

## 基于随机几何理论的多天线密集异构网络性能分析与优化

赵东来<sup>①</sup> 王钢<sup>\*①</sup> 刘浩洋<sup>①</sup> 贾少波<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(哈尔滨工业大学电子信息与工程学院 哈尔滨 150001)

<sup>②</sup>(郑州大学信息工程学院 郑州 450000)

**摘要:** 无线网络的异构化、密集化部署极大地提高了系统容量,可满足用户日益增长的数据流量需求,但是复杂的网络结构、近乎随机的基站分布不利于系统的性能评估和参数设计。针对这一问题,该文提出一种适用于多天线密集异构网络的性能分析框架。首先,利用随机几何模型推导了覆盖率的闭合表达式并给出了优化方案。为了直观地观察关键系统参数对覆盖率的影响,还给出了一种渐近表达式。其次,推导了区域频谱效率(ASE)的积分表达式,为了减小计算复杂度,给出了一种ASE的上界。最后,还提出了一种有效的算法来设计最优的基站(BSs)部署密度,以在满足覆盖率需求的前提下最大化ASE。仿真结果验证了理论分析的正确性和所提优化算法的有效性。该文的研究成果不但可以为复杂网络的性能分析提供理论依据,还可为系统的优化与设计提供可行性方案。

**关键词:** 密集异构网络; 覆盖率; 区域频谱效率; 多天线技术; 随机几何

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2022)09-2986-08

DOI: [10.11999/JEIT211365](https://doi.org/10.11999/JEIT211365)

## Performance Analysis and Optimization of Multi-antenna Dense Heterogeneous Network Based on Stochastic Geometry Theory

ZHAO Donglai<sup>①</sup> WANG Gang<sup>①</sup> LIU Haoyang<sup>①</sup> JIA Shaobo<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(School of Electronics and Information Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

<sup>②</sup>(School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450000, China)

**Abstract:** The heterogeneous and intensive deployment of wireless network improves greatly the system capacity, which can meet the increasing data traffic demand of users. However, the complex network structure and almost random base station distribution are not conducive to the performance evaluation and parameter design of systems. Considering this problem, a performance analysis framework for multi-antenna dense heterogeneous networks is proposed. Firstly, resorting to stochastic geometry model, the closed-form expression of coverage probability is derived, and the optimization scheme is proposed. In order to observe intuitively the effects of key system parameters on coverage probability, an asymptotic expression is also given. Secondly, the integral expression of Area Spectral Efficiency (ASE) is derived. In order to reduce the computational complexity, an upper bound of ASE is provided. Finally, an effective algorithm is proposed to design the optimal active Base Stations (BSs) densities, maximizing the ASE with appropriate requirements of coverage probability. The simulation results verify the correctness of the theoretical analysis and the effectiveness of the proposed optimization algorithm. The research results of this paper can not only provide theoretical basis for the performance analysis of complex networks, but also provide feasible schemes for the optimization and design of systems.

**Key words:** Dense heterogeneous network; Coverage probability; Area Spectral Efficiency (ASE); Multi-antenna technology; Stochastic geometry

收稿日期: 2021-11-30; 改回日期: 2022-04-03; 网络出版: 2022-04-20

\*通信作者: 王钢 gwang51@hit.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(62071146, 61671184)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62071146, 61671184)

## 1 引言

随着智能手机、可穿戴设备、物联网设备等智能终端的普及以及高清视频、虚拟现实等新型业务的兴起, 移动网络中的数据流量呈爆炸式增长<sup>[1,2]</sup>。传统网络已无法满足大量用户对高速、低时延无线业务的需求, 而密集异构网络技术通过在宏小区覆盖范围内密集部署低功耗的小基站, 实现了提高系统吞吐量、消除盲点、热点增强的目的<sup>[3,4]</sup>。因此, 异构网络融合技术将在6G时代得到更广泛的应用。但多种类型基站的灵活、密集分布使得网络结构复杂化, 采用多天线技术也使得干扰情况进一步复杂化。这都为系统的性能评估和分析增加了难度<sup>[5,6]</sup>。对系统性能的准确计算和有效分析是系统参数设计、性能优化的基础。因此, 推导出关键性能指标准确、低复杂度的表达式是多天线密集异构网络需要迫切解决的问题。

