

互耦条件下基于4阶累积量的双基地MIMO雷达角度估计

郑志东*

(中国人民解放军32802部队 北京 100191)

摘要: 发射和接收阵列的互耦效应将使得双基地多输入多输出(MIMO)雷达的角度估计算法性能下降。针对阵列互耦效应和高斯色噪声并存情况, 该文提出一种基于4阶累积量组合矩阵构造的收发角度估计方法。该方法首先根据收发互耦矩阵的Kronecker乘积特点, 并结合互耦矩阵带状、对称的Toeplitz变换性质, 充分利用所有的接收数据, 构造出多组发射和接收4阶累积量矩阵, 通过组合收发累积量矩阵进一步构造出4阶块累积量矩阵, 并利用矩阵的奇异值分解, 提取出发射和接收旋转不变因子。理论和仿真结果表明: 在强互耦效应情况下, 所提算法能够有效估计出高斯色噪声背景下目标的收发角度, 并实现自动配对。在强互耦情况下, 所提算法的估计性能优于其他算法。

关键词: 双基地MIMO雷达; 互耦; 4阶累积量; 角度估计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)09-2720-08

DOI: 10.11999/JEIT200692

A Four Cumulant-Based Direction Finding Method for Bistatic MIMO Radar with Mutual Coupling

ZHENG Zhidong

(32802 Unit of the People's Liberation Army, Beijing 100191, China)

Abstract: The mutual coupling effects of the transmitter and receiver are known to degrade the performance of direction finding for a bistatic Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar system. A four cumulant-combinatorial matrix-based algorithm is proposed to estimate jointly the Direction Of Departure (DOD) and Direction Of Arrival (DOA) of targets under the coexistences of unknown mutual coupling and Gaussian colored noise. Firstly, the multiple groups of four cumulant matrices both on transmitter and receiver are constructed by using the Kronecker product and the banded symmetric Toeplitz characteristics of the mutual coupling matrices. The block four-cumulant matrix is further constructed by combining the transmitter and receiver four cumulant matrices. Then the new matrix is combined to extract the transmit and receive shift invariance matrices by using the transmitter and receiver four cumulant matrices. The results illustrate that: The proposed method can estimate the DOD and DOA of the targets efficiently in the presence of the strong mutual coupling effect, and parameters are paired automatically without extra pairing operation. The parameter estimation performance of the proposed method is better than those of the existing methods under the strong mutual coupling effect conditions.

Key words: Bistatic Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar; Mutual coupling; Four cumulant; Direction finding

1 引言

在现代雷达中, 诸多学者^[1-3]将通信中成熟的多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术与经典的双基地雷达体制相结合, 提出了新型体制雷达—双基地MIMO雷达。双基地MIMO雷达发射阵列和接收阵列分开配置, 发射端向探测空域辐射相互正交的信号波形, 在接收端借

助匹配滤波器组进行融合处理获得分集增益, 以此实现阵列的虚拟孔径扩展, 在接收端通过参数估计信号处理, 能够同时估计出各个目标相对于发射阵的发射角度(Direction Of Departure, DOD)和相对于接收阵的接收角度(Direction Of Arrival, DOA), 从而实现在非精确时空同步下的多目标定位, 极大降低了传统双基地雷达对时间、空间同步的要求。据此, 现有文献针对双基地MIMO雷达的收发角度联合估计方法进行了大量报道。针对双基地MIMO雷达的信号模型特点, 众多学者在改善角度估计性

能^[1]、减小算法运算量^[2,4]、多流型收发阵列配置^[5]、非理想噪声背景下参数估计^[6]等方面开展了大量研究,提出了基于传统子空间算法^[3,4]、张量分解^[1]等多种有效的目标定位方法。然而,上述方法主要以理想发射和接收阵列条件为假设前提,在实际工程中,阵列天线单元之间普遍存在着互耦效应,如果仍采用上述估计方法进行参数估计,将导致估计性能的急剧下降,在强互耦条件下甚至失效。因此,本文针对互耦和高斯色噪声条件下的双基地MIMO雷达联合参数估计方法开展研究。

针对互耦条件下的参数估计问题,文献^[6]提出了基于MUSIC-like的多目标定位和互耦系数估计方法,但该方法需要两个1维谱搜索,计算复杂度较高且存在角度估计模糊问题;文献^[7-10]基于收发互耦矩阵的带状对称Toeplitz结构,通过截取接收信号的中间数据行(具有相同互耦尺度变换特性)来消除互耦干扰的影响,从而利用ESPRIT-like算法^[10]、实值三线性分解^[8]、高阶奇异值分解^[9]等方法估计出收发角度,但上述算法仅利用了具有相同互耦系数尺度变换的接收信号,存在阵元孔径损失。文献^[11]针对双基地MIMO雷达同时存在互耦和幅相误差情况,提出了基于降维的收发角度估计和互耦、幅相校正方法,该算法能够同时估计出多种误差参数,但该算法需要1维谱峰搜索,且需要多个精确的辅助阵元作为参考。文献^[12]针对非圆目标,在消除互耦系数之后,基于实值高阶奇异值分解提取出信号子空间,实现目标收发角度的联合估计,该算法降低了运算量,但仍然只利用了部分接收信号进行信号处理,且最大可估计目标数受到限制。文献^[13]采用粗角度估计和精角度估计相结合的方法,首先利用PARAFAC算法估计出方向矢量矩阵,再截取中间阵列数据利用两个1维MUSIC估计出精确的角度,该算法能够有效地估计出目标的收发角度,但该算法在收发角度间隔较近时,精角度方法的估计精度可能比粗角度估计低。与此同时,上述算法并没有考虑在互耦和高斯色噪声同时存在时的双基地MIMO雷达收发角度估计问题,且大部分算法仅利用了接收信号的中间数据,由此也使得目标的最高可辨识数受到了限制。与此同时,在实际工程中,噪声往往为高斯有色背景,因此急需考虑色噪声与互耦同时存在对估计性能的影响。当两者共存时,接收信号模型将变得更加复杂,未知参量更多,也使得传统二阶矩估计方法失效,需要利用新的参数估计方法进行求解获得精确的估计角度。

本文针对阵列互耦效应和高斯色噪声环境情况

下,根据高阶矩抑制色噪声的特性以及互耦系数的Toeplitz结构,充分利用接收端的所有接收信号,构造出4阶累积量组合矩阵,通过组合矩阵行元素之间的旋转不变特性,利用矩阵奇异值分解提取出与发射角和接收角相关的对角矩阵,最后利用现有参数估计算法求解出目标的收发角度,并实现目标的自动配对。

