

二维相控阵-MIMO雷达联合发射子阵划分和波束形成设计方法

黄俊生 苏洪涛*

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 为了有效地抑制干扰信号并进一步提高雷达系统的性能, 该文提出一种基于2维相控阵-MIMO雷达的联合发射子阵划分和波束形成设计方法。该方法首先将MIMO雷达系统的发射阵列等分成一定数目的非重叠子阵并给每个天线分配相同的发射能量, 以确保发射信号具有恒模特性; 其次, 在一定的约束条件下, 以最大化接收波束形成器的输出信干噪比为准建立关于子阵结构、每个子阵对应的发射波束形成权矢量以及接收波束形成权矢量的优化模型, 并采用循环迭代方法进行求解。仿真结果证实了所提方法的正确性和有效性。

关键词: 相控阵-MIMO雷达; 干扰抑制; 发射子阵划分; 波束形成

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2020)07-1557-09

DOI: [10.11999/JEIT190429](https://doi.org/10.11999/JEIT190429)

Joint Transmitting Subarray Partition and Beamforming Design Method Based on Two-Dimensional Phased-MIMO Radar

HUANG Junsheng SU Hongtao

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to suppress effectively the interference signal and improve further the performance of radar system, a joint transmitting subarray partition and beamforming design method based on two-dimensional phased-MIMO radar is proposed. Firstly, the transmitting array of MIMO radar system is equally partitioned into a number of non-overlapping subarrays and the transmit power of each antenna is equal, so as to guarantee that the transmit signal has constant modulus characteristic. Then, the optimization model for subarray structure of transmitting array, transmit beamformer weight vectors and receive beamformer weight vector is established by maximizing the output signal-to-interference-plus-noise ratio of the receive beamformer under certain constraint conditions. Simulation results demonstrate the correctness and effectiveness of the proposed method.

Key words: Phased-MIMO radar; Interference suppression; Transmitting subarray partition; Beamforming

1 引言

集中式多输入多输出(Multiple-Input Multiple-Output, MIMO)雷达(MIMO雷达)是近年来提出的一种新体制雷达, 它的每个发射天线可以发射完全相关、部分相关或不相关的波形^[1,2]。当发射波形完全相关时, MIMO雷达就变成了相控阵雷达, 其被广泛用于为发射信号提供波束导向, 可以获得方向性增益, 有助于检测和跟踪弱小目标^[3,4]。当发射波形不相关时, MIMO雷达与相控阵雷达相比具有很大的优势, 比如较高的角度估计精度^[5]、较

好的参数识别能力^[6]以及较强的杂波抑制性能^[7]等, 但是由于全向性发射, MIMO雷达并不能获得发射相干处理增益也并不具有空间选择能力, 从而使得系统信干噪比(Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio, SINR)有了一定的损失。尽管MIMO雷达系统的这种信干噪比损失可以通过增加积累时间来补偿, 但是在实际应用中, 受目标运动等限制的相干处理时间和目标的传播路径损耗等, 这种方法有一定的局限性。作为两者的权衡, 当发射波形部分相关时, 可以对MIMO雷达的发射方向图或者发射波形进行优化设计, 以使发射能量聚集到感兴趣的区域, 从而有效地提高雷达系统对目标的检测和跟踪性能^[8]。但是, 当雷达系统的发射阵元个数相对较多时, 这在硬件成本及算法运算代价等方面均无法承受。

为了克服传统MIMO雷达的不足, 一种全新的

收稿日期: 2019-06-11; 改回日期: 2020-02-27; 网络出版: 2020-04-30

*通信作者: 苏洪涛 suht@xidian.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61372134)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(61372134)

相控阵-MIMO雷达系统应运而生, 其将相控阵雷达和MIMO雷达的各自优点结合起来, 使混合系统在保持MIMO雷达所有优点的同时, 还具有相控阵雷达相干处理增益的优点^[9-14]。相控阵-MIMO雷达就是将发射阵列按一定的方式划分形成子阵, 每个子阵之间发射相互正交的波形形成MIMO雷达, 同时每个子阵内部阵元发射相干波形以获得相控阵雷达的相干处理增益。

文献[9]将MIMO雷达技术应用到机载相控阵雷达中, 并将发射阵列孔径划分为多个子孔径, 有效地提高了运动平台对于慢速目标的检测性能。文献[10-13]分析了相控阵-MIMO雷达的方向图特性以及SINR增益。文献[14]推导了相控阵-MIMO雷达的模糊函数, 并对其性质进行了分析。然而, 上述提到的所有方法都是基于相控阵-MIMO雷达的子阵结构预先重叠划分以及每个子阵的发射能量相等的条件下完成的, 并且只在接收端进行自适应波束形成。由于有限的接收快拍数据往往不能提供精确的干扰信息, 以及雷达系统在接收端的抗干扰能力是有限的, 因此只依赖自适应接收波束形成可能不足以有效地对干扰进行抑制。同时, 在发射端, 如果只对每个固定子阵的发射波束形成权矢量进行设计而不同时优化相控阵-MIMO雷达的子阵结构, 则优化得到的发射方向图具有较高的峰值旁瓣水平, 进而引起雷达系统的性能损失。此外, 为了最大化利用发射机功率和避免放大器非线性特性导致的波形畸变, 使发射信号具有恒模特性对雷达系统正常工作有着重要意义^[15]。然而, 如果每个子阵的发射波形具有相同的模值且系统的发射能量被平均分配给每个重叠的子阵, 则并不能确保每个天线的发射信号具有重要的恒模特性。对于子阵划分, 文献[16]提出了一种基于相控阵-MIMO雷达的最优子阵划分方法, 其可以在不损失天线增益的情况下获得较低的峰值旁瓣水平。但是, 该方法同样也不能确保每个天线的发射信号具有恒模特性。

