

针对极化码置信度传播算法的低复杂度早期停止准则

张小军^{*①②} 李娜^① 董雁飞^① 崔建明^① 郭华^①

^①(山东科技大学电子信息工程学院 青岛 266590)

^②(高效能服务器和存储技术国家重点实验室 济南 250101)

摘要: 针对极化码译码延迟较高的问题, 该文提出了一种针对置信度传播算法的早期停止准则, 通过监测码字估值 \hat{x} 的收敛性来终止译码。该准则利用高斯近似分析选取码字中 Q 个出错概率较小的比特构成比较空间, 由于比较的位数较少, 且仅采用异或和或运算, 其计算复杂度较低。与基于信息序列估值 \hat{u} 的方案不同, 提出的准则在计算 \hat{u} 之前已完成检测, 不会导致额外的译码延迟。仿真和FPGA综合结果表明: 该准则相对于G-Matrix, 最坏信息位(WIB)和冻结位误码率(FBER)可有效节省硬件资源; 当最大迭代次数设置为40次时, 相比于G-Matrix准则, 复杂度下降的代价是平均迭代次数在3.5 dB处上升了29.98%, 相比于WIB和FBER方案, 平均迭代次数分别减少39.44%和27.67%。

关键词: 极化码; 置信度传播; 早期停止准则; 低复杂度; 码字估值

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)01-0077-08

DOI: [10.11999/JEIT200355](https://doi.org/10.11999/JEIT200355)

Low-complexity Early Stopping Criterion for Belief Propagation Decoding of Polar Codes

ZHANG Xiaojun^{*①②} LI Na^① DONG Yanfei^① CUI Jianming^① GUO Hua^①

^①(College of Electronic and Information Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

^②(State Key Laboratory of High-end Server and Storage Technology, Jinan 250101, China)

Abstract: Considering the high decoding latency of polar code, an early stopping criterion for belief propagation is presented, which terminates the decoding by monitoring the convergence of codeword estimate \hat{x} . In this paper, Gaussian approximation is used to analyze and select Q bit with low error probability to construct the comparison space. Because the number of bit to be compared is small and only XOR and OR operation is used, the computational complexity is low. Different from other criteria based on \hat{u} , the proposed criterion does not lead to additional latency for it has been completed before calculating \hat{u} . Simulation and FPGA Synthesis results show that compared with G-matrix, Worst Information Bit (WIB) and Frozen Bit Error Rate (FBER), this criterion can effectively save hardware resource. When the maximum iteration number is set to 40, compared with the G-matrix criterion, the average iteration time is increased by 29.98% at 3.5 dB, and the average iteration times are reduced by 39.44% and 27.67% respectively compared with the WIB and FBER schemes.

Key words: Polar code; Belief propagation; Early stopping criterion; Low-complexity; Codeword estimate

收稿日期: 2020-05-08; 改回日期: 2020-10-01; 网络出版: 2020-10-13

*通信作者: 张小军 zhangxiaojun@sdust.edu.cn

基金项目: 山东省自然科学基金联合基金(ZR2019LZH001), 山东省重点研发计划(2019GGX101066), 山东省高等学校青创科技计划(2019KJN020, 2019KJN024), 泰山学者计划

Foundation Items: The Joint Fund of Natural Science Foundation of Shandong Province (ZR2019LZH001), The Shandong Key Research and Development Project (2019GGX101066), The Excellent Youth Innovation Team of Shandong Province Higher Education (2019KJN020, 2019KJN024), The Taishan Scholar Program of Shandong Province

