

## 基于稀疏重构的色噪声背景下未知线谱信号估计

王逸林 马世龙 王晋晋\* 梁国龙 李晴

(哈尔滨工程大学水声技术重点实验室 哈尔滨 150001)

(哈尔滨工程大学水声工程学院 哈尔滨 150001)

**摘要:** 针对色噪声背景下的未知线谱信号估计问题, 该文提出一种基于分子频带处理的稀疏重构类线谱估计方法。首先, 利用多速率余弦调制滤波器组对观测信号进行子带分解, 得到功率谱相对平坦的子带信号。之后, 在每个子带信号上, 利用基于迭代最小化的稀疏学习方法进行线谱估计, 并将各子带上的线谱估计结果进行频域综合滤波以及门限判决等处理。最终得到色噪声背景下的线谱估计结果。理论推导及仿真实验表明所提方法在色噪声背景下具有较好的线谱估计性能。其能够有效地去除色噪声背景, 同时保留稀疏重构类线谱估计方法所具有的高频率分辨率等优点。

**关键词:** 线谱估计; 色噪声背景; 稀疏重构; 子带分解

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)11-2570-08

DOI: 10.11999/JEIT171040

## Estimation of Unknown Line Spectrum under Colored Noise via Sparse Reconstruction

WANG Yilin MA Shilong WANG Jinjin LIANG Guolong LI Qing

(Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

**Abstract:** To solve the problem of the line spectrum estimation under colored noise background, a subband line spectrum estimation method using sparse reconstruction is proposed. Firstly, the input signal is divided into several subbands by a multi-rate cosine modulated filter bank. The subband signal has the flatter power spectrum. The sparse learning via iterative minimization method is utilized on each subband to estimate the line spectrum signal. Then, the results of line spectrum estimation on each subband are processed by frequency domain synthesis filtering and threshold decision. Finally, the line spectrum signal under colored noise background is identified. Theoretical derivation and simulation experiments show that the proposed method has better line spectrum estimation performance under colored noise background. The colored noise background can be removed, and the advantage of high frequency resolution of sparse reconstruction method is retained.

**Key words:** Line spectrum estimation; Colored noise background; Sparse reconstruction; Subband decomposition

### 1 引言

因内部机械结构及螺旋桨的周期往复运动, 水下目标的辐射噪声中含有丰富的未知线谱分量。这

些线谱分量具有较高的强度和较好的稳定性, 对于水下目标被动探测具有重要的意义<sup>[1]</sup>。然而, 实际接收到的水下声信号中除线谱分量外还有连续谱分量, 其主要来自于海洋环境噪声、干扰目标及本地平台噪声等<sup>[2]</sup>。上述连续谱分量通常为有色噪声, 不同频段的功率谱背景幅度差异较大。功率谱背景的起伏对正确判定未知线谱信号的频率位置产生较大影响。因此, 在色噪声背景下, 研究如何减小功率谱背景起伏的影响来有效地估计未知线谱信号, 具有重要的实际意义。

经典的线谱估计方法有周期图法、Welch法等<sup>[3]</sup>, 上述方法经连续谱的去除、线谱的净化等处理可用

收稿日期: 2017-11-03; 改回日期: 2018-09-03; 网络出版: 2018-09-07

\*通信作者: 王晋晋 wangjinjin@hrbeu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(11504064), 黑龙江省博士后科研启动金(LBH-Q15025), 黑龙江省归国人员科学基金(JJ2016LX0051)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (11504064), The Postdoctoral Scientific Research Foundation of Heilongjiang Province (LBH-Q15025), The Science Foundation for the Returned Overseas Scholars of Heilongjiang Province (JJ2016LX0051)

于色噪声背景下的未知线谱估计<sup>[4]</sup>。但该方法以离散傅里叶变换为基础，线谱频率分辨率及频率估计精度受限于数据长度，且弱线谱信号易被强信号的谱泄露掩盖。自回归(Auto Regressive, AR)模型法的功率谱估计结果具有较好的平滑度，结合相应判决准则可得到线谱频率的估计值，其频率分辨率能够突破数据长度的限制。但其线谱估计性能受信号初相位的影响较大，容易产生“谱峰分裂”现象，且模型的阶次不易选择<sup>[3]</sup>。多重信号分类(MULTiple SIgnal Classification, MUSIC)方法通过对协方差矩阵进行子空间分解，实现对线谱信号的估计，具有较高的频率分辨率。但其需要预估信号子空间的维数，尤其受色噪声背景的影响，信号子空间与噪声子空间难以区分。且在低信噪比情况下，其线谱估计性能较差<sup>[3]</sup>。近年来稀疏重构理论被广泛用于线谱信号估计<sup>[5-10]</sup>。其主要思路为构建一个频率冗余字典，在字典中寻找最优的稀疏元素来表示目标线谱信号，再由稀疏元素解中获得目标线谱信息。所需设置的参数简单，可以获得较高的频率分辨率及频率估计精度。正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)算法<sup>[8,9]</sup>为一种广泛应用的稀疏求解算法，其由频率冗余字典中找出与当前残量信号最相关的元素，并不断迭代给出稀疏解中的各元素估计值，具有较高的运算效率。但其需要事先已知线谱个数来对迭代次数进行设定，而实际中目标线谱个数未知。基于迭代最小化的稀疏学习(Sparse Learning via Iterative Minimization, SLIM)方法<sup>[5-7]</sup>能够同时对线谱信号及背景噪声功率进行估计，无需预知目标线谱个数，参数设置简单。上述稀疏重构类线谱估计方法具有较多优点，但其通常构建于白噪声的基础上。在色噪声背景下，线谱信号在频域的稀疏性被破坏，稀疏重构类方法无法有效地对线谱信号进行估计。