针对于此, 为了有效地提高雷达系统在干扰环境下的目标检测和跟踪性能, 本文提出一种基于2维相控阵-MIMO雷达的联合发射子阵划分和波束形成设计方法。首先, 为了确保每个天线的发射信号具有恒模特性, 该方法将发射阵列等分成一定数目的非重叠子阵, 并给每个天线分配相同的发射能量。其次, 在一定的约束条件下, 该方法以最大化接收波束形成器的输出信干噪比为准则构造优化模型同时对子阵结构、每个子阵对应的发射波束形成权矢量以及接收波束形成权矢量进行优化设计。最后, 仿真实验结果证实了所提方法的有效性。

2 2维相控阵-MIMO雷达信号模型

考虑一个MIMO雷达系统的收发阵列分别为包含 $M_t \times N_t$ 和 $M_r \times N_r$ 个天线阵元的均匀矩形阵(Uniform Rectangular Array, URA)。收发阵列均垂直放置, 且收发天线之间的阵元间距均为 d 。将MIMO雷达系统的发射阵列划分为 K 个非重叠子阵, 每个子阵所包含的天线阵元个数相同且均为 M , 并且每个子阵之间发射相互正交的波形, 则第 k 个子阵的发射信号可以表示为

$$\mathbf{s}_k(l) = \sqrt{\frac{\eta}{M_t N_t}} \psi_k(l) \mathbf{w}_k, l = 1, 2, \dots, L_t \quad (1)$$

式中, \mathbf{w}_k 为 $M_t \times N_t$ 维的发射波束形成权矢量, 且其只含对应于第 k 个子阵实际天线位置的 M 个有效值。 η 为MIMO雷达系统的发射总能量, 且 $\sqrt{\eta/M_t N_t}$ 用来表示每个天线具有相同的发射能量。 $\psi_k(l) \triangleq \psi_k(l \cdot \Delta t)$ 为第 k 个子阵在采样时间 $l \Delta t$ 处的离散恒模发射波形, 且满足 $\sum_{l=1}^{L_t} |\psi_k(l)|^2 = 1$, 其中, Δt 为时间采样间隔, L_t 为发射波形的长度, $|\cdot|$ 为取绝对值操作。

引入一个 $M_t \times N_t$ 维的矩阵 \mathbf{f}_k , 且其只含有1和0两种元素, 其中, 元素1表示其所对应的位置属于第 k 个子阵, 而元素0则表示其所对应的位置不属于第 k 个子阵, 同时, 元素1的个数为 M , 元素0的个数为 $M_t N_t - M$ 。因此, 可以利用一个 $M_t N_t \times K$ 维的矩阵 $\mathbf{F} = [\bar{\mathbf{f}}_1, \bar{\mathbf{f}}_2, \dots, \bar{\mathbf{f}}_K]$ 来表示发射阵列的子阵结构, 其中 $\bar{\mathbf{f}}_k = \text{vec}(\mathbf{f}_k)$, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的矢量化操作。

发射信号经空间位置 (θ, ϕ) 的远场目标反射的信号可以表示为

$$\begin{aligned} r(l, \theta, \phi) &= \sqrt{\frac{\eta}{M_t N_t}} \gamma \sum_{k=1}^K \text{vec}(\mathbf{w}_k^H) \mathbf{a}_k(\theta, \phi) \psi_k(l) \\ &= \sqrt{\frac{\eta}{M_t N_t}} \gamma \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta, \phi) \psi_k(l) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $(\cdot)^H$ 表示取共轭转置操作。 γ 为目标所对应的散射系数(包含传播路径衰减和目标的雷达横截面积起伏等)。 θ 和 ϕ 分别为远场目标信号的方位角和俯仰角。 $\mathbf{a}_k(\theta, \phi) = \bar{\mathbf{f}}_k \odot \mathbf{a}(\theta, \phi)$ 为第 k 个子阵对应的 $M_t N_t \times 1$ 维发射导向矢量, 其中, \odot 为Hadamard积操作,

$$\mathbf{a}(\theta, \phi) = \boldsymbol{\mu}_t(\phi) \otimes \mathbf{v}_t(\theta, \phi) \quad (3)$$

为发射导向矢量, 且

$$\boldsymbol{\mu}_t(\phi) = [1, e^{j2\pi d \sin \phi / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(N_t-1)d \sin \phi / \lambda}]^T \quad (4)$$

和

$$\mathbf{v}_t(\theta, \phi) = [1, e^{j2\pi d \cos \phi \sin \theta / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(M_t-1)d \cos \phi \sin \theta / \lambda}]^T \quad (5)$$

分别为俯仰维发射导向矢量和方位维发射导向矢量， \otimes 为Kronecker积操作， $(\cdot)^T$ 表示取转置操作。 $\bar{\mathbf{w}}_k$ 和 $\bar{\mathbf{a}}_k(\theta, \phi)$ 分别为只含对应于第 k 个子阵实际天线位置的 $M \times 1$ 维的发射波束形成权矢量和发射导向矢量。

因此，进一步可以得到空间位置 (θ, ϕ) 处的信号功率为

$$P_t(\theta, \phi) = \frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{k=1}^K \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta, \phi) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta, \phi) \quad (6)$$

$P_t(\theta, \phi)$ 即为相控阵-MIMO雷达的2维发射方向图，其可以根据不同的实际需求来进行优化设计。

引入一个 $K \times 1$ 维的辅助矢量

$$\mathbf{h}(\theta, \phi) = [\bar{\mathbf{w}}_1^H \bar{\mathbf{a}}_1(\theta, \phi), \bar{\mathbf{w}}_2^H \bar{\mathbf{a}}_2(\theta, \phi), \dots, \bar{\mathbf{w}}_K^H \bar{\mathbf{a}}_K(\theta, \phi)]^T \quad (7)$$

则目标反射信号式(2)可以重新表示为

$$r(l, \theta, \phi) = \sqrt{\frac{\eta}{M_t N_t}} \gamma \mathbf{h}^T(\theta, \phi) \boldsymbol{\psi}(l) \quad (8)$$

