

多层中继网络上的分布式LT码

张 艳^① 陈建华^{*②} 唐 猛^②

^①(云南大学软件学院 昆明 650500)

^②(云南大学信息学院 昆明 650500)

摘 要: 目前对分布式LT码(DLT)的研究仅限于信源数量较少、且只有1层中继的情况, 该文提出一种能够部署在多层中继网络上的分布式LT码, 即多层分布式LT码(MLDLT)。该码将信源进行分组, 将中继进行分层, 通过分层后的中继群, 可以将多达几十个乃至上百个信源连接到同一个接收端, 从而实现众多信源通过多层中继对同一个接收终端的分布式LT码通信。通过对MLDLT码进行与或树分析, 得出其中继度分布的线性优化方程。分别无损和有损链路上计算该码的渐进性能并进行数值仿真, 结果证明MLDLT码在无损和有损链路上的错误平台都比较低。MLDLT码非常适合于信源数量较多的多层中继网络。

关键词: 分布式LT码; 度分布; 与或树; 渐进性能

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)07-1548-07

DOI: 10.11999/JEIT180804

Distributed LT Codes on Multiple Layers Networks

ZHANG Yan^① CHEN Jianhua^② TANG Meng^②

^①(School of Software, Yunnan University, Kunming 650500, China)

^②(School of Information, Yunnan University, Kunming 650500, China)

Abstract: Present researches on Distributed Luby's Transmission (DLT) codes are restricted on several-sources and one-layer-relay networks, thus the Multiple Layers Distributed LT (MLDLT) code for multiple-layers-relays networks is proposed. In MLDLT, sources are grouped and relays are layered in order that scores of sources can be connected to the only destination through the layered relays. By this scheme, the distributed communication between scores of sources and the destination can be performed. Through the and-or tree analysis, the linear procedures for the optimization of the relays' degree distributions are derived. On both lossless and lossy links, asymptotic performances of MLDLT are analyzed and the numerical simulations are experimented. The results demonstrate that MLDLT can achieve satisfying erasure floors on both lossless and lossy links. MLDLT is a feasible solution for the scores-sources and multiple-layers-relays networks.

Key words: Distributed Luby's Transmission (DLT) code; Degree distribution; And-or tree; Asymptotic performance

1 引言

喷泉码^[1]是一种运行在二进制删除信道上的前向纠错码, 其编码过程是对信息包的线性组合, 因此其译码可以通过高斯消元法完成; 然而高斯消元法的运算量太大, 为 $O(k^3)$ (k 是待传输的信息包的数量), 因此需要改进之后才能运用到实际编码中^[2]。2002年, Luby^[3]提出运算量只有 $O(k \ln k)$ 的LT码

(Luby's Transmission, LT), 被认为是喷泉码的第1个实用案例。LT码采用置信传播(Belief Propagation, BP)方法^[3,4]进行译码, 该方法要求编码包遵循一个名曰“鲁棒孤波分布(Robust Soliton Distribution, RSD)”的度分布。理论分析^[3]和仿真结果^[5-10]都证明, 接收端接收到的编码包的度分布越接近RSD, 译码就越顺利。除了度分布之外, 另一个对于LT码非常重要的参数是“译码开销”^[11], 即: 为了成功解出 k 个信息包, 接收端需要接收到 $k(1+\varepsilon)$ 个编码包, 这里 ε 就是“译码开销”。RSD和译码开销都是为了确保在译码成功之前, 纹波^[12,13]的大小不能为0。分析LT码性能常用的方法有与或树分析(and-or tree analysis)^[14]和纹波期望值(Expected

收稿日期: 2018-08-16; 改回日期: 2019-01-27; 网络出版: 2019-02-25

*通信作者: 陈建华 chenjh@ynu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金(61062005)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61062005)

Ripple Size, ERS)^[3,15], 其中与或树分析方法对于译码成功率的预测更加精确(前提是码长足够长), 因而应用比较广泛^[8-10,16], 本文采用与或树分析方法。

分布式LT码是LT码和网络编码^[17,18]结合的产物, 兼二者之长。文献^[19]将LT码应用于分布式存储, 虽然不是真正的分布式LT码, 但LT码的参与仍然提高了存储性能。最早研究分布式LT码的文献^[5]将一个鲁棒孤波分布(RSD)解卷积成两个“解卷积孤波分布(Deconvolved Soliton Distribution, DSD)”, 让两个信源采用DSD进行编码, 中继进行混合, 这样, 混合编码包的度分布就等于两个DSD的卷积, 也就是RSD。文献^[6,7]研究的是2信源、1中继的Y型网络上的分布式LT码, 其思想为: 不进行解卷积, 信源采用RSD编码, 中继按照一定规则选择编码包进行混合, 使得混合编码包的度分布保留RSD的关键特性。

文献^[8]提出“选择性分布式LT码(Selected Distributed LT, SDLT)”, 其核心思想为: 信源根据信源度分布对信息包进行编码, 中继根据中继度分布选择一部分信源的编码包进行混合。该文献引入“与或树”^[14]对分布式LT码的渐进性能进行分析, 影响了后续针对分布式LT码的研究^[9,10]。SDLT码的性能非常依赖于中继度分布的最高度数, 而这个最高度数又受限于信源的数量。文献^[9]引入缓存器对信源发来的编码包进行缓存, 中继从缓存器中选取编码包来进行混合, 从而使显著提高了中继度分布。文献^[10]将文献^[3]提出的鲁棒孤波分布(RSD)和文献^[5]提出的解卷积鲁棒孤波分布(DSD)结合在一起, 提出混合孤波分布码(Hybrid Soliton Distribution Codes, HSDC)。