2 信号模型

考虑 M 个发射阵元 N 个接收阵元的双基地MIMO雷达系统,发射和接收阵元间距分别用 d_t 和 d_r 表示。假设在雷达远场空域处存有 p 个互不相关的目标,第 p 个目标的位置为 (φ_p, θ_p) ,其中 φ_p, θ_p 分别为第 i 目标对应的雷达发射角(DOD)和接收角(DOA)。考虑发射和接收端同时存在互耦效应,并假设发射互耦和接收互耦矩阵为 $\mathbf{C}_t \in C^{M \times M}$ 和 $\mathbf{C}_r \in C^{N \times N}$,互耦系数的大小与阵元间的间距成反比,阵元间隔越小,互耦系数越大,随着阵元间隔的增大,互耦影响减小。由文献^[6]可知,互耦矩阵利用带状对称Toeplitz结构表示。假设发射端相邻的 p_t 个阵元之间不存在互耦效应,接收端相邻的 p_r 个阵元之间不存在互耦效应,则发射和接收互耦矩阵可以表示为^[6,7]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C}_t &= \text{toeplitz} \{ [1, c_{t,1}, c_{t,2}, \dots, c_{t,p_t-1}, 0, \dots, 0] \}, \\ &0 < |c_{t,p_t-1}| < \dots < |c_{t,2}| < |c_{t,1}| < 1 \\ \mathbf{C}_r &= \text{toeplitz} \{ [1, c_{r,1}, c_{r,2}, \dots, c_{r,p_r-1}, 0, \dots, 0] \}, \\ &0 < |c_{r,p_r-1}| < \dots < |c_{r,2}| < |c_{r,1}| < 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $\text{toeplitz}(\mathbf{c})$ 表示由矢量 \mathbf{c} 形成的对称Toeplitz矩阵。假设 M 个发射阵元发射相互正交的编码波形,第 m 个阵元发射的基带信号为 $\mathbf{s}_m = [s_m(1), s_m(2), \dots, s_m(T)] \in C^{T \times 1}$,各路基带信号之间满足 $\mathbf{s}_m^H \mathbf{s}_n = \delta_{m,n} |\mathbf{s}_m|^2 = T \delta_{m,n}$,其中 T 为一个脉冲周期内的编码码长, $(\cdot)^H$ 表示共轭转置运算。由此可得,在第 l 个发射脉冲下,接收端 N 个阵元的接收信号为

$$\mathbf{r}_l(t) = \mathbf{C}_r \mathbf{A}(\theta) \text{diag} \{ \boldsymbol{\xi}(l) \} [\mathbf{C}_t \mathbf{B}(\varphi)]^T \mathbf{S}(t) + \mathbf{w}(t) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{r}_l(t) \in C^{N \times 1}$ 为 l 个发射脉冲下 t 时刻的接收数据矢量, $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$ 表示 t 时刻的发射信号矢量, $\mathbf{B}(\varphi) = [\mathbf{b}(\varphi_1), \mathbf{b}(\varphi_2), \dots, \mathbf{b}(\varphi_p)] \in C^{M \times P}$ 为无互耦时的发射方向矢量, $\mathbf{b}(\varphi) = [1, \beta(\varphi), \dots, \beta^{M-1}(\varphi)]^T$, $\beta(\varphi) = \exp(j2\pi d_t \sin \varphi / \lambda)$, $\mathbf{A}(\theta) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_p)] \in C^{N \times P}$ 为接收端无互耦时的方向矢量, $\mathbf{a}(\theta) = [1, \alpha(\theta), \dots, \alpha^{N-1}(\theta)]^T \in C^{N \times 1}$, $\alpha(\theta) = \exp(j2\pi d_r \sin \theta / \lambda)$ 。矢量 $\boldsymbol{\xi}(l) = [\xi_1(l), \xi_2(l), \dots, \xi_p(l)]^T \in C^{P \times 1}$,其中 $\xi_p(l)$ 为第 p 个

目标在第 l 个发射信号照射下的复散射系数。假设多个目标的散射系数 $\xi_{p,l}$ 相互独立并服从非高斯随机分布, $\mathbf{w}(t)$ 为噪声矢量, 其在各个时刻相互独立, 且均为零均值、协方差矩阵为未知的高斯随机向量。

由于发射波形相互正交, 将接收信号由相应的 M 个发射信号进行匹配滤波处理, 则第 l 个发射脉冲的接收信号通过匹配滤波器组的输出为 $\mathbf{X}(l)$, 对 $\mathbf{X}(l)$ 进行列堆栈, 构成 $MN \times 1$ 的矢量

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(l) &= \text{vec}(\mathbf{X}(l)) \\ &= \text{vec}\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{r}_l(t) \mathbf{S}^H(t)\right] \\ &= \text{vec}\left[\frac{1}{T} \left[\mathbf{C}_r \mathbf{A}(\theta) \text{diag}(\xi(l)) [\mathbf{C}_t \mathbf{B}(\varphi)]^T \cdot \mathbf{S}(t) \mathbf{S}^H(t) + \mathbf{w}(t) \mathbf{S}^H(t)\right]\right] \\ &= [\mathbf{C}_t \mathbf{B}(\varphi)] \odot [\mathbf{C}_r \mathbf{A}(\theta)] \boldsymbol{\xi}(l) + \mathbf{n}(l) \\ &= \mathbf{K}^c(\varphi, \theta) \boldsymbol{\xi}(l) + \mathbf{n}(l) \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $\mathbf{X}(l) \in \mathbf{C}^{N \times M}$ 为匹配滤波器组的输出, $\mathbf{A}(l) = \text{diag}(\xi(l))$, $\mathbf{W}(l) = 1/T \sum_{t=1}^T \mathbf{w}(t) \mathbf{S}^H(t)$ 表示滤波器输出的噪声项, $\text{vec}(\cdot)$ 表示矩阵的列向量化运算, \odot 表示矩阵的Khater-Rao积运算。 $\mathbf{K}^c(\theta, \varphi) = [\mathbf{k}^c(\theta_1, \varphi_1), \dots, \mathbf{k}^c(\theta_P, \varphi_P)] \in \mathbf{C}^{MN \times P}$ 为存在互耦情况下MIMO雷达虚拟阵元的等效方向矢量, $\mathbf{k}^c(\theta_p, \varphi_p) = \mathbf{b}_c(\varphi_p) \otimes \mathbf{a}_c(\theta_p)$, 其中 $\mathbf{b}_c(\varphi_p) = \mathbf{C}_t \mathbf{b}(\varphi_p)$, $\mathbf{a}_c(\theta_p) = \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta_p)$ 分别为存有互耦时的发射和接收导向矢量。 $\mathbf{n}(l)$ 为输出的噪声项, 假设各矢量间相互独立, 服从零均值、协方差矩阵未知的高斯分布。

