# 子空间约束的一阶秩1干扰下的自适应检测

邹 鲲 来 磊\* 骆艳卜 李 伟 (空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

摘 要:在复杂电磁环境中,雷达获取的回波数据若受到干扰,会影响到雷达的探测性能。该文针对雷达目标自 适应检测问题,假定待检测单元和部分参考数据受到1阶秩1干扰,且干扰约束在某个已知的子空间内。首先基于 双步广义似然比(2SGRLT)准则,提出子空间约束(SC)的2SGLRT检测器(SC-2SGLRT)。进一步采用修正的双步 广义似然比(M2SGLRT)准则,提出子空间约束的M2SGLRT检测器(SC-M2SGLRT),该检测器的性能明显优于 SC-2SGLRT。最后基于3步(3S)广义似然比检验准则,提出子空间约束的3步广义似然比检测器(SC-3SGLRT), 该检测器性能与SC-2SGLRT相当,且计算量最小。计算机仿真分析表明,充分利用参考数据和干扰先验信息, 有助于提升检测性能。

关键词: 自适应检测; 1阶秩1干扰; 子空间约束干扰; 广义似然比检测; 检验准则

中图分类号: TN957.51 文献标识码: A 文章编号: 1009-5896(2021)06-1659-08 **DOI**: 10.11999/JEIT200259

# Adaptive Detection with Subspace Constrained Rank one Interference of the First Order

ZOU Kun LAI Lei LUO Yanbo LI Wei

(School of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

Abstract: In the complex electromagnetic environment, the radar returns may contain some interference components, which leads to the detection performance degradation. In this paper, considering the adaptive detection problem, where the cell under test and a portion of the reference data are contaminated by the rank one interference of the firs order, constrained in a known subspace. Base on the 2-Step Generalized Likelihood Ratio Test (2SGLRT) criterion, a Subspace Constrained (SC) 2SGLRT(SC-2SGLRT) detector is proposed. Furthermore, using a Modified 2SGLRT (M2SGLRT), a SC-M2SGLRT detector is proposed, which has a better detection performance than 2SGLRT. Finally, using the so called 3SGLRT criterion, a SC-3SGLRT detector is proposed, whose detection performance is similar to the 2SGLRT, but with very small computation load. The computer simulation results show that, to make full use of all reference data and a prior information of the interference is helpful to improve the detection performance.

**Key words**: Adaptive detection; Rank one interference of the first order; Subspace constrained interference; Generalized Likelihood Ratio Test (GLRT); Test criterion

# 1 引言

雷达信号检测理论是建立在统计假设检验基础 上的<sup>[1]</sup>,检测性能在很大程度上依赖背景噪声统计 模型。由于在检测器设计阶段, 雷达工作环境统计 特性无法完全确定下来, 因此在对某个待检测单元 进行检测时, 还需要一定数量的参考单元, 用于估 计待检测单元背景噪声统计特性, 从而可以自适应 调整检测器中的权值, 在抑制噪声的同时完成信号 的检测, 这种检测方法称为自适应检测器。

经典的自适应检测器,如Kelly<sup>[2]</sup>提出的广义似 然比(Generalized Likelihood Ratio Test, GLRT) 检测器,采用了单步(1-step, 1S)准则,将待检测数 据和参考数据一起用于构造GLRT检测器。由于雷 达检测问题一般不存在一致最大势检验,这种GLRT 检测器并不能保证在任何情况下的最优性<sup>[3]</sup>。因此

收稿日期: 2020-04-10; 改回日期: 2020-11-10; 网络出版: 2020-11-11 \*通信作者: 来磊 lailei0731@126.com

基金项目:国家自然科学基金(61571456,61603409,61871396),博 士后基金(2017M623352,2018T111148),陕西省自然科学基金 (2020JM-343,2020JM352)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61571456, 61603409, 61871396), The Postdoctoral Science Foundation of China (2017M623352, 2018T111148), The Shaanxi Province Natural Science Foundation (2020JM-343, 2020JM-352)

人们提出了不同设计准则下的自适应检测器,基于 双步(2-Step,2S)准则,可以得到自适应匹配滤波 器(Adaptive Matched Filter, AMF)<sup>[4]</sup>,其与基于Wald 准则得到的检测器<sup>[5]</sup>具有相同的结构,而基于Rao 准则得到的自适应检测器<sup>[6]</sup>对导向矢量失配较为敏感。