针对稀疏重构类方法在色噪声背景下不能有效地估计线谱信号的问题，本文将SLIM方法与余弦调制滤波器组(Cosine Modulated Filter Bank, CMFB)相结合，提出一种基于子带分解的稀疏重构类线谱估计方法。该方法首先对接收信号进行子带分解，所得到的子频带信号相比于全频带信号往往具有更平坦的功率谱背景<sup>[11,12]</sup>。再在子带信号上进行SLIM线谱估计则可减弱色噪声背景对线谱估计的影响。而余弦调制滤波器组可简化用于子带分解的子带滤波器组的设计难度及实现复杂度，并能够对相邻子带滤波器间的混叠失真进行抑制。所提方法能够在色噪声背景下进行线谱估计，同时保留稀疏重构类线谱估计方法的优点。

## 2 稀疏表示模型

$N$ 点观测数据  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  中含有  $C$  根线谱信号，其可写为

$$\mathbf{X} = \sum_{c=1}^{2C} \mathbf{a}(\omega_c) s_c + \mathbf{G} \quad (1)$$

式中， $\mathbf{X} = [x(0) \ x(1) \ \cdots \ x(N-1)]^T$ ， $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$  为噪声信号。复频率向量  $\mathbf{a}(\omega_c) = [1 \ e^{j\omega_c} \ \cdots \ e^{j\omega_c(N-1)}]^H$ ，其中角频率  $\omega_c = 2\pi f_c / f_s \in [0, 2\pi)$ ， $f_c$  为线谱信号频率， $f_s$  为采样率， $c = 1, 2, \dots, 2C$ 。  $s_c \in \mathbb{C}$  为复频率向量  $\mathbf{a}(\omega_c)$  的复幅值。在角频率  $[0, 2\pi)$  范围内等间隔取  $K$  点数值，即  $\Omega = \{\omega_k | k = 0, 1, \dots, K-1\}$ 。  $K$  的取值足够大时，可假定  $\omega_c \in \Omega$ 。则式(1)可重新写为

$$\mathbf{X} = \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{a}(\omega_k) s_k + \mathbf{G} \quad (2)$$

其中，

$$s_k = \begin{cases} s_c, & \{k | \omega_c = \omega_k\} \\ 0, & \{k | \omega_c \neq \omega_k\} \end{cases} \quad (3)$$

则观测数据  $\mathbf{X}$  的稀疏表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A} \mathbf{S} + \mathbf{G} \quad (4)$$

其中，过冗余基底  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\omega_0) \ \mathbf{a}(\omega_1) \ \cdots \ \mathbf{a}(\omega_{K-1})]$ ，稀疏向量  $\mathbf{S} = [s_0 \ s_1 \ \cdots \ s_{K-1}]^T$ 。

## 3 基于迭代最小化稀疏学习(SLIM)方法的线谱估计

SLIM方法为一种基于  $l_q$  范数正则化的稀疏重构类方法<sup>[5-7]</sup>。其通过求解式(4)中的稀疏向量  $\mathbf{S}$  来对线谱信号进行估计。SLIM方法假定式(4)中  $\mathbf{G}$  的各元素为独立同分布的高斯白噪声，均值为0，功率为  $\eta$ 。通过迭代的方式最小化式(5)，得到式(4)中稀疏解  $\mathbf{S}$  及噪声功率  $\eta$  的估计值  $\hat{\mathbf{S}}, \hat{\eta}$ <sup>[5-7]</sup>。

$$(\hat{\mathbf{S}}, \hat{\eta}) = \min_{\mathbf{S}, \eta} f_q(\mathbf{S}, \eta), \quad q \in (0, 1] \quad (5)$$

式中，

$$f_q(\mathbf{S}, \eta) \triangleq N \lg \eta + \frac{1}{\eta} \|\mathbf{X} - \mathbf{A} \mathbf{S}\|_2^2 + \sum_{k=0}^{K-1} \frac{2}{q} (|s_k|^q - 1) \quad (6)$$

其中， $\sum_{k=0}^{K-1} \frac{2}{q} (|s_k|^q - 1)$  为惩罚项，含有  $\mathbf{S}$  稀疏程度的约束信息。  $q=1$  时，该惩罚项为  $l_1$  范数下的稀疏程度约束。  $q$  趋近于0时，该惩罚项近似为

$2 \sum_{k=0}^{K-1} \lg |s_k|$ , 其预示  $\mathbf{S}$  更加稀疏。SLIM算法的计算步骤如表1所示。

SLIM方法信号模型中背景噪声  $\mathbf{G}$  假定为高斯白噪声, 而实际目标辐射噪声中背景噪声  $\mathbf{G}$  多为色噪声。较强的色噪声背景会减小线谱信号在频域的稀疏程度, 使所估计的稀疏解  $\hat{\mathbf{S}}$  中混杂着较强的噪

声成分, 甚至不能有效地检测到线谱信号。如图1所示快速傅里叶变换(FFT)及SLIM方法对色噪声背景下线谱的估计结果, 其中线谱信号频率为1300 Hz。可看出受色噪声的影响, SLIM方法在低频部分色噪声较强处出现多根伪线谱, 而在真实线谱位置却不能估计出线谱信号。