式(3)为收发阵列存在互耦情况下双基地MIMO雷达接收端的匹配滤波输出, 可以看出, 发射和接收阵元的互耦系数在接收端进一步耦合, 形成更加复杂的 $\mathbf{C}_{tr} = \mathbf{C}_t \otimes \mathbf{C}_r$ 的互耦效应。由于收发互耦系数为未知参数, 使得现有求解双基地MIMO雷达发射角和接收角的算法^[3,4]性能下降, 甚至失效。针对此, 文献[7-10]根据互耦矩阵中行具有相同互耦尺度变换的特点, 通过构造发射和接收选择矩阵, 对接收信号进行去耦合处理, 而后再利用传统子空间算法、三线性分解、高阶张量等方法进行求解。但是在进行去耦合过程中, 将原来的发射阵元 M 减少为 $\bar{M} = M - 2p_t + 2$ 个有效阵元, 同样, 接收有效阵元也减少为 $\bar{N} = N - 2p_r + 2$ 。由此将引起如下问题: (1)去耦合时使得阵元的有效孔径降低, 由此将降低收发角度的估计性能; (2)对于强互耦情况下, 即 p_t, p_r 值较大或者 M, N 阵元数目较小时, 将使得去耦合后, 仅有很小的一部

分阵元接收数据可以使用, 例如当 $p_t = M/2$, 而空间中存有 $P=3$ 个目标时, 将使得通过构造选择矩阵去耦合的估计方法失效。由此, 以下提出一种基于4阶累积量的互耦情况下双基地MIMO雷达角度估计方法。

3 算法描述

由式(3)可知, 互耦情况下双基地MIMO雷达虚拟阵元的导向矢量可表示为

$$\mathbf{k}^c(\theta, \varphi) = \mathbf{b}_c(\varphi) \otimes \mathbf{a}_c(\theta) = \mathbf{C}_t \mathbf{b}(\varphi) \otimes \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta) \quad (4)$$

利用互耦矩阵Toeplitz性质, 对导向矢量进行参数变换, 可将发射和接收导向矢量表示为^[14]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{b}_c(\varphi) &= \mathbf{C}_t \mathbf{b}(\varphi) = \eta_t(\varphi) \boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi) \mathbf{b}(\varphi) \\ \mathbf{a}_c(\theta) &= \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta) = \gamma_r(\theta) \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta) \mathbf{a}(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, $\eta_t(\varphi), \gamma_r(\theta)$ 为非零标量项, 其表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} \eta_t(\varphi) &= 1 + \sum_{i=1}^{p_t-1} c_{t,i} \left(\beta(\varphi)^i + \beta(\varphi)^{-i} \right) \\ \gamma_r(\theta) &= 1 + \sum_{i=1}^{p_r-1} c_{r,i} \left(\alpha(\theta)^i + \alpha(\theta)^{-i} \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi), \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)$ 分别为 $M \times M$ 和 $N \times N$ 的对角矩阵

$$\left. \begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi) &= \text{diag} \{ \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{p_t-1}, 1, 1, \dots, \\ &\quad 1, \mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{p_t-1} \} \\ \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta) &= \text{diag} \{ \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{p_r-1}, 1, 1, \dots, \\ &\quad 1, \nu_1, \nu_2, \dots, \nu_{p_r-1} \} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi)$ 中元素为1的个数为 $\bar{M} = M - 2p_t + 2$, $\boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)$ 中元素为1的个数为 $\bar{N} = N - 2p_r + 2$ 。 ε_j, μ_j ($j = 1, 2, \dots, p_t - 1$)分别表示与发射互耦系数和发射角度相关的复数标量, ρ_k, ν_k ($k = 1, 2, \dots, p_r - 1$)分别表示与接收互耦系数和接收角度相关的复数标量。

将式(5)代入式(4)可得

$$\begin{aligned} \mathbf{k}^c(\theta, \varphi) &= \mathbf{C}_t \mathbf{b}(\varphi) \otimes \mathbf{C}_r \mathbf{a}(\theta) \\ &= \eta_t(\varphi) \gamma_r(\theta) [\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi) \otimes \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)] [\mathbf{b}(\varphi) \otimes \mathbf{a}(\theta)] \\ &= \eta_t(\varphi) \gamma_r(\theta) [\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi) \otimes \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)] \mathbf{k}(\varphi, \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

对式(8)的结构进行分析, 由于 $\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi), \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)$ 对角矩阵中含有1的元素项, 因此 $\boldsymbol{\Sigma}_t(\varphi) \otimes \boldsymbol{\Gamma}_r(\theta)$ 右乘理想导向矢量 $\mathbf{k}(\varphi, \theta)$ 时, 对 $\mathbf{k}(\varphi, \theta)$ 中部分行元素之间的比例关系并没有影响。进一步结合矢量Kronecker乘积的特点, 对式(8)的行元素展开分析, 可得到

$$\frac{k_{N(p_t-1)+n}^c(\theta, \varphi)}{k_{N(p_t-1)+n+mN}^c(\theta, \varphi)} = \frac{k_{N(p_t-1)+n}(\theta, \varphi)}{k_{N(p_t-1)+n+mN}(\theta, \varphi)} = \beta(\varphi)^m, \quad n \in [1, N]; m = 0, 1, 2, \dots, \bar{M} - 1 \quad (9)$$

$$\frac{k_{p_t+Nm}^c(\theta, \varphi)}{k_{p_t+Nm+n}^c(\theta, \varphi)} = \frac{k_{p_t+Nm}(\theta, \varphi)}{k_{p_t+Nm+n}(\theta, \varphi)} = \alpha(\theta)^n, \quad m \in [0, M-1]; n = 0, 1, 2, \dots, \bar{N} - 1 \quad (10)$$

其中, $k_i^c(\theta, \varphi), k_i^c(\theta, \varphi)$ 分别表示导向矢量 $\mathbf{k}^c(\theta, \varphi)$, $\mathbf{k}(\varphi, \theta)$ 的第 i 行元素值。式(9)表示对于任意 $n \in [1, N]$, 等式均成立, 同理, 对于任意 $m \in [0, M-1]$, 式(10)等式成立。

