

一种自动匹配的分布式非圆信号二维DOA快速估计方法

崔维嘉 代正亮* 王大鸣 李祥志

(解放军信息工程大学信息工程学院 郑州 450001)

摘要: 在相干分布式非圆信号2维波达方向(DOA)估计中, 针对利用非圆特性后维数扩展带来的较大复杂度问题, 且现有的低复杂度算法均需要额外的参数匹配, 该文提出一种基于互相关传播算子的自动匹配2维DOA快速估计算法。该算法考虑L型阵列, 在建立相干分布式非圆信号扩展阵列模型的基础上, 首先证明了L阵中两个子阵的广义方向矢量(GSV)均具有近似旋转不变特性, 然后通过阵列输出信号的互相关运算消除了额外噪声, 最终利用子阵GSV的近似旋转不变关系通过传播算子方法得到中心方位角与俯仰角估计。理论分析和仿真实验表明, 所提算法无须谱峰搜索和协方差矩阵特征分解运算, 具有较低的计算复杂度, 并且能够实现2维DOA估计的自动匹配; 同时, 相比于现有的相干分布式非圆信号传播算子算法, 所提算法以较小的复杂度代价获得了性能的较大提升。

关键词: 阵列信号处理; 相干分布式非圆信号; 互相关传播算子; 自动匹配

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2018)12-2881-08

DOI: [10.11999/JEIT171058](https://doi.org/10.11999/JEIT171058)

Fast Two-dimensional DOA Estimation for Coherently Distributed Noncircular Signals with Automatic Pairing

CUI Weijia DAI Zhengliang WANG Daming LI Xiangzhi

(*Institute of Information System Engineering, The PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China*)

Abstract: In the two-dimensional Direction Of Arrival (DOA) estimation of coherently distributed noncircular sources, the problem of large complexity is caused by dimension expansion after exploiting noncircular property, meanwhile the existing low-complexity algorithms all require additional parameter pairing procedure. To solve these problems, a rapid DOA estimation algorithm with automatic pairing is proposed for coherently distributed noncircular sources based on cross-correlation propagator. The L-shaped array is considered. Firstly, the extended array manifold model is established by exploiting the noncircularity of the signal, and then it is proved that there are approximate rotational invariance relationships in the Generalized Steering Vectors (GSVs) of two subarrays of the L array. At the same time, the extra noise can be eliminated by the cross-correlation matrix of the array output signals. Finally, on the basis of the approximate rotational invariance relationships of the sub-arrays, the center azimuth and elevation DOAs can be obtained by propagator method. Theoretical analysis and simulation experiments show that without the spectrum searching and eigenvalue decomposition of the sample covariance matrix, the proposed algorithm has low computational complexity. Moreover, it can automatically pair the estimated central azimuth and central elevation DOAs. In addition, compared with the existing propagation method for coherently distributed noncircular sources, the proposed algorithm can achieve higher estimation accuracy with the small complexity cost.

Key words: Array signal processing; Coherently distributed noncircular source; Cross-correlation propagator; Automatic pairing

收稿日期: 2017-11-14; 改回日期: 2018-09-26; 网络出版: 2018-10-16

*通信作者: 代正亮 xinxidailiang@outlook.com

基金项目: 国家自然科学基金(61401513)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61401513)

1 引言

高分辨的波达方向(DOA)估计是阵列信号处理的重要研究内容之一,传统的估计算法中一般基于点源模型的假设,即目标信源和观测阵列之间只存在视距传播^[1-4]。然而,在实际移动通信、雷达和声呐等应用领域中,当信源多径数目过多或者难以从空间域有效分离各条路径时,传统的点源模型不能准确描述阵列的接收数据,导致DOA估计性能严重恶化,甚至得不到正确的估计结果。在这种情况下,需要将目标信源建立为一个分布源模型^[5,6]。根据同一信源不同路径之间是否相关,可以将分布源分为相干分布源(CD)和非相干分布源(ID)两种类型^[7]。迄今为止,针对上述两种模型已有众多有效的DOA估计算法被提出,如子空间类算法^[8,9]、波束形成类算法^[10]、最大似然类算法^[11,12]和稀疏重构类算法^[13]等。然而上述方法均针对于假设信号源与接收阵列位于同一平面的1维分布源,而在实际环境中,两者往往并不在同一平面上,此时对应的是2维分布源模型。本文主要针对CD源的2维DOA估计问题展开研究。

由于2维CD源模型中同时考虑了方位角和俯仰角的空间分布特性,因此包含4个未知角度参数:中心方位角,方位角扩展,中心俯仰角和俯仰角扩展,传统的2维协方差匹配^[14]等算法需要多维参数搜索复杂度较高。为降低复杂度,相关学者开始研究CD源的近似简化模型,并提出了一系列低复杂度的2维DOA估计算法。文献^[15]提出了一种基于双圆阵的1维交替搜索(SOS)算法,该算法利用空间靠地很近的两个均匀圆阵广义方向矢量(GSV)的近似旋转不变关系,通过总体最小二乘旋转不变子空间(TLS-ESPRIT)算法得到中心俯仰角估计,进而通过多次1维搜索得到中心方位角估计,算法只需要1维搜索,但俯仰角的初始估计精度对算法性能影响较大。文献^[16]基于双平行线阵,利用两个线性子阵GSV间的近似旋转不变关系,通过TLS-ESPRIT算法分别得到中心方位角和中心俯仰角估计,无须复杂度较高的谱峰搜索,但当有多个信源存在时需要额外的参数匹配过程。上述算法都是假设入射信号是复圆信号。然而,在现代通信系统和卫星通信系统中还存在着大量的非圆信号,常见的有双相移相键控(BPSK)以及最小移频键控(MSK)等调制信号^[17,18]。近年来,利用信号非圆特性提升分布源2维DOA估计性能的研究引起了相关学者的关注,这些算法利用非圆信号椭圆协方差矩阵不为零的特性,虚拟扩展了阵元数和阵列孔径,其分辨力和测角精度都较传统的子空间算法等有明