1 引言

2019年9月,芬兰奥卢大学6G旗舰研究计划组发布了全球首个6G白皮书,该白皮书认为6G的大多数性能指标相比5G将提升10~100倍。其中通信时延可低至0.1 ms,将是5G的1/10,并且具有超高可靠性^[1]。这些需求对移动通信中的信道编解码的延迟特性和译码性能提出了更高的要求。极化码是第1种被证明在二进制离散无记忆信道下能够达到信道容量的纠错码^[2],具有较高的可靠度和实用价值,已经成为5G控制信道的编码方案,并有望成为6G通信中主要的信道编码方案。在极化码的译码算法方面,串行抵消(Successive Cancellation, SC)算法^[3,4]和串行抵消列表(Successive Cancellation List, SCL)^[5]作为极化码的低复杂度译码方案,具有较高的可靠性,但在译码时均需遍历译码二叉树的每个节点,导致译码延迟较高。与SC, SCL算法不同,置信度传播算法(Belief Propagation, BP)是一种并行迭代的译码算法,可获得较低的译码延迟。然而,大量的迭代次数仍造成BP较高的计算复杂度。由于大部分BP译码器在到达最大迭代次数之前已经收敛于原始码字,因此需要引入迭代早期迭代停止准则提前判断。为了减少迭代冗余, Yuan等人^[6]提出了G矩阵(G-matrix)和最小对数似然比(minimum Log Likelihood Ratio, minLLR)两个准则。其中, G-Matrix包含 $N \log N$ 次二进制操作,而minLLR需要进行大量的比较运算。Yan等人^[7]提出一种基于局部固定比特的早期停止准则,将固定位作为提前停止的准则。为降低资源消耗,文献^[8]提出一种有效节省资源消耗的提前迭代终止准则,与基于阈值的算法相比,该准则可降低资源消耗且不会造成译码性能损失。Ren等人^[9]提出了LLR辅助(LLR-Magnitude Aided, LMA)和循环冗余校验辅助(CRC Aided, CA)两种早期停止准则,当信噪比为4 dB、最大迭代次数为30时, LMA和CA分别能减少72.6%和84.5%的迭代次数。此外, Simsek等人^[10]提出一种基于最坏信息位(Worst of Information Bits, WIB)的早期停止准则,它只需检测一部分LLR的符号位,可使译码复杂度有所降低,但译码性能低于G-Matrix。Simsek等人^[11]通过去除冗余加法器阵列对WIB进行了优化。另外, Albayrak等人^[12]提出了一种基于Luby变换的提前停止准则,通过观察译码器中LLR信息的符号位变化,确定译码输出是否收敛到原始序列。文献^[13]于2017年提出了一种检测冻结位误码率(Frozen Bit Error Rates, FBER)的早期停止准则,该准则只检测在最可靠的冻结子信道中传输的冻结位。受到

早期停止准则的启发, Giard等人^[14]提出了基于极化码BP译码算法的盲检测法。上述准则都取决于 \hat{u} 或与 \hat{u} 对应的对数似然比(Log Likelihood Ratio, LLR)。

本文研究了信息序列估值(\hat{u})与码字估值(\hat{x})之间的关系,当 \hat{u} 和 \hat{x} 满足编码算法施加的约束时,可获得有效的码字估值。当 \hat{x} 收敛到有效估值时, \hat{u} 亦收敛到有效估值。基于这一思想,本文提出了一种新的早期停止准则,该方案只监测 \hat{x} 的收敛性。同时,借助高斯近似(Gaussian Approximation, GA)^[15]分析了 \hat{x} 中每位比特的出错概率,发现一些出错概率较低的 \hat{x} 需要较少的迭代次数。因此,该准则构造了一个由 \hat{x} 中出错概率较低的部分构成的比较空间。由于只检测 \hat{x} 中一部分比特的收敛性,所提出的准则进一步节省了硬件资源消耗。另外,由于译码器的最终输出是 \hat{u} ,如果早期停止准则取决于 \hat{u} ,那么它只能在获得 \hat{u} 后开始执行,将导致额外的计算复杂性和延迟。所提出的方案只取决于 \hat{x} ,可避免这种情况。仿真结果表明,所提算法在不损失译码性能的情况下,可有效降低计算复杂度并减少译码的平均迭代次数。

2 基本理论

2.1 极化码

极化码可定义为 $\{N, K, A, A^C\}$,其中 $N=2^n$, K, A, A^C 分别表示码长、信息位个数、信息位集合和冻结位集合。信息 u 由 K 个信息位和 $(N-K)$ 个冻结位组成,与生成矩阵 G 相乘获得码字 x 。其中 $G = B \cdot F^{\otimes n}$, B 是位置置换矩阵, $F^{\otimes n}$ 表示 $F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的 n 次克罗内克积。