由此, 令 $I(n) = N(p_t - 1) + n$, 构造如下 $MN \times MN$ 的4阶累积量 $C_{x,m}^n$

$$C_{x,m}^n \triangleq \text{cum} \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l), \mathbf{x}_{I(n)}^*(l), \mathbf{x}(l), \mathbf{x}^H(l) \right], \\ n \in [1, N], m = 0, 1, 2, \dots, \bar{M} - 1 \quad (11)$$

在实际求解式(12)时, 可由多个发射脉冲下的接收信号估计获得。例如: $E \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \mathbf{x}_p(l) \mathbf{x}_q^*(l) \right] = 1/L \sum_{l=1}^L \mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \mathbf{x}_p(l) \mathbf{x}_q^*(l)$, 其中 L 为一个相干处理时间内发射脉冲的总个数^[8]。

对于4阶累积量, 具有如下性质: (1) 两个统计独立随机过程之和的累积量等于各随机过程累积量之和; (2) 一个随机高斯过程的高阶累积量恒等于零。为方便表述, 将 $\mathbf{K}^c(\varphi, \theta)$ 简记为 \mathbf{K}^c , 利用上述两个性质, 并利用式(9)性质, 化简式(11)可得

$$C_{x,m}^n = \text{cum} \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l), \mathbf{x}_{I(n)}^*(l), \mathbf{x}(l), \mathbf{x}^H(l) \right] \\ = \text{cum} \left(\sum_{i=1}^P k_{I(n)+mN}^c(\varphi_i, \theta_i) \boldsymbol{\xi}_i(l), \sum_{j=1}^P \mathbf{k}_{I(n)}^{c*}(\varphi_j, \theta_j) \boldsymbol{\xi}_j^*(l), \sum_{h=1}^P \mathbf{k}^c(\varphi_h, \theta_h) \boldsymbol{\xi}_h(l), \sum_{k=1}^P [\mathbf{k}^c(\varphi_k, \theta_k)]^H \boldsymbol{\xi}_k^*(l) \right) \\ = \sum_{i=1}^P \sum_{j=1}^P \sum_{h=1}^P \sum_{k=1}^P \mathbf{k}_{I(n)+mN}^c(\varphi_i, \theta_i) \mathbf{k}_{I(n)}^{c*}(\varphi_j, \theta_j) \mathbf{k}^c(\varphi_h, \theta_h) [\mathbf{k}^c(\varphi_k, \theta_k)]^H \text{cum}(\boldsymbol{\xi}_i(l), \boldsymbol{\xi}_j^*(l), \boldsymbol{\xi}_h(l), \boldsymbol{\xi}_k^*(l)) \\ = \sum_{i=1}^P \beta^m(\varphi_i) \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_i, \theta_i) \mathbf{k}_{I(n)}^{c*}(\varphi_i, \theta_i) \mathbf{k}^c(\varphi_i, \theta_i) \mathbf{k}^{cH}(\varphi_i, \theta_i) \times \text{cum}(\boldsymbol{\xi}_i(l), \boldsymbol{\xi}_i^*(l) \boldsymbol{\xi}_i(l) \boldsymbol{\xi}_i^*(l)) \\ = \sum_{i=1}^P \beta^m(\varphi_i) \left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_i, \theta_i) \right|^2 \mathbf{k}^c(\varphi_i, \theta_i) \mathbf{k}^{cH}(\varphi_i, \theta_i) \\ = \mathbf{K}^c \boldsymbol{\Gamma}_{I(n)} \boldsymbol{\Phi}_t^m(\varphi) \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{K}^c)^H \quad (13)$$

其中, $\boldsymbol{\Phi}_t(\varphi) = \text{diag} \{ \beta(\varphi_1), \beta(\varphi_2), \dots, \beta(\varphi_P) \}$ 为 $P \times P$ 的对角矩阵, 该矩阵仅含有与发射角度 φ 相关的元素。 $\boldsymbol{\Gamma}_{I(n)} = \text{diag} \left\{ \left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_1, \theta_1) \right|^2, \left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_2, \theta_2) \right|^2, \dots, \left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_P, \theta_P) \right|^2 \right\}$, 且元素满足 $\left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_i, \theta_i) \right|^2 \neq 0$ 。当 N, p_t 固定时, $\boldsymbol{\Gamma}_{I(n)}$ 的元素值与 n 的选取相关。观察式(4)和式(5)表达式, 可进一步知, 当 $n = p_r, p_r + 1, \dots, N - p_r + 1$ 时, $\left| \mathbf{k}_{I(n)}^c(\varphi_i, \theta_i) \right|^2$ 的值相同。 $\boldsymbol{\Sigma}_t = \text{diag} \{ \chi_1, \chi_2, \dots, \chi_P \}$ 为元素值只与目标散射系数相关的对角矩阵, 其中 $\chi_i = \text{cum}(\boldsymbol{\xi}_i(l), \boldsymbol{\xi}_i^*(l) \boldsymbol{\xi}_i(l) \boldsymbol{\xi}_i^*(l))$ 为非零值标量值。

进一步, 对于某一固定值 $n \in [1, N]$, 式(13)中的对角矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_{I(n)}$ 则为固定值, 遍历 $m = 0, 1, 2, \dots, \bar{M} - 1$, 构造式(11)4阶累积量, 并将 \bar{M} 个矩阵进行排列运算可得

$$C_x^n = \left[(C_{x,0}^n)^T, (C_{x,1}^n)^T, \dots, (C_{x,\bar{M}-1}^n)^T \right]^T \\ = \bar{\mathbf{K}}_t^c \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{K}^c)^H \quad (14)$$

其中, $x_i(l)$ 表示接收信号矢量 $x(l)$ 的第 i 行元素值, $C_{x,m}^n$ 中的第 (p, q) 个元素值为

$$[C_{x,m}^n]_{p,q} = \text{cum} \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l), \mathbf{x}_{I(n)}^*(l), \mathbf{x}_p(l), \mathbf{x}_q^*(l) \right] \\ = E \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \mathbf{x}_p(l) \mathbf{x}_q^*(l) \right] \\ - E \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \right] E \left[\mathbf{x}_p(l) \mathbf{x}_q^*(l) \right] \\ - E \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_p(l) \right] E \left[\mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \mathbf{x}_q^*(l) \right] \\ - E \left[\mathbf{x}_{I(n)+mN}(l) \mathbf{x}_q^*(l) \right] E \left[\mathbf{x}_{I(n)}^*(l) \mathbf{x}_p(l) \right] \quad (12)$$