显的提升。文献^[19]在文献^[16]的基础上,建立了非圆信号扩展阵列模型,并提出了相干分布式非圆信号2维DOA估计(CDNC)算法,该算法无须搜索,具有较低的计算复杂度。尽管如此,由于利用非圆特性将阵列输出信号矢量维数进行了扩展,并且需要计算协方差矩阵和特征分解运算,因此复杂度仍有待降低。传播算子(PM)类算法是解决上述问题的有效方法,其可避免协方差矩阵特征分解运算,具有较低的计算复杂度,相关学者提出了一系列基于PM的2维DOA快速估计算法^[20,21],但大多都是基于点源模型的研究,而针对分布源的研究较少。文献^[22]提出了一种基于改进传播算子的相干分布式非圆信号2维DOA快速估计(NC-PM)算法,该算法无须谱峰搜索、计算协方差矩阵及其特征分解运算,复杂度较低,但算法在低信噪比时性能较差。同时,文献^[15,16,22]中的算法均需要额外的2维DOA参数匹配过程,在低信噪比时容易引入匹配误差,降低了估计精度。

本文针对相干分布式非圆信号2维DOA估计问题,在建立非圆信号扩展阵列模型的基础上,提出了一种基于互相关传播算子的2维DOA快速估计算法。该算法首先证明了L阵中两个子阵的广义方向矢量GSV均具有近似旋转不变特性,然后通过阵列输出信号的互相关运算消除了额外噪声,最终利用子阵GSV的近似旋转不变关系通过传播算子方法得到中心方位角与俯仰角估计,无须谱峰搜索和协方差矩阵特征分解运算,具有较低的计算复杂度,并且实现了2维DOA估计的自动匹配;同时,相比于现有的相干分布式非圆信号传播算子算法,所提算法以较小的复杂度代价获得了性能的较大提升。

2 信号模型

考虑图1所示的L型阵列,该阵列包含两个子阵 X_a 和 Z_a 。其中,子阵 X_a 位于 x 轴,子阵 Z_a 位于 z 轴,每个子阵均为 M 元均匀线阵,且阵元间距均为 d 。假设有 K 个远场窄带相干分布式非圆信号入射到该阵列上,则 t 时刻子阵 X_a 和 Z_a 的输出信号矢量分别为^[15,16,22]

$$\mathbf{w}_\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^K \iint \mathbf{a}_\varepsilon(\theta, \varphi) s_k(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi + \mathbf{n}_\varepsilon(t), \quad \varepsilon \in \{x, z\} \quad (1)$$

其中, $s_k(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_k)$ 为第 k 个CD源的角信号密度函数; $\boldsymbol{\mu}_k = (\theta_k, \sigma_{\theta_k}, \varphi_k, \sigma_{\varphi_k})$ 为第 k 个CD源的角度参数矢量,其中各分量分别表示中心方位角 θ_k ,方位角扩展 σ_{θ_k} ,中心俯仰角 φ_k 和俯仰角扩展 σ_{φ_k} ; $\mathbf{n}_\varepsilon(t)$

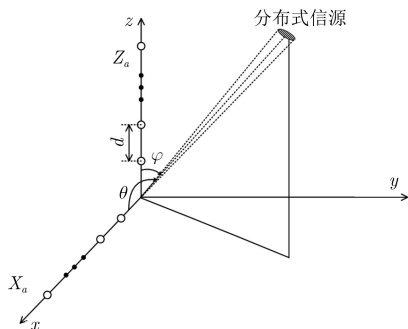


图1 L阵列与分布式信源

($\varepsilon \in \{x, z\}$) 都是均值为0，方差为 σ_n^2 的高斯白噪声。 $\mathbf{a}_\varepsilon(\theta_k, \varphi_k)$ ($\varepsilon \in \{x, z\}$) 分别是入射方向为 (θ_k, φ_k) 时两个子阵的阵列方向矢量，

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x(\theta_k, \varphi_k) &= \left[1, e^{-j2\pi(d/\lambda) \cos \theta_k}, \dots, e^{-j2\pi(d/\lambda)(M-1) \cos \theta_k} \right]^T, \\ \mathbf{a}_z(\theta_k, \varphi_k) &= \left[1, e^{-j2\pi(d/\lambda) \cos \varphi_k}, \dots, e^{-j2\pi(d/\lambda)(M-1) \cos \varphi_k} \right]^T \end{aligned} \quad (2)$$

对于一个2维CD源，角信号密度函数 $s_k(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_k)$ 可表示为

$$s_k(\theta, \varphi, t; \boldsymbol{\mu}_k) = s_k(t) \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) \quad (3)$$

其中， $s_k(t)$ 为随机变量， $\rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k)$ 为确定性角信号密度函数，通常为高斯分布或均匀分布^[8]，则将式(3)代入式(1)，阵列输出信号矢量可改写为

$$\mathbf{w}_\varepsilon(t) = \sum_{k=1}^K \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_k) s_k(t) + \mathbf{n}_\varepsilon(t), \varepsilon \in \{x, z\} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_k) = \iint \mathbf{a}_\varepsilon(\theta, \varphi) \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi$ ($\varepsilon \in \{x, z\}$) 分别为子阵 X_a 和 Z_a 的广义方向矢量。

在小角度扩展下，基于空间频率近似模型，式(4)可以改写为式(5)形式^[15]：

$$\mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_k) = \mathbf{a}_\varepsilon(\theta_k, \varphi_k) \otimes \mathbf{g}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_k), \varepsilon \in \{x, z\} \quad (5)$$

其中， \otimes 表示Schur-Hadamard积， $\mathbf{g}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_i)$ ($\varepsilon \in \{x, z\}$) 分别为两个子阵的角信号分布函数矢量。