Andrews等人<sup>[7]</sup>首次将随机几何模型引入到无线移动网络, 将基站和用户的分布建模为齐次泊松点过程 (Homogeneous Poisson Point Process, HPPP), 构造了一个普适的信干噪比 (Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR) 统计分析框架, 并推导出单层蜂窝网络覆盖率和遍历速率的闭合表达式。通过与实际网络仿真结果对比, 验证了基于随机几何模型进行性能分析的准确性。此后, 随机几何理论作为一种分析工具被广泛应用到无线网络中。文献<sup>[8]</sup>将文献<sup>[7]</sup>的研究成果扩展到多层异构网络, 分析了在开放和闭合两种接入模式下的覆盖率性能。文献<sup>[9]</sup>研究了接入偏置因子对网络中断概率和遍历速率的影响。文献<sup>[10]</sup>分析了多层密集异构网络在Nakagami- $m$ 衰落信道下的覆盖率和频谱效率, 并根据推导出的渐进表达式设计了SINR门限优化算法, 使得在满足覆盖率需求的前提下最大化频谱效率。一种适用于缓存超密集网络的多请求用户关联策略在文献<sup>[11]</sup>中被提出, 作者通过理论分析证明了这一策略可改善覆盖率, 提高缓存命中率。文献<sup>[12]</sup>针对一种室内开放场景, 例如飞机场、大型展厅及火车站, 设计了基站部署方案。研究表明在此场景中即使密集部署规则分布的室内基站也可获得性能增益。贾向东等人<sup>[13]</sup>设计了基于无人机 (Unmanned Aerial Vehicle, UAV) 辅助的异构网络, 将UAV建模为泊松簇过程 (Poisson Cluster Process, PCP), 利用随机几何理论推导了地面用户的覆盖率表达式, 并进一步分析了UAV的高度及平均簇内成员数对覆盖率的影响。

以上研究成果都是采用单天线模型, 即基站和用户都假设为单天线。众所周知, 多天线技术可以

带来诸多益处, 例如复用增益及分集增益<sup>[14]</sup>。文献<sup>[15]</sup>分析了天线数对密集小小区网络关键性能指标的影响, 仿真结果表明增加基站天线数可以指数级降低中断概率, 从而始终提高网络吞吐量。利用矩量母函数 (Moment Generating Function, MGF), 文献<sup>[16,17]</sup>推导了多天线异构系统的覆盖率积分表达式, 由于需要计算多重积分, 复杂度很高。基于文献<sup>[8,9]</sup>的研究结果, 文献<sup>[18]</sup>通过为宏基站配置大规模天线提高了异构网络速率和覆盖率, 但由于微基站为单天线, 宏基站天线数的增加会使得各层间负载不均衡。以上多天线场景中仅基站配置了多天线, 用户侧仍假设是单天线, 而实际的智能终端普遍采用了多天线, 因此这一假设过于简单。此外, 针对多天线多层异构网络的研究成果中均未给出覆盖率等性能指标的闭合表达式, 本文提出一种适用于多天线密集异构网络的性能分析框架, 其中基站和用户构成多输入多输出 (Multiple-Input Multiple-Output, MIMO) 系统, 主要研究成果包括:

(1) 推导了覆盖率的闭合表达式和区域频谱效率 (Area Spectral Efficiency, ASE) 的积分表达式, 并给出了相应的优化方案。还推导了复杂度较低的覆盖率渐进表达式和ASE上界。

(2) 提出一种有效的算法来设计最优的基站密度, 以在满足覆盖率需求的前提下最大化ASE。

## 2 系统模型

### 2.1 密集异构网络模型

考虑一个 $K$ 层密集异构网络, 第 $k$  ( $1 \leq k \leq K$ ) 层基站配置 $M_k$ 根天线且发射功率为 $P_k$ 。每层基站的分布建模为相互独立的密度为 $\lambda_k$ 的HPPP $\Phi_k$ 。同样, 用户的分布建模为密度为 $\lambda^u$ 的独立HPPP $\Phi^u$ 。每个用户都配置了 $N$ 根天线, 假设 $M_k \geq N$ 。每个基站共用相同的频谱, 即频率复用因子为1。在每个时隙, 每个基站仅服务1个用户。一个3层密集异构网络模型见图1, 为了清晰简洁, 图1中未画出干扰链路。

采用基于长时平均接收功率的小区关联规则<sup>[9]</sup>, 这意味着用户将在满足式(1)时连接到第 $k$ 层

$$k = \arg \max_{i \in \mathcal{K}} P_i \tilde{d}_i^{-\alpha} \quad (1)$$

其中,  $\mathcal{K} = \{1, 2, \dots, K\}$ ,  $\tilde{d}_i^{-\alpha}$  表示大尺度衰落,  $\tilde{d}_i$  为用户与第 $i$ 层中最邻近基站之间的距离,  $\alpha > 2$  为路径损耗指数。由文献<sup>[9]</sup>可知, 用户连接到第 $k$ 层基站的概率为

$$A_k = \frac{\lambda_k P_k^\delta}{A} \quad (2)$$



$$p_{k,n}^c(\beta) = \mathbb{E}_s \left[ \sum_{n=0}^{G_k-1} \mathbb{E}_I \left[ \frac{(sI)^n}{n!} e^{-sI} \right] \right] \quad (11)$$

$$\stackrel{(a)}{=} \mathbb{E}_s \left[ \sum_{n=0}^{G_k-1} \frac{(-s)^n}{n!} \mathcal{L}_I^{(n)}(s) \right]$$