表1 SLIM算法计算步骤

初始化	$\hat{s}_k^{(0)} = \frac{\mathbf{a}^H(\omega_k) \mathbf{X}}{\ \mathbf{a}(\omega_k)\ _2}, (k=0, 1, \dots, K-1), \hat{\eta}^{(0)} = \frac{1}{\gamma N} \left\  \mathbf{X} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{S}}^{(0)} \right\ _2^2, \gamma$ 为常数
(1) 计算信号功率 $\mathbf{P}$	$\mathbf{P}^{(i)} = [p_0^{(i)} \ p_1^{(i)} \ \dots \ p_{N-1}^{(i)}], p_k^{(i)} =  s_k^{(i)} ^{2-q}, (k=0, 1, \dots, K-1)$
(2) 计算信号幅度 $\hat{\mathbf{S}}$	$\hat{\mathbf{S}}^{(i+1)} = \text{diag}(\mathbf{P}^{(i)}) \mathbf{A}^H (\mathbf{A} \text{diag}(\mathbf{P}^{(i)}) \mathbf{A}^H + \hat{\eta}^{(i)} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}$
(3) 计算噪声功率 $\hat{\eta}$	$\hat{\eta}^{(i+1)} = \frac{1}{N} \left\  \mathbf{X} - \mathbf{A} \hat{\mathbf{S}}^{(i+1)} \right\ _2^2$

注: 重复迭代步骤(1)—步骤(3)直至  $\hat{\mathbf{S}}$  收敛或达到预定迭代次数 ( $i$  表示迭代次数)

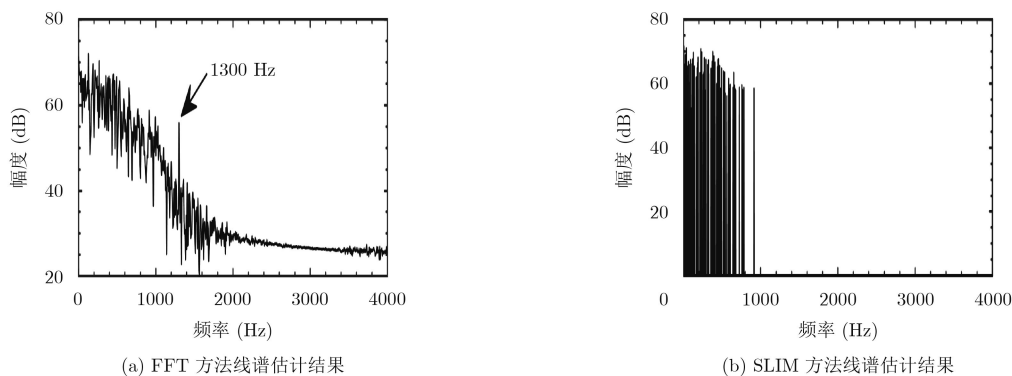


图1 色噪声背景下FFT及SLIM方法的线谱估计结果

#### 4 基于子带分解的SLIM线谱估计方法

针对SLIM方法在色噪声背景下不能有效地估计线谱信号的问题, 本文利用余弦调制滤波器组CMFB对观测信号进行子带分解, 得到功率谱相对平坦的子带信号。之后, 在各子带信号上进行SLIM线谱估计, 以减小功率谱背景起伏对线谱估计的影响。根据时频域对应关系, 本文在频域上对各子带估计结果进行CMFB综合滤波处理, 以实现相邻子带间混叠失真的抑制。考虑到稀疏解估计值中存在虚假谱峰, 本文利用SLIM方法估计得到的背景噪声方差构建幅度门限, 通过门限判决剔除伪峰。

##### 4.1 信号子带分解

当色噪声统计信息未知时, 为减小功率谱背景起伏对线谱估计的影响, 对观测信号进行分子频带处理为一种行之有效的方法, 如图2所示对功率谱进行子带划分。文献[11]通过理论推导表明子带信号功率谱的平坦程度大于等于全频带内功率谱的平

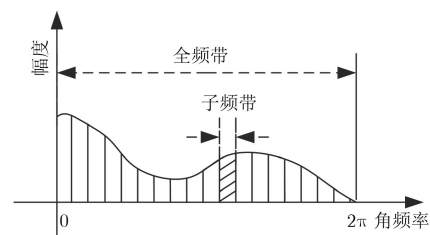


图2 色噪声功率谱示例

坦程度。一般情况下子频带带宽越窄, 子带功率谱越趋于平坦。为得到各子带信号以及减少相邻子带间的混叠失真, 本文利用多速率滤波器组对输入信号进行子带分解等处理。多速率滤波器组结构如图3所示, 其主要由分析滤波器组和综合滤波器组两部分组成<sup>[13]</sup>。输入数据  $x(n)$  经分析滤波器组  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$  被分解为  $M$  个子频带, 之后分别对每个子频带数据进行  $M$  倍临界降采样。降采样后的数据经补零插值恢复到原速率, 再经综合滤波器

组  $F_0(z), F_1(z), \dots, F_{M-1}(z)$  将各子频带数据融合为单路输出数据  $\tilde{x}(n)$ 。多速率滤波器组设计的关键为分析滤波器组和综合滤波器组的联合优化设计，以实现信号经过多速率滤波器组前后近似无失真。

为简化多速率滤波器组的设计难度及实现复杂度，本文利用CMFB滤波器组来实现对观测信号的子带分解与综合滤波等处理<sup>[14-16]</sup>。该滤波器组中各子带滤波器系数由一个原型滤波器系数  $h(n)$  经过式(7)所示的余弦调制而获得。

$$\left. \begin{aligned} h_m(n) &= 2h(n)\cos\left[\left(m+0.5\right)\left(n-\frac{L-1}{2}\right)\frac{\pi}{M}+\theta_m\right] \\ f_m(n) &= 2h(n)\cos\left[\left(m+0.5\right)\left(n-\frac{L-1}{2}\right)\frac{\pi}{M}-\theta_m\right] \\ \theta_m &= (-1)^m \frac{\pi}{4}, \quad 0 \leq n \leq L, \quad 0 \leq m \leq M-1 \end{aligned} \right\} (7)$$