以上对分布式LT码的研究都是针对1层中继网络的, 这其中只有HSDC^[10]的算法可以扩展到多层中继网络上; 而且现有的单层中继算法中信源的数量太少(不超过10个), 无法实现几十个乃至几百个信源对同一个接收端的通信。本文提出多层分布式LT码(Multiple Level Distributed LT, MLDLT)可以解决这两个问题。

本文先对MLDLT进行与或树分析, 推导出各层中继的度分布的线性优化方法。然后针对两个MLDLT实例, 优化其中继度分布, 计算其渐进性能, 并进行数值仿真。作为对比, 本文还对HSDC进行了数值仿真。实验结果证明, 当信源数量比较多时, MLDLT的性能远好于HSDC。

2 无损链路上的MLDLT

MLDLT的系统结构如图1。S表示信源, R^L 表示L级中继, D表示接收端; $\Phi(x)$ 为信源度分布,

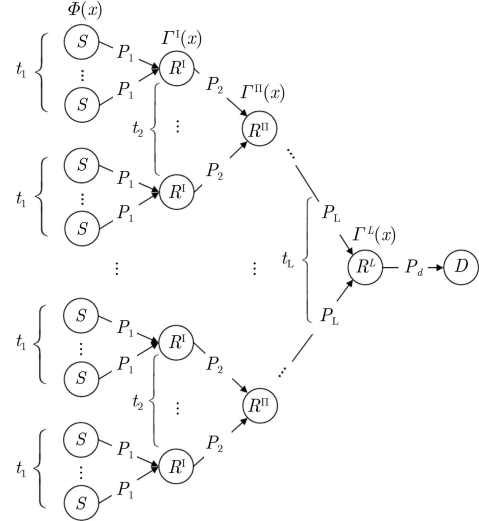


图1 MLDLT码的系统结构

$\Gamma^L(x)$ 为L级中继的度分布; p_L 为L-1级中继和L级中继之间的链路删除率, p_d 为末级中继和接收端之间的链路删除率。本文首先考虑链路无损的情况, 即 $p_1 = p_2 = \dots = p_L = p_d = 0$ 。

2.1 基本原理

MLDLT可以看做是SDLT^[8]的L层扩展。如图1, 每 t_1 个信源连接1个1层中继, 每 t_2 个1级中继连接1个2级中继, 以此类推, 最后 t_L 个L-1级中继连接1个L级中继。其工作流程为: (1)信源采用度分布 $\Phi(x)$ 对信息包进行编码, 形成0级编码包; (2)1级中继采用度分布 $\Gamma^1(x)$ 选择信源, 对选中信源的0级编码包进行再编码, 形成1级编码包; (3)L级中继采用度分布 $\Gamma^L(x)$ 选择L-1级中继, 对选中的L-1级中继的L-1级编码包进行再编码, 形成L级编码包(最终编码包); (4)重复以上步骤, 直到接收端接收到足够的L级编码包。假设每个信源有k个信息包, 那么1个L层MLDLT码共有 $k \cdot t_1 t_2 \dots t_L$ 个信息包, 接收端收到的最终编码包应该有 $N = (1+\varepsilon) k t_1 t_2 \dots t_L$ 个。信源度分布 $\Phi(x)$, 各级中继的度分布, $\Gamma^1(x)$, $\Gamma^2(x)$, $\dots$, $\Gamma^L(x)$, 以及 $k, t_1, t_2, \dots, t_L$, 共同决定1个L层的MLDLT码, 记作 $\text{MLDLT}(L; \Gamma^L(x), \dots, \Gamma^1(x), \Phi(x); t_L, \dots, t_1, k)$ 。没有中继、信源只有1个且直接连接接收端的情况记作 $\text{MLDLT}(0; \Phi(x); k)$, 显然, 这就是信源度分布为 $\Phi(x)$ 的LT码。

信源度分布 $\Phi(x) = \sum_{d=1}^{d_{\Phi, \max}} \Phi_d x^d$ 的意义为: 信源以概率 Φ_d 选取d个信息包。中继度分布 $\Gamma^i(x) = \sum_{h=1}^{h_{\Gamma^i, \max}} \Gamma_h^i x^h$ ($i=1, 2, \dots, L$) 的意义为: i级中继以概率 Γ_h^i 选择h个i-1级中继。对 $\Phi(x)$ 和 $\Gamma^1(x), \Gamma^2(x), \dots, \Gamma^L(x)$ 引入“边视角度分布”: $\phi(x) = \Phi'(x)/\Phi'(1)$, $\gamma^1(x) = \Gamma^1(x)/\Gamma^1(1)$, $\dots$,

$\gamma^L(x) = \Gamma^{L'}(x)/\Gamma^{L'}(1)$ 。 $\phi(x)$ 的意义为：在MLDLT的译码图上，任选一条连接信息包和0级编码包的边，该边所连接的0级编码包以概率 ϕ_d 连接 d 个信息包。 $\gamma^i(x)$ 的意义为：在译码图任选一条连接 i 级编码包和 $i-1$ 级编码包的边，该边连接的 i 级编码包以概率 γ_h^i 连接 h 个 $i-1$ 级编码包。