其中,  $s \triangleq d_k^\alpha \beta$ ,  $I \triangleq \sum_{i=1}^K \sum_{x \in \Phi_i \setminus \{x_0\}} \frac{P_i}{P_k} g_{x,i,n} \|x\|^{-\alpha}$ 。

$\mathbb{E}_I [e^{-sI}]$  是  $I$  的拉普拉斯变换  $\mathcal{L}_I(s)$ , 步骤(a)即可由拉普拉斯的性质得到,  $\mathcal{L}_I^{(n)}(s)$  是  $\mathcal{L}_I(s)$  的  $n$  阶差分。因为  $\Phi_i$  和  $g_{x,i,n}$  是相互独立的, 所以得到

$$\mathcal{L}_I(s) = \prod_{i=1}^K \mathbb{E}_{\Phi_i} \left[ \prod_{x \in \Phi_i \setminus \{x_0\}} \mathbb{E}_{g_{x,i,n}} \left[ \exp \left( -s \frac{P_i}{P_k} g_{x,i,n} \|x\|^{-\alpha} \right) \right] \right] \quad (12)$$

再根据  $g_{x,i,n} \sim \Gamma(N, 1)$  和随机几何的概率母泛函 (Probability Generating Function, PGFL)<sup>[20]</sup> 可得

$$\mathcal{L}_I(s) = \exp \left( -\pi \sum_{i=1}^K \lambda_i \int_{\tilde{d}_i^2}^{\infty} \left( 1 - \left( 1 + \frac{s P_i t^{-\frac{\alpha}{2}}}{P_k} \right)^{-N} \right) dt \right) \quad (13)$$

由式(13)可得  $\mathcal{L}_I^{(n)}(s)$  的递归形式

$$\mathcal{L}_I^{(n)}(s) = \sum_{j=0}^{n-1} \binom{n-1}{j} \left[ \pi \sum_{i=1}^K \lambda_i \int_{\tilde{d}_i^2}^{\infty} (-1)^{n-j} (N)_{n-j} \right. \\ \left. \times \frac{\left( \frac{P_i}{P_k} t^{-\frac{\alpha}{2}} \right)^{n-j}}{\left( 1 + s \frac{P_i}{P_k} t^{-\frac{\alpha}{2}} \right)^{N+n-j}} dt \right] \mathcal{L}_I^{(j)}(s) \quad (14)$$

其中,  $(N)_{n-j}$  表示阶乘幂。

将  $p_{k,n}^c(\beta)$  表示为  $p_{k,n}^c(\beta) = \mathbb{E}_s \left[ \sum_{n=0}^{G_k-1} \mu_n \right]$ , 其中  $\mu_n = \frac{(-s)^n}{n!} \mathcal{L}_I^{(n)}(s)$ 。典型用户接入第  $k$  层基站, 则  $P_k \tilde{d}_i^2 \geq P_i d_k^2$ 。再基于式(8)和式(14)可得  $\mu_n$  的递归表达式

$$\mu_n = -\frac{\pi d_k^2 A}{P_k^\delta} \sum_{i=0}^{n-1} \frac{n-i}{n} q_{n-i} \mu_i, \quad n \geq 1 \quad (15)$$

$$\mu_0 = \exp \left( -\frac{\pi d_k^2 A}{P_k^\delta} (q_0 - 1) \right) \quad (16)$$

定义两个幂级数  $\phi(z) \triangleq \sum_{n=0}^{\infty} q_n z^n$  和

$\psi(z) \triangleq \sum_{n=0}^{\infty} \mu_n z^n$ , 式(15)可表示为关于  $\psi(z)$  的差分方程

$$\psi'(z) = -\frac{\pi d_k^2 A}{P_k^\delta} \phi'(z) \psi(z) \quad (17)$$

初值为  $\psi(0) = \mu_0$ , 可得差分方程的解为

$$\psi(z) = \exp \left( -\frac{\pi d_k^2 A}{P_k^\delta} (\phi(z) - 1) \right) \quad (18)$$