式中， $L$ 为滤波器长度，滤波器系数  $h_m(n), f_m(n)$  分别与图3中系统函数  $H_m(z), F_m(z)$  相对应， $0 \leq m \leq M-1$ 。理想原型滤波器  $h(n)$  的幅频响应如式(8)所示，其能够保证信号经过CMFB滤波器组前后无失真<sup>[15]</sup>。

$$\left. \begin{aligned} |H(\omega)| &= 0, & \frac{\pi}{M} \leq |\omega| < \pi \\ |H(\omega)|^2 + \left|H\left(\omega - \frac{\pi}{M}\right)\right|^2 &= 1, & 0 < |\omega| < \frac{\pi}{M} \end{aligned} \right\} (8)$$

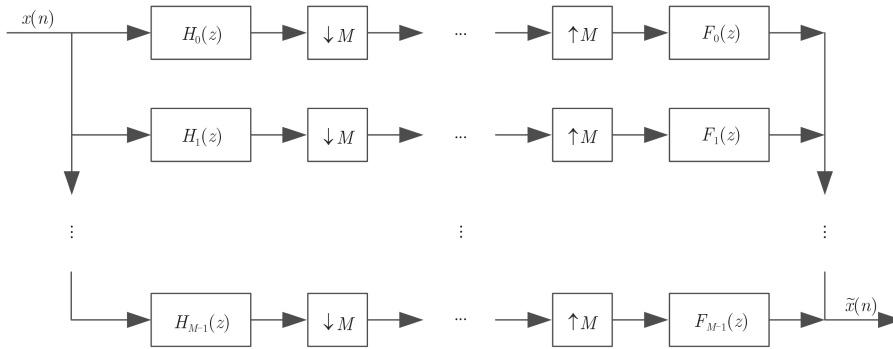


图3 多速率滤波器组结构图

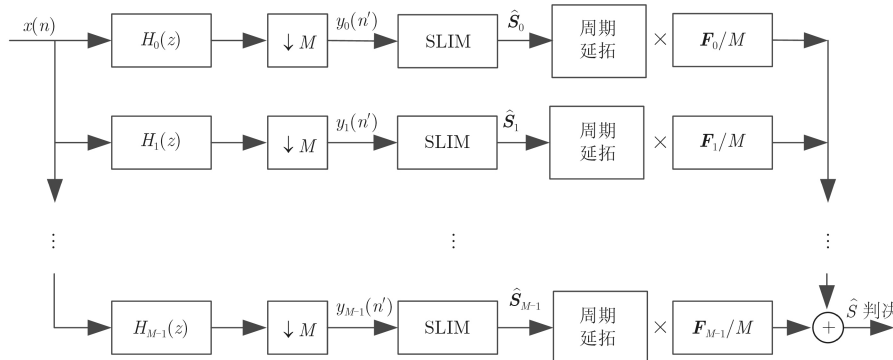


图4 分子带SLIM线谱估计框图

实际中理想原型滤波器不易获得，通常采用各种方法去逼近理想滤波器的幅频响应，从而获得具有近似无失真特性的余弦调制滤波器组(即近似完全重构型余弦调制滤波器组)。常用的原型滤波器设计方法有升余弦滚降法、根升误差函数法及切比雪夫逼近法等<sup>[15]</sup>。基于余弦调制的多速率滤波器组在对原型滤波器进行设计的基础上即可完成整个CMFB滤波器组的设计，简化了多路滤波器的设计难度。此外，利用多相分解理论，上述分析与综合滤波过程可由离散余弦变换(DCT)及离散正弦变换(DST)等快速算法实现，可大大减小其运算复杂度<sup>[14,17]</sup>。

#### 4.2 分子带SLIM线谱估计

利用上述CMFB滤波器组对观测数据进行子带分解，再在各子带信号基础上进行SLIM线谱估计，其过程如图4所示。观测数据  $x(n)$  首先经上述分析滤波器组  $H_0(z), H_1(z), \dots, H_{M-1}(z)$  及  $M$  倍抽取等处理得到各子带信号  $y_0(n'), y_1(n'), \dots, y_{M-1}(n')$ 。从每个子带信号  $y_m(n')$  中取  $N/M$  个数据点 ( $N$  取为  $M$  的整数倍) 即  $n'=0, 1, \dots, N/M-1$ ，对其进行如表1所示的SLIM线谱估计。此时，过冗余基底  $\mathbf{A}$  在角频率  $[0, 2\pi)$  范围内等间隔划分为  $K/M$  个网格点 ( $K$  取为  $M$  的整数倍)，即  $\mathbf{a}(\omega_k) = [1 e^{j\omega_k} \dots e^{j\omega_k(N/M-1)}]^H$ ， $k = 0, 1, \dots, K/M-1$ ，则第  $m$  个子带上的SLIM稀疏解估计值表示为  $\hat{\mathbf{S}}_m = [\hat{s}_{m,0} \hat{s}_{m,1} \dots \hat{s}_{m,(K/M-1)}]^T$ 。稀

疏解 $\hat{\mathbf{S}}_m$ 为降采样数据的处理结果,且存在子带混叠,故需经综合滤波器组对各子带稀疏解 $\hat{\mathbf{S}}_m$ 进行融合。