信息包所关联的编码包的数量称之为信息包的“输入度”。信息包被编码成0级编码包之后，其平均输入度为 $\alpha = (1+\varepsilon)\Phi'(1)$ 。各级中继的再编码使得信息包关联更多的编码包，平均输入度变成 $\alpha = (1+\varepsilon)\Phi'(1)\Gamma^{L'}(1) \cdots \Gamma^{L'}(1)$ 。若信源和每一级中继都是等概率选取的，则信息包关联 L 级编码包的数量服从二项分布 $\mathcal{B}\left(N, \frac{\alpha}{N}\right)$, $N = (1+\varepsilon)kt_1 \cdots t_L$ 。记信息包关联 d 个 L 级编码包的概率为 Λ_d ，则 $\Lambda_d = \binom{N}{d} \left(\frac{\alpha}{N}\right)^d \left(1 - \frac{\alpha}{N}\right)^{N-d}$ 。当 $N \rightarrow \infty$ 时， $\Lambda_d = e^{-\alpha} \cdot \alpha^d / d!$ 。表示为多项式形式 $\Lambda(x) = \sum_{d=1}^{d_{\max}} \Lambda_d x^d = e^{\alpha(x-1)}$ ，即为MLDLT码的输入度分布。

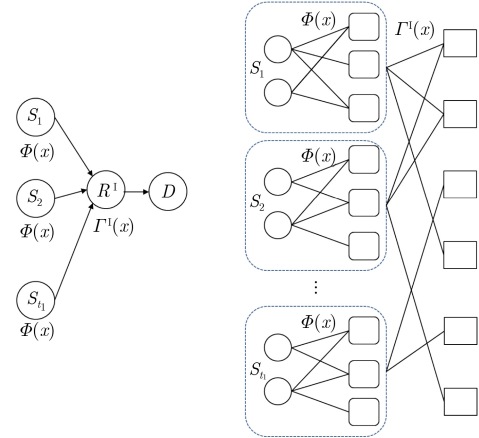
因为0层MLDLT码就是LT码，所以根据文献[8]的分析结论，当译码迭代次数 l 由 $0 \rightarrow \infty$ 时MLDLT(0; $\Phi(x)$; k)的译码删除率，亦即MLDLT(0; $\Phi(x)$; k)的渐渐性能为

$$\left. \begin{aligned} P_0^{0-ly} &= 1 \\ P_l^{0-ly} &= \exp\left(-(1+\varepsilon) \cdot \Phi'(1 - P_{l-1}^{0-ly})\right) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

2.2 1层MLDLT码

1层MLDLT码的系统结构和译码图如图2(a)和图2(b)。圆圈是输入节点(“或”节点)，表示信息包；圆角方框是中间节点，表示0级编码包；方框是输出节点(“与”节点)，表示1级编码包，也就是1层MLDLT的最终编码包。用 P_l^{1-ly} 来表示1层MLDLT码的译码进行到第 l 回合时的删除率，即输入节点为0的概率。构造1层MLDLT码的与或树：(1)在图2(b)所示的译码图上任选信源 S_i 中的输入节点 a 作为根节点；(2) a 通过中间节点连接上一些最右侧的输出节点，这些输出节点构成 a 的子节点，记作 $\mathcal{C}(a)$ ；(3) $\mathcal{C}(a)$ 中的节点通过中间节点连接一批输入节点，去掉 a 本身，剩下的就是 $\mathcal{C}(a)$ 的子节点；(4)如此翻转 l 个回合。

任选一个输出节点 $f \in \mathcal{C}(a)$ ，设 f 以概率 Γ_h^1 连接 h 个信源，因为 f 的父节点来自信源 S_i ，不考虑 S_i ， f 以概率 γ_h^1 连接 $h-1$ 个信源。包括 S_i 在内的 h 个信源分别表示为 $S_i, C_1, C_2, \dots, C_{h-1}$ ，这 h 个信源中的0级编码包分别表示为 $s_i, c_1, c_2, \dots, c_{h-1}$ ，它们的度数分别表示为 $d_i, e_1, e_2, \dots, e_{h-1}$ 。 s_i 所连接的 d_i 条边



(a) 1层MLDLT的系统结构 (b) 1层MLDLT的译码图

图2 1层MLDLT的系统结构和译码图

中，有一条连接的是 f 的父节点 a ，不考虑 a, s_i 以概率 ϕ_{d_i} 连接另外 d_i-1 个输入节点。 $c_1, c_2, \dots, c_{h-1}$ 则分别以概率 $\Phi_{e_1}, \Phi_{e_2}, \dots, \Phi_{e_{h-1}}$ 连接 $e_1, e_2, \dots, e_{h-1}$ 个输入节点。因此，译码进行到第 l 回合时，考虑到度数 $h, d_i, e_1, e_2, \dots, e_{h-1}$ 所有的取值可能性， f 取值为1的概率为 $\sum_h \sum_{d_i} \sum_{e_1} \cdots \sum_{e_{h-1}} \gamma_h^1 \cdot \phi_{d_i} \cdot (1 - P_{l-1}^{1-ly})^{d_i-1} \cdot \Phi_{e_1} \cdot (1 - P_{l-1}^{1-ly})^{e_1} \cdots \Phi_{e_{h-1}} \cdot (1 - P_{l-1}^{1-ly})^{e_{h-1}} = \phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \sum_h \gamma_h^1 \cdot \left(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly})\right)^{h-1} = \phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \gamma^1(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}))$ 。

