous memristive FitzHugh-Nagumo circuit[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 96(3): 1879–1894. doi: [10.1007/s11071-019-04890-1](https://doi.org/10.1007/s11071-019-04890-1).
- [128] CHEN Mo, QI Jianwei, XU Quan, *et al.* Quasi-period, periodic bursting and bifurcations in memristor-based Fitzhugh-Nagumo circuit[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2019, 110: 152840. doi: [10.1016/j.aeue.2019.152840](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2019.152840).
- [129] LI Qingdu, TANG Song, ZENG Hongzheng, *et al.* On hyperchaos in a small memristive neural network[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2014, 78(2): 1087–1099. doi: [10.1007/s11071-014-1498-7](https://doi.org/10.1007/s11071-014-1498-7).



- [130] PHAM V T, JAFARI S, VAIDYANATHAN S, *et al.* A novel memristive neural network with hidden attractors and its circuitry implementation[J]. *Science China Technological Sciences*, 2016, 59(3): 358–363. doi: [10.1007/s11431-015-5981-2](https://doi.org/10.1007/s11431-015-5981-2).
- [131] BAO Bocheng, QIAN Hui, XU Quan, *et al.* Coexisting behaviors of asymmetric attractors in hyperbolic-type memristor based Hopfield neural network[J]. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2017, 11(81): 1–14. doi: [10.3389/fncom.2017.00081](https://doi.org/10.3389/fncom.2017.00081).
- [132] NJITACKE Z T, KENGNE J, and FOTSIN H B. A plethora of behaviors in a memristor based Hopfield neural networks (HNNs)[J]. *International Journal of Dynamics and Control*, 2019, 7(1): 36–52. doi: [10.1007/s40435-018-0435-x](https://doi.org/10.1007/s40435-018-0435-x).
- [133] XU Quan, SONG Zhe, BAO Han, *et al.* Two-neuron-based non-autonomous memristive Hopfield neural network: Numerical analyses and hardware experiments[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2018, 96: 66–74. doi: [10.1016/j.aeue.2018.09.017](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2018.09.017).
- [134] CHEN Chengjie, CHEN Jingqi, BAO Han, *et al.* Coexisting multi-stable patterns in memristor synapse-coupled Hopfield neural network with two neurons[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2019, 95(4): 3385–3399. doi: [10.1007/s11071-019-04762-8](https://doi.org/10.1007/s11071-019-04762-8).
- [135] HU Jin, and WANG Jun. Global uniform asymptotic stability of memristor-based recurrent neural networks with time delays[C]. 2010 International Joint Conference on Neural Networks, Barcelona, Spain, 2010: 1–8. doi: [10.1109/IJCNN.2010.5596359](https://doi.org/10.1109/IJCNN.2010.5596359).
- [136] WU Ailong and ZENG Zhigang. Exponential stabilization of memristive neural networks with time delays[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2012, 23(12): 1919–1929. doi: [10.1109/TNNLS.2012.2219554](https://doi.org/10.1109/TNNLS.2012.2219554).
- [137] WU Huaiqin, LI Ruoxia, WEI Hongzhi, *et al.* Synchronization of a class of memristive neural networks with time delays via sampled-data control[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2015, 6(3): 365–373. doi: [10.1007/s13042-014-0271-z](https://doi.org/10.1007/s13042-014-0271-z).
- [138] ZHANG Guodong, HU Junhao, and SHEN Yi. Exponential lag synchronization for delayed memristive recurrent neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2015, 154: 86–93. doi: [10.1016/j.neucom.2014.12.016](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2014.12.016).
- [139] DING Sanbo, WANG Zhanshan, NIU Haisha, *et al.* Stop and go adaptive strategy for synchronization of delayed memristive recurrent neural networks with unknown synaptic weights[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2017, 354(12): 4989–5010. doi: [10.1016/j.jfranklin.2017.05.011](https://doi.org/10.1016/j.jfranklin.2017.05.011).
- [140] WU Hongjuan, FENG Yuming, TU Zhengwen, *et al.* Exponential synchronization of memristive neural networks with time delays[J]. *Neurocomputing*, 2018, 297: 1–7. doi: [10.1016/j.neucom.2018.01.017](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.01.017).
- [141] CAI Shuiming, LI Xiaojing, ZHOU Peipei, *et al.* Aperiodic intermittent pinning control for exponential synchronization of memristive neural networks with time-varying delays[J]. *Neurocomputing*, 2019, 332: 249–258. doi: [10.1016/j.neucom.2018.12.070](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.12.070).
- [142] WANG Xin, SHE Kun, ZHONG Shouming, *et al.* Exponential synchronization of memristor-based neural networks with time-varying delay and stochastic perturbation[J]. *Neurocomputing*, 2017, 242: 131–139. doi: [10.1016/j.neucom.2017.02.059](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.02.059).
- [143] LIU Dan, ZHU Song, and SUN Kaili. Global anti-synchronization of complex-valued memristive neural networks with time delays[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(5): 1735–1747. doi: [10.1109/TCYB.2018.2812708](https://doi.org/10.1109/TCYB.2018.2812708).
- [144] ZHANG Weiwei, ZHANG Hai, CAO Jinde, *et al.* Synchronization in uncertain fractional-order memristive complex-valued neural networks with multiple time delays[J]. *Neural Networks*, 2019, 110: 186–198. doi: [10.1016/j.neunet.2018.12.004](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2018.12.004).