其中, C_x^n 为 $MN\bar{M} \times MN$ 的矩阵数据。 $\bar{\mathbf{K}}_t^c = \left[(\mathbf{K}^c \boldsymbol{\Gamma}_{I(n)})^T, (\mathbf{K}^c \boldsymbol{\Gamma}_{I(n)} \boldsymbol{\Phi}_t(\varphi))^T, \dots, (\mathbf{K}^c \boldsymbol{\Gamma}_{I(n)} \boldsymbol{\Phi}_t^{\bar{M}-1}(\varphi))^T \right]^T$ 为 $MN\bar{M} \times P$ 的新方向矢量。由于对于任意固定 n 值, 都有式(14)等式成立, 因此, 可以构造出 N 个 C_x^n 矩阵。由式(14)可以通过子空间算法求解出发射角对应的对角矩阵 $\boldsymbol{\Phi}_t(\varphi)$ 。

同样地, 类似于 $C_{x,m}^n$ 矩阵的构造方法, 令 $J(m) = p_r + Nm$, 可以构造如下 $MN \times MN$ 的4阶累积量矩阵

$$D_{x,n}^m \triangleq \text{cum} \left(\left[\mathbf{x}_{J(m)+n}(l), \mathbf{x}_{J(m)}^*(l), \mathbf{x}(l), \mathbf{x}^H(l) \right] \right), \\ m \in [0, M-1], n = 0, 1, 2, \dots, \bar{N} - 1 \quad (15)$$

利用4阶累积量的性质, 以及式(10)等式关系, 与式(13)简化结果相类似, 对式(15)进行化简可得

$$D_{x,n}^m \triangleq \text{cum} \left[\mathbf{x}_{J(m)+n}(l), \mathbf{x}_{J(m)}^*(l), \mathbf{x}(l), \mathbf{x}^H(l) \right] \\ = \mathbf{K}^c \bar{\boldsymbol{\Gamma}}_{J(m)} \boldsymbol{\Phi}_r^n(\theta) \boldsymbol{\Sigma}(\mathbf{K}^c)^H \quad (16)$$

其中, $\Phi_r(\theta) = \text{diag}\{\alpha(\theta_1), \alpha(\theta_2), \dots, \alpha(\theta_P)\}$ 为 $P \times P$ 的对角矩阵, 其元素值仅与接收角相关。 $\bar{\Gamma}_{J(m)} = \text{diag}\left\{\left|\mathbf{k}_{J(m)}^c(\varphi_1, \theta_1)\right|^2, \left|\mathbf{k}_{J(m)}^c(\varphi_2, \theta_2)\right|^2, \dots, \left|\mathbf{k}_{J(m)}^c(\varphi_P, \theta_P)\right|^2\right\}$ 且满足 $\left|\mathbf{k}_{J(m)}^c(\varphi_i, \theta_i)\right|^2 \neq 0$ 。当 M, p_r 的值固定时, $\bar{\Gamma}_{J(m)}$ 的元素值与参数 m 的取值相关, 且观察式(4)和式(5), 可以得出当 $m = p_t - 1, p_t, \dots, M - p_t + 2$ 时, $\left|\mathbf{k}_{J(m)}^c(\varphi_i, \theta_i)\right|^2$ 具有相同的值。类似于式(15), 固定某一 m 值, 遍历 $n = 0, 1, 2, \dots, \bar{N} - 1$, 构造出 \bar{N} 个 $MN \times MN$ 的4阶累积量矩阵, 并将其进行块矩阵的堆栈操作, 可构造出 $MN\bar{N} \times MN$ 的4阶累积量组合矩阵 D_x^m

$$\begin{aligned} D_x^m &= \left[(D_{x,0}^m)^\top, (D_{x,1}^m)^\top, \dots, (D_{x,\bar{N}-1}^m)^\top \right]^\top \\ &= \bar{\mathbf{K}}_r^c \Sigma (\mathbf{K}^c)^\text{H} \end{aligned} \quad (17)$$

其中, $\bar{\mathbf{K}}_r^c = \left[(\mathbf{K}^c \bar{\Gamma}_{J(m)})^\top, (\mathbf{K}^c \bar{\Gamma}_{J(m)} \Phi_r(\theta))^\top, \dots, (\mathbf{K}^c \Gamma_{J(m)} \Phi_r^{\bar{N}-1}(\theta))^\top \right]^\top$ 为 $MN\bar{N} \times P$ 的方向矢量。对于任意的 m 取值, 都有式(17)等式成立。由式(17)利用传统的子空间算法可以估计出接收角度 θ 值。

为使得估计得到的发射角和接收角进行目标自动配对, 将式(14)和式(17)进行组合处理, 可以构造 $MN(\bar{M} + \bar{N}) \times MN$ 的块4阶累积量矩阵

$$\begin{aligned} E_x &= \left[(\mathbf{C}_x^n)^\top, (D_x^m)^\top \right]^\top = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_t^c \\ \bar{\mathbf{K}}_r^c \end{bmatrix} \Sigma (\mathbf{K}^c)^\text{H} \\ &= \bar{\mathbf{K}}_{tr}^c \Sigma (\mathbf{K}^c)^\text{H} \end{aligned} \quad (18)$$

分析式(18)可知, 由于方向矢量 $\bar{\mathbf{K}}_{tr}^c$ 和 \mathbf{K}^c 的秩均为 $\text{rank}(\bar{\mathbf{K}}_{tr}^c) = \text{rank}(\mathbf{K}^c) = P$, 且对角矩阵 Σ 的秩也为 P , 由此可知矩阵 E_x 的秩也为 P 。因此, 对式(18)进行矩阵奇异值分解^[15]可得

$$\begin{aligned} E_x &= \bar{\mathbf{K}}_{tr}^c \Sigma (\mathbf{K}^c)^\text{H} \\ &= [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{MN(\bar{M}+\bar{N})}] \begin{bmatrix} \mathbf{A}_P & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ &\quad \cdot [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{MN(\bar{M}+\bar{N})}]^\text{H} \end{aligned} \quad (19)$$