式中，

$$\boldsymbol{\psi}(l) = [\psi_1(l), \psi_2(l), \dots, \psi_K(l)]^T \quad (9)$$

为 $K \times 1$ 维的发射波形矢量。

在目标检测和跟踪阶段，可以利用现有的角度估计方法(比如空间平滑MUSIC方法)对雷达系统上一时刻的接收回波数据进行处理并获得目标信号和干扰信号的角度信息，其可以进一步作为当前时刻的先验信息。因此，假设目标的空间位置为 (θ_0, ϕ_0) ，且散射系数为 γ_0 ， Q 个依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置分别为 (θ_q, ϕ_q) ，且散射系数分别为 γ_q ， $q = 1, 2, \dots, Q$ ，以及 P 个不依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置分别为 (θ_p, ϕ_p) ，且功率分别为 γ_p^2 ， $p = 1, 2, \dots, P$ ，则 $M_r N_r \times 1$ 维的接收信号可以表示为

$$\mathbf{x}(l) = \sum_{q=0}^Q \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q) r(l - l_q, \theta_q, \phi_q) + \mathbf{x}_j(l) + \mathbf{n}(l) \quad (10)$$

其中， $\mathbf{b}(\theta, \phi)$ 为 $M_r N_r \times 1$ 维的接收导向矢量，其和发射导向矢量具有相同的结构。 $l_q = \tau_q / \Delta t$ ， τ_q 为从发射阵列经目标或干扰反射到达接收阵列的时间延时。 $\mathbf{x}_j(l)$ 为雷达接收机接收到的不依赖于雷达系统发射波形且与雷达系统发射波形不相关的干扰信号，其协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}_j = \sum_{p=1}^P \gamma_p^2 \mathbf{b}(\theta_p, \phi_p) \mathbf{b}^H(\theta_p, \phi_p)$ 。 $\mathbf{n}(l) = [n_1(l), n_2(l), \dots, n_{M_r N_r}(l)]^T$ 表示均值为0且方差

为 σ_n^2 的高斯白噪声。

每个接收天线所接收到的信号都将通过 K 个匹配滤波器，且 $K M_r N_r \times 1$ 维的滤波器输出矢量可以表示为

$$\mathbf{y}(l) = \sqrt{\frac{\eta}{M_t N_t}} \sum_{q=0}^Q \gamma_q \mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q) \delta(l - l_q) + \bar{\mathbf{x}}_j(l) + \bar{\mathbf{n}}(l) \quad (11)$$

其中， $\delta(l)$ 为Dirac delta函数，其满足

$$\delta(l) = \begin{cases} 1, & l = 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (12)$$

$\bar{\mathbf{n}}(l)$ 为 $K M_r N_r \times 1$ 维的噪声信号的滤波器输出矢量，且其协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}_n = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_r N_r}$ ， $\mathbf{I}_{K M_r N_r}$ 为 $K M_r N_r$ 维的单位矩阵。 $\bar{\mathbf{x}}_j(l)$ 为不依赖于雷达系统发射波形的干扰信号的滤波器输出矢量，且其协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}_j = \mathbf{I}_K \otimes \mathbf{R}_j$ 。同时，进一步可以得到滤波器输出结果的矩阵形式为

$$\mathbf{y} = [\mathbf{y}(1), \mathbf{y}(2), \dots, \mathbf{y}(L_r)] \quad (13)$$

其中， L_r 为接收信号的长度。

在接收端，利用自适应波束形成技术来有效地抑制进入到接收机中的干扰信号，且接收波束形成器的输出结果可以表示为

$$\mathbf{Y} = \mathbf{g}^H \mathbf{y} \quad (14)$$

式中， \mathbf{g} 为 $K M_r N_r \times 1$ 维的自适应接收波束形成权矢量。则进一步可以得到相控阵-MIMO雷达的2维发射-接收方向图为

$$P_{t-r}(\theta, \phi) = \mathbf{g}^H (\mathbf{h}(\theta, \phi) \otimes \mathbf{b}(\theta, \phi)) \quad (15)$$

3 2维相控阵-MIMO雷达发射子阵划分和波束形成设计

为了克服传统相控阵-MIMO雷达设计方法的缺点，并有效地提高雷达系统在干扰环境下的目标检测和跟踪性能，本文提出一种基于2维相控阵-MIMO雷达的联合发射子阵划分和波束形成设计方法。该方法在一定的约束条件下，以最大化接收波束形成器的输出信干噪比为准则构造优化模型同时对子阵结构及每个子阵对应的发射波束形成权矢量以及接收波束形成权矢量进行优化设计。

根据匹配滤波器的输出结果式(11)和式(13)以及接收波束形成器的输出结果式(14)，接收波束形成器的输出信干噪比可以表示为

$$\text{SINR} = \frac{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \gamma_0^2 (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0))^H \right] \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q)) (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q))^H + \bar{\mathbf{R}}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_r N_r} \right] \mathbf{g}} \quad (16)$$

因此, 可以构造优化模型为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\{\bar{\mathbf{f}}_k, \bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K, \mathbf{g}} \frac{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \gamma_0^2 (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0))^H \right] \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q)) (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q))^H + \bar{\mathbf{R}}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_t N_t} \right] \mathbf{g}} \\ & \text{s.t. } \mathbf{g}^H (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) = 1 \\ & |\bar{\mathbf{w}}_k(n)| = 1, k=1, 2, \dots, K, n=1, 2, \dots, M \\ & \sum_{j=1}^K \mathbf{F}(i, j) = 1, i=1, 2, \dots, M_t N_t \\ & \sum_{i=1}^{M_t N_t} \mathbf{F}(i, j) = M, j=1, 2, \dots, K \\ & \mathbf{F}(j, j) = 1, \mathbf{F}(M_t N_t - K + j, j) = 1, j=1, 2, \dots, K \\ & \mathbf{F}(i, j) = 1 \text{ 或 } 0, i=1, 2, \dots, M_t N_t, j=1, 2, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中, 第1行约束条件用来确保目标方向具有足够大的输出功率。第2行约束条件用来保证每个天线的发射能量不变且仍然相等。第3行和第4行约束条件用来避免子阵重叠划分。第5行约束条件用来表示每个发射子阵的孔径相同且最大。第6行约束条件则用来确保矩阵 \mathbf{F} 只含有1和0两种元素。式(17)是关于变量 $\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K$, $\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K$ 和 \mathbf{g} 的优化问题, 且该优化问题是非凸的, 不能直接利用现有的凸优化工具包进行求解。为此, 本文将采用循环迭代方法来对优化问题式(17)进行求解, 具体思路为:

(1) 给定 $\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K$ 和 $\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K$, 求解 \mathbf{g} 。在这种情况下, 优化问题式(17)可以简化为

$$\left. \begin{aligned} & \min_{\mathbf{g}} \mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q)) (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q))^H + \bar{\mathbf{R}}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_t N_t} \right] \mathbf{g} \\ & \text{s.t. } \mathbf{g}^H (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

通过利用拉格朗日乘子法可以得到接收波束形成权矢量的表达式为

$$\mathbf{g} = \alpha \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q)) (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q))^H + \bar{\mathbf{R}}_j + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_t N_t} \right]^{-1} (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) \quad (19)$$

其中, α 是一个常数, 其大小不影响接收波束形成器的输出信干噪比。

(2) 给定 $\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K$ 和 \mathbf{g} , 求解 $\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K$ 。在这种情况下, 由于 $\mathbf{g}^H \bar{\mathbf{R}}_j \mathbf{g}$ 项与 $\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K$ 和 $\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K$ 均无关, 则优化问题式(17)可以转化为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K} \frac{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \gamma_0^2 (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0)) (\mathbf{h}(\theta_0, \phi_0) \otimes \mathbf{b}(\theta_0, \phi_0))^H \right] \mathbf{g}}{\mathbf{g}^H \left[\frac{\eta}{M_t N_t} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q)) (\mathbf{h}(\theta_q, \phi_q) \otimes \mathbf{b}(\theta_q, \phi_q))^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{K M_t N_t} \right] \mathbf{g}} \\ & \text{s.t. } |\bar{\mathbf{w}}_k(n)| = 1, k=1, 2, \dots, K, n=1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

为了使目标函数变为优化变量 $\bar{\mathbf{w}}_k$ 的显式, 可以将优化问题式(20)的目标函数重新表示为

$$\sum_{k=1}^K \frac{\gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0)}{\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) + \frac{M_t N_t}{\eta K} \sigma_n^2} \quad (21)$$

式中, $\mathbf{O}_q = \mathbf{b}^T(\theta_q, \phi_q) \text{ivec}(\mathbf{g}, M_t N_t, K)$, $q=0, 1, \dots, Q$, O_{qk} 为 \mathbf{O}_q 的第 k 个元素, $\text{ivec}(\cdot, m, n)$ 表示将一个列向量逆矢量化为一个 $m \times n$ 维的矩阵。此外, 从式(21)

中可以看出, 该目标函数可以等效为同时最大化对应于每个子阵的接收波束形成器的输出信干噪比, 且对应于第 k 个子阵的优化问题可以表示为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\bar{\mathbf{w}}_k} \frac{\gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0)}{\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) + \frac{M_t N_t}{\eta K} \sigma_n^2} \\ & \text{s.t. } |\bar{\mathbf{w}}_k(n)| = 1, n=1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

由于优化问题式(22)的目标函数是非凸的以及

约束条件 $|\bar{\mathbf{w}}_k(n)| = 1$ 是一个非线性等式约束, 因此该优化问题并不是一个凸优化问题。为了方便求解, 可以将优化问题式(22)进一步表示为

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_k} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) \\ \text{s.t. } \gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0) \geq 1 \\ \lambda_n(\mathbf{W}_k) \geq 0, n = 1, 2, \dots, M \\ \mathbf{W}_k(n, n) = 1, n = 1, 2, \dots, M \\ \text{rank}(\mathbf{W}_k) = 1 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

其中, $\mathbf{W}_k = \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H$, $\text{rank}(\cdot)$ 为求秩操作。 $\lambda_n(\mathbf{W}_k)$ 为矩阵 \mathbf{W}_k 的第 n 个特征值。在优化问题式(23)中, 式(22)的目标函数被表示成了新的目标函数和第1行约束条件, 也就是在目标信号所在的方向上具有一定发射增益的条件下, 最小化干扰信号所在方向上的发射增益。此外, 第2行约束条件 $\mathbf{W}_k \geq 0$ 用来确保矩阵 \mathbf{W}_k 满足半正定性。由于第4行的秩-1约束条件导致式(23)是一个非凸的优化问题, 因此可以利用半

正定松弛(SemiDefinite Relaxation, SDR)方法^[17]来对优化问题式(23)进行简化, 并得到如下优化问题

$$\left. \begin{aligned} \min_{\mathbf{W}_k} \sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) \\ \text{s.t. } \gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \mathbf{W}_k \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0) \geq 1 \\ \lambda_n(\mathbf{W}_k) \geq 0, n = 1, 2, \dots, M \\ \mathbf{W}_k(n, n) = 1, n = 1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

该优化问题是一个凸优化问题, 可以直接利用现有的凸优化工具包进行求解, 比如CVX^[18]。假设优化问题式(24)获得的最优解为 \mathbf{W}_k^* , 如果 \mathbf{W}_k^* 的秩为1, 则优化问题式(22)的最优解为矩阵 \mathbf{W}_k^* 的非零特征值所对应的特征矢量与常数 \sqrt{M} 的乘积; 如果 \mathbf{W}_k^* 的秩比1大, 则可以利用Heuristic方法^[19]获得优化问题式(22)的一个次最优解, 其为矩阵 \mathbf{W}_k^* 的主要特征值所对应的特征矢量与常数 \sqrt{M} 的乘积。