式(4)可以进一步表示为

$$\mathbf{w}_\varepsilon(t) = \mathbf{B}_\varepsilon \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_\varepsilon(t), \varepsilon \in \{x, z\} \quad (6)$$

其中， $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_K(t)]^T$ 为 $K \times 1$ 的信号矢量， $\mathbf{B}_\varepsilon = [\mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_1), \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_2), \dots, \mathbf{b}_\varepsilon(\boldsymbol{\mu}_K)]$ ($\varepsilon \in \{x, z\}$) 是由 K 个广义方向矢量构成的广义方向矩阵。

本文考虑接收信号为最大非圆率信号的情况，则信号矢量 $\mathbf{s}(t)$ 可以表示为

$$\mathbf{s}(t) = \boldsymbol{\Omega} \mathbf{s}_0(t) \quad (7)$$

其中， $\mathbf{s}_0(t)$ 是实信号矢量； $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}\{e^{j\beta_1/2}, e^{j\beta_2/2}, \dots, e^{j\beta_K/2}\}$ ， β_k 是第 k 个CD源的非圆相位。

利用信号的非圆特性，可构造扩展的阵列输出信号矢量^[17-19]：

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_\varepsilon^{(nc)}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{w}_\varepsilon(t) \\ \mathbf{w}_\varepsilon^*(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\varepsilon \\ \mathbf{B}_\varepsilon^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \mathbf{s}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{n}_\varepsilon(t) \\ \mathbf{n}_\varepsilon^*(t) \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_\varepsilon^{(nc)}(t), \varepsilon \in \{x, z\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中， $\mathbf{B}_\varepsilon^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\varepsilon \\ \mathbf{B}_\varepsilon^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix}$ 为扩展广义方向矩阵，

$\mathbf{n}_\varepsilon^{(nc)}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_\varepsilon(t) \\ \mathbf{n}_\varepsilon^*(t) \end{bmatrix}$ 为阵列扩展接收噪声矢量。

根据式(8)可知，利用扩展的阵列输出矩阵可以虚拟加倍阵元个数，进而可提高阵列的分辨力和估计精度。

3 基于互相关传播算子的2维DOA快速估计算法

3.1 子阵GSV近似旋转不变特性证明

将均匀直线阵 X_a 分割成两个子阵 X_{a1} 和 X_{a2} ，则 X_{a1} 和 X_{a2} 的广义方向矢量可分别定义为

$$\mathbf{b}_{xi}(\boldsymbol{\mu}_k) = \int \int \mathbf{a}_{xi}(\theta, \varphi) \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi, \quad i \in \{1, 2\} \quad (9)$$

其中， $\mathbf{a}_{x1}(\theta, \varphi)$ 和 $\mathbf{a}_{x2}(\theta, \varphi)$ 分别包含 $\mathbf{a}_x(\theta, \varphi)$ 的前 $M-1$ 个元素和后 $M-1$ 个元素。

可以定义 $\theta = \theta_k + \tilde{\theta}$ ，其中 $\tilde{\theta}$ 是 θ 和中心方位角 θ_k 之间的小偏差。在小角度扩展下，根据Taylor级数近似，有式(10)的近似关系成立：

$$\cos \theta \approx \cos \theta_k - \tilde{\theta} \sin \theta_k \quad (10)$$

将式(10)代入式(9)，则广义方向矢量 $\mathbf{b}_{x1}(\boldsymbol{\mu}_k)$ 的第 m 个元素可表示为

$$\begin{aligned} [\mathbf{b}_{x1}(\boldsymbol{\mu}_k)]_m &= \int \int e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1) \cos \theta} \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi \\ &\approx \int \int e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1)(\cos \theta_k - \tilde{\theta} \sin \theta_k)} \\ &\quad \cdot \rho_k(\theta_k + \tilde{\theta}, \varphi_k + \tilde{\varphi}; \boldsymbol{\mu}_k) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \\ &= e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1) \cos \theta_k} \int \int e^{j2\pi(d/\lambda)(m-1) \tilde{\theta} \sin \theta_k} \\ &\quad \cdot \rho_k(\theta_k + \tilde{\theta}, \varphi_k + \tilde{\varphi}; \boldsymbol{\mu}_k) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \end{aligned} \quad (11)$$

同时, 广义方向矢量 $\mathbf{b}_{x2}(\boldsymbol{\mu}_k)$ 的第 m 个元素可表示为

$$\begin{aligned} [\mathbf{b}_{x2}(\boldsymbol{\mu}_k)]_m &= \iint e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1)\cos\theta} e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta} \\ &\quad \cdot \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi \\ &\approx \iint e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1)(\cos\theta_k - \tilde{\theta}\sin\theta_k)} \\ &\quad \cdot e^{-j2\pi(d/\lambda)(\cos\theta_k - \tilde{\theta}\sin\theta_k)} \\ &\quad \cdot \rho_k(\theta_k + \tilde{\theta}, \varphi_k + \tilde{\varphi}; \boldsymbol{\mu}_k) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \\ &= e^{-j2\pi(d/\lambda)(m-1)\cos\theta_k} e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_k} \\ &\quad \cdot \iint e^{j2\pi(d/\lambda)(m-1)\tilde{\theta}\sin\theta_k} e^{j2\pi(d/\lambda)\tilde{\theta}\sin\theta_k} \\ &\quad \cdot \rho_k(\theta_k + \tilde{\theta}, \varphi_k + \tilde{\varphi}; \boldsymbol{\mu}_k) d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \quad (12) \end{aligned}$$

由于 $e^{j2\pi(d/\lambda)\tilde{\theta}\sin\theta_k} \approx 1$, 因此有 $[\mathbf{b}_{x2}(\boldsymbol{\mu}_k)]_m \approx e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_k} [\mathbf{b}_{x1}(\boldsymbol{\mu}_k)]_m$, 进而可得两个子阵广义方向矢量 $\mathbf{b}_{x1}(\boldsymbol{\mu}_k)$ 和 $\mathbf{b}_{x2}(\boldsymbol{\mu}_k)$ 间的近似旋转不变关系:

$$\mathbf{b}_{x2}(\boldsymbol{\mu}_k) \approx e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_k} \mathbf{b}_{x1}(\boldsymbol{\mu}_k) \quad (13)$$

