

# 脏纸编码的多用户 MIMO-OFDM 系统中基于纳什公平的资源分配算法

赵毅 曾令康 谢刚 熊芳 刘元安

(北京邮电大学泛网无线通信教育部重点实验室 北京 100876)

**摘要:** MIMO-OFDM 技术是实现大容量无线数据传输的一项关键技术。多用户系统中,在最大化系统资源利用率的同时保证用户间资源分配的公平性是系统设计的一个重要问题。该文首先分析了 MIMO 系统中最大化吞吐量的一种实现方式——脏纸编码(DPC),然后基于纳什公平性准则提出了一种用于 DPC 的多用户 MIMO-OFDM 系统中的自适应资源分配算法。仿真结果表明,该算法在损失较小系统吞吐量的前提下,很好地保证了用户间资源分配的公平性。

**关键词:** 通信与信息系统; 动态资源分配; 纳什公平; 多输入多输出/正交频分复用; 脏纸编码

中图分类号: TN914

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)12-2963-04

## Nash Fairness Based Resource Allocation Algorithm for Dirty-Paper Coded Multi-user MIMO-OFDM Systems

Zhao Yi Zeng Ling-kang Xie Gang Xiong Fang Liu Yuan-an

(Key Lab of Universal Wireless Communications, Ministry of Education, BUPT, Beijing 100876, China)

**Abstract:** MIMO-OFDM has been one of the most promising techniques for high data rate wireless transmission. In multi-user systems, how to guarantee the fairness among users while achieving large system throughput is an important issue for practical system design. In this paper, the Dirty-Paper Coding (DPC) as a new transmission technique is investigated to achieve the large throughput of MIMO systems, and a novel resource allocation algorithm based on Nash fairness is proposed for dirty-paper coded multi-user MIMO-OFDM systems. Simulation results show that the proposed algorithm can provide fair resource allocation among users, with less overall system rate loss.

**Key words:** Communication and information system; Adaptive resource allocation; Nash fairness; MIMO/OFDM; Dirty-Paper Coding (DPC)

### 1 引言

MIMO-OFDM 由于具有高的频谱利用率和强的抗多径衰落能力,因此成为下一代移动通信系统中的关键技术。多用户 MIMO-OFDM 系统采用自适应资源分配技术可以优化系统的频域和空域资源分配,从而进一步提高系统性能。前人已经对 MIMO-OFDM 系统中的资源分配问题做了大量的研究,然而片面强调无线资源利用率会造成用户间 QoS 的不公平。

脏纸编码(DPC)是一种用于 MIMO 系统的新型传输技术,可以达到多天线系统高斯广播信道的信道容量<sup>[1-3]</sup>,因此,受到了广泛的关注。基于 DPC 的 MIMO 系统易于同 OFDM 技术相结合以进一步提高系统性能,但多用户系统中用户间资源分配的公平性问题仍有待解决。

纳什均衡理论是解决网络效率、公平性和收入最大化等问题的有力工具。文献[4]将纳什均衡理论应用于解决

OFDMA 系统上行链路的资源分配问题,使系统资源分配在满足纳什公平性(Nash Fairness, NF)准则的前提下,系统吞吐量最大化。本文基于纳什公平性准则提出一种用于 DPC 的多用户 MIMO-OFDM 系统的资源分配算法——Nash-based DPC(NDPC)算法,该算法能够在追求系统吞吐量最大化的同时保证用户间资源分配的纳什公平性,从而解决了用户间服务质量的不公平问题。

### 2 系统模型

假设一个高斯广播下行链路的多用户 MIMO-OFDM 系统中的子载波数为  $N_c$ , 用户数为  $K$ , 基站端的发射天线数为  $N_t$ , 为简化分析,假定每个用户的接收天线数均为1。通常情况下,  $K \gg N_t$ , 使得系统能够获得有效的多用户分集提高系统容量。假定信道在每个 OFDM 符号之内的衰落值不变,且每个用户能够实时向基站反馈自己在所有子载波上的精确信道状态信息。MIMO-OFDM 系统的子载波在频域可以等效为多个并行的平坦衰落信道,每个频域信道又可以按发射天线个数等效为若干空间子信道。对于每一个子载波,设信道增益矩阵为  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times N_t}$ , 矩阵中元素  $h_{i,j}$  表示从发送

2007-06-15 收到, 2007-11-01 改回

北京邮电大学研究生创新基金和新世纪优秀人才支持计划(NCET-04-0112)资助课题

天线  $j$  到用户  $i$  的接收天线的信道增益。用户在单个子载波上的接收符号可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (1)$$