又因为 a 以概率 Λ_d 拥有 d 个子节点，则 a 取值为0的概率为 $\sum_d \Lambda_d \cdot \left[1 - \phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \gamma^1(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}))\right]^d = \exp\left[-\alpha \cdot \phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \gamma^1(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}))\right]$ 。

因此，1层MLDLT码的渐渐性能为

$$\left. \begin{aligned} P_0^{1-ly} &= 1 \\ P_l^{1-ly} &= \exp\left[-\alpha \cdot \phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \gamma^1(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}))\right] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

代入 $\alpha = (1+\varepsilon)\Phi'(1)\Gamma^{L'}(1)$ ，式(2)可以写作

$$\left. \begin{aligned} P_0^{1-ly} &= 1 \\ P_l^{1-ly} &= \exp\left[-(1+\varepsilon) \cdot \Phi'(1 - P_{l-1}^{1-ly}) \cdot \Gamma^{L'}(\Phi(1 - P_{l-1}^{1-ly}))\right] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

对比式(1)和式(3)，可以得出结论：MLDLT(1; $\Gamma^1(x), \Phi(x); t_1, k$)在渐渐性能上等价于MLDLT(0; $\Gamma^1(\Phi(x)); t_1 k$)。

2.3 L层MLDLT码

考虑一个拥有 $T = t_1 t_2$ 个信源的2层MLDLT码，系统结构如图3(a)所示，记作MLDLT(2; $\Gamma^{\text{II}}(x)$,

$\Gamma^I(x), \Phi(x); t_2, t_1, k)$ 。根据2.2节的分析结论, MLDLT $(1; \Gamma^I(x), \Phi(x); t_1, k)$ 在渐进性能上等价于MLDLT $(0; \Gamma^I(\Phi(x)); t_1, k)$ 。因此, 2层MLDLT码在渐进性能上也可以进行类似等价。如图3(b)和图3(c), 经过两次等价之后, MLDLT $(2; \Gamma^{\text{II}}(x), \Gamma^I(x), \Phi(x); t_2, t_1, k)$ 在渐进性能上等价于MLDLT

$(0; \Gamma^{\text{II}}(\Gamma^I(\Phi(x))); t_2, t_1, k)$ 。

将以上结论扩展到 L 层的MLDLT码MLDLT $(L; \Gamma^L(x), \dots, \Gamma^I(x), \Phi(x); t_L, \dots, t_1, k)$ 上, 用同样的方法对其进行层层等价, 最后可等价于MLDLT $(0; \Gamma^L(\dots(\Gamma^I(\Phi(x))))); t_L \dots t_1, k)$ 。参照式(1), 容易得知, 该码的渐进性能为

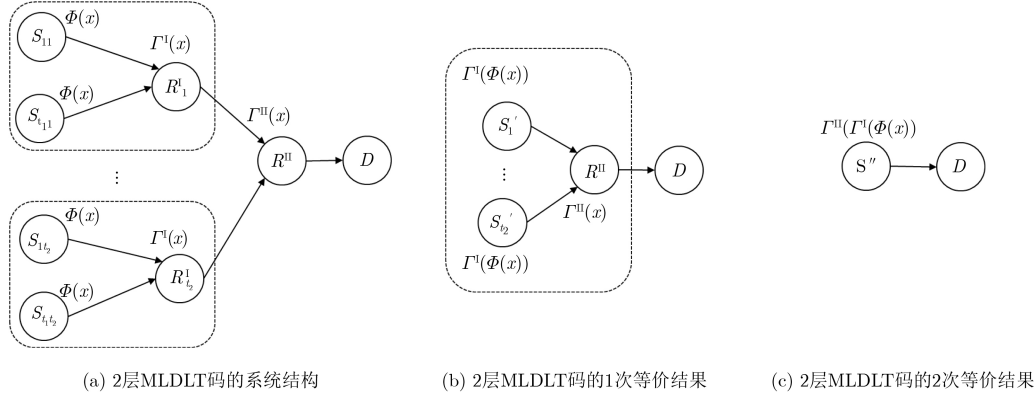


图3 2层MLDLT码的系统结构和等价过程

$$\left. \begin{aligned} P_0^{L-ly} &= 1 \\ P_l^{L-ly} &= \exp \left[- (1+\varepsilon) \cdot \Phi'(1 - P_{l-1}^{L-ly}) \right. \\ &\quad \cdot \Gamma^{I'} \left(\Phi(1 - P_{l-1}^{L-ly}) \right) \dots \\ &\quad \left. \cdot \Gamma^{L'} \left(\Gamma^{L-1} \left(\dots \Gamma^I \left(\Phi(1 - P_{l-1}^{L-ly}) \right) \right) \right) \right] \end{aligned} \right\} (4)$$