如图3多速率滤波器组中对各子带信号融合需经过补零插值与综合滤波等处理。但本文方法中各子带上的SLIM线谱估计结果 $\hat{\mathbf{S}}_m$ 为频域结果,故不能直接利用上述多速率余弦调制滤波器组对其进行综合。本文利用时频域变换的对应关系,将上述余弦调制滤波器组中的综合滤波等处理转换到频域进行实现,以综合各子带上的估计结果 $\hat{\mathbf{S}}_m$ 。其中时域补零插值对应于频域周期延拓,故分别将各子带的估计结果 $\hat{\mathbf{S}}_m$ 在频域进行周期延拓。周期延拓后的结果表示为 $\tilde{\mathbf{S}}_m$ :

$$\tilde{\mathbf{S}}_m = \left[ \hat{\mathbf{s}}_{m,((0))_{(K/M)}} \hat{\mathbf{s}}_{m,((1))_{(K/M)}} \cdots \hat{\mathbf{s}}_{m,((K-1))_{(K/M)}} \right]^T \quad (9)$$

图3中,补零插值后的子带信号经过子带滤波器 $f_m(n)$ 进行综合滤波,其在频域等价于 $\tilde{\mathbf{S}}_m$ 与子带滤波器 $f_m(n)$ 的频率响应向量 $\mathbf{F}_m$ 相乘,其中 $\mathbf{F}_m$ 为子带滤波器 $f_m(n)$ 的频率响应 $F_m(\omega)$ 在角频率 $[0, 2\pi)$ 上的等间隔 $K$ 点离散值,如式(10)所示。

$$\mathbf{F}_m = [F_m(\omega_0) F_m(\omega_1) \cdots F_m(\omega_{K-1})]^T \quad (10)$$

最后,将上述各子带的处理结果乘以幅度归一化系数 $1/M$ 并求和,得到式(4)中稀疏向量的估计值 $\hat{\mathbf{S}}$ 。

$$\hat{\mathbf{S}} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \mathbf{F}_m^H \tilde{\mathbf{S}}_m \quad (11)$$

虽然所得估计值 $\hat{\mathbf{S}}$ 具有稀疏性,在线谱位置能够给出线谱的幅度估计值。但非线谱处的幅度估计值并非完全为零而存在一些随机值,其主要源自迭代稀疏求解过程中产生的较小随机量或背景噪声中起伏较大的成分,这些随机值形成虚假谱峰。上述虚假线谱的幅值范围在一定程度上正相关于背景噪声的方差,故利用噪声方差估计值 $\hat{\eta}_m$ 设定门限 $\text{Th}_m = \alpha \sqrt{N \hat{\eta}_m}$  ( $\alpha$ 为调节系数),来对估计结果 $\hat{\mathbf{S}}$ 中相应的频段进行幅度判决,以去除虚假的线谱谱峰。

综上所述信号处理流程即为基于子带分解的SLIM线谱估计方法,简记为Sub\_SLIM方法。对于Sub\_SLIM方法,色噪声背景下所划分的子带个数/降采样倍数 $M$ 越大,子带内的功率谱越趋于平坦,故有利于SLIM线谱估计。但随着子带数目 $M$ 的增多,子带间混叠程度变大,其会增加原型滤波器的设计难度。此外,本文利用频域乘积来计算综合滤波器系数与子带信号的时域线性卷积,所得频域输出结果存在一定补零失真(即综合滤波输出

的起始和结束处存在 $2L-1$ 点数据失真)。随着降采样倍数 $M$ 的增大,子带的数据长度 $N/M$ 减小,则会加重补零失真对线谱估计结果的影响。另一方面,增加子带滤波器长度 $L$ 有利于原型滤波器的设计,但同时也会加重补零失真。因此,实际应用中需综合考虑上述因素来选取参数 $M$ 及 $L$ 。随着冗余字典中元素个数 $K$ 的增大,算法所能达到的频率估计精度越高,但计算量越大,故可根据实际的频率精度需求和系统的计算能力折中选取。对稀疏估计结果 $\hat{\mathbf{S}}$ 进行幅度门限判决时,门限取为 $\text{Th}_m = \alpha \sqrt{N \hat{\eta}_m}$ 。考虑到实际应用中在线谱判决的虚警概率需求, $\alpha$ 一般在 $2 \sim 10$ 间选取。

## 5 仿真分析

本节通过以下仿真实验对本文所提Sub\_SLIM方法进行分析验证。待处理的信号数据采样点为 $N=6400$ ,采样率为 $f_s=8$  kHz。Sub\_SLIM方法中冗余字典 $\mathbf{A}$ 中所划分的网格点数为 $K=32000$ ,频率间隔 $\Delta f = 0.25$  Hz。Sub\_SLIM方法中的余弦调制滤波器组采用根升误差函数法进行设计,子带滤波器的个数与降采样倍数为 $M=64$ ,子带滤波器长度 $L=2049$ 。门限调节系数 $\alpha=4$ 。