(3) 给定 $\{\bar{\mathbf{w}}_k\}_{k=1}^K$ 和 \mathbf{g} , 求解 $\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K$ 。在这种情况下, 优化问题式(17)可以转化为

$$\left. \begin{aligned} \max_{\{\bar{\mathbf{f}}_k\}_{k=1}^K} \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0)}{\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) + \frac{M_t N_t}{\eta K} \sigma_n^2} \\ \text{s.t. } \sum_{j=1}^{M_t N_t} \mathbf{F}(i, j) = 1, i = 1, 2, \dots, M_t N_t \\ \sum_{i=1}^{M_t N_t} \mathbf{F}(i, j) = M, j = 1, 2, \dots, K \\ \mathbf{F}(j, j) = 1, \mathbf{F}(M_t N_t - K + j, j) = 1, j = 1, 2, \dots, K \\ \mathbf{F}(i, j) = 1 \text{ 或 } 0, i = 1, 2, \dots, M_t N_t, j = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

由于变量 $\bar{\mathbf{f}}_k$ 的信息被包含在子阵发射导向矢量 $\bar{\mathbf{a}}_k(\theta, \phi)$ 中, 因此有必要对优化问题式(25)的目标函数进一步化简。引入一个 $M_t N_t \times M$ 维的辅助矩阵 \mathbf{R}_k , 且其满足 $\bar{\mathbf{f}}_k = \mathbf{R}_k \cdot \mathbf{1}_{M \times 1}$ 。同时, 矩阵 \mathbf{R}_k 的每一列中只含有1个非零元素1。因此, 优化问题式(25)的目标函数可以重新表示为

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_0^2 O_{0k}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_0, \phi_0) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_0, \phi_0)}{\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \bar{\mathbf{a}}_k^H(\theta_q, \phi_q) \bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\mathbf{a}}_k(\theta_q, \phi_q) + \frac{M_t N_t}{\eta K} \sigma_n^2} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{\gamma_0^2 O_{0k}^2 [(\bar{\mathbf{w}}_k^T \otimes \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0)) \text{vec}(\mathbf{R}_k)]^H [(\bar{\mathbf{w}}_k^T \otimes \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0)) \text{vec}(\mathbf{R}_k)]}{\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 [(\bar{\mathbf{w}}_k^T \otimes \mathbf{a}^H(\theta_q, \phi_q)) \text{vec}(\mathbf{R}_k)]^H [(\bar{\mathbf{w}}_k^T \otimes \mathbf{a}^H(\theta_q, \phi_q)) \text{vec}(\mathbf{R}_k)] + \frac{\sigma_n^2}{\eta} \bar{\mathbf{w}}_k^H \mathbf{R}_k^H \mathbf{R}_k \bar{\mathbf{w}}_k} \\ &= \sum_{k=1}^K \frac{(\text{vec}(\mathbf{R}_k))^H [(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes (\gamma_0^2 O_{0k}^2 \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0))] \text{vec}(\mathbf{R}_k)}{(\text{vec}(\mathbf{R}_k))^H \left[(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes \left(\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \mathbf{a}(\theta_q, \phi_q) \mathbf{a}^H(\theta_q, \phi_q) + \frac{\sigma_n^2}{\eta} \mathbf{I}_{M_t N_t} \right) \right] \text{vec}(\mathbf{R}_k)} \end{aligned} \quad (26)$$

在新的目标函数式(26)中, 变量 \mathbf{R}_k 被转化成只含有1和0两种元素的变量 $\text{vec}(\mathbf{R}_k)$ 。为了方便求解, 我们将变量 $\text{vec}(\mathbf{R}_k)$ 松弛为一个新的变量 \mathbf{E}_k , 且其元素满足

$$|\mathbf{E}_k(i)| \leq 1, i = 1, 2, \dots, M_t N_t M \quad (27)$$

考虑到目标函数式(26)同样可以等效为同时最大化对应于每个子阵的接收波束形成器的输出信干噪比, 则关于变量 \mathbf{E}_k 的优化模型可以表示为

$$\left. \begin{aligned} & \max_{\mathbf{E}_k} \frac{\mathbf{E}_k^H [(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes (\gamma_0^2 O_{0k}^2 \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0))] \mathbf{E}_k}{\mathbf{E}_k^H \left[(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes \left(\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \mathbf{a}(\theta_q, \phi_q) \mathbf{a}^H(\theta_q, \phi_q) + \frac{\sigma_n^2}{\eta} \mathbf{I}_{M_t N_t} \right) \right] \mathbf{E}_k} \\ & \text{s.t. } |\mathbf{E}_k(i)| \leq 1, i = 1, 2, \dots, M_t N_t M \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

观察优化问题式(28), 其目标函数可以看作是广义Rayleigh熵的矩阵形式, 则优化问题式(28)的最优解 \mathbf{E}_k^* 为矩阵

$$\left[(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes \left(\sum_{q=1}^Q \gamma_q^2 O_{qk}^2 \mathbf{a}(\theta_q, \phi_q) \mathbf{a}^H(\theta_q, \phi_q) + \frac{\sigma_n^2}{\eta} \mathbf{I}_{M_t N_t} \right) \right]^{-1} [(\bar{\mathbf{w}}_k \bar{\mathbf{w}}_k^H) \otimes (\gamma_0^2 O_{0k}^2 \mathbf{a}(\theta_0, \phi_0) \mathbf{a}^H(\theta_0, \phi_0))] \quad (29)$$