如果 $\Phi(x)$ 和 $\Gamma^I(x), \Gamma^{\text{II}}(x), \dots, \Gamma^{L-1}(x)$ 均已知, 式(4)可以转化为求解 $\Gamma^L(x)$ 的线性规划

$$\begin{aligned} \text{LP 1: s.t. min } & \sum_{h=1}^{h_{\Gamma^L, \max}} h \Gamma_h^L, \sum_{h=1}^{h_{\Gamma^L, \max}} h \Gamma_h^L \\ & \cdot (\Gamma^{L-1}(\dots \Gamma^I(\Phi(x_i))))^{h-1} \geq \left\{ -\ln(1-x_i) \left[(1 \right. \right. \\ & \left. \left. + \varepsilon) \Phi'(x_i) \Gamma^{I'}(\Phi(x_i)) \dots \Gamma^{L-1'}(\dots \Gamma^I(\Phi(x_i))) \right] \right\}, \\ & i = 1, 2, \dots, m. \end{aligned}$$

3 有损链路上的MLDLT

如图1所示的MLDLT码, 考虑链路删除率 $p_1, \dots, p_L, p_d$ 不全为0的情况。当 $p_d > 0$ 时, L 级中继发往接收端的编码包中, 只有占比 $(1-p_d)$ 的部分被接收。假设要达到相同的译码成功率所需的译码开销为 ε^* , 显然 $1+\varepsilon = (1+\varepsilon^*)(1-p_d)$, 即

$$\varepsilon^* = (1+\varepsilon)/1-p_d - 1 \quad (5)$$

然后分析 $p_1, p_2, \dots, p_L$ 不全为0的情况。从图1中任选一个局部网络, 如图4(a)所示。中继 R^I 执行如表1所示的算法。

通过算法1, 中继 R^I 实际得到的0级编码包的度分布变成 $\Gamma^{I*}(x) = \Gamma_0^{I*} + \Gamma_1^{I*}x + \dots + \Gamma_{h_{\max}}^{I*}x^{h_{\max}}$ 。

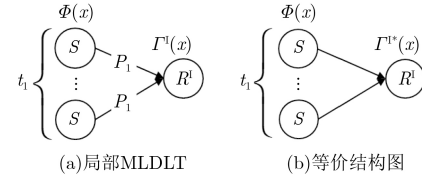


图4 有损链路上的局部MLDLT及其等价结构图

下面来分别确定 $\Gamma_0^{I*}, \Gamma_1^{I*}, \dots, \Gamma_{h_{\max}}^{I*}$ 的值。

t_1 个信源发送给 R^I 的0级编码包中, 有 i 个被删的概率为 $Q_i^I = \binom{t_1}{i} p_1^i (1-p_1)^{t_1-i}$, $0 \leq i \leq t_1$ 。因此, R^I 得到了0个0级编码包的概率为: $\Gamma_0^{I*} = P(t_1 \text{ 个0级编码包全都被删}) = Q_{t_1}^I$, R^I 得到了 b 个 ($1 \leq b \leq h_{\max}$) 0级编码包的概率为: $\Gamma_b^{I*} = P(R^I \text{ 选了 } b \text{ 个0级编码包}) \cdot P(\text{删除后还剩至少 } b \text{ 个0级编码包}) + P(R^I \text{ 选了超过 } b \text{ 个0级编码包}) \cdot P(\text{删除后只剩 } b \text{ 个0级编码包}) = \Gamma_b^I \cdot \sum_{i=0}^{t_1-b} Q_i^I + Q_{t_1-b}^I \cdot \sum_{j=b+1}^{h_{\max}} \Gamma_j^I$ 。

综上可得

表1 中继选择和编码算法

步骤1	从 t_1 条链路上接收0级编码包;
步骤2	统计实际接收到的0级编码包数量 t_1^* ;
步骤3	中继 R^I 以概率 Γ_h^I 选择度数 h ;
步骤4	if $t_1^* > h$ then
	从 t_1^* 个0级编码包中任选 h 个进行混合;
	else then
	将 t_1^* 个0级编码包进行混合。
	end if

$$\Gamma_b^{\text{I}*} = \begin{cases} Q_{t_1}^{\text{I}}, & b = 0 \\ \Gamma_b^{\text{I}} \sum_{i=0}^{t_1-b} Q_i^{\text{I}} + Q_{t_1-b}^{\text{I}} \sum_{j=b+1}^{h_{\max}} \Gamma_j^{\text{I}}, & 1 \leq b \leq h_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

求出 $\Gamma_0^{\text{I}*}, \Gamma_1^{\text{I}*}, \dots, \Gamma_{h_{\max}}^{\text{I}*}$, 图4(a)中的有损局部网络即可以等价于图4(b)中的无损局部网络。2~ L 级中继同样采用算法1, 它们实际得到的编码包的度分布为 $\Gamma^{\text{II}*}(x), \dots, \Gamma^L(x)$ 。再考虑到 p_d , 则有损链路上的 L 层MLDLT码的渐进性能为

$$\left. \begin{aligned} P_0^{L-\text{ly}, \text{ls}} &= 1, \\ P_l^{L-\text{ly}, \text{ls}} &= \exp \left[- (1 - p_d)(1 + \varepsilon^*) \cdot \Phi'(1 - P_{l-1}^{L-\text{ly}, \text{ls}}) \right. \\ &\quad \cdot \Gamma^{\text{I}*'}(\Phi(1 - P_{l-1}^{L-\text{ly}, \text{ls}})) \dots \\ &\quad \left. \cdot \Gamma^{L*'}(\dots \Gamma^{\text{I}*'}(\Phi(1 - P_{l-1}^{L-\text{ly}, \text{ls}}))) \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

4 线性规划和仿真结果

4.1 中继度分布 $\Gamma^{\text{I}}(x), \Gamma^{\text{II}}(x), \dots, \Gamma^L(x)$ 的线性规划