### 5.1 色噪声背景下的线谱估计

色噪声背景下3个不同强度的线谱信号,频率分别为200 Hz, 550 Hz, 1100 Hz。在此条件下对Sub\_SLIM方法的性能进行验证并与FFT, OMP, SLIM方法进行对比,其中OMP方法的迭代次数为50。由图5中FFT方法的频谱估计结果可看出3个不同强度的线谱信号位于起伏较大的色噪声背景中。受色噪声背景的影响,信号频谱在整个采样频率范围内的稀疏性被破坏。OMP算法以迭代求解的方式给出稀疏解估计值,其中各元素主要对应于频谱中幅值较大的成分。由图6所示OMP线谱估计结果可看出,幅值较大的200 Hz, 550 Hz线谱信号位于大量虚假线谱(由色噪声背景产生)中,从中很难辨别出真正的线谱信号。而1100 Hz线谱信号由于幅值较小,不能被有效地估计出。SLIM算法的线谱估计结果如图7所示,同样受色噪声背景的影响其稀疏解幅值主要集中在功率较强的部分,由图中很难正确地判断出线谱信号。本文Sub\_SLIM方法通过分子带处理的方式减少色噪声背景对稀疏解 $\hat{\mathbf{S}}$ 估计的影响。图8(a)为Sub\_SLIM方法估计得到的稀疏解 $\hat{\mathbf{S}}$ 及生成的判决门限(threshold)。通过对 $\hat{\mathbf{S}}$ 进行门限判决,可以去除虚假的线谱谱峰。最终得到图8(b)所示Sub\_SLIM方法的线谱估计结果。相比于FFT, OMP, SLIM算法,本文Sub\_SLIM方法能

够有效地去除色噪声背景，进而准确地估计出幅值差异较大的线谱信号。

### 5.2 线谱的频率分辨性能

为验证本文算法的频率分辨性能，利用Sub\_

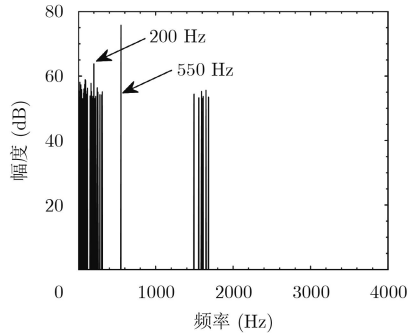


图 5 FFT方法频谱估计结果

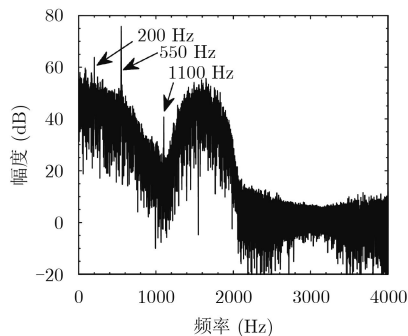


图 6 OMP方法线谱估计结果

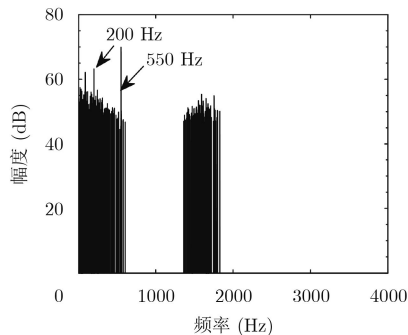
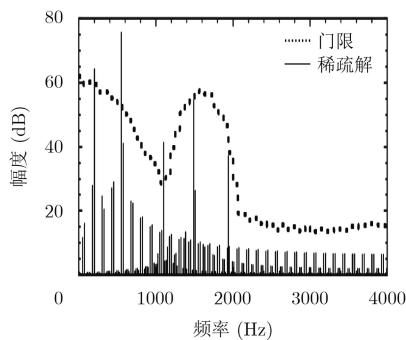


图 7 SLIM方法线谱估计结果



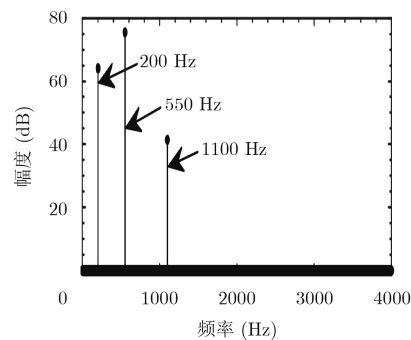
(a) 稀疏解  $\hat{S}$  估计结果及门限值

SLIM算法及传统FFT方法对频率临近的两线谱信号进行线谱估计。两线谱频率分别为1100.0 Hz, 1100.8 Hz。图9(a)为 FFT方法频谱估计结果及局部放大图，采样信号的截断引起信号频谱的泄露，使FFT方法不能够分辨出上述两个相邻的线谱信号。图9(b)为Sub\_SLIM方法线谱估计结果及局部放大图，由于本文Sub\_SLIM方法利用线谱信号的稀疏性，在具有精细频率网格的过冗余基底求解稀疏向量，可以突破数据长度的限制而获得较高的线谱分辨率。

### 5.3 Sub\_SLIM方法子带边缘处的线谱估计性能

本文对信号进行分子带滤波及临界降采样处理，由于各子带滤波器为非理想的带通滤波器，对子带滤波器的输出进行临界降采样会产生一定的频谱混叠。图10为Sub\_SLIM方法中分析滤波器组的幅频响应，由局部放大图中可看出左右两相邻的子带滤波器相互交叠，图示频率点875 Hz为该交叠部分的中点。本节通过对876 Hz线谱信号进行估计，来分析Sub\_SLIM方法在子带边缘处的线谱估计性能。

图10局部放大图中两子带滤波输出的SLIM稀疏解估计值如图11(a)所示。由于876 Hz线谱信号位于右侧的子带滤波器通带，则该子带滤波器的输出包含此线谱信号。同时，该线谱信号位于左侧的子带滤波器的过渡带，而左侧的子带滤波器输出经临界降采样后会产生频谱混叠，即形成图中所示874 Hz线谱混叠信号。本文采用多速率滤波器组的设计方法进行分子带处理，可以保证信号经过分析滤波器组及综合滤波器组前后近似无失真。故上述子带信号经过升采样及综合滤波器组综合后，左侧子带输出的混叠线谱信号可被抵消掉。如图11(b)所示Sub\_SLIM方法稀疏解估计值 $\hat{S}$ 中874 Hz处的混叠线谱被抑制，经进一步的门限判决可有效地避免子带边缘处线谱混叠的影响。