- [145] YAO Wei, WANG Chunhua, CAO Jinde, *et al.* Hybrid multisynchronization of coupled multistable memristive neural networks with time delays[J]. *Neurocomputing*, 2019, 363: 281–294. doi: [10.1016/j.neucom.2019.07.014](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.07.014).
- [146] TANG Yu. Terminal sliding mode control for rigid robots[J]. *Automatica*, 1998, 34(1): 51–56. doi: [10.1016/s0005-1098\(97\)00174-x](https://doi.org/10.1016/s0005-1098(97)00174-x).
- [147] ABDURAHMAN A, JIANG Haijun, and TENG Zhidong. Finite-time synchronization for memristor-based neural networks with time-varying delays[J]. *Neural Networks*, 2015, 69: 20–28. doi: [10.1016/j.neunet.2015.04.015](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2015.04.015).
- [148] ZHAO Hui, LI Lixiang, PENG Haipeng, *et al.* Finite-time robust synchronization of memristive neural network with perturbation[J]. *Neural Processing Letters*, 2018, 47(2): 509–533. doi: [10.1007/s11063-017-9664-9](https://doi.org/10.1007/s11063-017-9664-9).
- [149] GUO Zhenyuan, GONG Shuqing, and HUANG Tingwen. Finite-time synchronization of inertial memristive neural networks with time delay via delay-dependent control[J]. *Neurocomputing*, 2018, 293: 100–107. doi: [10.1016/j.neucom.2018.03.004](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2018.03.004).
- [150] HUANG Dasong, JIANG Minghui, and JIAN Jigui. Finite-time synchronization of inertial memristive neural networks with time-varying delays via sampled-date control[J]. *Neurocomputing*, 2017, 266: 527–539. doi: [10.1016/j.neucom.2017.05.075](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2017.05.075).

- [151] YANG Xinsong. Can neural networks with arbitrary delays be finite-timely synchronized?[J]. *Neurocomputing*, 2014, 143: 275–281. doi: [10.1016/j.neucom.2014.05.064](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2014.05.064).
- [152] VELMURUGAN G, RAKKIYAPPAN R, and CAO Jinde. Finite-time synchronization of fractional-order memristor-based neural networks with time delays[J]. *Neural Networks*, 2016, 73: 36–46. doi: [10.1016/j.neunet.2015.09.012](https://doi.org/10.1016/j.neunet.2015.09.012).
- [153] ZHENG Mingwen, LI Lixiang, PENG Haipeng, *et al.* Finite-time projective synchronization of memristor-based delay fractional-order neural networks[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 89(4): 2641–2655. doi: [10.1007/s11071-017-3613-z](https://doi.org/10.1007/s11071-017-3613-z).
- [154] ZHENG Mingwen, LI Lixiang, PENG Haipeng, *et al.* Finite-time stability and synchronization for memristor-based fractional-order Cohen-Grossberg neural network[J]. *The European Physical Journal B*, 2016, 89(9): 1–11. doi: [10.1140/epjb/e2016-70337-6](https://doi.org/10.1140/epjb/e2016-70337-6).
- [155] HUI Meng, LUO Ni, WU Qisheng, *et al.* New results of finite-time synchronization via piecewise control for memristive cohen-grossberg neural networks with time-varying delays[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 79173–79185. doi: [10.1109/access.2019.2922973](https://doi.org/10.1109/access.2019.2922973).
- [156] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 57(8): 2106–2110. doi: [10.1109/tac.2011.2179869](https://doi.org/10.1109/tac.2011.2179869).
- [157] CAO Jinde and LI Ruoxia. Fixed-time synchronization of delayed memristor-based recurrent neural networks[J]. *Science China Information Sciences*, 2017, 60(3): 032201. doi: [10.1007/s11432-016-0555-2](https://doi.org/10.1007/s11432-016-0555-2).
- [158] WANG Shiqin, GUO Zhenyuan, WEN Shiping, *et al.* Finite/fixed-time synchronization of delayed memristive reaction-diffusion neural networks[J]. *Neurocomputing*, 2020, 375: 1–8. doi: [10.1016/j.neucom.2019.06.092](https://doi.org/10.1016/j.neucom.2019.06.092).
- [159] LI Ruoxia, CAO Jinde, ALSAEDI A, *et al.* Exponential and fixed-time synchronization of Cohen-Grossberg neural networks with time-varying delays and reaction-diffusion terms[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2017, 313: 37–51. doi: [10.1016/j.amc.2017.05.073](https://doi.org/10.1016/j.amc.2017.05.073).
- [160] CHEN Chuan, LI Lixiang, PENG Haipeng, *et al.* Fixed-time projective synchronization of memristive neural networks with discrete delay[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2019, 534: 122248. doi: [10.1016/j.physa.2019.122248](https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.122248).
- 王春华: 男, 1963年生, 教授, 研究方向为模拟/混合集成电路设计、混沌电路与系统、神经网络与类脑智能、混沌图像加密。
- 蔺海荣: 男, 1988年生, 博士生, 研究方向为基于忆阻的神经网络模型设计、动力学分析以及电路实现。
- 孙晶如: 女, 1977年生, 助理教授, 研究方向为基于忆阻的存储器技术、混沌图像加密技术、基于神经网络的交通流预测。
- 周 玲: 女, 1980年生, 讲师, 研究方向为混沌电路与系统、图像处理与加密。
- 周 超: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为复杂网络、基于忆阻神经网络同步与控制。
- 邓全利: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为基于忆阻器的混沌系统及基于忆阻器的神经网络。