因为  $s = d_k^\alpha \beta$ , 则  $p_{k,n}^c(\beta) = \sum_{n=0}^{G_k-1} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} (\mathbb{E}_{d_k}[\psi(z)])|_{z=0}$ , 代入式(4)和式(18)可得  $p_{k,n}^c(\beta)$  的表达式为

$$p_{k,n}^c(\beta) = \sum_{n=0}^{G_k-1} \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dz^n} \left( \frac{1}{\phi(z)} \right) \Big|_{z=0} = \|D_{G_k}^{-1}\|_1 \quad (19)$$

将式(19)代入式(9)可得式(6)。

证毕

将式(6)代入式(5)可得覆盖率为

$$p^c(\beta) = \frac{\sum_{k=1}^K \lambda_k P_k^\delta (\|D_{G_k}^{-1}\|_1)^N}{\sum_{k=1}^K \lambda_k P_k^\delta} \quad (20)$$

基于覆盖率的闭合表达式可分析基站密度、发射功率、天线数等系统参数对覆盖率的影响, 并设计覆盖率的优化方案。由式(20)可知:

(1) 覆盖率是关于基站天线数的增函数, 这是因为较大的发射天线数会增加分集增益。因此, 为了优化系统的覆盖率性能应该尽可能为基站配置较多的天线。

(2) 当  $M_k = M, \forall k \in \mathcal{K}$  时, 整个网络的覆盖率和每层的覆盖率相同, 可表示为  $p^c(\beta) = p_k^c(\beta) = (\|D_G^{-1}\|_1)^N, \forall k \in \mathcal{K}$ , 其中  $G = M - N + 1$ 。显然, 此时覆盖率与基站密度, 发射功率和网络层数  $K$  无关。这意味着部署更多的基站或增加新的网络架构无法提高系统覆盖率。这是因为当每层的基站天线数、衰落参数、路径损耗指数和 SINR 阈值相同时, 安装新的基站或调整发射功率不会改变典型用户的 SINR 统计分布。但是被网络“覆盖”的用户数量, 即系统容量, 随着基站密度的增加而线性增加。SINR 的统计不变性与文献[9,10,12]中的分析结果一致。

(3) 当  $M_k = M, \forall k \in \mathcal{K}$  不成立时, 覆盖率是关于基站密度的单调函数。覆盖率的优化问题可表示为

$$\text{P1: } \max_{\lambda} p^c(\beta), \\ \text{s.t. } 0 \leq \lambda_k \leq \lambda_k^{\max}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (21)$$

其中,  $\lambda_k$  表示第  $k$  层激活态基站的密度,  $\lambda_k^{\max}$  表示

第 $k$ 层所有基站的密度。问题P1是凸优化问题，可求得 $p^c(\beta)$ 的最大值为

$$p^{c,\max}(\beta) = \left( \left\| \mathbf{D}_{G_k}^{-1} \right\|_1 \right)^N, \quad k = \arg \max_{j \in \mathcal{K}} M_j \quad (22)$$

相应的最优激活态基站密度为

$$\lambda_k^* \begin{cases} \in (0, \lambda_k^{\max}] & k = \arg \max_{j \in \mathcal{K}} M_j \\ = 0 & k \neq \arg \max_{j \in \mathcal{K}} M_j \end{cases} \quad (23)$$

可见为了最大化覆盖率只需要激活具有最大天线数网络层的基站，并关闭其他层的基站。显然只激活部分基站会降低系统ASE，关于ASE的优化将在第4节进行讨论。

尽管通过定理1和式(20)获得了覆盖率的闭合表达式，但其形式仍然有些复杂。为了简化结构以直观地观察系统参数对性能的影响，下一节给出了一种渐进的表达式。

### 3.2 覆盖率渐进表达式

**定理2** 随着SINR阈值的增大，即 $\beta \rightarrow \infty$ ，覆盖率的渐进表达式为

$$p^c(\beta) \simeq \frac{1}{A} \left( \frac{\beta^{-\delta} \text{sinc}(\delta) \Gamma(N)}{\Gamma(N+\delta)} \right)^N \sum_{k=1}^K \lambda_k P_k^\delta \cdot \left( \frac{\Gamma(G_k + \delta)}{\Gamma(G_k)} \right)^N \quad (24)$$

其中， $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$ 。

**证明** 根据高斯超几何函数的性质<sup>[21]</sup>，式(8)中的 $q_i$ 可表示为

$$q_i = \beta^\delta \frac{\delta}{\delta - i} \frac{\Gamma(i+1-\delta) \Gamma(N+\delta)}{\Gamma(i+1) \Gamma(N)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\beta^N}\right) \quad (25)$$