(b) Sub\_SLIM方法的线谱估计结果

图 8 Sub\_SLIM方法线谱估计

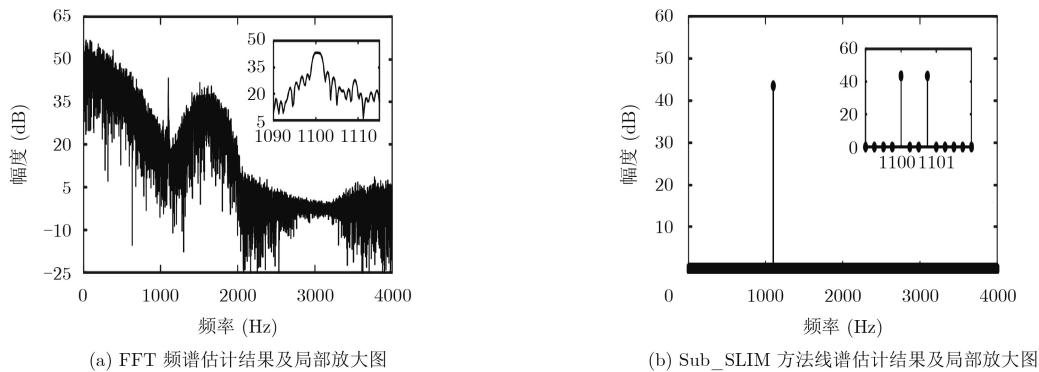


图9 线谱频率分辨率性能仿真结果

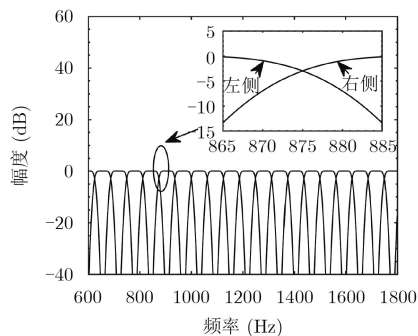


图10 Sub\_SLIM方法中分析滤波器组的幅频响应

## 6 结论

色噪声背景下线谱信号在频域的稀疏性受到破坏,此时稀疏重构类方法不能有效地进行线谱估计。本文利用一组具有近似无失真特性的余弦调制滤波器组(CMFB)将观测信号分为多路子带信号。

此时,各子带信号相比全频带信号具有更平坦的谱特性,以使SLIM方法能够更加有效地对各子带信号进行线谱估计。之后在频域利用余弦调制滤波器组中的综合滤波器组来融合各子带上的线谱估计结果,并通过门限判决等处理进一步去除虚假的谱峰,最终得到色噪声背景下的线谱估计结果。经过理论推导及仿真实验表明该方法具有以下特点:(1)相比OMP和SLIM稀疏重构类线谱估计方法,本文方法在色噪声背景下具有较好的线谱估计性能;(2)相比传统FFT方法,本文方法具有较高的线谱频率分辨率;(3)本文方法能够将连续谱去除,保留较纯净的线谱估计值;(4)本文方法采用余弦调制滤波器组的方法对观测数据进行分子带处理,简化了滤波器组的设计及实现复杂度,同时能够对相邻子带滤波器重叠部分的混叠失真进行抑制。

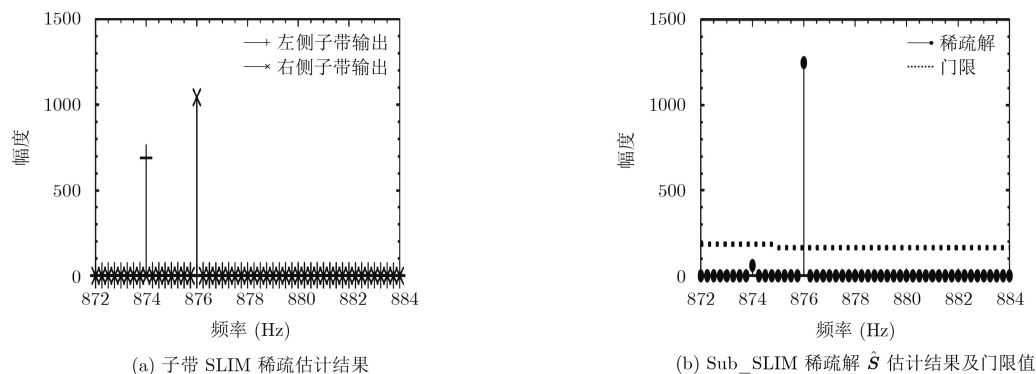


图11 Sub\_SLIM方法子带边缘处的线谱估计性能

## 参考文献

- [1] WITTEKIND D K. A simple model for the underwater noise source level of ships[J]. *Journal of Ship Production & Design*, 2014, 30(1): 7-14. doi: 10.5957/JSPD.30.1.120052.
- [2] JANSSEN E and JONG C D. Experimental assessment of underwater acoustic source levels of different ship types[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2017, 42(2): 1-10. doi: 10.1109/JOE.2016.2644123.
- [3] ROSENBLICHT M. Introduction to Spectral Analysis[M]. New York: Dover Publications, 2005: 315-359. doi: 10.1007/BFb0010133.
- [4] 吴国清, 李靖, 陈耀明, 等. 舰船噪声识别(I)—总体框架、线谱分析和提取[J]. *声学学报*, 1998, 23(5): 394-400. doi: 10.15949/j.cnki.0371-0025.1998.05.002.