考虑两个2层MLDLT码实例: 1个拥有50个信源, 每5个信源连接1个1级中继, 共10个1级中继, 连接1个2级中继, 即: $T=50, t_1=5, t_2=10$; 另1个拥有100个信源, 每5个信源连接1个1级中继, 共20个1级中继, 连接1个2级中继, 即: $T=50, t_1=5, t_2=20$ 。采取文献[8]中的信源度分布 $\Phi(x) = 0.05x + 0.5x^2 + 0.4x^3 + 0.05x^4$, 令 $h_{\Gamma^{\text{I}}, \max} = t_1, h_{\Gamma^{\text{II}}, \max} = t_2$, 运行LP 1, 得到 $\Gamma^{\text{I}}(x)$ 和 $\Gamma^{\text{II}}(x)$ 的线性规划结果如表2所示。

4.2 无损链路上MLDLT码的与或树分析和仿真结果

根据式(4)计算出两个2层MDLT码的渐进性能, 分别如图5($T=50$)和图6($T=100$)。进行数值仿真时, 令每个信源拥有 $k=1000$ 个信息包, 仿真结果分别如图5和图6。作为对照, 本文同时仿真了 $2^5=32$ 个信源、 $2^6=64$ 个信源的HSDC[10], 分别和50个信源、100个信源的MLDLT码对比。HSDC的参数取 $p=0$ 和 $\eta=0.1$, 每个信源有 $k=1000$ 个信息包。由图5可知, 50个信源的2层MLDLT跟它自己的与或树分析结果基本一致。这里需要做一些说明, 因为 $T=50$ 时用来仿真的信息包总量为 5×10^4 个, 删除率的分辨率只能达到 $1/(5 \times 10^4) = 2 \times 10^{-5}$, 因此在仿真结果中, 删除率低于 2×10^{-5} 时

表2 $\Gamma^{\text{I}}(x)$ 和 $\Gamma^{\text{II}}(x)$ 的线性规划结果

$T=50$	$\Gamma^{\text{I}}(x)$	$0.7101x + 0.2899x^5$
	$\Gamma^{\text{II}}(x)$	$0.8850x + 0.0117x^2 + 0.1033x^{10}$
$T=100$	$\Gamma^{\text{I}}(x)$	$0.7101x + 0.2899x^5$
	$\Gamma^{\text{II}}(x)$	$0.8625x + 0.0534x^2 + 0.0841x^{20}$

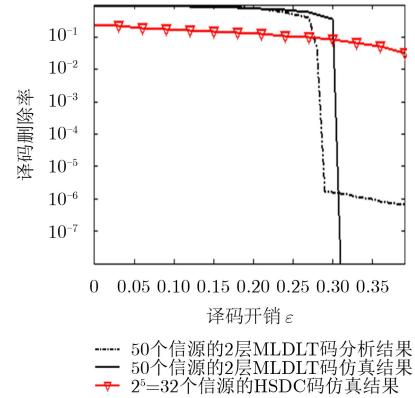


图5 50个信源的2层MLDLT码和32个信源的HSDC码的仿真结果

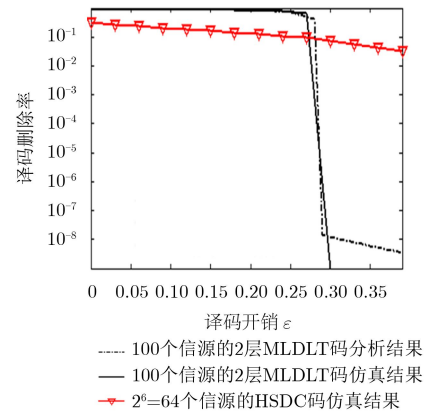


图6 100信源的2层MLDLT码和64个信源的HSDC码的仿真结果

便直降为0。跟32个信源的HSDC相比, 则可以看到MLDLT的性能远好于HSDC。图6中所展示的100个信源的2层MLDLT码的仿真结果与其与或树分析结果非常接近, 同样, 由于用来仿真的信息包总量为 1×10^5 个, 删除率的分辨率只能达到 $1/(1 \times 10^5) = 1 \times 10^{-5}$, 因此在仿真结果中, 删除率低于 1×10^{-5} 时便直降为0。而与之对应的64个信源的HSDC码的仿真结果仍然不尽人意。

这里对HSDC做一些说明: HSDC的中继每一步混合编码处理2个信源, 2^n 个信源需要的编码步数为 n 。中继混合会改变编码包的度分布, 我们对HSDC每一步混合之后的编码包的度分布进行了跟踪, 发现: 第1步和第2步混合之后, 混合编码包的度分布比较接近RSD, 然而从第3步开始, 混合编码包的度分布就显著偏离RSD。体现在仿真结果上, 如图7所示, $n=1, 2$ 时, HSDC的性能比较优越, $n \geq 3$ 时, 性能就急剧下降。

4.3 有损链路上的与或树分析和仿真结果

仍然考虑 $T=50$ 和 $T=100$ 的两个2层MLDLT码。将 p_1, p_2 和 p_d 分开来考虑, 根据式(7)计算不同擦除率下这两个MLDLT码的渐进性能, 结果分别如图8、图9($T=50$)和图10、图11($T=100$)。