雷达探测环境的复杂性[7]一方面显著降低了这 些经典检测器的检测性能<sup>18</sup>,另一方面也促进了自 适应检测技术的发展<sup>19</sup>。假定参考数据协方差矩阵 为 $R_{\rm s}$ ,而待检测单元背景噪声协方差矩阵为 $R_{\rm p}$ 。 经典的自适应检测算法要求 $R_{s}=R_{p}$ ,即所谓的均 匀性。如果放松这一约束条件,假定**R**<sub>s</sub>=c**R**<sub>n</sub>,其 中c为某个未知因子,这种探测环境称为部分均匀 场景,对应的GLRT检测器结构也会发生变化,即 所谓的自适应相干估计器<sup>[10]</sup>(Adaptive Coherence Estimator, ACE)。进一步非均匀场景<sup>[11]</sup>中,即  $R_s$ ≠ $R_n$ , 自适应检测将更加困难。导致场景的非 均匀性[12]不仅可以来自探测环境地物分布,也可以 来自各种可能的干扰(interference)。干扰对接收信 号的影响从统计层面上可以分为1阶干扰和2阶干 扰<sup>[13]</sup>,其分别影响了回波数据的1阶和2阶统计特 性,其中正交干扰<sup>[14]</sup>、低秩干扰<sup>[15]</sup>、子空间干扰<sup>[16,17]</sup> 等都属于1阶干扰。对于噪声干扰源[18],也可以看 作2阶干扰<sup>[19]</sup>。2阶干扰在某些情况下也可以等价于 非均匀场景模型<sup>[20]</sup>。在多通道雷达检测问题中,噪 声干扰源通常具有明显的方向性,导致干扰分量具 有秩1特性[21]。文献[22]证明了待检测单元受到2阶 秩1干扰时,检测器结构就是ACE。文献[23]则考 虑待检测单元和参考数据同时受到1阶子空间干扰 和2阶秩1干扰时的检测问题。

本文考虑探测环境中存在似噪声覆盖脉冲 (Noise-like Cover Pulse, NCP)的干扰源,其导致 了待检测单元与部分参考单元受到1阶秩1干扰。针 对该检测问题,文献[24]基于2SGLRT检验准则, 首先假定噪声协方差矩阵己知,利用待检测单元和 受干扰的参考数据推导广义似然比检测器,然后利 用未受污染的参考数据估计噪声协方差矩阵,将其 估计值并代入检测器中,得到的检测器为D-NCP-D。 由于该检测器在噪声协方差矩阵估计时仅仅利用了 部分参考数据,导致了在干扰功率较低时,检测性 能较差(检测概率随着信噪比的增加不能达到 100%,参见文献[24]图8-图10)。本文的主要贡献 在于:

(1) 将1阶秩1干扰约束在某个已知的子空间 内。子空间约束(Subspace Constrained, SC)表征 了干扰分量的先验信息,充分利用这些先验信息有 助于提升检测性能。需要指出的是,若该子空间为 整个信号空间,对应的检测问题就退化为文献[24] 的检测问题,因此D-NCP-D是本文提出的检测器 的一个特例。

(2)改进检测器设计准则,提升检测性能和计 算效率。文献[24]基于2SGLRT检验准则中,噪声 协方差矩阵的估计仅仅利用了部分未受干扰的参考 数据,由于参考数据使用不充分,检测性能得不到 充分的发挥。本文提出了M2SGLRT和3SGLRT两 种检测器设计准则,其中基于M2SGLRT准则可以 利用全部参考数据用于噪声协方差矩阵的估计,有 效提升检测性能,而基于3SGLRT准则可以显著降 低检测器计算量,且检测性能不劣于D-NCP-D。

# 2 检测问题

考虑多通道雷达,天线阵列个数为N。,相干 处理间隔内的脉冲数量N<sub>p</sub>,那么来自待检测距离 单元的回波信号,经过下变频、正交双通道数字采 样和匹配滤波之后,可以用一个长度为N=N<sub>a</sub>×N<sub>p</sub> 的矢量za表示,假设其服从复高斯分布,协方差矩 阵为N维Hermitian正定矩阵M,且假定未知。待 检测单元回波矢量z₀中还叠加有未知幅度β₀的干扰 矢量s,假定该矢量s被约束在由 $N \times r$ 列满秩矩阵 H的列张成(用<H>表示)的子空间内,即  $s = \beta_0 H \varphi$ ,其中 $\varphi$ 表示干扰矢量s在< H >内的坐 标,且未知。本文假定H是已知的,代表了对干扰 的部分先验信息。假定在H1假设下,待检测单元回 波矢量z<sub>0</sub>中包含了未知幅度α的有用信号v,其也 称为导向矢量。在自适应检测问题中,还存在 K+L个参考数据,即 $Z_L=[z_1, z_2, \cdots, z_L], Z_K=[z_1, z_2, \cdots, z_L]$  $z_2, \dots, z_K$ ]。这些参考数据也服从复高斯分布,协 方差矩阵为M,但参考数据 $Z_L$ 叠加了未知幅度 $\beta_l$ 的 干扰矢量s, l=1, 2, …, L。综上所述, 考虑如式(1) 所示的自适应检测问题

$$\begin{array}{l} \mathrm{H}_{0}: \boldsymbol{z}_{0} \sim \mathrm{CN}\left(\beta_{0}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{M}\right) \\ \mathrm{H}_{1}: \boldsymbol{z}_{0} \sim \mathrm{CN}\left(\alpha\boldsymbol{v} + \beta_{0}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{M}\right) \\ \boldsymbol{z}_{l} \sim \mathrm{CN}\left(\beta_{l}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{M}\right), l = 1, 2, \cdots, L \\ \boldsymbol{z}_{k} \sim \mathrm{CN}\left(\boldsymbol{0}, \boldsymbol{M}\right), k = 1, 2, \cdots, K \end{array} \right\}$$
(1)