向量  $\mathbf{y} \in \mathcal{C}^{K \times 1}$  的元素  $y_i$  代表用户  $i$  的接收信号。 $\mathbf{x} \in \mathcal{C}^{N_t \times 1}$  为基站端的发送符号向量,  $\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k$ , 且  $E(\text{Tr}(\mathbf{x}\mathbf{x}^H)) \leq P$ ,

$\mathbf{x}_k$  为发送给第  $k$  个用户的数据符号, 上标  $\mathbf{H}$  表示 Hermitian 转置。 $\mathbf{n} \in \mathcal{C}^{K \times 1}$  为单位方差的高斯噪声向量。设  $\mathbf{H}(S) \in \mathcal{C}^{|S| \times N_t}$  为用户集  $S$  的信道矩阵,  $S$  的势满足  $|S| \leq N_t$ ,  $n_s = \text{rank}(\mathbf{H}(S))$ 。如果用户信道相互独立, 则  $n_s = |S|$ ,  $\mathbf{H}(S)$  有唯一的 LQ 分解  $\mathbf{H}(S) = \mathbf{G}\mathbf{B}^H$ , 其中矩阵  $\mathbf{B} \in \mathcal{C}^{n_s \times n_s}$  是正交矩阵, 下三角矩阵  $\mathbf{G} \in \mathcal{C}^{n_s \times n_s}$  的对角线元素为正值。

由文献[5]可知基于 ZF-DPC 的 OFDM 系统中每个子载波能承载的最大速率为

$$R_{\text{sum}} = \sum_{k=1}^{n_s} \log_2(1 + P_k^* g_{k,k}^2) \quad (2)$$

其中  $g_{k,k}$  为  $\mathbf{G}$  的对角线元素, 对应于第  $k$  个用户的等效信道的增益,  $P_k^*$  为注水算法得到的最优功率分配解。

$$P_k^* = \left[ \xi - \frac{1}{2g_{k,k}^2} \right]_+, \quad k = 1, \dots, n_s, \quad \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^{n_s} P_k^* = P \quad (3)$$

$(x)_+ \triangleq \max(x, 0)$ ,  $\xi$  为注水常数。

由式(3)可以看出, 每个子载波提供的速率不但与该子载波上面承载的具体用户有关, 而且与用户的排列次序有关。由于 MIMO-OFDM 系统的总速率为各个子载波提供的速率和, 为了使系统速率最大化, 需要为每个子载波分配适当的功率和选择合适的排序用户集  $S$ 。

由文献[4]可知, 基于 DPC 的多用户 MIMO-OFDM 系统满足纳什公平性准则的资源分配可以表示为如下受限最优化问题。为便于分析, 这里假定每个用户的最小速率要求为 0。

最大化

$$\text{NF}(r_{k,n}, p_{k,n}) = \max_{r_{k,n}, p_{k,n}} \prod_{k=1}^K R_k \quad (4)$$

约束条件为

$$R_n' = \sum_{k=1}^{n_s} r_{k,n}, \quad n_s = |S_n| = \min\{K, N_t\} \quad (5)$$

$$r_{k,n} = \log_2(1 + p_{k,n}(g_{k,k}^n)^2) \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{n_s} p_{k,n} \leq P \quad (7)$$

$$p_{k,n} \geq 0 \quad \forall k \text{ and } \forall n \quad (8)$$

其中  $R_k$ ,  $R_n'$ ,  $r_{k,n}$  分别为第  $k$  个用户总的传输速率, 第  $n$  个子载波总的传输速率和第  $k$  个用户在第  $n$  个子载波上的传输速率。 $S_n$  为第  $n$  个子载波上的用户集。 $g_{k,k}^n$  为第  $n$  个子载波  $\mathbf{G}$  矩阵的对角线元素,  $p_{k,n}$  为对应的等效信道的发送功率。 $P$  为单个子载波的最大发送功率。

文献[4,6]虽然提供了在 OFDMA 系统中获得纳什公平

解的方案, 但是它们不能用于基于 DPC 的多用户 MIMO-OFDM 系统。从上面的纳什公平目标函数可以看出, 该问题是一个混合的最优化问题, 文献[7]指出对于这类问题通常是寻找一个低复杂度的次优解。本文采用邻域搜索的方法——下降算法来逐步提高纳什公平代价函数值。

### 3 NDPC 算法

本文提出的 NDPC 算法包括初始化分配和确定最优排序用户集两个部分。

(1) 初始化分配 基于 DPC 的 MIMO-OFDM 系统允许每个子载波上同时加载多个用户。为了使每个子载波的效率最大化, 子载波在选择用户时, 形成了多个用户竞争的问题。人们已经对 DPC 系统的资源分配问题做了大量的研究<sup>[5,8,9]</sup>, 本文采用这些算法来对每个子载波进行初始化分配, 以使每个子载波的容量最大化。考虑到实现的复杂度, 本文采用文献[9]中提供的方法对子载波做初始化分配。