式(13)表示成矩阵形式为

$$\mathbf{B}_{x2} \approx \mathbf{B}_{x1} \boldsymbol{\Phi}_x \quad (14)$$

其中, \mathbf{B}_{x1} 和 \mathbf{B}_{x2} 分别是广义阵列流型 \mathbf{B}_x 的前 $M-1$ 行和后 $M-1$ 行; $\boldsymbol{\Phi}_x = \text{diag}(e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_1}, e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_2}, \dots, e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\theta_k})$ 。

同理, 可将阵列 Z_a 分割成两个子阵 Z_{a1} 和 Z_{a2} , 则 Z_{a1} 和 Z_{a2} 的广义方向矢量可分别表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{zi}(\boldsymbol{\mu}_k) &= \iint \mathbf{a}_{zi}(\theta, \varphi) \rho_k(\theta, \varphi; \boldsymbol{\mu}_k) d\theta d\varphi, \\ i &\in \{1, 2\} \quad (15) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{a}_{z1}(\theta, \varphi)$ 和 $\mathbf{a}_{z2}(\theta, \varphi)$ 分别包含 $\mathbf{a}_z(\theta, \varphi)$ 的前 $M-1$ 个元素和后 $M-1$ 个元素。与上述过程类似, 可以证明:

$$\mathbf{B}_{z2} \approx \mathbf{B}_{z1} \boldsymbol{\Omega}_z \quad (16)$$

其中, \mathbf{B}_{z1} 和 \mathbf{B}_{z2} 分别是广义阵列流型 \mathbf{B}_z 的前 $M-1$ 行和后 $M-1$ 行, $\boldsymbol{\Omega}_z = \text{diag}(e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\varphi_1}, e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\varphi_2}, \dots, e^{-j2\pi(d/\lambda)\cos\varphi_k})$ 。

3.2 中心方位角与俯仰角估计

基于式(6)中的阵列扩展输出信号矢量, 可以计算两个子阵的互相关矩阵如式(17):

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xz}^{(nc)} &= \mathbb{E} [\mathbf{w}_x^{(nc)}(t) (\mathbf{w}_z^{(nc)}(t))^H] \\ &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \mathbf{R}_S (\mathbf{B}_z^{(nc)})^H \quad (17) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{R}_S = \mathbb{E} [\mathbf{S}(t) \mathbf{S}^H(t)]$ 为入射信号协方差矩阵。从式(17)可以看出, 通过互相关运算可以有效

消除额外的噪声, 进而提高估计精度。接下来可以从矩阵 $\mathbf{R}_{xz}^{(nc)}$ 中提取出两个子矩阵 $\mathbf{R}_{xz,1}^{(nc)}$ 和 $\mathbf{R}_{xz,2}^{(nc)}$, 分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xz,1}^{(nc)} &= [\mathbf{R}_{xz}^{(nc)}(:, 1 : M-1), \mathbf{R}_{xz}^{(nc)}(:, M+2 : 2M)] \\ &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \mathbf{R}_S \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xz,2}^{(nc)} &= \mathbf{R}_{xz}^{(nc)}(:, 2 : 2M-1) \\ &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \mathbf{R}_S \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z2} \\ \mathbf{B}_{z1}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \\ &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \mathbf{R}_S \boldsymbol{\Omega}_z^H \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \quad (19) \end{aligned}$$

由于入射信号协方差矩阵 \mathbf{R}_S 是对角矩阵, 因此式(19)可以改写为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{xz,2}^{(nc)} &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \mathbf{R}_S \boldsymbol{\Omega}_z^H \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \\ &= \mathbf{B}_x^{(nc)} \boldsymbol{\Omega}_z^H \mathbf{R}_S \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \quad (20) \end{aligned}$$

结合式(18)与式(20), 可以构造一个新的扩展矩阵 \mathbf{R} :

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{xz,1}^{(nc)} \\ \mathbf{R}_{xz,2}^{(nc)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x^{(nc)} \\ \mathbf{B}_x^{(nc)} \boldsymbol{\Omega}_z^H \end{bmatrix} \mathbf{R}_S \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \\ &= \mathbf{B}_{xe}^{(nc)} \mathbf{R}_S \left(\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{z1} \\ \mathbf{B}_{z2}^* \boldsymbol{\Omega}^{-2} \end{bmatrix} \right)^H \quad (21) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{B}_{xe}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x^{(nc)} \\ \mathbf{B}_x^{(nc)} \boldsymbol{\Omega}_z^H \end{bmatrix}$ 。进而, 可将 $\mathbf{B}_{xe}^{(nc)}$ 分块成两部分:

$$\mathbf{B}_{xe}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{xe,1}^{(nc)} \\ \mathbf{B}_{xe,2}^{(nc)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{B}_{xe,1}^{(nc)}$ 和 $\mathbf{B}_{xe,2}^{(nc)}$ 分别是 $K \times K$ 和 $(4M-K) \times K$ 的子矩阵。值得注意的是, 由于 K 个相干分布式非圆信号之间互不相关, 因此 $\mathbf{B}_{xe,1}^{(nc)}$ 和 $\mathbf{B}_{xe,2}^{(nc)}$ 都是列满秩, 则存在一个 $K \times (4M-K)$ 的传播算子 \mathbf{P} 满足

$$\mathbf{P}^H \mathbf{B}_{xe,1}^{(nc)} = \mathbf{B}_{xe,2}^{(nc)} \quad (23)$$

相似地, 可将扩展矩阵 \mathbf{R} 分块成两部分

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_2 \end{bmatrix} \quad (24)$$