其中, CN(*a*,*A*)表示均值矢量为*a*, 协方差矩阵为 *A*的复高斯分布,符号~表示"服从某种分布"。 在这个假设检验问题中,未知量包括了有用信号幅 度α,干扰分量幅度β<sub>l</sub>, *l*=0, 1, …, *L*,干扰矢量在 子空间内的坐标矢量*φ*和背景噪声的协方差矩阵 *M*。在构造检测器过程中,如何充分有效处理这些 未知参量,将极大影响最终的检测性能。

## 2.1 基于2SGLRT的检测器设计

所谓2SGLRT准则,就是首先假定噪声协方差 矩阵**M**是已知的,利用待检测单元数据z<sub>0</sub>和L个受 干扰的参考数据**Z**<sub>L</sub>完成GLRT检测器结构设计,然 后再利用K个未受干扰的参考数据完成噪声协方差 矩阵**M**的估计,将其估计值并代入该检测器结构中。 文献[24]采用了这种检测器设计策略,本文进一步 假定了干扰约束在某个子空间内,因此文献[24] 获得的检测器可以作为本文提出的2SGLRT检测器 的一个特例,即**H**为单位矩阵的情况。

利用统计假设问题式(1),在H<sub>0</sub>下的似然函数 可以表示为

$$f(\boldsymbol{z}_{0}, \boldsymbol{Z}_{L}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{0}) = \frac{1}{\pi^{N(L+1)} \| \boldsymbol{M} \|^{L+1}} \cdot \exp \left\{ -J(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi} | \mathbf{H}_{0}) \right\}$$
(2)

其中

$$J(\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi} | \mathbf{H}_{0}) = \sum_{l=0}^{L} \left( \boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi} \right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \left( \boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi} \right)$$
(3)

参数 $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_L]$ 和 $\varphi$ 未知,显然有 $\arg \max_{\beta,\varphi} f(z_0, Z_L; \beta, \varphi; M) = \arg \min_{\beta,\varphi} J(\beta, \varphi)。对式(3)参数 \beta 求偏导,并令偏导为0,由此可以得到<math>\beta$ 的最大 似然估计

$$\hat{\beta}_{l}|\mathbf{H}_{0} = \frac{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{z}_{l}}{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}}, \ l = 0, 1, \cdots, L \qquad (4)$$

将式(4)代入式(3)中得到

$$J\left(\hat{\boldsymbol{\beta}},\boldsymbol{\varphi}|\mathbf{H}_{0}\right) = \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{z}_{l}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{z}_{l} - \frac{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{S}_{L+1} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}} \quad (5)$$

其中,  $S_{L+1} = Z_L Z_L^{\text{H}} + z_0 z_0^{\text{H}}$ 。为了计算参数 $\varphi$ 的估 计,定义 $\Sigma = H^{\text{H}} M^{-1} H = A^{\text{H}} A$ ,这是因为H是 列满秩矩阵,因此 $\Sigma \ge r \times r$ 的满秩Hermite矩阵,其 可以分解为两个 $r \times r$ 矩阵A的乘积,由此可以 得到

$$J\left(\hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}} | \mathbf{H}_0\right) = \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{z}_l^{\mathbf{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{z}_l - \lambda_0 \qquad (6)$$

其中, $\lambda_0$ 是矩阵 $\mathbf{R} = \mathbf{A}^{-H} \mathbf{H}^H \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}_{L+1} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{A}^{-1}$ 的最大特征,其对应的特征向量为 $\mathbf{u}_0$ ,则参数 $\varphi$ 的估计为 $\hat{\varphi}|_{\mathbf{H}_0} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{u}_0$ 。综上所述,可以得到

$$f\left(\boldsymbol{z}_{0}, \boldsymbol{Z}_{L}; \hat{\boldsymbol{\beta}}, \hat{\boldsymbol{\varphi}}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{0}\right) = \frac{1}{\pi^{N(L+1)} \|\boldsymbol{M}\|^{L+1}} \\ \cdot \exp\left\{\lambda_{0} - \sum_{l=0}^{L} \boldsymbol{z}_{l}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{z}_{l}\right\}$$
(7)

在H<sub>1</sub>下的似然函数可以表示为

$$f(\boldsymbol{z}_{0}, \boldsymbol{Z}_{L}; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{1}) = \frac{1}{\pi^{N(L+1)} \|\boldsymbol{M}\|^{L+1}} \cdot \exp\left\{-J\left(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi} | \mathbf{H}_{1}\right)\right\}$$
(8)

其中

$$J(\alpha, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi} | \mathbf{H}_{1}) = (\boldsymbol{z}_{0} - \alpha \boldsymbol{v} - \beta_{0} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi})^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \\ \cdot (\boldsymbol{z}_{0} - \alpha \boldsymbol{v} - \beta_{0} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}) \\ + \sum_{l=1}^{L} (\boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi})^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \\ \cdot (\boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}) \tag{9}$$

如果定义 $\tilde{z}_0 = M^{-1/2} z_0$ ,  $\tilde{v} = M^{-1/2} v$ ,  $H = M^{-1/2}$ *H*,容易得到

$$J(\hat{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi} | \mathbf{H}_{1}) = \sum_{l=1}^{L} \left( \tilde{\boldsymbol{z}}_{l} - \beta_{l} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi} \right)^{\mathrm{H}} \left( \tilde{\boldsymbol{z}}_{l} - \beta_{l} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi} \right) \\ + \left( \tilde{\boldsymbol{z}}_{0} - \beta_{0} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi} \right)^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{\tilde{v}}^{\perp} \left( \tilde{\boldsymbol{z}}_{0} - \beta_{0} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi} \right)$$
(10)