2.2 BP译码算法

一个 (N, K) 极化码可用一个 n 阶因子图来表示,它在每阶都有 $N/2$ 个处理单元(Processing Element, PE),整个因子图包含 $(n+1)N$ 个节点。图1为 $(8, 4)$ 极化码的因子图。BP算法的每次迭代过程由一个右向信息更新和一个左向信息更新组成。令 $L_{i,j}^t$ 和 $R_{i,j}^t$ 分别表示节点 (i, j) 在第 t 次迭代中自右向左和自左向右传播的信息,其中 i 是位索引, j 是阶数索引。BP译码器中的节点更新如式(1)所示

$$\left. \begin{aligned} L_{i,j}^t &= \left\{ f \left(R_{i+N/2,j}^t + L_{2i,j+1}^t, L_{2i-1,j+1}^t \right) \right\} \\ L_{i+N/2,j}^t &= \left\{ f \left(R_{i+N/2,j}^t + L_{2i,j+1}^t \right) + L_{2i,j+1}^t \right\} \\ R_{2i-1,j+1}^t &= \left\{ f \left(L_{2i,j+1}^{t-1} + R_{i+N/2,j}^t, R_{i,j}^t \right) \right\} \\ R_{2i,j+1}^t &= \left\{ f \left(L_{2i-1,j+1}^{t-1}, R_{i,j}^t \right) + R_{i+N/2,j}^t \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

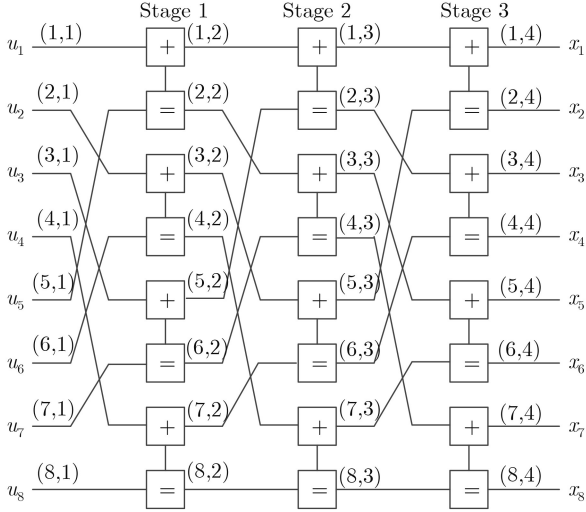


图1 (8, 4)极化码的因子图

其中

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \approx \alpha * \text{sign}(\mathbf{x})\text{sign}(\mathbf{y}) \min(|\mathbf{x}|, |\mathbf{y}|) \quad (2)$$

式(2)中 α 是伸缩因子。在右向更新信息期间,按照 $j = 2, 3, \dots, n+1, R_{i,j}^t$ 进行串行更新。在 $n+1$ 列的 $R_{i,j}^t$ 更新之后进行左向更新, $L_{i,j}^t$ 按照 $j = n, n-1, \dots, 1$ 进行串行更新。当BP译码器达到最大迭代次数 I_{\max} 时,第 i 个信息位的估值可通过式(3)得到

$$\hat{u}_i = \text{sign}(L_{i,1}^{I_{\max}}), i \in A \quad (3)$$

3 提出的早期迭代停止准则

3.1 X-tolerance早期迭代停止准则

BP算法的迭代过程可用极化码的因子图来表示。因子图中的每一个节点都与编码过程中的节点相对应,由于因子图节点中包含相应节点的LLR,则对因子图节点中的LLR进行硬判决即可得到相应的编码过程的中间估计值。对最左侧列节点中的LLR进行硬判决可得 u_i 的估值 \hat{u}_i ,类似地对最右侧即因子图中第 $n+1$ 列节点中的LLR进行判决可得到 x_i 的估值 \hat{x}_i 。设 $R_{i,n+1}^t = \ln(P(\hat{x}_i = 0)/P(\hat{x}_i = 1))$, \hat{x}_i 代表码字估值中的第 i 位。因此, \hat{x}_i 定义为

$$\hat{x}_i = s_{i,n+1} = \text{sign}(R_{i,n+1}^t) \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N\} = (s_{1,n+1}, s_{2,n+1}, \dots, s_{N,n+1}) \quad (5)$$

对于任何极化码, $\mathbf{x} = \mathbf{u} \cdot \mathbf{G}$,如果 $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 是有效的估值,则必须满足式(6)

$$\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{G} \quad (6)$$

基于该推论, $\hat{\mathbf{x}} = \hat{\mathbf{u}} \cdot \mathbf{G}$ 可被用于在迭代过程中检测 $\hat{\mathbf{x}}$ 与 $\hat{\mathbf{u}}$ 是否为有效的估值。G-Matrix早期停止准则根据极化码编码中信息序列 \mathbf{u} 和码字 \mathbf{x} 之间的关系,在译码迭代中通过判断是否满足式(6)来决定是否提前停止译码迭代,因此每一次判断都相当