其中, U 为 $MN(\bar{M} + \bar{N})$ 维的左奇异特征向量, \mathbf{A}_P 为 $P \times P$ 的对角矩阵, 其对角线元素由 P 个非零主奇异值构成。令 P 个主奇异值对应的左特征向量组成的信号子空间为 $\tilde{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_P]$ 。根据方向矢量矩阵和信号子空间的关系可知, 信号子空间 \tilde{U} 和方向矢量 $\bar{\mathbf{K}}_{tr}^c$ 张成同一个子空间, 即可表示为 $\tilde{U} = \bar{\mathbf{K}}_{tr}^c \mathbf{T}$, 其中 \mathbf{T} 为 $P \times P$ 的非奇异矩阵。

进一步, 令 \tilde{U}_{t1} 为信号子空间 \tilde{U} 的前 $MN(\bar{M} - 1)$ 行元素构成的子矩阵, \tilde{U}_{t2} 为信号子空间 \tilde{U} 的第 $MN + 1$ 行至第 $MN\bar{M}$ 行元素构成的子矩阵; \tilde{U}_{r1} 为

信号子空间 \tilde{U} 的第 $MN\bar{M} + 1$ 行至第 $MN(\bar{M} + \bar{N} - 1)$ 行元素构成的子矩阵, \tilde{U}_{r2} 为信号子空间 \tilde{U} 的第 $MN(\bar{M} + 1) + 1$ 行至第 $MN(\bar{M} + \bar{N})$ 行元素构成的子矩阵。因此综合得到: $\Phi_t = \mathbf{T} \tilde{U}_{t1}^\# \tilde{U}_{t2} \mathbf{T}^{-1}$, $\Phi_r = \mathbf{T} \tilde{U}_{r1}^\# \tilde{U}_{r2} \mathbf{T}^{-1}$, $(\cdot)^\#$ 表示矩阵的伪逆运算。对 $\tilde{U}_{t1}^\# \tilde{U}_{t2}$ 和 $\tilde{U}_{r1}^\# \tilde{U}_{r2}$ 进行特征值分解, 其特征值分别对应 Φ_t 和 Φ_r 对角线元素值。由此可得双基地MIMO雷达的发射角和接收角度:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\varphi}_p &= \arcsin[\arg(\zeta_t^p) \lambda / 2\pi d_t], p = 1, 2, \dots, P \\ \hat{\theta}_p &= \arcsin[\arg(\zeta_r^p) \lambda / 2\pi d_r], p = 1, 2, \dots, P \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中, $\arg(\cdot)$ 表示取相角运算, ζ_t^p, ζ_r^p 分别为对角矩阵估计值 $\hat{\Phi}_t, \hat{\Phi}_r$ 的第 p 个对角元素。

上述根据所构造的4阶累积量块矩阵的行元素之间的关系, 通过选取不同行的子空间矩阵, 分别提取了与发射角和接收角相关的对角矩阵 Φ_t 和 Φ_r , 通过矩阵的特征值分解, 分别估计出双基地MIMO雷达的DOD和DOA值, 利用文献[10]所提出的自动配对算法, 能够实现收发角度的自动配对, 本文在此不再赘述。

4 实验仿真和数据分析

以下通过计算机仿真验证本文算法的有效性, 并与ESPRIT-like, HOSVD, 文献[8]的参数估计性能进行比较。假设发射端的基带编码信号 $s_m = (1 + j) / \sqrt{2} \mathbf{H}_M$, \mathbf{H}_M 表示由 $T \times T$ 维哈达码矩阵的前 M 行构成, 一个脉冲周期内的编码码长 $T = 128$, 发射的脉冲重复个数 $L = 500$, 收发阵列的阵元间距均为半波长配置, 即 $d_t = d_r = \lambda / 2$ 。

实验1 本文算法有效性验证。考虑双基地MIMO雷达的发射和接收阵元为 $M = 6, N = 6$, 空间中存在6个目标, 各目标的位置分别为: $(\varphi_1, \theta_1) = (-10^\circ, -25^\circ)$, $(\varphi_2, \theta_2) = (0^\circ, -15^\circ)$, $(\varphi_3, \theta_3) = (10^\circ, 0^\circ)$, $(\varphi_4, \theta_4) = (-10^\circ, 0^\circ)$, $(\varphi_5, \theta_5) = (0^\circ, 15^\circ)$, $(\varphi_6, \theta_6) = (-10^\circ, 25^\circ)$ 。假设信号背景噪声为零均值的高斯色噪声, 噪声协方差矩阵的第 (m, n) 个元素为 $0.9^{|m-n|} e^{j\pi(m-n)/2}$ 。考虑以下两种情况的互耦系数配置: (1) 发射和接收阵列为弱互耦设置 ($p_t = p_r = 2$), 假设发射和接收互耦系数分别为: $c_t = [1, 0.24 + j0.48]$, $c_r = [1, -0.15 + j0.26]$; (2) 发射和接收阵列为强互耦设置 ($p_t = p_r = 3$), 互耦系数分别为 $c_t = [1, 0.86 + j0.72, 0.35 + j0.25]$, $c_r = [1, 0.65 + j0.82, 0.43 + j0.67]$ 。仿真时蒙特卡罗次数为200, 信噪比为10 dB。图1(a)和图1(b)分别为互耦设置(1)时白噪声和色噪声条件下本文算法的位置估计结果。图2(a)和图2(b)分别为强互耦时高斯色噪声条件下本文算法和文献[8]算法的目标位置估计结果。

由图1所示可知, 在高斯白噪声和高斯色噪声情况下, 本文算法均能准确估计出6个目标的DOD和DOA, 且实现目标间的自动配对。由图2进一步可知, 在强互耦背景下, 本文算法仍然能够有效进行目标的定位, 但文献[8]中的算法则无法正确估计出目标的收发角。这是由于: 在强互耦情况下, 阵元间的互耦系数影响较大, 导致文献[8]中经过数据截断后, 可利用的有效阵元数据个数为 $\bar{M} = \bar{N} = 6 - 2p_t + 2 = 2$, 此时形成的信号子空间行数为6, 已达到该算法最大辨识度的上限, 因此无法有效地估计出6个目标的角度。而对于本文算

法, 这种情况下有效孔径数为 $M\bar{N}\bar{M} = 72$, 仍然能够有效估计6个以上的目标角度。

实验2 不同算法间参数估计性能比较。收发阵元数目和互耦系数设置同实验1, 空间中假设存在3个目标, 其目标的位置分别为: $(\varphi_1, \theta_1) = (-10^\circ, -25^\circ)$, $(\varphi_2, \theta_2) = (5^\circ, -15^\circ)$, $(\varphi_3, \theta_3) = (20^\circ, 15^\circ)$, 噪声为高斯白噪声环境。仿真结果采用均方根误差(RMSE)进行角度估计性能评估。实验时分别将本文算法与PARAFAC, ESPRIT-like, HOSVD算法、克拉美罗界(CRB)的估计性能进行比较。图3(a)和图3(b)分别为互耦设置(1)时, 各种