其中, \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 分别是 $K \times (4M - 4)$ 和 $(4M - K) \times (4M - 4)$ 的子矩阵, 则在无噪声时存在线性关系: $\mathbf{P}^H \mathbf{R}_1 = \mathbf{R}_2$ 。实际环境中噪声不可避免, 可通过最小二乘方法得到 \mathbf{P} 的估计值, 即

$$\widehat{\mathbf{P}} = (\mathbf{R}_1 \mathbf{R}_1^H)^{-1} \mathbf{R}_1 \mathbf{R}_2^H \quad (25)$$

为了充分利用所有阵元信息, 可构造一个扩展传播算子 $\mathbf{P}_e = [\mathbf{I}_K^H, \widehat{\mathbf{P}}]^H$, 且有 $\mathbf{P}_e \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} = \mathbf{B}_{x_e}^{(nc)}$ 。可以将 \mathbf{P}_e 分块成两个 $2M \times K$ 的子矩阵 \mathbf{P}_{e1} 和 \mathbf{P}_{e2} , 且有

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_{e1} \\ \mathbf{P}_{e2} \end{bmatrix} \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} = \mathbf{B}_{x_e}^{(nc)} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_x^{(nc)} \\ \mathbf{B}_x^{(nc)} \boldsymbol{\Omega}_z^H \end{bmatrix} \quad (26)$$

根据式(26), 可以构造一个新的矩阵 $\boldsymbol{\psi}$:

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{P}_{e1}^+ \mathbf{P}_{e2} = \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} \boldsymbol{\Omega}_z^H (\mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)})^{-1} \quad (27)$$

对 $\boldsymbol{\psi}$ 进行特征分解, 可以得到特征值 $\hat{\beta}_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 和相应的特征矩阵 \mathbf{B}'_1 , 即分别对应 $\boldsymbol{\Omega}_z^H$ 的对角元素和 $\mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)}$ 的估计, 且有

$$\mathbf{B}'_1 = \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} \boldsymbol{\Pi} \quad (28)$$

其中, $\boldsymbol{\Pi}$ 为置换矩阵, 满足 $\boldsymbol{\Pi}^{-1} = \boldsymbol{\Pi}$ 。因此, 根据 $\boldsymbol{\Omega}_z^H$ 中对角元素的表达形式, 可以得到中心俯仰角 $\varphi_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的估计如式(29):

$$\widehat{\varphi}_k = \arccos \left(\arg \left(\hat{\beta}_k \right) \lambda / 2\pi d \right) \quad (29)$$

接下来, 可以构造式(30), 式(31)两个矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{e3} &= [\mathbf{P}_e(1 : M - 1, :), \mathbf{P}_e(M + 2 : 2M, :), \\ &\quad \mathbf{P}_e(2M + 1 : 3M - 1, :), \mathbf{P}_e(3M + 2 : 4M, :)] \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{e4} &= [\mathbf{P}_e(2 : M, :), \mathbf{P}_e(M + 1 : 2M - 1, :), \\ &\quad \mathbf{P}_e(2M + 2 : 3M, :), \mathbf{P}_e(3M + 1 : 4M - 1, :)] \end{aligned} \quad (31)$$

进而可以得到式(32), 式(33)所示的两个矩阵 \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 :

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{P}_{e3} \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} \quad (32)$$

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{P}_{e4} \mathbf{B}_{x_{e,1}}^{(nc)} \quad (33)$$

根据式(32)和式(33), 可得

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_1 \widehat{\boldsymbol{\Phi}}_x \quad (34)$$

其中, $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{x1} = \boldsymbol{\Pi} \boldsymbol{\Phi}_x \boldsymbol{\Pi}^{-1}$, $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_{x1}$ 是由 $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_x$ 的对角元素组成的对角矩阵, 因此, $\boldsymbol{\Phi}_x$ 中对角元素的估计即为 $\mathbf{E}_1^+ \mathbf{E}_2$ 的对角元素。最终, 根据 $\boldsymbol{\Phi}_x$ 中对角元素的表达形式, 可以得到中心方位角 $\theta_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 的

估计如式(35):

$$\widehat{\theta}_k = \arccos(-\arg(\widehat{\alpha}_k) \lambda / 2\pi d) \quad (35)$$

注意到, 通过式(29)和式(35), 不仅得到了2维DOA估计, 并且实现了自动匹配。

3.3 算法步骤

根据上述分析可以将本文估计相干分布式非圆信号2维DOA的方法归纳为以下步骤:

(1)根据式(8)扩展阵列输出信号矢量, 并计算两个子阵的互相关矩阵 $\mathbf{R}_{xz}^{(nc)}$;

(2)从矩阵 $\mathbf{R}_{xz}^{(nc)}$ 中提取出两个子矩阵 $\mathbf{R}_{xz,1}^{(nc)}$ 和 $\mathbf{R}_{xz,2}^{(nc)}$, 并根据式(21)构造扩展矩阵 \mathbf{R} ;

(3)分块 \mathbf{R} 得到两个子矩阵 \mathbf{R}_1 和 \mathbf{R}_2 , 并根据式(25)的最小二乘方法估计出传播算子 $\widehat{\mathbf{P}}$, 进而构造出一个扩展传播算子 \mathbf{P}_e ;

(4)将 \mathbf{P}_e 分块成两个子矩阵 \mathbf{P}_{e1} 和 \mathbf{P}_{e2} , 并通过式(27)得到矩阵 $\boldsymbol{\psi}$, 进而通过特征分解得到特征值 $\hat{\beta}_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 和相应的特征矩阵 \mathbf{B}'_1 ;

(5)根据式(32)和式(33)构造矩阵 \mathbf{E}_1 和 \mathbf{E}_2 , 进而 $\mathbf{E}_1^+ \mathbf{E}_2$ 中对角元素的估计即为 $\boldsymbol{\Phi}_x$ 的对角元素;