当 $\beta$ 取值很大时，式(25)的后一项可忽略。将式(25)代入式(19)，整理可得

$$p_{k,n}^c(\beta) \simeq \beta^{-\delta} \text{sinc}(\delta) \frac{\Gamma(G_k + \delta) \Gamma(N)}{\Gamma(G_k) \Gamma(N + \delta)} \quad (26)$$

因为 $p^c(\beta) = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^K \lambda_k P_k^\delta (p_{k,n}^c(\beta))^N$ ，代入式(26)可得式(24)。证毕

从渐进表达式不但可以获得上一节的分析结果，还可知覆盖率具有如下性质：

(1)  $p^c(\beta)$ 是关于SINR阈值 $\beta$ 的减函数。因为 $p^c(\beta)$ 本质上是SINR的互补累积分布函数(Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF)。

(2) 当 $\beta$ 较大时， $p^c(\beta)$ 是关于用户天线数 $N$ 的减函数。因为 $N$ 值越小，分集增益越大。

## 4 ASE性能分析及优化

为了求得ASE的精确值，本节首先推导了ASE的积分表达式。为了减少积分运算的复杂度，随后给出了一种ASE的上界闭合表达式，并以此设计了一种ASE优化算法。

### 4.1 ASE表达式

**定理3** 系统ASE的精确值可由式(27)求得

$$\text{ASE} = \frac{N}{\ln 2} \sum_{k=1}^K \lambda_k \int_0^\infty \frac{\sqrt[N]{p_k^c(t)}}{1+t} dt \quad (27)$$

**证明** 证明过程见文献<sup>[7]</sup>中附录C。

为了简化运算，定理4给出了一种式(27)的上界表达式。

**定理4** 系统ASE的上界 $\text{ASE}^u$ 可表示为

$$\text{ASE}^u = N \sum_{k=1}^K \lambda_k \left( 1 + \frac{\text{sinc}(\delta) \Gamma(G_k + \delta) \Gamma(N)}{\delta \ln 2 \Gamma(G_k) \Gamma(N + \delta)} \times {}_2F_1(1, \delta; \delta + 1; -1) \right) \quad (28)$$

**证明** 回顾定理2的证明，当 $\beta \rightarrow \infty$ 时，式(26)

成立。则 $\int_0^\infty \frac{\sqrt[N]{p_k^c(t)}}{1+t} dt$ 的上界可表示为

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{\sqrt[N]{p_k^c(t)}}{1+t} dt &\leq \int_0^1 \frac{1}{1+t} dt + \int_1^\infty \frac{\sqrt[N]{p_k^c(t)}}{1+t} dt \\ &\leq \ln 2 + \text{sinc}(\delta) \frac{\Gamma(G_k + \delta) \Gamma(N)}{\Gamma(G_k) \Gamma(N + \delta)} \\ &\quad \cdot \int_1^\infty \frac{t^{-\delta}}{1+t} dt \end{aligned} \quad (29)$$

将式(29)代入式(27)可得式(28)。证毕

无论是采用精确的积分表达式还是上界表达式，均可知ASE随基站密度线性增加，因此为了最大化ASE需要激活系统中的所有基站。但由上节分析可知，为了最大化覆盖率只需要激活具有最大天线数的基站，所以ASE和覆盖率不能同时取得最大值，系统设计需要在二者间进行折中。

### 4.2 ASE优化算法

本文将在满足覆盖率需求的前提下，最大化ASE，相应的优化问题可表示为

$$\begin{aligned} \text{P2: } \max_{\boldsymbol{\lambda}} \quad & \text{ASE}, \\ \text{s.t. } \quad & p^c(\beta) \geq \eta, \\ & 0 \leq \lambda_k \leq \lambda_k^{\max}, \forall k \in \mathcal{K} \end{aligned} \quad (30)$$

其中， $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K]^T$ ， $\eta$ 表示覆盖率需求，显然优化问题P2有可行解的前提是 $\eta \leq \max_{k \in \mathcal{K}} p_k^c(\beta)$ 。代入式(28)和式(20)，问题P2可转化为问题P3，即

$$P3: \max_{\lambda} \quad \mathbf{b}\lambda$$

$$\text{s.t.} \quad \mathbf{c}\lambda \geq 0, \quad 0 \preceq \lambda \preceq \lambda^{\max} \quad (31)$$