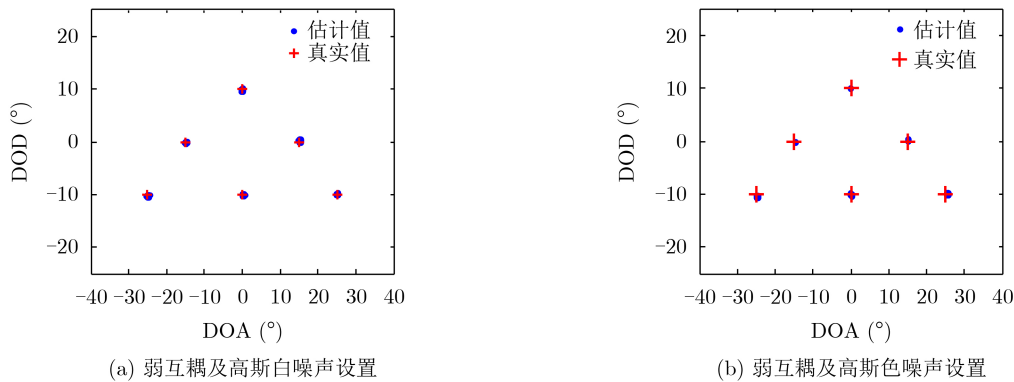


图1 弱互耦条件下高斯白噪声以及高斯色噪声情况下的目标位置估计星座图

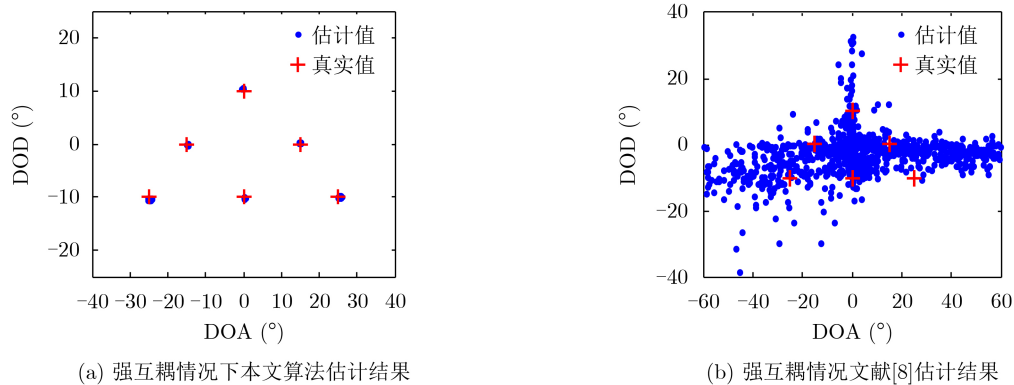


图2 强互耦情况本文算法与文献[8]的目标定位结果

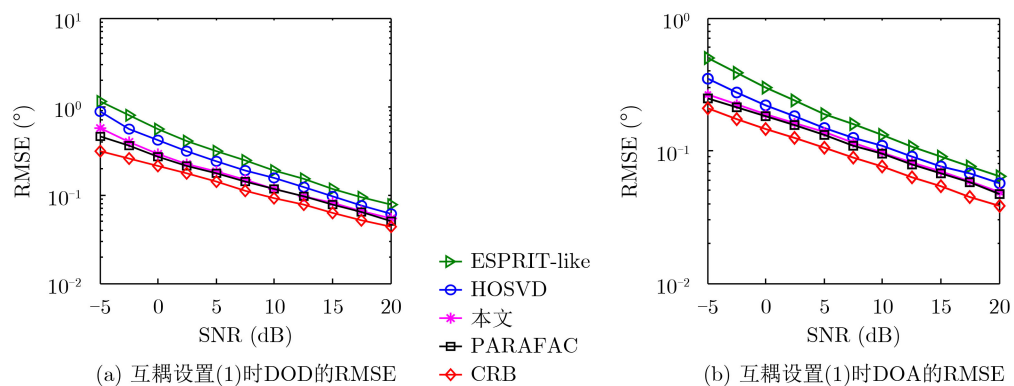


图3 互耦设置(1)情况下目标收发角的RMSE随SNR的变化曲线

算法下目标DOD和DOA的RMSE随SNR的变化曲线。图4(a)和图4(b)分别为互耦设置(2)时,各种算

法情况下目标DOD和DOA的RMSE计算结果。每个SNR下蒙特卡罗次数 $Q=500$,快拍数 $T=1000$ 。

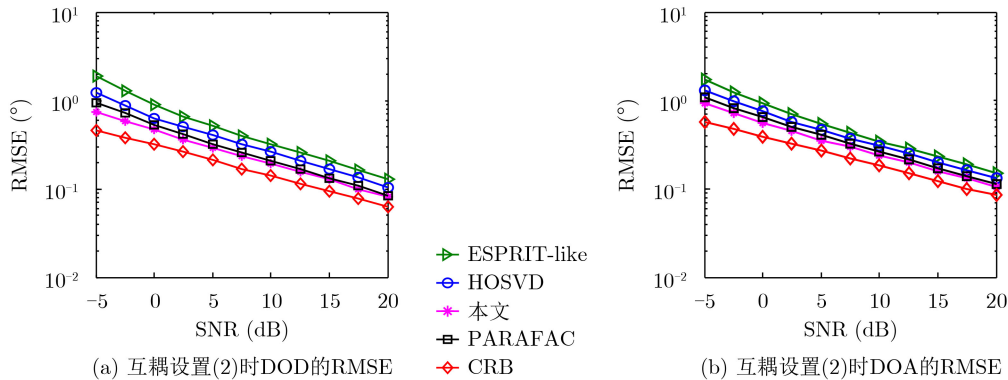


图4 互耦设置(2)情况下目标收发角的RMSE随SNR的变化曲线

由图3可知,在阵列弱互耦情况下,本文算法的估计性能优于HOSVD, ESPRIT-like算法,并且与PARAFAC算法的性能相当。由图4可知,在阵列强互耦情况下,本文算法的估计性能优于其他算法,在高信噪比时,其估计性能趋于克拉默-拉奥界。这是由于:本文算法充分利用了接收端的所有数据信息,增大了阵列有效孔径自由度,同时通过对多组接收数据进行多种构造组合和平滑处理,进一步提高了估计性能和稳健性。