其中,  $P_{\tilde{v}}^{\perp} = I_N - \tilde{v} (\tilde{v}^{\mathrm{H}} \tilde{v})^{-1} \tilde{v}^{\mathrm{H}}$ 。由于在 $\mathrm{H}_1$ 下的未 知参数 $\beta \pi \varphi$ 不能单独求解,需要采用迭代的方法 计算。利用前面的推导方法,给定 $\varphi$ ,可以得到

$$\hat{\beta}_{0}|\mathbf{H}_{1} = \frac{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{v}^{\perp} \tilde{\boldsymbol{z}}_{0}}{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{v}^{\perp} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi}} \\
\hat{\beta}_{l}|\mathbf{H}_{1} = \frac{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{z}}_{0}}{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}} \boldsymbol{\varphi}}, \ l = 1, 2, \cdots, L \right\}$$
(11)

如果给定参数β可以得到

$$\hat{\varphi}|\mathbf{H}_{1} = \left( |\beta_{0}|^{2} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{v}^{\perp} \tilde{\boldsymbol{H}} + \sum_{l=1}^{L} |\beta_{l}|^{2} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{H}} \right)^{-1} \\ \cdot \left( \beta_{0}^{*} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{P}_{v}^{\perp} \tilde{\boldsymbol{z}}_{0} + \sum_{l=1}^{L} \beta_{l}^{*} \tilde{\boldsymbol{H}}^{\mathrm{H}} \tilde{\boldsymbol{z}}_{l} \right)$$
(12)

采用循环优化的方法可以得到最终估计值,具体方 法参见文献[24]。再将未受干扰的K个参考可以得 到噪声协方差矩阵**M**的最大似然估计<sup>[2]</sup>

$$\hat{\boldsymbol{M}} = K^{-1} \boldsymbol{S}_K \tag{13}$$

其中 $S_K = Z_K Z_K^{\text{H}}$ ,由此可以得到所谓的子空间约束的2SGLRT检测器(SC-2SGLRT)

$$\lambda_{\text{SC-2SGLRT}} = \frac{f\left(\boldsymbol{z}_{0}, \boldsymbol{Z}_{L}; \hat{\boldsymbol{\alpha}}, \hat{\boldsymbol{\beta}} | \boldsymbol{H}_{1}, \hat{\boldsymbol{\varphi}} | \boldsymbol{H}_{1}; \hat{\boldsymbol{M}} | \boldsymbol{H}_{1}\right)}{f\left(\boldsymbol{z}_{0}, \boldsymbol{Z}_{L}; \hat{\boldsymbol{\beta}} | \boldsymbol{H}_{0}, \hat{\boldsymbol{\varphi}} | \boldsymbol{H}_{0}; \hat{\boldsymbol{M}} | \boldsymbol{H}_{0}\right)} (14)$$

需要指出的是,如果矩阵 $H=I_N$ ,那么SC-2SGLRT 就退化为文献[24]的D-NCP-D检测器。从推导过程 可以看出,噪声协方差矩阵M的估计仅仅使用了 K个未受干扰的参考数据,如果K取值较小,可能 导致噪声协方差矩阵估计质量变差,严重影响了检 测性能。文献[24]的研究结论中,当噪声占主导作 用时,D-NCP-D检测器性能明显下降,甚至当信 噪比足够大时,检测概率仍然达不到100%。而SC-2SGLRT采用子空间约束干扰模型,可以通过利用 干扰的先验信息提升检测性能。

## 2.2 基于M2SGLRT的检测器设计

采用2SGLRT准则设计检测器过程中,噪声协 方差矩阵**M**的估计仅仅利用了**K**个参考数据,如果 **K**值不够大,那么必然会带来**M**的估计质量降低, 影响最终的检测性能。为此本文提出了一种修正的 双步广义似然比检验(M2SGLRT)准则,其也分为 两个步骤设计检测器结构。首先假设噪声协方差矩 阵**M**和干扰矢量在子空间坐标¢已知,利用待检测 单元构造似然比。然后利用L+K个参考数据对噪 声协方差矩阵**M**和干扰矢量在子空间中的坐标¢进 行估计,将估计值代入检测器结构中,完成检测器 设计。这种设计思路可以充分利用有限的参考数据 获得较好的噪声协方差矩阵**M**的估计,对提升检测 器性能是有帮助的。

为此首先给出待检测单元在Ho下的似然函数

$$f(\boldsymbol{z}_{0};\beta_{0},\boldsymbol{\varphi};\boldsymbol{M}|\mathbf{H}_{0}) = \frac{1}{\pi^{N} \|\boldsymbol{M}\|} \exp\left\{-\left(\boldsymbol{z}_{0}-\beta_{0}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}^{-1} \\ \cdot\left(\boldsymbol{z}_{0}-\beta_{0}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}\right)\right\}$$
(15)