其中，向量  $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_k]^T$ ，分量  $b_k = 1 + \frac{\text{sinc}(\delta) \Gamma(G_k + \delta) \Gamma(N)}{\delta \ln 2 \Gamma(G_k) \Gamma(N + \delta)} {}_2F_1(1, \delta; \delta + 1; -1)$ ，向量  $\mathbf{c} = [c_1, c_2, \dots, c_k]^T$ ，分量  $c_k = P_k^\delta \left( \left( \|D_{G_k}^{-1}\|_1 \right)^N - \eta \right)$ ， $\preceq$  表示分量不等式。

显然P3是凸优化问题，其最优解  $\lambda^*$  可通过MATLAB的CVX等优化工具求得。本文提出了一种简单且有效的算法求解  $\lambda^*$ ，见表1。

### 5 数值结果与分析

本节给出了由MATLAB 2016b得到的数值仿真结果以验证上文的理论分析结果。考虑一个由宏基站和微基站组成的典型两层异构网络，整个网络共享10 MHz的频带，高斯白噪声的功率为-104 dBm，

表1 最优基站部署方案求解算法(算法1)

输入：覆盖率需求 $\eta$
输出：最优解 $\lambda^*$
(1) if $\eta \max_{k \in \mathcal{K}} p_k^c(\beta)$ then
(2) 没有可行解
(3) else
(4) $\lambda^* \leftarrow \lambda^{\max}$
(5) while $\mathbf{c}\lambda^* < 0$ 且 $\mathcal{K} \neq \emptyset$ do
(6) $i = \arg \min_{i \in \mathcal{K}} \frac{c_i}{b_i}$
(7) $\lambda_i^* \leftarrow 0$
(8) if $\mathbf{c}\lambda^* > 0$ then
(9) $\lambda_i^* \leftarrow -\frac{\mathbf{c}\lambda^*}{c_i}$
(10) end if
(11) $\mathcal{K} \leftarrow \mathcal{K} / \{i\}$
(12) end while
(13) end if

宏基站发射功率  $P_1 = 20$  W，微基站发射功率  $P_2 = 2$  W，路径损耗指数  $\alpha = 4$ ，其他系统参数见各图标题。仿真结果采用蒙特卡罗方法，每个仿真点共进行  $10^5$  次实验。各层基站泊松分布在一个  $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$  大小的网络区域内，典型用户位于2维平面的原点。

图2对比分析了由定理1获得的覆盖率理论值、定理2的渐近值和仿真值，其中， $[\lambda_1, \lambda_2] = [1, 5] \times 10^2 / \text{km}^2$ ， $[M_1, M_2] = [4, 2]$ 。如图2所示，理论值和仿真值完全吻合，验证了前文推导的覆盖率闭合表达式的精确性，也验证了系统是干扰受限的。渐近值随着SINR门限的增大而逐渐与理论值吻合，且可观察到渐近值是理论值的一种上界。覆盖率随着SINR门限的增加而减小，与覆盖率的定义相符。此外，当用户天线数减小时，覆盖率反而增大了，这是因为较小的用户天线数可以获得较大的分集增益。图3给出了基站密度对覆盖率的影响，其中， $\lambda_1 = 1 \times 10^2 / \text{km}^2$ ， $\beta = 0$  dB， $N = 2$ 。由图3可知，当各层基站的天线数相同时，安装更多的微基站不能提高网络覆盖率。当微基站的天线数大于宏基站时，覆盖率随微基站密度的增加而增加，否则，微基站密度的增加会降低覆盖率。因此，为了改善网络覆盖率，新建站应该配置尽量多的天线。

图4对比分析了定理3的ASE积分表达式和定理4的ASE上界闭合表达式。其中， $[\lambda_1, \lambda_2] = [1, 5] \times 10^2 / \text{km}^2$ ，