的最大特征值所对应的特征向量。

接下来, 根据得到的 $\{\mathbf{E}_k^*\}_{k=1}^K$ 反解一个0-1矩阵 \mathbf{F} , 其相应的优化模型可以表示为

$$\left. \begin{aligned} & \min_{s, \mathbf{F}} s \\ & \text{s.t. } \|\mathbf{F} - \mathbf{F}_0\|_2 \leq s \\ & \sum_{j=1}^K \mathbf{F}(i, j) = 1, i = 1, 2, \dots, M_t N_t \\ & \sum_{i=1}^{M_t N_t} \mathbf{F}(i, j) = M, j = 1, 2, \dots, K \\ & \mathbf{F}(j, j) = 1, \mathbf{F}(M_t N_t - K + j, j) = 1, j = 1, 2, \dots, K \\ & \mathbf{F}(i, j) = 1 \text{ 或 } 0, i = 1, 2, \dots, M_t N_t, j = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

其中, $\|\cdot\|_2$ 表示矩阵的 l_2 范数。 $\mathbf{F}_0 = [\mathbf{f}_{01}, \mathbf{f}_{02}, \dots, \mathbf{f}_{0K}]$, $\mathbf{f}_{0k} = \text{ivec}(|\mathbf{E}_k^*|) \cdot \mathbf{1}_{M \times 1}$ 。该优化问题是一个2次0-1问题, 可以使用半正定松弛-切割方法^[20]来进行求解。

根据以上思路, 对式(17)的求解可以转化成对式(18)、式(20)和式(25)的循环迭代求解, 具体算法流程如表1所示。

4 仿真实验

假设一个MIMO雷达系统的收发阵列分别为包含 8×6 和 10×8 个天线阵元的均匀矩形阵, 收发天线之间的阵元间距均为半波长, 总的发射能量为 $\eta = M_t N_t$ 。目标的空间位置为 $(10^\circ, 15^\circ)$, 且信噪比为0 dB。依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置为 $(45^\circ, 45^\circ)$, 且干噪比为60 dB。不依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置为 $(32^\circ, 36^\circ)$, 且干

噪比为60 dB。终止阈值设为0.3 dB。MIMO雷达系统的发射阵列等分成 $K = 4$ 个子阵。

由于现有方法均采用重叠子阵结构划分方法, 其并不能确保每个天线的发射信号具有恒模特性, 因此, 为了证实本文所提方法的有效性, 我们对随机子阵结构划分方法也进行了相同的仿真实验。具体来说, 随机子阵结构划分方法就是随机产生一组满足约束条件的子阵结构, 并在发射端采用传统波束形成方法以及在接收端采用自适应波束形成方法。此外, 本文方法选取随机子阵结构划分方法的子阵结构和发射波束形成权矢量分别作为初始的子阵结构和发射波束形成权矢量。

图1为利用本文方法优化得到的子阵划分结果。图2和图3分别为利用本文方法优化得到的发射方向图和发射-接收方向图。

从图2中可以看出, 利用本文方法优化得到的发射方向图可以在目标信号所在的方向上获得最大增益, 确保在接收端中目标信号的回波具有足够大的功率, 而且可以在依赖于雷达系统发射波形的干扰信号所在的方向上形成零陷, 减弱雷达发射信号被干扰机截获的概率, 从而有效地提高了接收回波的信噪比。从图3中可以看出, 利用本文方法优化得到的发射-接收方向图不但可以在依赖于雷达系统发射波形的干扰信号所在的方向上形成零陷, 而且也可以在不依赖于雷达系统发射波形的干扰信号所在的方向上形成零陷, 有效地提高了接收波束形成器的输出信噪比。

图4给出了本文方法和随机子阵结构划分方法

表1 循环迭代算法流程

初始化: 初始化子阵个数 K , 目标空间位置 (θ_0, ϕ_0) 和散射系数 γ_0 , Q 个依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置 $\{(\theta_q, \phi_q)\}_{q=1}^Q$ 和散射系数 $\{\gamma_q\}_{q=1}^Q$, P 个不依赖于雷达系统发射波形的干扰的空间位置 $\{(\theta_p, \phi_p)\}_{p=1}^P$ 和功率 $\{\gamma_p^2\}_{p=1}^P$, 子阵结构 \mathbf{F}^0 , 发射波束形成权矢量 $\{\bar{\mathbf{w}}_k^0\}_{k=1}^K$, 系统发射总能量 η , 终止阈值 β ;

步骤1 固定子阵结构 \mathbf{F}^v 和发射波束形成权矢量 $\{\bar{\mathbf{w}}_k^v\}_{k=1}^K$, 根据式(19)计算接收波束形成权矢量 \mathbf{g}^{v+1} ;

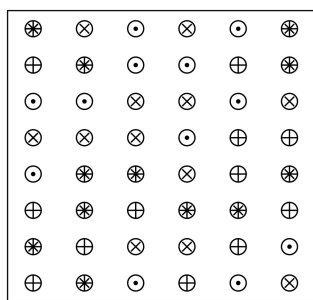
步骤2 固定子阵结构 \mathbf{F}^v 和接收波束形成权矢量 \mathbf{g}^{v+1} , 根据式(24)计算发射波束形成权矢量 $\{\bar{\mathbf{w}}_k^{v+1}\}_{k=1}^K$;

步骤3 固定发射波束形成权矢量 $\{\bar{\mathbf{w}}_k^{v+1}\}_{k=1}^K$ 和接收波束形成权矢量 \mathbf{g}^{v+1} , 根据式(29)和式(30)计算子阵结构 \mathbf{F}^{v+1} ;

步骤4 判断终止条件 $|\text{SINR}^{v+1} - \text{SINR}^v| \leq \beta$ 是否满足, 满足则终止, 否则令 $v = v + 1$ 并重复步骤1至步骤4。

的发射方向图的方位维最大增益值随俯仰角的变化曲线图，以及俯仰维最大增益值随方位角的变化曲线图。从图中可以看出，相比于随机子阵结构划分方法，利用本文方法优化得到的发射方向图具有较低的峰值旁瓣水平，可以降低电子对抗中可能被敌方截获的或者被反辐射导弹接收的雷达信号功率，有效地提高了雷达系统的生存能力。