该似然函数中,首先假定仅 $\beta_0$ 未知,容易得到其最大似然估计

$$\hat{\beta}_{0}|\mathbf{H}_{0} = \left(\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{H}\boldsymbol{\varphi}\right)^{-1}\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{H}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{z}_{0} \quad (16)$$

代入式(15)中可以得到

$$f\left(\boldsymbol{z}_{0}; \hat{\beta}_{0}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{0}\right) = \frac{1}{\pi^{N} \|\boldsymbol{M}\|} \exp\left\{-\left\|\boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\varphi}} \tilde{\boldsymbol{z}}_{0}\right\|^{2}\right\}$$
(17)

同样,H<sub>1</sub>下的待检测单元似然函数可以写成

$$f(\boldsymbol{z}_{0}; \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}_{0}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{1}) = \frac{1}{\pi^{N} \|\boldsymbol{M}\|} \exp\left\{-(\boldsymbol{z}_{0} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{\theta})^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} (\boldsymbol{z}_{0} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{\theta})\right\}$$
(18)

其中,  $G(\varphi) \ge N \times 2$ 矩阵,  $G(\varphi) = [v, H\varphi]$ ,  $\theta \ge 2 \times 1$ 矢量,  $\theta = [\alpha, \beta_0]^T$ , 可以计算 $\theta$ 的最大似然估计,并代入似然函数中,得到

$$f\left(\boldsymbol{z}_{0}; \hat{\alpha}, \hat{\beta}_{0} | \mathbf{H}_{1}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M} | \mathbf{H}_{1}\right)$$
$$= \frac{1}{\pi^{N} \|\boldsymbol{M}\|} \exp\left\{-\left\|\boldsymbol{P}_{\tilde{G}(\boldsymbol{\varphi})} \tilde{\boldsymbol{z}}_{0}\right\|^{2}\right\}$$
(19)

其中,  $\tilde{G}(\varphi) = M^{-1/2}G(\varphi)$ 。利用式(17)和式(19) 构造似然比,并进行化简得到最终的检测形式为

$$\lambda\left(\boldsymbol{\varphi},\boldsymbol{M}\right) = \left\|\boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{G}}(\boldsymbol{\varphi})}\tilde{\boldsymbol{z}}_{0}\right\|^{2} - \left\|\boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\varphi}}\tilde{\boldsymbol{z}}_{0}\right\|^{2}$$
(20)

其次,利用全部的参考数据估计参数*M*和*\varphi*。为此 给出参考数据的似然函数

$$f(\boldsymbol{Z}_{L}, \boldsymbol{Z}_{K}; \boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M}) = \frac{1}{\pi^{N(L+1)} \|\boldsymbol{M}\|^{L+K}} \exp\left\{-\sum_{l=1}^{L} (\boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi})^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \\ \cdot (\boldsymbol{z}_{l} - \beta_{l} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}) - \sum_{k=1}^{k} \boldsymbol{z}_{k}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{z}_{k}\right\}$$
(21)

其中, $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L]$ 是讨厌参数,其不参与最终的检测器结构设计。可以利用式(11)的方法得到估计值,并代入式(21)中,可以得到

$$f\left(\boldsymbol{Z}_{L}, \boldsymbol{Z}_{K}; \hat{\boldsymbol{\beta}}, \boldsymbol{\varphi}; \boldsymbol{M}\right)$$

$$= \frac{1}{\pi^{N(L+1)} \|\boldsymbol{M}\|^{L+K}} \exp\left\{-\operatorname{tr}\left[\boldsymbol{M}^{-1}\left(\boldsymbol{S}_{L} + \boldsymbol{S}_{K}\right)\right] + \frac{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{S}_{L} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}}{\boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}}\right\}$$
(22)

由于参数*M*和φ的估计不能单独给出,为此也可以 采用循环优化的方法。当给定*M*时,利用式(6)的 推导方法,可以得到

$$\hat{\boldsymbol{\varphi}} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{u} \tag{23}$$

其中,u是矩阵 $A^{-H}H^{H}M^{-1}S_{L}M^{-1}HA^{-1}$ 的最大 特征值对应的特征向量, $S_{L} = Z_{L}Z_{L}^{H}$ 。而当给定 参数 $\varphi$ 时,对式(22)取自然对数,并对M取偏导数, 令导数为0,经过计算可以得到M满足式(24)

$$M = \frac{1}{L+K} \left\{ S_L + S_K + \frac{\varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} M^{-1} S_L M^{-1} H \varphi}{\left(\varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} M^{-1} H \varphi\right)^2} \right.$$
$$\left. \cdot H \varphi \varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} - \frac{S_L M^{-1} H \varphi \varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} + H \varphi \varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} M^{-1} S_L}{\varphi^{\mathrm{H}} H^{\mathrm{H}} M^{-1} H \varphi} \right\}$$
(24)