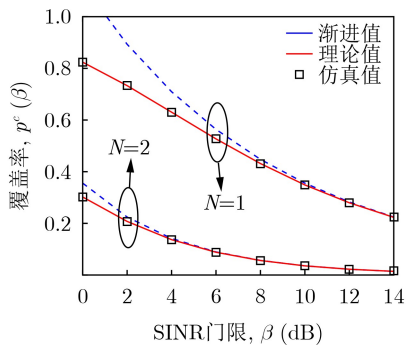


图2 覆盖率对比分析

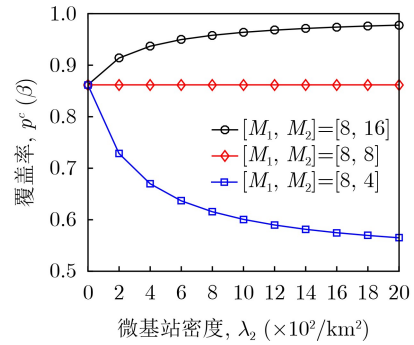


图3 基站密度对覆盖率的影响

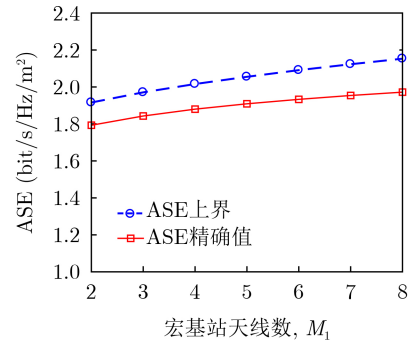


图4 ASE精确值与上界

$N = 2, M_2 = 2$ 。用ASE上界来估算ASE的精确值是可行的,当天线数较小时,误差在5%左右。此外,ASE随着基站天线数的增加而增大。图5对比分析了利用算法1和MATLAB CVX优化工具得到的最优基站密度。其中,  $[\lambda_1^{\max}, \lambda_2^{\max}] = [1, 5] \times 10^2/\text{km}^2$ ,  $\beta = 0 \text{ dB}, N = 2$ 。可以发现,算法1得到的 $\lambda^*$ 是非常准确的。这意味着可利用算法1来设计基站的部署方案或激活策略,以在满足覆盖率需求的前提下最大化ASE。由图可知,当覆盖率需求提高时需要优先关闭天线数较少的基站。

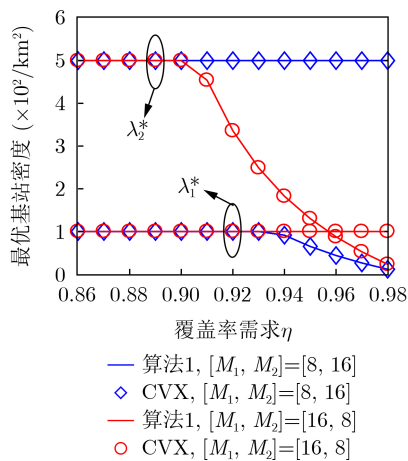


图5 最优激活态基站密度

## 6 结束语

本文提出一种适用于多天线密集异构网络的性能分析框架。通过将各层基站和用户的位置建模为HPPPs,推导了覆盖率的闭合表达式和ASE的积分表达式,为系统的性能评估提供了理论依据。为了降低计算复杂度,还给出了覆盖率的渐进表达式和ASE的上界,并进一步分析了系统关键参数对性能指标的影响。当每层基站具有相同的天线数时,覆盖率与基站密度和发射功率无关,即SINR的统计不变性仍然成立。为了提高覆盖率,最好安装或激活天线数较多的基站,这样可以带来较大的分集增益和阵列增益。此外,利用本文提出的算法1可以在满足覆盖率需求的前提下,最大化ASE并求得相应的最优基站部署密度。本文的分析结果可以推广到多用户或大规模MIMO场景,这也是下一步的研究重点。

## 参考文献

[1] LIU Guangyi, HUANG Yuhong, LI Na, *et al.* Vision, requirements and network architecture of 6G mobile network beyond 2030[J]. *China Communications*, 2020, 17(9): 92–104. doi: 10.23919/JCC.2020.09.008.

[2] CHEN Shanzhi, SUN Shaohui, and KANG Shaoli. System integration of terrestrial mobile communication and satellite communication—the trends, challenges and key technologies in B5G and 6G[J]. *China Communications*, 2020, 17(12): 156–171. doi: 10.23919/JCC.2020.12.011.

[3] ANDREEV S, PETROV V, DOHLER M, *et al.* Future of ultra-dense networks beyond 5G: Harnessing heterogeneous moving cells[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2019, 57(6): 86–92. doi: 10.1109/MCOM.2019.1800056.

[4] TENG Yinglei, LIU Mengting, YU F R, *et al.* Resource allocation for ultra-dense networks: A survey, some research issues and challenges[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2019, 21(3): 2134–2168. doi: 10.1109/COMST.2018.2867268.

[5] 赵东来, 王钢, 郑黎明, 等. 超密集网络中非合作博弈的功率分配算法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(5): 30–34. doi: 10.11918/201910027.

ZHAO Donglai, WANG Gang, ZHENG Liming, *et al.* Optimal power allocation strategy in ultra-dense networks with non-cooperative game[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2020, 52(5): 30–34. doi: 10.11918/201910027.

[6] XIAO Jia, YANG Chungang, ANPALAGAN A, *et al.* Joint interference management in ultra-dense small-cell networks: A multi-domain coordination perspective[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(11): 5470–5481. doi: 10.1109/TCOMM.2018.2851215.