由图8和图10可以看到 p_1, p_2 对MLDLT码的渐进性能的影响为： p_1, p_2 增加时，MLDLT的错误平台升高，同时译码开销减小。而图9和图11表明

p_d 只影响译码开销、不影响错误平台，比较简单可预测，因此对无损链路进行仿真时，本文只考虑 p_1, p_2 。分别取 $p_1 = p_2 = 0.1, 0.2, 0.3, 0.4$ ，各级中继依照算法1，则 $T=50$ 和 $T=100$ 时的仿真结果分别如图12和图13。注意，如4.2节所述，由于参与仿真的信息包数量有限，因此在图12中，删除率低于 2×10^{-5} 时便直降为0；图13中，删除率低于 1×10^{-5} 时便直降为0。

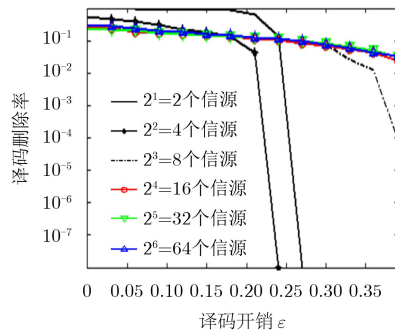


图 7 $2^1, 2^2, \dots, 2^6$ 个信源的HSDC码的仿真结果

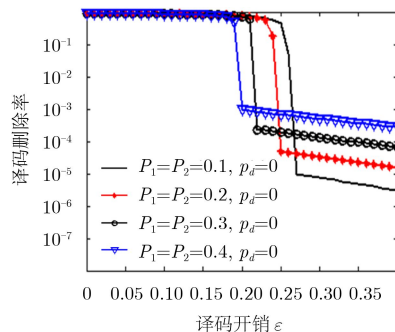


图 8 50个信源的MLDLT码在有损链路上的渐进性能

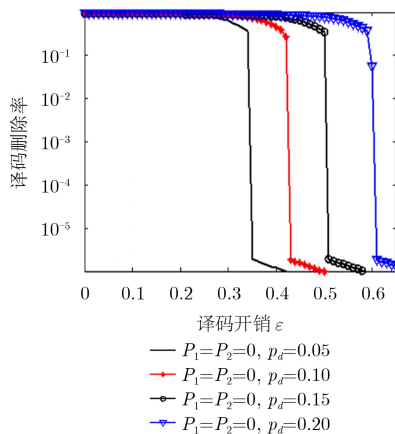


图 9 50个信源的MLDLT码在有损链路上的渐进性能

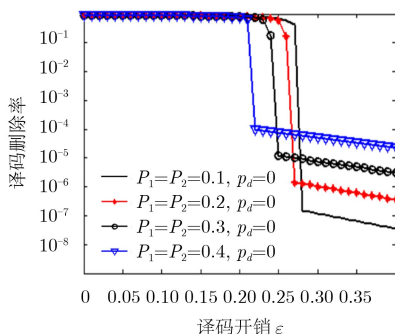


图 10 100个信源的MLDLT码在有损链路上的渐进性能

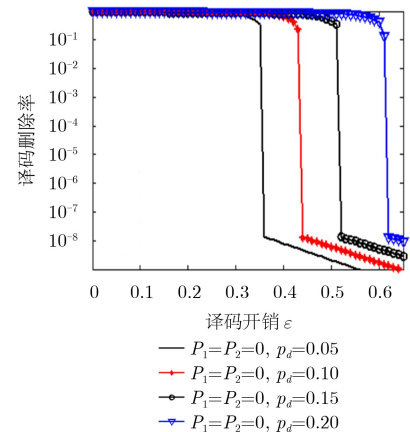


图 11 100个信源的MLDLT码在有损链路上的渐进性能

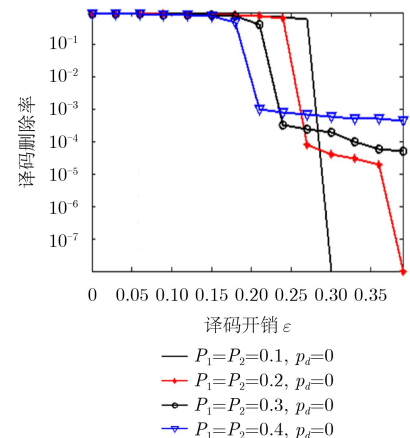


图 12 50个信源的MLDLT码在有损连路上的仿真结果

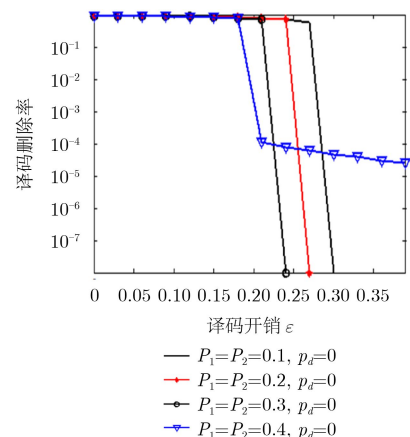


图 13 100个信源的MLDLT码在有损连路上的仿真结果

5 结论

本文提出了能够部署在多层中继网络上的MLDLT码, 对其实例的渐进性能分析和数值仿真均表明, 无论是在无损链路还是有损链路上, MLDLT码均能够取得较低的译码错误平台, 尤其是它对有损链路的删除率具有非常好的抵抗能力。