(6)根据式(29)和式(35)分别得到中心俯仰角和方位角估计。

接下来进行复杂度对比分析。假设子阵阵元数为 M , 快拍数为 N , 信源数为 K , 则本文算法的复杂度主要在于估计一个 $2M \times 2M$ 的阵列互相关矩阵、传播算子 $\widehat{\mathbf{P}}$ 的估计、矩阵 $\boldsymbol{\psi}$ 的估计和特征分解运算, 以及矩阵 $\widehat{\boldsymbol{\Phi}}_x$ 的估计, 相应的计算量分别为 $O(4M^2N)$, $O(K^3 + K(4M - K)(4M + K))$, $O(6MK^2 + 2K^3)$ 和 $O(12(M - 1)K^2 + K^3)$, 总体而言, 所提算法的计算复杂度可以表示为 $O(4M^2N + 22M^2K + 3K^3 - 12K^2)$ 。此外, 文献[15]中的SOS算法、文献[16]中的TLS-ESPRIT算法、文献[19]中的CDNC算法和文献[22]中的NC-PM算法的复杂度如表1所示(L 表示搜索点数)。

由上述的复杂度分析和表1可知, 当搜索点数 L 和阵元数 M 较大时, 本文算法的复杂度明显低于SOS算法、TLS-ESPRIT算法和CDNC算法, 这是

表1 计算复杂度对比

算法	计算量
SOS	$O(8M^3 + 4M^2N + L(K^3 + 2K^2M))$
TLS-ESPRIT	$O((2M + 1)^3 + (2M + 1)^2N + 2MK^2 + 2K^3)$
CDNC	$O\left(64M^3 + 16M^2N + \left(\frac{11}{9}M - 4\right)K^2 + 2K^3\right)$
NC-PM	$O(2(4M - 1)KN + 2K^3 + K^2)$
本文算法	$O(4M^2N + 22M^2K + 3K^3 - 12K^2)$

因为本文算法无须复杂度较高的谱峰搜索和协方差矩阵特征分解运算；而相比于NC-PM算法，本文算法计算复杂度虽然有所增加，但只是增加了互相关矩阵的计算，并且无须额外的参数匹配过程，因此复杂度也不会大幅度提升。

4 仿真实验

本节通过仿真实验，从几个不同方面分析了本文算法与文献[15]中的SOS算法、文献[16]中的TLS-ESPRIT算法、文献[19]中的CDNC算法和文献[22]中的NC-PM算法性能对比情况。仿真实验拟使用BPSK信号作为发射信号，并且采用如图1所示的L型阵列结构，子阵中阵元间距均为 $d = \lambda/2$ 。实验中均假设噪声为高斯白噪声，角信号分布函数为高斯分布。为了验证各个算法性能，进行了 Q 次独立的蒙特卡罗仿真实验，统计CD源的2维DOA估计的均方根误差(RMSE)结果，并将统计结果与参数估计的克拉美罗下界(CRLB)作对比，中心方位角和俯仰角的均方根误差 $RMSE(\theta)$ 和 $RMSE(\varphi)$ 分别定义为

$$RMSE(\theta) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\sum_{q=1}^Q \|\hat{\theta}_{q,k} - \theta_k\|^2 \right)} \quad (36)$$

$$RMSE(\varphi) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{Q} \left(\sum_{q=1}^Q \|\hat{\varphi}_{q,k} - \varphi_k\|^2 \right)} \quad (37)$$

其中， K 为信源数， $\hat{\theta}_{q,k}$ 和 $\hat{\varphi}_{q,k}$ 分别为第 k 个CD源第 q 次蒙特卡罗实验中心方位角和俯仰角的估计值， θ_k, φ_k 分别为第 k 个CD源中心方位角和俯仰角的真实值。

仿真1 欠定情况下算法有效性验证 本文算法利用非圆特性扩展了虚拟阵列孔径，能够实现阵元数少于信源数的欠定情况下分布源2维DOA估计。为进行有效性验证，实验采用5个具有代表性

的到达角，其角度参数分别为 $\mu_1 = (40^\circ, 1^\circ, 60^\circ, 1^\circ)$ ， $\mu_2 = (60^\circ, 1^\circ, 80^\circ, 1^\circ)$ ， $\mu_3 = (80^\circ, 1^\circ, 100^\circ, 1^\circ)$ ， $\mu_4 = (100^\circ, 1^\circ, 120^\circ, 1^\circ)$ 和 $\mu_5 = (120^\circ, 1^\circ, 140^\circ, 1^\circ)$ 。信噪比(SNR)固定为10 dB，快拍数为500，各个子阵的阵元数均为4，通过50次蒙特卡罗试验，CD源的2维DOA估计值分布如图2所示。从图2中可以看出，本文算法能够实现欠定情况下分布源2维DOA有效估计，并且具有较高的估计精度。

仿真2 不同信噪比下算法性能对比 假设信源数 $K = 2$ ，角度参数分别是 $\mu_1 = (50^\circ, 1^\circ, 60^\circ, 0.5^\circ)$ 和 $\mu_2 = (60^\circ, 0.5^\circ, 80^\circ, 1^\circ)$ ，快拍数为500，每个子阵阵元数为16。在不同的信噪比处分别进行500次蒙特卡罗实验，可得到如图3所示的2维DOA的均方根误差RMSE与信噪比SNR的关系曲线。从图3中可以看出本文算法的性能优于其他算法，这是因为本文算法利用了信号非圆特性扩展了虚拟阵列孔径，并且通过输出信号互相关运算消除了额外噪声，同时本文算法也实现了估计参数的自动匹配，可有效避免参数匹配过程带来的匹配误差。

仿真3 验证快拍数对算法性能的影响 为比较快拍数对各个算法性能的影响，固定信噪比为0 dB，其他参数与仿真3相同。在不同的快拍数下分别进行500次蒙特卡罗实验，绘制这些算法的RMSE曲线与快拍数的关系如图4所示，从图4中可