5 结束语

针对发射端和接收端均为强互耦阵列配置的双基地MIMO雷达,利用收发互耦的Kronecker乘积特点与带状、对称的Toeplitz性质,本文提出了高斯色噪声背景下基于4阶累积量块组合矩阵构造的目标DOD和DOA联合估计方法。在充分利用高阶累积量消除色噪声干扰优势的同时,利用接收数据矢量行数据之间的关系,构造出多组发射和接收4阶累积量,并通过多组累积量之间的矩阵组合,构造出收发目标参数自动配对的块累积量组合矩阵,从而利用子空间类算法估计出目标的发射角和接收角。理论和仿真实验表明:由于本文充分利用了接收信号的所有信息,且通过构造4阶累积量实现了多组接收数据的平滑处理,因此在强互耦情况下,本文算法的估计精度优于HOSVD, ESPRIT-like和PARAFAC算法。同时,由于利用4阶累积量进行角度估计,算法的复杂度有所增加。

参考文献

- [1] CAO Mingyang, VOROBYOV S A, and HASSANIEN A. Transmit array interpolation for DOA estimation via tensor decomposition in 2-D MIMO radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(19): 5225–5239. doi: 10.1109/TSP.2017.2721904.
- [2] 徐保庆, 赵永波, 庞晓娇. 基于实值处理的联合波束域双基地MIMO雷达测角算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: 10.11999/JEIT180766. XU Baoqing, ZHAO Yongbo, and PANG Xiaojiao. Joint real-valued beamspace-based method for angle estimation in bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1721–1727. doi: 10.11999/JEIT180766.
- [3] 程院兵, 吴临江, 郑昱, 等. 基于多维范德蒙德结构的双基地MIMO雷达收发角及多普勒频率联合估计[J]. *电子与信息学报*, 2018, 40(9): 2258–2264. doi: 10.11999/JEIT171002. CHENG Yuanbing, WU Linjiang, ZHENG Yu, et al. Multi-dimensional Vandermonde structure based DOD-DOA and Doppler frequency estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(9): 2258–2264. doi: 10.11999/JEIT171002.
- [4] GUO Yiduo and FENG Weike. Low-complexity angle estimation for noncircular signals in bistatic MIMO radar[J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2017, E100. B(6): 997–1002. doi: 10.1587/transcom.2016EBP3259.
- [5] MÉRIAUX B, ZHANG Xin, KORSO M N E, et al. Iterative marginal maximum likelihood DOD and DOA estimation for MIMO radar in the presence of SIRP clutter[J]. *Signal Processing*, 2019, 155: 384–390. doi: 10.1016/j.sigpro.2018.09.034.
- [6] LIU Xiaoli and LIAO Guisheng. Direction finding and mutual coupling estimation for bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(2): 517–522. doi: 10.1016/j.sigpro.2011.08.017.
- [7] ZHENG Zhidong, ZHANG Jin, and ZHANG Jianyun. Joint DOD and DOA estimation of bistatic MIMO radar in the presence of unknown mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2012, 92(12): 3039–3048. doi: 10.1016/j.sigpro.2012.06.013.
- [8] 杨康, 文方青, 黄冬梅, 等. 基于实值三线性分解的互耦条件下

- 双基地MIMO雷达角度估计算法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
- YANG Kang, WEN Fangqing, HUANG Dongmei, *et al.* Real-value-based trilinear decomposition-based direction estimation algorithm for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(2): 314–321. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.02.12).
- [9] WANG Xianpeng, WANG Wei, LIU Jing, *et al.* Tensor-based real-valued subspace approach for angle estimation in bistatic MIMO radar with unknown mutual coupling[J]. *Signal Processing*, 2015, 116: 152–158. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.03.020](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.03.020).
- [10] 郑志东, 张剑云, 康凯, 等. 互耦条件下双基地MIMO雷达的收发角度估计[J]. 中国科学: 信息科学, 2013, 43(6): 784–797.
- ZHENG Zhidong, ZHANG Jianyun, KANG kai, *et al.* Joint DOD and DOA estimation for bistatic MIMO radar in the presence of mutual coupling[J]. *Science China: Information Science*, 2013, 43(6): 784–797.
- [11] 杨守国, 李勇, 张昆辉, 等. 基于降维的双基地MIMO雷达收发阵列互耦和幅相误差校正算法[J]. 系统工程与电子技术, 2018, 40(12): 2668–2674. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.12.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.12.08).
- YANG Shouguo, LI Yong, ZHANG Kunhui, *et al.* Reduced dimensional calibration method for bistatic MIMO radar with mutual coupling and gain-phase errors of transmitting and receiving arrays[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(12): 2668–2674. doi: [10.3969/j.issn.1001-506X.2018.12.08](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-506X.2018.12.08).
- [12] 王威鹏, 国月皓, 黄梦醒, 等. 互耦条件下MIMO雷达非圆目标稳健角度估计方法[J]. 通信学报, 2019, 40(7): 144–150. doi: [10.11959/j.issn.1000-436x.2019163](https://doi.org/10.11959/j.issn.1000-436x.2019163).
- WANG Xianpeng, GUO Yuehao, HUANG Mengxing, *et al.* Robust angle estimation method for noncircular targets in MIMO radar with mutual coupling[J]. *Journal on Communications*, 2019, 40(7): 144–150. doi: [10.11959/j.issn.1000-436x.2019163](https://doi.org/10.11959/j.issn.1000-436x.2019163).
- [13] WEN Fangqing, ZHANG Zijing, WANG Ke, *et al.* Angle estimation and mutual coupling self-calibration for ULA-based bistatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2018, 144: 61–67. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.09.021](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2017.09.021).
- [14] LIAO Bin, ZHANG Zhiguo, and CHAN S C. DOA estimation and tracking of ULAs with mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 891–905. doi: [10.1109/TAES.2012.6129676](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6129676).
- [15] GOLUB G H and VAN LOAN C F. *Matrix Computations*[M]. Baltimore: Johns Hopkins University Press, 1996: 125–129.
- 郑志东: 男, 1985年生, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为MIMO雷达技术、雷达信号处理、二次雷达信号处理、阵列信号处理。
- 责任编辑: 马秀强