(2) 确定最优排序用户集 为了使纳什公平代价函数最大化, 本文采用迭代方式通过对每个子载波上的用户集进行调整来逐步提高用户间资源分配的公平性。在对子载波  $l$  的处理过程中, 首先求出系统当前时刻的纳什代价函数值, 然后将该子载波的当前用户集(记为  $S_l$ )中的用户  $i$  与  $S_l$  补集中的用户  $j$  进行交换, 并重新计算系统的纳什代价函数值。令  $\Delta_{i,j}$  为新的代价函数值与原纳什代价函数值的差值。这里将使纳什代价函数值增加最大的用户对称为此载波的最佳交换用户对, 记为  $\text{Opt}_l(i, j)$ 。 $\Delta_{i,j}$ ,  $\text{Opt}_l(i, j)$  满足以下关系:

$$\Delta_{i,j} = \left[ \prod_{k \in S_l'} R_k' - \prod_{k \in S_l} R_k^0 \right] \quad (9)$$

$S_l$  为交换前的用户集,  $S_l'$  为交换后的用户集。

$$\text{Opt}_l(i, j) = \arg \max_{i,j} \Delta_{i,j} \quad (10)$$

为了加速算法的收敛速度, 对每个子载波都选  $\text{Opt}_l(i, j)$  来对载波的用户集  $S_l$  进行调整, 将用户  $i$  移出  $S_l$  将用户  $j$  移入  $S_l$ 。

整个算法的实现过程描述如下:

令  $S_l$  表示子载波  $l$  上的排序用户集,  $U$  为系统中任意  $n_s$  个排序用户的集合。

步骤 1 初始化:

For 子载波  $l = 1 : N_c$

利用文献[9]中方法确定初始排序用户集  $S_l$ :

$$S_l = \arg \max_U R_{\text{sum}} = \arg \max_U \sum_{k=1}^{n_U} \log_2(1 + P_k^* g_{k,k}^2),$$

$$n_U = \min\{K, N_t\}$$

End For

For 用户  $k = 1 : K$

计算每个用户的传输速率:

$$R_k = \sum_{n=1}^{N_c} \sum_{k=1}^{n_s} r_{k,n}, \quad n_s = \min\{K, N_t\}$$

End For

计算系统的初始纳什公平代价函数值:

$$NF = \prod_{k=1}^K R_k$$

步骤 2 确定每个子载波的最优排序用户集:

设置迭代终止标志 IF = False 和无操作计数变量

OC = 0

While IF = False

For 子载波  $l = 1 : N_c$

寻找最佳交换用户对  $Opti_l(i, j)$ ;

If  $Opti_l(i, j)$  非空

$S_l \leftarrow S_l \setminus \{i\}$ ;

$S_l \leftarrow S_l \cup \{j\}$ ;

利用文献[9]中的方法确定  $S_l$  中用户的排列次序,更新相应用户的传输速率  $R_k$  和系统的纳什公平代价函数值 NF;

OC = 0;

Else

OC = OC + 1;

对下一个子载波进行操作;

End If

End For

If OC ==  $N_c$

设置迭代终止标志 IF = True

End If

End while

步骤 3 计算每个用户的传输速率  $R_k$ , 系统的总传输速率

$$R = \sum_{k=1}^K R_k, \text{ 纳什公平代价函数值 } NF = \prod_{k=1}^K R_k.$$

以上所述算法,每次调整只在可行域中进行搜索,每次迭代的瞬时解都是可行解,因此,在最终解得到之前都可以用于对实际系统进行配置。从实现过程可以看出在每次迭代过程中目标函数都是递增的,因此提出的算法一定是收敛的。但是,由于限制条件的非凸性及可行域的非凸性,如果初始值选择不恰当,本文提出的算法得到的解可能是局部最优解而不是全局最优解。

#### 4 仿真与分析

考虑多用户 MIMO-OFDM 系统的下行链路,系统带宽为 10MHz,子载波数为 128,采用 6 径的频率选择性衰落信道模型,信道参数为:时延=[0 0.2 0.5 1.6 2.3 5.0] $\mu$ s,功率损耗=[-3 0 -2 -6 -8 -10]dB。系统中的用户随机分布在离基站 40-200m 范围内。为了分析所提出的算法的性能,本文将提出的 NDPC 算法与未保证纳什公平的基于 ZF-DPC 的多用户 MIMO-OFDM 资源分配(DPC-Extended, DPCE)算法进行比较。