图5对比了本文方法和随机子阵结构划分方法的发射-接收方向图的方位维最大增益值随俯仰角的变化曲线图，以及俯仰维最大增益值随方位角的变化曲线图。从图中可以看出，利用本文方法优化得到的发射-接收方向图同样具有较低的峰值旁瓣



* 子阵1 • 子阵3
+ 子阵2 × 子阵4

图1 子阵划分结果

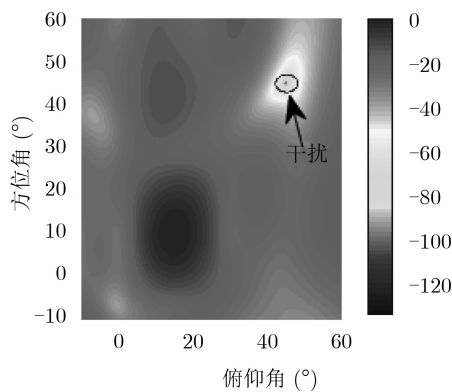


图2 利用本文方法优化得到的发射方向图

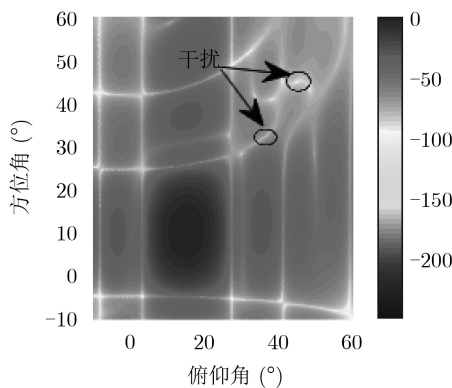


图3 利用本文方法优化得到的发射-接收方向图

水平，有效地提高了雷达系统的性能，从而证实了本文方法的有效性。

固定雷达系统发射阵列的行数 M_t 为4，图6比较了本文方法和随机子阵结构划分方法的输出信干噪比随发射阵列的列数 N_t 的变化曲线图。从图中可以看出，尽管本文方法和随机子阵结构划分方法的输出信干噪比均随着 N_t 的增大而逐渐增大，但是本文方法的输出信干噪比要远大于随机子阵结构划分

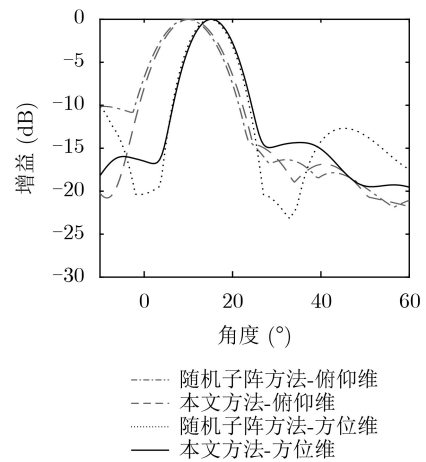


图4 发射方向图的方位(俯仰)维最大增益值随俯仰(方位)角的变化曲线图

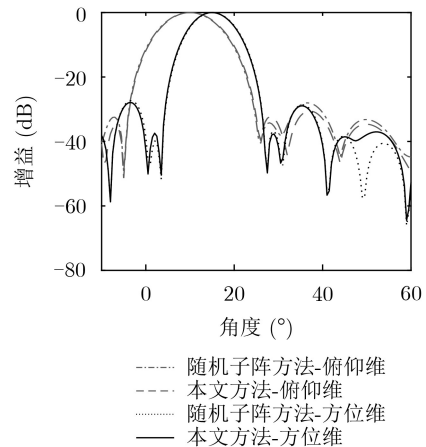


图5 发射-接收方向图的方位(俯仰)维最大增益值随俯仰(方位)角的变化曲线图

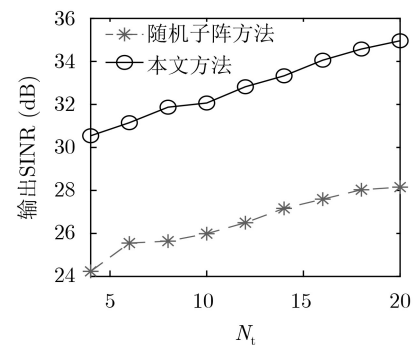


图6 输出信干噪比随发射阵列的列数 N_t 的变化曲线图

方法的输出信干噪比,从而证实本文方法可以有效地提升雷达系统的性能。

5 结束语

相控阵-MIMO雷达作为相控阵雷达和MIMO雷达之间的权衡,其可以同时获得发射波形增益和相干处理增益。为了有效地提高雷达系统在干扰环境下的目标检测和跟踪性能,本文提出了一种基于2维相控阵-MIMO雷达的联合发射子阵划分和波束形成设计方法。本文方法将发射阵列等分成一定数目的非重叠子阵,并在一定的约束条件下同时对子阵结构、每个子阵对应的发射波束形成权矢量以及接收波束形成权矢量进行了优化设计。仿真结果表明,利用本文方法优化得到的发射方向图可以在依赖于雷达系统发射波形的干扰信号所在的方向上形成零陷以及发射-接收方向图可以在所有的干扰信号方向上形成零陷,且均具有较低的峰值旁瓣水平,适合在工程实际中应用。