于进行一次极化码编码。本文对G-Matrix做了进一步分析,依据式(6),发现译码中信息序列估值 $\hat{\mathbf{u}}$ 和码字估值 $\hat{\mathbf{x}}$ 存在下列3种类型:类型1, $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 满足式(6), $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 均为有效估值;类型2, $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 满足式(6), $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 均为有效估值,但 $\hat{\mathbf{u}}$ 并不是发送端所传输的信息序列;类型3:迭代次数达到最大迭代次数时依旧不满足式(6)。

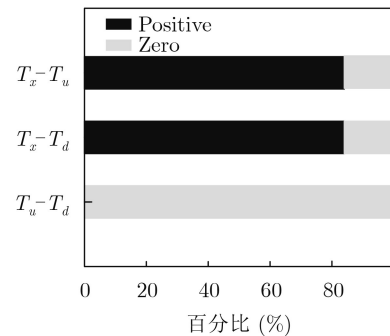
对于类型2, $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 在迭代过程中满足这种约束,即 $\hat{\mathbf{x}}$ 的确是 $\hat{\mathbf{u}}$ 经过极化编码后的码字,但 $\hat{u}_1^N \neq u_1^N$,即该信息序列并不是发送端所发送的信息。该类型情况在译码过程中极少发生,可忽略。类型3属于提前终止准则无法处理的情况,该类型会在迭代次数到达预设的最大迭代次数后停止。由以上分析可知,有效处理类型1是本文研究的重点。

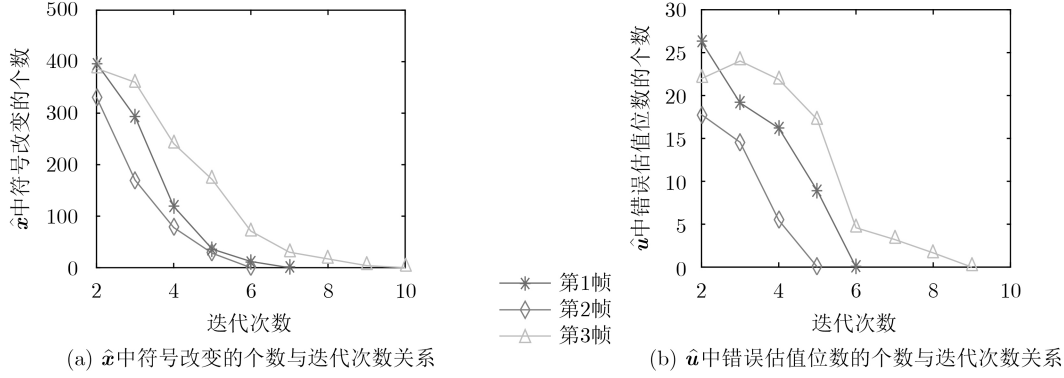
对于类型1,为了满足式(6), $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}$ 需要同时为有效的估值。令 T_u 表示 $\hat{\mathbf{u}}$ 收敛所需的最小迭代次数, T_x 表示 $\hat{\mathbf{x}}$ 收敛所需的最小迭代次数,则类型1中迭代终止所需迭代次数由 T_u 和 T_x 中的较大值决定。

令 T_d 表示译码成功所需的最小迭代次数。通过仿真得到 T_d, T_u 和 T_x 之间的大小关系。图2展示了 $T_u - T_d > 0$ 和 $T_x - T_u > 0$ 的比例,灰色部分为 $T_u - T_d = 0$ 的比例。从图2中可看到 T_x 是 T_u 和 T_x 之间较大的那个。因此,对于类型1,迭代终止准则可简化为判断 $\hat{\mathbf{x}}$ 是否收敛。如图3所示,当 $E_b/N_0 = 2.5$ dB时,随着迭代次数的增加, $\hat{\mathbf{x}}$ 中的符号改变个数和 $\hat{\mathbf{u}}$ 中的错误估值位数均迅速下降。当 $\hat{\mathbf{u}}$ 中的错误估值位数下降到0,得到一个有效估值。