图 1 给出了系统中的用户数为 20 时,DPCE 与 NDPC 得到的各个用户的速率的比较。从图中可以看出 NDPC 算

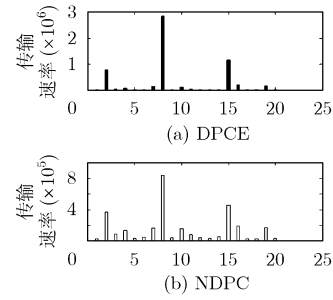


图 1 单个用户的传输速率

法将系统中占据资源较多的用户的资源分配给信道条件较差的用户(在 DPCE 算法中,速率为 0 的用户)。虽然损失了一定的系统效率,但是保证了用户在信道条件恶劣的情况下,仍能得到服务,使得系统中不出现速率为 0 的用户,从而提高了用户间资源分配的公平性。

图 2 给出了 DPCE 算法和 NDPC 算法总的传输速率比较。从图中可以看出 DPCE 的传输速率总是大于 NDPC 的传输速率,并且二者的差距随着系统中用户数的增加而变大。这是由于随着用户数的增加,系统中每个载波由于多用户分集的作用可以选择信道增益较大的用户,从而使得其获得更高的传输速率。但是,这样会更加加剧用户间资源分配的不公平,使信道条件差的用户更加难以获得资源。NDPC 的总传输速率随着用户数增长出现波动,这是由于增加的用户中信道条件较差的用户占多数(从图 1 可以看出)。为保证用户资源分配的公平性,为信道条件较差的用户分配资源会损失较大的系统速率,因此,随着用户数的增加系统总的传输速率可能会下降。

图 3 给出了系统中用户速率方差的比较。从图中可以看出随着用户数的增加两种算法得到用户速率的方差逐渐下降,但是 NDPC 的用户速率的方差明显低于 DPCE 的方差。另外,还可以看出随着用户数的增加,两种算法的方差比值逐渐增大,这说明在用户数增加的情况下 NDPC 算法可以更好地保证用户间资源分配的公平性。

#### 5 结束语

本文基于纳什公平性准则提出了一种用于 DPC 的多用户 MIMO-OFDM 系统的自适应资源分配算法-NDPC 算法。该算法采用迭代的方式逐步优化每个子载波上的用户集,不

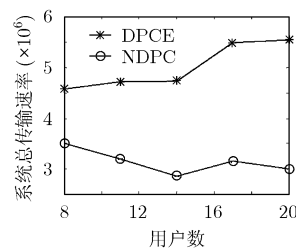


图 2 系统总的传输速率与用户数的关系

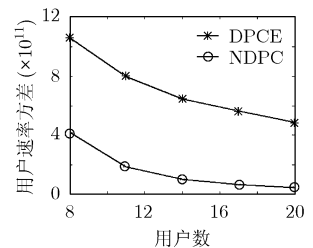


图 3 系统中用户速率方差与用户数的关系

断提高系统的纳什公平代价函数值。仿真结果表明,本文提出的算法尽管损失了一定的系统效率,但是很好地保证了用户间资源分配的公平性,从而获得系统吞吐量和用户间速率良好折衷。

### 参考文献

- [1] Vishwanath S, Jindal N, and Goldsmith A. Duality, achievable rates and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(10): 2658-2668.
  - [2] Viswanath P and Tse D N C. Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(8): 1912-1921.
  - [3] Yu W and Cioffi J. Sum capacity of Gaussian vector broadcast channels [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2004, 50(9): 1875-1892.
  - [4] Han Z, Ji Z, and Liu K J R. Fair multiuser channel allocation for OFDMA networks using Nash bargaining solutions and coalitions. *IEEE Trans. on Communication*, 2005, 53(8): 1366-1376.
  - [5] Caire G and Shamai S. On the achievable throughput of a multiantenna Gaussian broadcast channel [J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2003, 49(7): 1691-1706.
  - [6] Douligeris C and Mazumdar R R. More on Pareto-optimal flow control. Proceedings of the 26th Allerton Conference on Communication, Control, and Computing, Urbana, IL, United States, 1987: 553-574.
  - [7] Reklaitis G V, Ravindran A, and Ragsdell K M. Engineering Optimization: Methods and Applications[M]. 2nd, New York: Wiley, 1983, Chap. 3, 5, 6.
  - [8] Tu Z Y and Blum R S. Multiuser diversity for a dirty paper approach[J]. *IEEE Trans. on Communications Letters*, 2003, 7(8): 370-372.
  - [9] Jiang J, Buehrer R M, and Tranter W H. Greedy scheduling performance for a zero-forcing dirty-paper coded system [J]. *IEEE Trans. on Communication*, 2006, 54(5): 789-793.
- 赵毅: 男, 1980年生, 博士生, 研究方向为宽带移动通信中的自适应资源分配技术。
- 曾令康: 男, 1982年生, 硕士生, 研究方向为宽带移动通信中的自适应资源分配技术。
- 刘元安: 男, 1963年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为宽带移动通信和EMC/EMI。