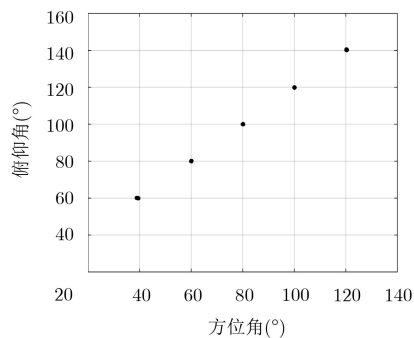


图2 2维DOA估计分布图

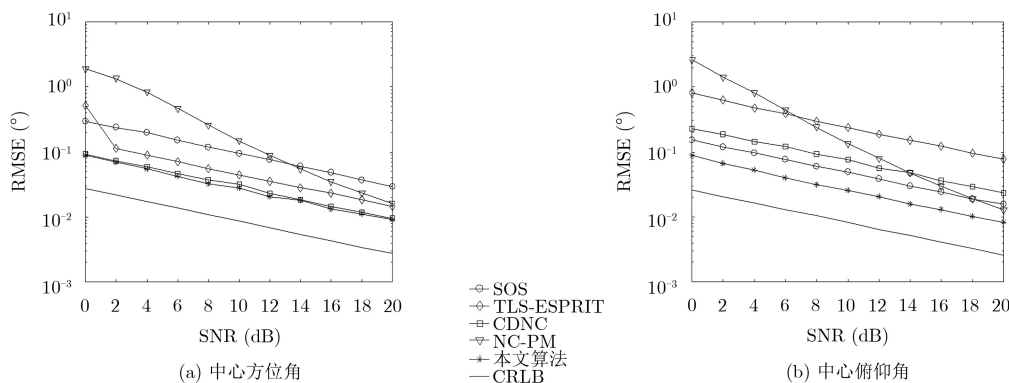


图3 不同算法2维DOA估计均方根误差RMSE随信噪比SNR变化

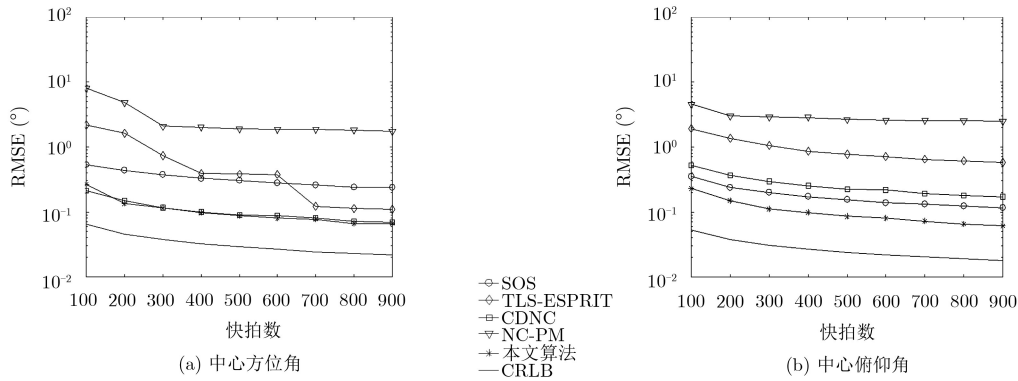


图4 不同算法2维DOA估计均方根误差RMSE随快拍数变化

可以看出随着快拍数的增加，这些算法的性能也随之改善，并且在相同快拍数时，本文算法的性能优于其他算法。

5 结论

本文考虑相干分布式非圆信号2维波达方向估计中，利用非圆特性后维数扩展会带来较大复杂度，并且现有的低复杂度算法均需要额外的参数匹配。针对上述问题，本文提出了一种基于互相关传播算子的2维DOA快速估计算法。该算法利用L阵中子阵GSV的旋转不变特性通过传播算子方法得到中心方位角与俯仰角估计，并且通过阵列输出信号的互相关运算消除了额外噪声。理论分析和仿真实验表明，本文算法无须复杂度较高的谱峰搜索和协方差矩阵特征值分解运算，并且能够实现估计参数的自动匹配；相比于现有的相干分布式非圆信号传播算子算法，本文算法以较小的复杂度代价获得了性能的较大提升。

参考文献

- [1] ZHANG Ying and NG B P. MUSIC-Like DOA estimation without estimating the number of sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1668–1676. doi: [10.1109/TSP.2009.2037074](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2037074).
- [2] 樊劲宇, 顾红, 苏卫民, 等. 基于张量分解的互质阵MIMO雷达目标多参数估计方法[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(4): 933–938. doi: [10.11999/JEIT140826](https://doi.org/10.11999/JEIT140826).
FAN Jinyu, GU Hong, SU Weimin, *et al.* Co-prime MIMO radar multi-parameter estimation based on tensor decomposition[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 933–938. doi: [10.11999/JEIT140826](https://doi.org/10.11999/JEIT140826).
- [3] 梁浩, 崔琛, 余剑. 基于ESPRIT算法的十字型阵列MIMO雷达降维DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(1): 80–89. doi: [10.11999/JEIT150402](https://doi.org/10.11999/JEIT150402).
LIANG Hao, CUI Chen, and YU Jian. Reduced-dimensional DOA estimation based on ESPRIT algorithm in monostatic
- [4] 冯明月, 何明浩, 徐璟, 等. 低信噪比条件下宽带欠定信号高精度DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(6): 1340–1347. doi: [10.11999/JEIT160921](https://doi.org/10.11999/JEIT160921).
FENG Mingyue, HE Minghao, XU Jing, *et al.* High accuracy DOA estimation under low SNR condition for wideband underdetermined signals[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(6): 1340–1347. doi: [10.11999/JEIT160921](https://doi.org/10.11999/JEIT160921).
- [5] VALAEE S, CHAMPAGNE B, and KABAL P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144–2153. doi: [10.1109/78.414777](https://doi.org/10.1109/78.414777).
- [6] 郑植. 分布式信源低复杂度参数估计算法研究[D]. [博士学位论文], 电子科技大学, 2011.
ZHENG Zhi. Research on low complexity parameter estimation algorithm for distributed source[D]. [Ph.D. dissertation], University of Electronic Science and Technology, 2011.
- [7] CAO Renzheng, GAO Feifei, and ZHANG Xiaofei. An angular parameter estimation method for incoherently distributed sources via generalized shift invariance[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(17): 4493–4503. doi: [10.1109/TSP.2016.2557312](https://doi.org/10.1109/TSP.2016.2557312).
- [8] SHAHBAZPANAHI S, VALAEE S, and BASTANI M H. Distributed source localization using ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(10): 2169–2178. doi: [10.1109/78.950773](https://doi.org/10.1109/78.950773).
- [9] LV Tiejun, TAN Fangqing, GAO Hui, *et al.* A beamspace approach for 2-D localization of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. *Signal Processing*, 2016, 121(C): 30–45. doi: [10.1016/j.sigpro.2015.10.020](https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.10.020).
- [10] HASSANIEN A, SHAHBAZPANAHI S, and GERSHMAN A B. A generalized capon estimator for localization of multiple spread sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(1): 280–283. doi: [10.1109/TSP](https://doi.org/10.1109/TSP).