参考文献

- [1] BYERS J W, LUBY M, MITZENMACHER M, *et al.* A digital fountain approach to reliable distribution of bulk data[J]. *ACM Sigcomm Computer Communication*, 1998, 28(4): 56–67. doi: [10.1145/285243.285258](#).
- [2] 索龙龙, 张更新, 边东明, 等. 高斯消元译码下LT码性能分析[J]. 计算机应用, 2018, 38(7): 2015–2019. doi: [10.11772/j.issn.1001-9081.2017122989](#).
SUO Longlong, ZHANG Gengxin, BIAN Dongming, *et al.* Performance analysis of Luby transform codes under Gaussian elimination decoding[J]. *Journal of Computer Applications*, 2018, 38(7): 2015–2019. doi: [10.11772/j.issn.1001-9081.2017122989](#).
- [3] LUBY M. LT codes[C]. Proceedings of the 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science, Vancouver, Canada, 2002: 271–280. doi: [10.1109/SFCS.2002.1181950](#).
- [4] ALBAYRAK C and TURK K. Reduced-complexity decoding of LT codes[J]. *Wireless Personal Communications*, 2017, 94(3): 969–975. doi: [10.1007/s11277-016-3660-7](#).
- [5] PUDUCHERI S, KLEWER J, and FUJA T E. The design and performance of distributed LT codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(10): 3740–3754. doi: [10.1109/TIT.2007.904982](#).
- [6] LIAU A, YOUSEFI S, and KIM I M. Binary soliton-like rateless coding for the Y-network[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(12): 3217–3222. doi: [10.1109/TCOMM.2011.091911.100189](#).
- [7] LIAU A, KIM I M, and YOUSEFI S. Improved low-complexity soliton-like network coding for a resource-limited relay[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(8): 3327–3335. doi: [10.1109/TCOMM.2013.061913.110585](#).
- [8] SEJDINOVIC D, PIECHOCKI R J, and DOUFEXI A. And-or tree analysis of distributed LT codes[C]. Proceedings of the 2009 IEEE Information Theory Workshop on Networking and Information Theory, Volos, Greece, 2009: 261–265. doi: [10.1109/ITWNET.2009.5158583](#).
- [9] HUSSAIN I, XIAO Ming, and RASMUSSEN L K. Buffer-based distributed LT codes[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2014, 62(11): 3725–3739. doi: [10.1109/TCOMM.2014.2362111](#).
- [10] YANG Haitao, JIANG Ming, SHEN Hong, *et al.* A distributed LT code design for multiple-access relay networks subject to erasures[J]. *IEEE Communications Letters*, 2015, 19(4): 509–512. doi: [10.1109/LCOMM.2015.2398412](#).
- [11] FEI Zesong, CAO Congzhe, XIAO Ming, *et al.* Improved LT codes in low overhead regions for binary erasure channels[J]. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 2016, 27(1): 84–91. doi: [10.1002/ett.2798](#).
- [12] LIAO Jianxin, ZHANG Lei, LI Tonghong, *et al.* A generalized design of distributed rateless codes with decreasing ripple size for multiple-access relay networks[J]. *Wireless Networks*, 2017, 23(7): 2177–2188. doi: [10.1007/s11276-016-1279-y](#).
- [13] XU Shengkai and XU Dazhuan. Design of degree distributions for finite length LT codes[J]. *Wireless Personal Communications*, 2018, 98(2): 2251–2260. doi: [10.1007/s11277-017-4972-y](#).
- [14] LUBY M G, MITZENMACHER M, and AMIN SHOKROLLAHI M. Analysis of random processes via and-or tree evaluation[C]. Proceedings of the Ninth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms, San Francisco, USA, 1998: 364–373.
- [15] SUO Longlong, ZHANG Gengxin, LÜ Jing, *et al.* Performance analysis for finite length LT codes via classical probability evaluation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(9): 1957–1960. doi: [10.1109/LCOMM.2017.2700303](#).
- [16] 华洁, 徐大专, 许生凯. 系统LT码在删除信道下的渐进性能分析及度分布设计[J]. 数据采集与处理, 2017, 32(5): 906–912. doi: [10.16337/j.1004-9037.2017.05.007](#).
HUA Jie, XU Dazhuan, and XU Shengkai. Asymptotic performance analysis and degree distribution design for systematic Luby transform codes over binary erasure channel[J]. *Journal of Data Acquisition and Processing*, 2017, 32(5): 906–912. doi: [10.16337/j.1004-9037.2017.05.007](#).
- [17] AHLWEDE R, CAI Ning, LI S Y R, *et al.* Network information flow[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(4): 1204–1216. doi: [10.1109/18.850663](#).
- [18] LI S Y R, YEUNG R W, and CAI Ning. Linear network coding[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(2): 371–381. doi: [10.1109/TIT.2002.807285](#).
- [19] 孔博, 张更新, 张威, 等. 空间信息网络中基于LT码的分布式存储策略[J]. 电子与信息学报, 2016, 38(4): 787–794. doi: [10.11999/JEIT150674](#).
KONG Bo, ZHANG Gengxin, ZHANG Wei, *et al.* Distributed storage strategy based on LT codes in space information network[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(4): 787–794. doi: [10.11999/JEIT150674](#).

张 艳: 女, 1978年生, 讲师, 博士生, 研究方向为网络编码。

陈建华: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信息传输理论与应用。

唐 猛: 男, 1979年生, 副研究员, 研究方向为网络编码。