从这个方程可以看出, M的估计不存在闭合形式 解, 但可以利用不动点迭代算法计算得到。即设定 一个初始值 $M^{(1)} = K^{-1}S_K$ , 代入式(24)右边, 可 以得到 $M^{(2)}$ , 再代入到(24)右边, 以此类推可以得 到一个M估计值的序列, 将这个序列达到收敛后的 值作为最终的估计值 $\hat{M}$ 。再将参数M和 $\phi$ 的估计值 代入式(20)中可以得到子空间约束的修正双步广义 似然比检测器(SC-M2SGLRT)

$$\lambda_{\text{SC-M2SGLRT}} = \left\| \boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{G}}} \tilde{\boldsymbol{z}}_0 \right\|^2 - \left\| \boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\varphi}} \tilde{\boldsymbol{z}}_0 \right\|^2 \qquad (25)$$

该检测器的最大特点在于利用了L+K个参考数据 估计噪声协方差矩阵,从而可以有效提高噪声占优 时的检测性能。与SC-2SGLRT对比还可以发现, SC-M2SGLRT具有简单的检测器结构,其中 $\hat{z}_0$ 表 示白化后的待检测数据, $P_{\hat{G}} \cap P_{\hat{H}\varphi}$ 分别是信号和 干扰联合子空间 $\hat{G}$ 和干扰子空间 $\hat{H}\varphi$ 上的两个正交 投影矩阵,因此式(25)可以看作 $\hat{z}_0$ 在这两个子空间 上投影长度平方差。

#### 2.3 基于3SGLRT的检测器设计

无论是2SGLRT还是M2SGLRT,得到的检测 器需要用到循环优化方法或不动点迭代算法,这些 算法计算量较大。为此本文提出了一种基于3SGLRT 的检测方法,分为3个步骤设计检测器结构。首先 假定噪声协方差矩阵*M*和干扰分量在子空间坐标 *φ*已知,利用待检测单元构造GLRT检测器,其检 测器结构中包含了未知参数*φ*和*M*。然后假定噪声 协方差矩阵*M*已知,利用受污染的参考数据获得干 扰分量在子空间坐标*φ*的估计值,替换GLRT中的 未知参数*φ*。最后利用未受干扰的参考数据获得噪 声协方差矩阵*M*的估计,并代入GLRT中,替换未 知参数*M*。

该检测器设计的第1步是利用待检测单元构造 似然比,其推导过程与SC-M2SGLRT相同,可以 得到式(20),噪声协方差矩阵**M**的估计为式(13), 参数φ的为式(23),将上述估计值代入式(20)中, 可以得到最终的检测器结构

$$\lambda_{\text{SC-3SGLRT}} = \left\| \boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{G}}} \tilde{\boldsymbol{z}}_0 \right\|^2 - \left\| \boldsymbol{P}_{\tilde{\boldsymbol{H}}\boldsymbol{\varphi}} \tilde{\boldsymbol{z}}_0 \right\|^2 \qquad (26)$$

值得指出的是,SC-3SGLRT具有与SC-M2SGLRT 相同的检测器形式,主要区别在于*M*的估计值不一 样。正是由于此处噪声协方差矩阵*M*的估计使用了 *K*个未受干扰的参考数据,因此整个检测器计算过 程中不涉及迭代计算问题,计算效率得到了显著 提升。

# 3 检测性能分析

本文采用蒙特卡罗仿真分析检测性能,基于



Neyman-Pearson准则,计算指定虚警概率P<sub>fa</sub>的检测门限,再计算给定信噪比条件下的检测概率P<sub>d</sub>。 门限的计算采用了100/P<sub>fa</sub>次独立仿真获得,检测 概率的计算则是采用了1000次独立仿真获得。在仿 真噪声数据过程中,噪声包含了白噪声分量和相关 噪声分量,对应的噪声协方差矩阵**M**包含白噪声协 方差矩阵和相关噪声协方差矩阵两个部分

$$\boldsymbol{M} = \sigma_n^2 \boldsymbol{I}_N + \sigma_c^2 \boldsymbol{M}_c \tag{27}$$

其中,白噪声功率为 $\sigma_n^2$ ,相关噪声协方差矩阵中  $M_c(n,m) = \rho^{|n-m|}$ ,其中参数 $\rho$ 控制了噪声相关性, 本文设定 $\rho = 0.9$ ,相关噪声功率为 $\sigma_c^2$ ,本文设定  $\sigma_c^2/\sigma_0^2 = 20$  dB。信噪声比定义为

$$SNR = |\alpha|^2 \boldsymbol{v}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{v}$$
(28)

干扰与噪声的功率比(Interference to Noise Ratio, INR)则定义<sup>[23]</sup>为

INR = E 
$$\left[ \left| \beta \right|^2 \right] \boldsymbol{\varphi}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{H}^{\mathrm{H}} \boldsymbol{M}^{-1} \boldsymbol{H} \boldsymbol{\varphi}$$
 (29)

秩1干扰约束在已知子空间内,子空间由矩阵**H**的 列矢量张成。

对于基于2SGLRT和M2SGLRT检验准则的检测器,涉及了迭代计算问题,为此首先分析本文提出的检测器计算效率问题。M2SGLRT检测器中在计算噪声协方差矩阵*M*的估计时,采用了不动点估计方法,图1(a)给出了迭代计算过程中两次计算值之差的范数随着迭代的变化关系。误差的计算采用独立运行10次进行平均。由此可以得到迭代次数与平均误差的曲线关系。仿真中*N*取4,8和16时的不动点估计性能,其中*L*=*N*+2,*K*=*N*+4。可以看出几乎只需迭代1次就可以达到最小误差值,且最小误差随*N*的增加变化不大。图1(b)给出了3种检测方法的计算耗时对比分析。这里设定*H*=*I<sub>N</sub>,因此检测问题中干扰不受子空间约束,那么2SGLRT检测器等价于文献[24]的D-NCP-D检测器。计算耗时与检测问题的尺寸<i>N*有关,采用200次独立运