[7] ANDREWS J G, BACCELLI F, and GANTI R K. A tractable approach to coverage and rate in cellular networks[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(11): 3122–3134. doi: 10.1109/TCOMM.2011.100411.100541.

[8] DHILLON H S, GANTI R K, BACCELLI F, *et al.* Modeling and analysis of K-tier downlink heterogeneous cellular networks[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2012, 30(3): 550–560. doi: 10.1109/JSAC.2012.120405.

[9] JO H S, SANG Y J, XIA Ping, *et al.* Heterogeneous cellular networks with flexible cell association: A comprehensive downlink SINR analysis[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(10): 3484–3495. doi: 10.1109/TWC.2012.081612.111361.

[10] ZHAO Donglai, WANG Gang, JIA Shaobo, *et al.* Performance analysis of K-tier ultra-dense networks over Nakagami-m fading channels[C]. 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), Nanjing, China, 2021: 1–6. doi: 10.1109/WCNC49053.2021.9417332.

[11] KHAN K S and JAMALIPOUR A. Coverage analysis for multi-request association model (MRAM) in a caching ultra-dense network[J]. *IEEE Transactions on Vehicular*

- Technology*, 2019, 68(4): 3882–3889. doi: [10.1109/TVT.2019.2896604](https://doi.org/10.1109/TVT.2019.2896604).
- [12] FILO M, FOH C H, VAHID S, *et al.* Performance analysis of ultra-dense networks with regularly deployed base stations[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2020, 19(5): 3530–3545. doi: [10.1109/TWC.2020.2974729](https://doi.org/10.1109/TWC.2020.2974729).
- [13] 贾向东, 路艺, 纪澎善, 等. 大规模无人机协助的多层异构网络设计及性能研究[J]. *电子与信息学报*, 2021, 43(9): 2632–2639. doi: [10.11999/JEIT200443](https://doi.org/10.11999/JEIT200443).  
JIA Xiangdong, LU Yi, JI Pengshan, *et al.* Design of large-scale UAV-assisted multi-tier heterogeneous networks and performance research[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2021, 43(9): 2632–2639. doi: [10.11999/JEIT200443](https://doi.org/10.11999/JEIT200443).
- [14] ZHANG Ruoyu, SHIM B, and ZHAO Honglin. Downlink compressive channel estimation with phase noise in massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2020, 68(9): 5534–5548. doi: [10.1109/TCOMM.2020.2998141](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2020.2998141).
- [15] LI Chang, ZHANG Jun, and LETAIEF K B. Throughput and energy efficiency analysis of small cell networks with multi-antenna base stations[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2014, 13(5): 2505–2517. doi: [10.1109/TWC.2014.031714.131020](https://doi.org/10.1109/TWC.2014.031714.131020).
- [16] DI RENZO M, GUIDOTTI A, and CORAZZA G E. Average rate of downlink heterogeneous cellular networks over generalized fading channels: A stochastic geometry approach[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(7): 3050–3071. doi: [10.1109/TCOMM.2013.050813](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2013.050813).
- [17] WANG Rui, ZHANG Jun, SONG S H, *et al.* Average throughput analysis of downlink cellular networks with multi-antenna base stations[C]. The IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC), Washington, USA, 2014: 1892–1896. doi: [10.1109/PIMRC.2014.7136479](https://doi.org/10.1109/PIMRC.2014.7136479).
- [18] HEATH JR R W, WU Tao, KWON Y H, *et al.* Multiuser MIMO in distributed antenna systems with out-of-cell interference[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(10): 4885–4899. doi: [10.1109/TSP.2011.2161985](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2161985).
- [19] HE Anqi, WANG Lifeng, CHEN Yue, *et al.* Massive MIMO in K-tier heterogeneous cellular networks: Coverage and rate[C]. 2015 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), San Diego, USA, 2015: 1–6. doi: [10.1109/GLOCOM.2015.7417732](https://doi.org/10.1109/GLOCOM.2015.7417732).
- [20] BACCELLI F and BLASZCZYSZYN B. Stochastic Geometry and Wireless Networks[M]. Hanover: Now Publishers, 2009: 6–14.
- [21] GRADSHTEYN I S and RYZHIK I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. 7th ed. San Diego: Academic Press, 2007: 1008–1009.
- 赵东来: 男, 博士生, 研究方向为超密集组网技术.  
王 钢: 男, 博士, 教授, 研究方向为非正交多址技术、多天线技术、无线携能通信网络.  
刘浩洋: 男, 博士生, 研究方向为异构边缘计算与缓存.  
贾少波: 男, 博士, 讲师, 研究方向为异构网络和物理层安全.
- 责任编辑: 余 蓉