在BP译码过程中,如果 $\hat{\mathbf{x}}$ 连续几次迭代保持不变,则认定 $\hat{\mathbf{x}}$ 已经收敛。因此,本文提出了一种新的停止准则,称之为X-tolerance。当 $\hat{\mathbf{x}}$ 在连续 X 次迭代中保持不变时停止迭代。X-tolerance检测规则如式(7)所示。该准则不同于G-Matrix,它只依赖码字估计值 $\hat{\mathbf{x}}$,无须每次迭代均对 $\hat{\mathbf{u}}$ 进行重新编码,因此减少了计算复杂度

$$\sum_{t=X+1}^t \sum_{i=1}^N \hat{x}_i^t \oplus \hat{x}_i^{t-1} = 0 \quad (7)$$

图2 T_d, T_u 和 T_x 的大小关系

图3 \hat{x} 中符号变化和 \hat{u} 中错误位数

3.2 比较空间的构造

在式(7)中, X-tolerance在一次迭代中需要 N 个异或(XOR)操作, 为了进一步减小计算复杂度, 本文定义了一个集合 $S \subseteq \{1, 2, \dots, N\}$, 称为比较空间, 是由 \hat{x} 中部分比特的索引构成的集合。设 $P(\hat{x}_i \neq x_i)$ 是当 $t = I_{\max}$ 时的 \hat{x}_i 的出错概率。对于BP译码器, 具有较低 $P(\hat{x}_i \neq x_i)$ 的 \hat{x}_1^N 需要较少的译码迭代。利用这一思想, 根据 $P(\hat{x}_i \neq x_i)$ 构造了比较空间。

对于 $n=3$, 极化码的Tanner图如图4所示。圆圈表示变量节点, 方块表示校验节点。变量节点中的信息用LLR表示。设 $a_{i,j}$ 表示节点 $v(i,j)$ 的LLR的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)。假设传输全零码字, 基于密度进化理论^[11], 采用式(8)和式(9)递归地计算 $a_{i,j}$

$$a_{2i-1,j} = a_{i,j+1} \odot a_{i+2j+1,j+1},$$

$$a_{2i,j} = a_{i,j+1} \otimes a_{i+2j+1,j+1} \quad (8)$$

$$a_{i,n+1} = a_w \quad (9)$$

其中, \odot 和 \otimes 分别是变量节点和校验节点的卷积操作。 a_w 是信道 W 接收到的LLR的概率密度函数。对于BP译码, 设 $r_{i,j}^t$ 和 $l_{i,j}^t$ 表示 $v(i,j)$ 中 $R_{i,j}^t$ 和 $L_{i,j}^t$ 的概率密度函数。根据式(1)和密度进化理论, $r_{i,j}^t$ 和 $l_{i,j}^t$ 可通过式(10)计算

$$\left. \begin{aligned} r_{i,j+1}^t &= \left\{ r_{2i-1,j}^t \odot (r_{2i,j}^t \otimes l_{i+2j+1,j+1}^{t-1}) \right\} \\ r_{i+2j+1,j+1}^t &= \left\{ (r_{2i-1,j}^t \otimes l_{i,j+1}^{t-1}) \odot r_{2i,j}^t \right\} \\ l_{2i-1,j}^t &= \left\{ l_{i,j+1}^t \odot (l_{i+2j+1,j+1}^t \otimes r_{2i,j}^t) \right\} \\ l_{2i,j}^t &= \left\{ (l_{i,j+1}^t \otimes r_{2i-1,j}^t) \odot l_{i+2j+1,j+1}^t \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据BP算法的初始化可得, $r_{i,1}^t$ 满足

$$\int_{-\infty}^0 r_{i,1}^t dz = \begin{cases} 0.5, & i \in A \\ 0, & i \notin A \end{cases}, \quad l_{i,n+1}^t = a_w \quad (11)$$

可用GA简化计算, $r_{i,j}^t$ 和 $l_{i,j}^t$ 分别表示为 $\mathcal{N}(m_{i,j}^{r,t}, 2m_{i,j}^{r,t})$ 和 $\mathcal{N}(m_{i,j}^{l,t}, 2m_{i,j}^{l,t})$ ^[13]。因此, 式(10)和式(11)可近似为