WU Guoqing, LI Jing, CHEN Yaoming, et al. Ship radiated-noise recognition(I) the overall framework, analysis

- and extraction of line-spectrum[J]. *Acta Acustica*, 1998, 23(5): 394–400. doi: [10.15949/j.cnki.0371-0025.1998.05.002](https://doi.org/10.15949/j.cnki.0371-0025.1998.05.002).
- [5] CHEN Zhaofu, LI Jian, TAN Xing, *et al.* On probing waveforms and adaptive receivers for active sonar[J]. *OCEANS 2010 MTS/IEEE SEATTLE, Seattle USA*, 2010: 1–10. doi: [10.1109/OCEANS.2010.5663834](https://doi.org/10.1109/OCEANS.2010.5663834).
- [6] STOICA P, BABU P, and LI Jian. New method of sparse parameter estimation in separable models and its use for spectral analysis of irregularly sampled data[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(1): 35–47. doi: [10.1109/TSP.2010.2086452](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2086452).
- [7] TAN Xing, ROBERTS W, LI Jian, *et al.* Sparse learning via iterative minimization with application to MIMO radar imaging[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(3): 1088–1101. doi: [10.1109/TSP.2010.2096218](https://doi.org/10.1109/TSP.2010.2096218).
- [8] FLORESCU A and CIOCHINA S. Refining accuracy of the spectral lines estimation by a sparsity based approach[C]. Proceedings of 9th International Conference on Communications, Bucharest, 2012: 47–50. doi: [10.1109/ICComm.2012.6262551](https://doi.org/10.1109/ICComm.2012.6262551).
- [9] 沈志博, 董春曦, 黄龙, 等. 一种基于稀疏分解的窄带信号频率估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(4): 907–912. doi: [10.11999/JEIT140878](https://doi.org/10.11999/JEIT140878).  
SHEN Zhibo, DONG Chunxi, HUANG Long, *et al.* A frequency estimation algorithm of narrow-band signal based on sparse decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 907–912. doi: [10.11999/JEIT140878](https://doi.org/10.11999/JEIT140878).
- [10] YANG Zai and XIE Lihua. Enhancing sparsity and resolution via reweighted atomic norm minimization[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(4): 995–1006. doi: [10.1109/TSP.2015.2493987](https://doi.org/10.1109/TSP.2015.2493987).
- [11] TKACENKO A and VAIDYANATHAN P P. The role of filter banks in sinusoidal frequency estimation[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2001, 338(5): 517–547. doi: [10.1016/S0016-0032\(01\)00025-4](https://doi.org/10.1016/S0016-0032(01)00025-4).
- [12] UDREA R M, VIZIREANU N, CIOCHINA S, *et al.* Nonlinear spectral subtraction method for colored noise reduction using multi-band bark scale[J]. *Signal Processing*, 2008, 88(5): 1299–1303. doi: [10.1016/j.sigpro.2007.11.023](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2007.11.023).
- [13] GORDANA J D. Multirate Systems: Design and Applications[M]. Hershey, USA: Idea Group Inc., 2002: 3385–3388. doi: [10.4018/978-1-93070-830-3](https://doi.org/10.4018/978-1-93070-830-3).
- [14] LIU Hongying, YI Caixia, and YANG Zhiming. Design perfect reconstruction cosine-modulated filter banks via quadratically constrained quadratic programming and least squares optimization[J]. *Signal Processing*, 2017, 141(3): 199–203. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.06.009](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.06.009).
- [15] PREMA C S and DASGUPTA K S. An iterative design with variable step prototype filter for cosine modulated filter bank[J]. *Radioengineering*, 2016, 25(1): 156–160. doi: [10.13164/re.2016.0156](https://doi.org/10.13164/re.2016.0156).
- [16] 蒋俊正, 江庆, 欧阳缮. 一种设计近似完全重构非均匀余弦调制滤波器组的新算法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(9): 2385–2390. doi: [10.11999/JEIT151260](https://doi.org/10.11999/JEIT151260).  
JIANG Junzheng, JIANG Qing, and OUYANG Shan. Novel method for designing near-perfect-reconstruction nonuniform cosine modulated filter banks[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(9): 2385–2390. doi: [10.11999/JEIT151260](https://doi.org/10.11999/JEIT151260).
- [17] 李忠佳, 葛临东. 基于DCT-IV的余弦调制信道化技术[J]. *信息工程大学学报*, 2009, 10(4): 498–501. doi: [10.3969/j.issn.1671-0673.2009.04.017](https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-0673.2009.04.017).  
LI Zhongjia and GE Lindong. Cosine modulated channelization based on DCT-IV[J]. *Journal of Information Engineering University*, 2009, 10(4): 498–501. doi: [10.3969/j.issn.1671-0673.2009.04.017](https://doi.org/10.3969/j.issn.1671-0673.2009.04.017).
- 王逸林: 男, 1979年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为水声信号处理、水下声信号被动探测等。
- 马世龙: 男, 1987年生, 博士生, 研究方向为阵列信号处理、水下目标被动探测。
- 王晋晋: 男, 1984年生, 讲师, 硕士生导师, 研究方向为水声信号处理、水下目标被动探测等。
- 梁国龙: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为水声信号处理、水下目标被动探测等。
- 李 晴: 女, 1989年生, 博士生, 研究方向为水声信号处理、水下定位与导航等。