参考文献

- [1] 申滨, 赵书锋, 金纯. 基于迭代并行干扰消除的低复杂度大规模MIMO信号检测算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(12): 2970–2978. doi: [10.11999/JEIT180111](https://doi.org/10.11999/JEIT180111).
SHEN Bin, ZHAO Shufeng, and JIN Chun. Low complexity iterative parallel interference cancellation detection algorithms for massive MIMO systems[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(12): 2970–2978. doi: [10.11999/JEIT180111](https://doi.org/10.11999/JEIT180111).
- [2] 李慧, 赵永波, 程增飞. 基于线性调频时宽的MIMO雷达正交波形设计[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(5): 1151–1158. doi: [10.11999/JEIT170426](https://doi.org/10.11999/JEIT170426).
LI Hui, ZHAO Yongbo, and CHENG Zengfei. MIMO radar orthogonal waveform set design based on chirp durations[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(5): 1151–1158. doi: [10.11999/JEIT170426](https://doi.org/10.11999/JEIT170426).
- [3] 王昊, 马启明. 修正主模抑制稳健自适应波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(11): 2620–2626. doi: [10.11999/JEIT170236](https://doi.org/10.11999/JEIT170236).
WANG Hao and MA Qiming. Modified dominant mode rejection robust adaptive beamforming algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(11): 2620–2626. doi: [10.11999/JEIT170236](https://doi.org/10.11999/JEIT170236).
- [4] ZHOU Gongjian, GUO Zhengkun, CHEN Xi, et al. Statically fused converted measurement kalman filters for phased-array radars[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(2): 554–568. doi: [10.1109/TAES.2017.2760798](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2760798).
- [5] XIONG Jie, WANG Wenqin, and GAO Kuandong. FDA-MIMO radar range-angle estimation: CRLB, MSE, and resolution analysis[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2018, 54(1): 284–294. doi: [10.1109/TAES.2017.2756498](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2756498).
- [6] HUANG Yan, LIAO Guisheng, XU Jingwei, et al. GMTI and parameter estimation for MIMO SAR system via fast interferometry RPCA method[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(3): 1774–1787. doi: [10.1109/TGRS.2017.2768243](https://doi.org/10.1109/TGRS.2017.2768243).
- [7] 王宇卓, 朱圣棋, 许京伟. MIMO双基地机载雷达距离模糊杂波抑制方法[J]. 雷达学报, 2018, 7(2): 202–211. doi: [10.12000/JR18016](https://doi.org/10.12000/JR18016).
WANG Yuzhuo, ZHU Shengqi, and XU Jingwei. A range-ambiguous clutter suppression method for MIMO bistatic airborne radar[J]. *Journal of Radars*, 2018, 7(2): 202–211. doi: [10.12000/JR18016](https://doi.org/10.12000/JR18016).
- [8] 施君南, 纠博, 刘宏伟, 等. 一种基于先验信息的机载MIMO雷达发射方向图设计方法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(5): 1038–1043. doi: [10.11999/JEIT140911](https://doi.org/10.11999/JEIT140911).
SHI Junnan, JIU Bo, LIU Hongwei, et al. A beam pattern design method for airborne MIMO radar based on prior information[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(5): 1038–1043. doi: [10.11999/JEIT140911](https://doi.org/10.11999/JEIT140911).
- [9] BERGIN J, MCNEIL S, FOMUNDAM L, et al. MIMO phased-array for SMTI radar[C]. 2018 IEEE Aerospace Conference, Big Sky, USA, 2008: 1–7. doi: [10.1109/AERO.2008.4526416](https://doi.org/10.1109/AERO.2008.4526416).
- [10] HASSANIEN A and VOROBYOV S A. Why the phased-MIMO radar outperforms the phased-array and MIMO radars[C]. The 18th European Signal Processing Conference, Aalborg, Denmark, 2010: 1234–1238. doi: [10.5281/zenodo.42010](https://doi.org/10.5281/zenodo.42010).
- [11] HASSANIEN A and VOROBYOV S A. Phased-MIMO radar: A tradeoff between phased-array and MIMO radars[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(6): 3137–3151. doi: [10.1109/TSP.2010.2043976](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2043976).
- [12] LI Hongbin and HIMED B. Transmit subaperturing for MIMO radars with co-located antennas[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2010, 4(1): 55–65. doi: [10.1109/JSTSP.2009.2038967](https://doi.org/10.1109/JSTSP.2009.2038967).
- [13] DELIGIANNIS A, LAMBOTHARAN S, and CHAMBERS J A. Beamforming for fully-overlapped two-dimensional Phased-MIMO radar[C]. 2015 IEEE Radar Conference, Arlington, USA, 2015: 599–604. doi: [10.1109/RADAR.2015.7131068](https://doi.org/10.1109/RADAR.2015.7131068).
- [14] KHAN W, QURESHI I M, and SULTAN K. Ambiguity function of phased-MIMO radar with colocated antennas and its properties[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, 11(7): 1220–1224. doi: [10.1109/LGRS.2013](https://doi.org/10.1109/LGRS.2013).

- 2290010.
- [15] MILLER S L and O'DEA R J. Peak power and bandwidth efficient linear modulation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(12): 1639–1648. doi: [10.1109/26.737402](https://doi.org/10.1109/26.737402).
- [16] ALIELDIN A, HUANG Yi, and SAAD W M. Optimum partitioning of a phased-MIMO radar array antenna[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 2287–2290. doi: [10.1109/LAWP.2017.2714866](https://doi.org/10.1109/LAWP.2017.2714866).
- [17] LUO Zhiqian, MA W, SO A M C, *et al.* Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2010, 27(3): 20–34. doi: [10.1109/MSP.2010.936019](https://doi.org/10.1109/MSP.2010.936019).
- [18] GRANT M and BOYD S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.2[OL]. <http://cvxr.com/cvx>, 2020.
- [19] BOYD S and VANDENBERGHE L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004: 291–342.
- [20] HELMBERG C and RENDL F. Solving quadratic (0, 1)-problems by semidefinite programs and cutting planes[J]. *Mathematical Programming*, 1998, 82(3): 291–315. doi: [10.1007/bf01580072](https://doi.org/10.1007/bf01580072).
- 黄俊生: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为自适应信号处理、雷达自适应抗干扰.
- 苏洪涛: 男, 1974年生, 教授, 研究方向为自适应信号处理、雷达自适应抗干扰、超视距雷达技术.

责任编辑: 陈倩