#### 图 1 数值计算性能分析

行,获得计算1个统计量所需的时间的平均值,计 算机采用的是Intel Core i5处理器。可以看出,随 着N的增加,检测器计算时间都会增加,但D-NCP-D 的运算量最大,而3SGLRT的计算不涉及迭代计算, 其计算量最小,M2SGLRT计算量居于上述两者之 间。因此,从本文的分析结果来看,采用M2SGLRT 和3SGLRT准则得到的检测器,具有较好的计算 效率。

再分析检测性能。在计算机仿真参数中,设定 N=8, L=10, K=12,虚警概率 $P_{fa}=10^{-3}, H$ 为  $N\times 2$ 列满秩矩阵时,表示干扰受子空间约束,检测 器名称前带有前缀符号"SC-"。若H为 $N\times N$ 单位 矩阵,表示干扰不受子空间约束,此时检测器名称 不带前缀符号。

考虑到INR与检测性能密切相关,首先分析 INR较小时,各种检测器的性能对比。检测性能结 果如图2所示。其中图2(a)为无干扰情况下的检测 性能,图2(b)为INR=0 dB的检测性能。可以看 出,当干扰功率较小时,采用2SGLRT的检测器 D-NCP-D的性能最差,这是因为其仅仅利用了部 分参考数据完成噪声协方差矩阵的估计,噪声的抑 制能力减弱,最终降低了检测性能。还可以发现, 随着信噪比的增加,D-NCP-D的检测概率很难达 到100%,这一点与文献[24]描述是一致的。而采用 了子空间约束的SC-2SGLRT检测器,其检测性能 得到了提升,这说明可以利用干扰的先验信息提升 D-NCP-D的检测性能。但从仿真结果来看,利用 干扰的先验信息提升检测性能对3SGLRT的提升效 果不明显,而对2SGLRT和M2SGLRT提升显著。

当干扰强度较高时,检测性能如图3所示。可 以看出,随着干扰强度的增加,D-NCP-D的检测 性能得到了增强,但由于未使用干扰的先验信息, 其检测性能弱于对应的子空间约束版本SC-2SGLRT。 由于干扰功率较强,意味着回波中蕴含干扰的信息 较多,因此采用子空间约束对于性能的提升效果减 弱了,即SC-M2SGLRT的性能较为接近M2SGLRT, 而SC-3SGLRT的性能几乎与3SGLRT一样。仔细 对比图3(a)和图3(b)还可以看出,对于强度较高的 干扰,如INR=20 dB,2SGLRT检测性能会略高于 3SGLRT,但自始至终2SGLRT检测性能会略高手 3SGLRT,但自始至终2SGLRT检测性能明显优于 其他检测器性能。因此从仿真分析结果来看,对于 高强度干扰,采用子空间约束提升检测性能效果较 弱,但采用合适的检验准则可以显著提升检测性能。

### 4 结论

本文针对待检测单元和部分参考数据受到1阶



图 3 INR较高时的检测性能对比分析

秩1干扰的自适应检测问题展开研究,提出了干扰 受子空间约束时的3种检测方法。通过理论分析和 计算机仿真,得到了如下结论:

(1)采用子空间约束的秩1干扰模型,由于利用 了干扰的部分先验信息,有助于提升干扰条件下的 检测性能,特别是在INR较低的情况下,采用子空 间约束版本的检测器性能提升明显。

(2) 采用M2SGLRT准则得到的检测器,可以获得较好的检测性能,其计算量低于2SGLRT检测器。

(3) 采用3SGLRT准则得到的检测器,可以获 得较高的计算效率,且仅仅在高INR值时,其检测 性能略低于2SGLRT检测器。

综上所述,在干扰功率较强时,推荐采用不受 子空间约束的M2SGLRT检测器,而在干扰较弱 时,推荐使用子空间约束版本。对计算效率要求较 高时,推荐使用3SGLRT检测器。2SGLRT计算效 率低,且在低INR时的检测性能下降显著,一般不 推荐使用。

## 参考文献

- DE MAIO A and GRECO M S. Modern Radar Detection Theory[M]. Edison: SciTech Publishing, 2016: 1–17. doi: 10.1049/SBRA509E.
- [2] KELLY E J. An adaptive detection algorithm[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1986, AES-22(2): 115-127. doi: 10.1109/TAES.1986.310745.
- [3] DE MAIO A and IOMMELLI S. Coincidence of the Rao test, Wald test, and GLRT in partially homogeneous environment[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2008, 15: 385–388. doi: 10.1109/LSP.2008.920016.
- [4] ROBEY F C, FUHRMANN D R, KELLY E J, et al. A CFAR adaptive matched filter detector[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 1992, 28(1): 208-216. doi: 10.1109/7.135446.
- [5] DE MAIO A. A new derivation of the adaptive matched filter[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, 11(10): 792-793. doi: 10.1109/LSP.2004.835464.
- [6] DE MAIO A. Rao test for adaptive detection in Gaussian interference with unknown covariance matrix[J]. *IEEE Transactions on Signal Process*, 2007, 55(7): 3577–3584. doi: 10.1109/TSP.2007.894238.
- BESSON O and BIDON S. Adaptive processing with signal contaminated training samples[J]. *IEEE Transactions on* Signal Processing, 2013, 61(7): 4318–4329. doi: 10.1109/ TSP.2013.2269048.
- [8] 张坤,水鹏朗,王光辉.相参雷达K分布海杂波背景下非相干积 累恒虚警检测方法[J].电子与信息学报,2020,42(7):

1627–1635. doi: 10.11999/JEIT190441.