- 2003.820089.
- [11] SHAHBAZPANAH S, VALAEE S, and GERSHMAN A B. A covariance fitting approach to parametric localization of multiple incoherently distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(3): 592–600. doi: [10.1109/TSP.2003.822352](https://doi.org/10.1109/TSP.2003.822352).
- [12] SIESKUL B T. An asymptotic maximum likelihood for joint estimation of nominal angles and angular spreads of multiple spatially distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2010, 59(3): 1534–1538. doi: [10.1109/TVT.2009.2040006](https://doi.org/10.1109/TVT.2009.2040006).
- [13] 杨学敏, 李广军, 郑植. 基于稀疏表示的相干分布式非圆信号参数估计[J]. *电子与信息学报*, 2014, 36(1): 164–168. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00444](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00444).
YANG Xuemin, LI Guangjun, and ZHENG Zhi. Parameters estimation of coherently distributed non-circular signal based on sparse representation[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(1): 164–168. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00444](https://doi.org/10.3724/SP.J.1146.2013.00444).
- [14] BOUJEMAA H. Extension of COMET algorithm to multiple diffuse source localization in azimuth and elevation[J]. *European Transactions on Telecommunications*, 2005, 16(6): 557–566. doi: [10.1002/ett.1021](https://doi.org/10.1002/ett.1021).
- [15] LEE J, SONG I, KWON H, *et al.* Low-complexity estimation of 2D DOA for coherently distributed sources[J]. *Signal Processing*, 2003, 83(8): 1789–1802. doi: [10.1016/S0165-1684\(03\)00103-8](https://doi.org/10.1016/S0165-1684(03)00103-8).
- [16] ZHENG Zhi, LI Guangjun, and TENG Yunlong. Simplified estimation of 2D DOA for coherently distributed sources[J]. *Wireless Personal Communications*, 2012, 62(4): 907–922. doi: [10.1007/s11277-010-0100-y](https://doi.org/10.1007/s11277-010-0100-y).
- [17] 尹洁昕, 吴瑛, 王鼎. 基于辅助阵元的非圆信号自校正算法及其性能分析[J]. *通信学报*, 2014, 35(2): 153–165. doi: [10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020).
YIN Jiexin, WU Ying, and WANG Ding. Auto-calibration method and performance analysis for noncircular sources based on instrumental sensors[J]. *Journal on Communications*, 2014, 35(2): 153–165. doi: [10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020](https://doi.org/10.3969/j.issn.1000-436x.2014.02.020).
- [18] SHI Yunmei, HUANG Lei, QIAN Cheng, *et al.* Direction-of-arrival estimation for noncircular sources via structured least squares-based esprit using three-axis crossed array[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2015, 51(2): 1267–1278. doi: [10.1109/TAES.2015.140003](https://doi.org/10.1109/TAES.2015.140003).
- [19] YANG Xuemin, LI Guangjun, ZHENG Zhi, *et al.* 2D DOA estimation of coherently distributed noncircular sources[J]. *Wireless Personal Communications*, 2014, 78(2): 1095–1102. doi: [10.1007/s11277-014-1803-2](https://doi.org/10.1007/s11277-014-1803-2).
- [20] DONG Yangyang, DONG Chunxi, XU Jin, *et al.* Computationally efficient 2-D DOA estimation for L-shaped array with automatic pairing[J]. *IEEE Antennas & Wireless Propagation Letters*, 2016, 15: 1669–1672. doi: [10.1109/LAWP.2016.2521785](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2521785).
- [21] LUO Jun, ZHANG Guoping, and YU Kegen. An automatically paired two-dimensional direction-of-arrival estimation method for two parallel uniform linear arrays[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2017, 72: 46–51. doi: [10.1016/j.aeue.2016.11.017](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2016.11.017).
- [22] YANG Xuemin, ZHENG Zhi, CHI C K, *et al.* Low-complexity 2D parameter estimation of coherently distributed noncircular signals using modified propagator[J]. *Multidimensional Systems & Signal Processing*, 2017, 28(2): 407–426. doi: [10.1007/s11045-015-0348-1](https://doi.org/10.1007/s11045-015-0348-1).
- 崔维嘉: 男, 1976年生, 博士, 副教授, 研究方向为移动通信、信号处理等.
- 代正亮: 男, 1993年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、分布式信号处理等.
- 王大鸣: 男, 1971年生, 博士, 讲师, 研究方向为无线通信、信号处理等.
- 李祥志: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理.