ZHANG Kun, SHUI Penglang, and WANG Guanghui. Noncoherent integration constant false alarm rate detectors against K-distributed sea clutter for coherent radar systems[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020, 42(7): 1627–1635. doi: 10.11999/JEIT 190441.

- [9] 邹鲲. 认知雷达的未知目标检测[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(1): 166-172. doi: 10.11999/JEIT170254.
   ZOU Kun. Unknown target detection for cognitive radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2018, 40(1): 166-172. doi: 10.11999/JEIT170254.
- [10] BIDON S, BESSON O, and TOURNERET J Y. The adaptive coherence estimator is the generalized likelihood ratio test for a class of heterogeneous environments[J]. *IEEE* Signal Processing Letters, 2008, 15: 281–284. doi: 10.1109/ LSP.2007.916044.
- [11] DEGURSE J F, SAVY L, and MARCOS S. Reduced-rank STAP for target detection in heterogeneous environments[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(2): 1153-1162. doi: 10.1109/ TAES.2014.120414.
- [12] 肖浩, 王彤, 文才, 等. 一种稳健的机载面阵雷达非均匀杂波抑 制方法[J]. 电子与信息学报, 2021, 43(1): 138-144. doi: 10.11999/JEIT191051.

XIAO Hao, WANG Tong, WEN Cai, et al. A robust heterogeneous clutter suppression method for airborne planar array radar[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2021, 43(1): 138–144. doi: 10.11999/JEIT 191051.

- [13] COLUCCIA A, RICCI G, and BESSON O. Design of robust radar detectors through random perturbation of the target signature[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(19): 5118–5129. doi: 10.1109/TSP.2019. 2935915.
- [14] LIU Weijian, WANG Yongliang, LIU Jun, et al. Design and performance analysis of adaptive subspace detectors in orthogonal interference and Gaussian noise[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System, 2016, 52(5): 2068–2079. doi: 10.1109/TAES.2016.140152.
- [15] SCHNITER P and BYRNE E. Adaptive detection of structured signals in low-rank interference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(13): 3439–3454. doi: 10.1109/TSP.2019.2917810.
- [16] LIU Jun and LI Jian. False alarm rate of the GLRT for subspace signals in subspace interference plus Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(11): 3058–3069. doi: 10.1109/TSP.2019.2912149.
- [17] LIU Weijian, LIU Jun, LI Hai, et al. Multichannel signal

detection based on Wald test in subspace interference and Gaussian noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2019, 55(3): 1370–1381. doi: 10.1109/TAES.2018.2870445.

- [18] FENG Dejun, XU Letao, PAN Xiaoyi, et al. Jamming wideband radar using interrupted-sampling repeater[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2017, 53(3): 1341–1354. doi: 10.1109/TAES.2017.2670958.
- [19] ORLANDO D. A novel noise jamming detection algorithm for radar applications[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(2): 206–210. doi: 10.1109/LSP.2016.2645793.
- [20] BESSON O and ORLANDO D. Adaptive detection in nonhomogeneous environments using the generalized eigenrelation[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(10): 731–734. doi: 10.1109/LSP.2007.898355.
- [21] WANG Zuozhen. Adaptive detection of a subspace signal in Gaussian noise and rank-one interference[J]. *Digital Signal Processing*, 2020, 96: 102610. doi: 10.1016/j.dsp.2019. 102610.
- [22] BESSON O. Detection in the presence of surprise or

undernulled Interference[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2007, 14(5): 352–354. doi: 10.1109/LSP.2006.888295.

- [23] LIU Weijian, HAN Hui, LIU Jun, et al. Multichannel radar adaptive signal detection in interference and structure nonhomogeneity[J]. Science China Information Sciences, 2017, 60(11): 112302. doi: 10.1007/s11432-016-9105-7.
- [24] ADDABBO P, BESSON O, ORLANDO D, et al. Adaptive detection of coherent radar targets in the presence of noise jamming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2019, 67(24): 6498–6510. doi: 10.1109/TSP.2019.2954499.
- 邹 鲲:男,1976年生,副教授,研究方向为统计信号处理,信号 检测与估计,认知雷达信号处理.
- 来 磊: 男,1983年生,讲师,研究方向为UAV智能导航,集群 协同.
- 骆艳卜: 男,1980年生,讲师,研究方向为无线电导航信号处理, 雷达信号处理.
- 李 伟: 男, 1978年生, 副教授, 研究方向为新体制雷达技术.

责任编辑:余 蓉