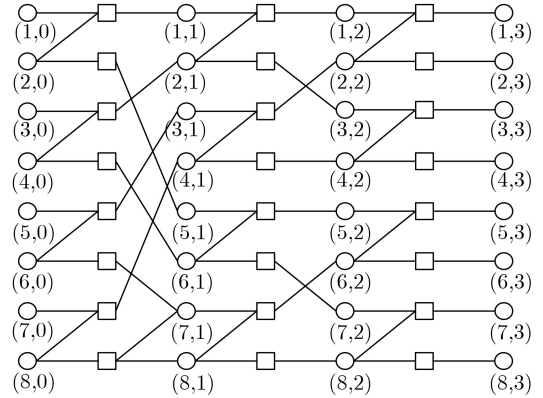


图4 (8,4)极化码的Tanner图

$$\begin{aligned} m_{i,j+1}^{r,t} &= \left\{ \varphi^{-1} \left(1 - [1 - \varphi(m_{2i-1,j}^{r,t})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot [1 - \varphi(m_{2i,j}^{r,t} + m_{i+2j+1,j+1}^{l,t-1})] \right) \right\}, \\ m_{i+2j+1,j+1}^{r,t} &= \left\{ \varphi^{-1} \left(1 - [1 - \varphi(m_{2i-1,j}^{r,t})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot [1 - \varphi(m_{i,j+1}^{l,t-1})] \right) + m_{2i,j}^{r,t} \right\}, \\ m_{2i-1,j}^{l,t} &= \left\{ \varphi^{-1} \left(1 - [1 - \varphi(m_{i,j+1}^{l,t})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot [1 - \varphi(m_{2i,j}^{l,t} + m_{i+2j+1,j+1}^{r,t})] \right) \right\}, \\ m_{2i,j}^{l,t} &= \left\{ \varphi^{-1} \left(1 - [1 - \varphi(m_{2i-1,j}^{l,t})] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot [1 - \varphi(m_{i,j+1}^{l,t})] \right) + m_{i+2j+1,j+1}^{l,t} \right\} \quad (12) \end{aligned}$$

$$m_{i,1}^{r,t} = \begin{cases} 0, & i \in A \\ +\infty, & i \notin A \end{cases} \quad (13)$$

$$m_{i,n+1}^{l,t} = 2/\sigma^2 \quad (14)$$

在得到 $m_{i,n+1}^{l,I_{\max}}$ 后, \hat{x}_i 的错误概率通过式(15)计算

$$P(\hat{x}_i \neq x_i) = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{2\sqrt{\pi a_{i,n+1}^t}} \cdot \exp\left(\frac{-(x - m_{i,n+1}^{l,I_{\max}})^2}{4m_{i,n+1}^{l,I_{\max}}}\right) dx \quad (15)$$

式(15)可简化为^[16]

$$P(\hat{x}_i \neq x_i) = \left[1 - \left(1 - \exp \left(- \left(m_{i,n+1}^{t, I_{\max}} / 2 \right) / 1.6058 \right) \right)^{1/2} \right] / 2 \quad (16)$$

对于X-tolerance, 当采用比较空间缩小检测范围时, 错误率会增加。然而, 当增加X来弥补性能损失时, 又增加了平均迭代次数。因此, 为尽可能降低平均迭代次数, S由 $\{P(\hat{x}_i \neq x_i) | i = 1, 2, \dots, N\}$ 中Q个最小值的索引构成。当式(17)满足时, X-tolerance停止迭代译码, 在算法1中给出了具体的BP译码过程

$$\sum_{t=X+1}^t \sum_{i \in S} \hat{x}_i^t \oplus \hat{x}_i^{t-1} = 0 \quad (17)$$

4 性能分析

采用二进制相移键控(Binary Phase Shift Keying, BPSK)调制, 在二进制加性高斯白噪声(Binary-Input Additive White Gaussian Noise, BI-AWGN)信道下, 对(1024, 512)极化码进行BP算法仿真, 其中 $\alpha = 0.9375$, 最大迭代次数设置为40次。

算法1 (N, K) X-tolerance BP译码器

- (1) 输入:
- (2) 信道输出: LLR(r_i)
- (3) 冻结位集合: A^C
- (4) 比较空间: S
- (5) 初始化:
- (6) 设定 I_{\max} 和X
- (7) **For** 每个节点的传播信息 $L_{i,j}^t$ 和 $R_{i,j}^t$
- (8) **if** ($j == 1$) & ($i \in A^C$) $R_{i,1}^t = \infty$ 对于 $t=0, 1, \dots, I_{\max}$
- (9) **else if** ($j == 1 + n$) $L_{i,n+1}^t = \text{LLR}(r_i)$ 对于 $t=0, 1, \dots, I_{\max}$
- (10) **else** $L_{i,j}^0 = R_{i,j}^0 = 0$
- (11) 迭代过程:
- (12) **While** $t < I_{\max}$ **do**
- (13) 根据(1)更新每个节点的 $L_{i,j}^t$ and $R_{i,j}^t$
- (14) 更新 \hat{x}_1^N
- (15) **if** $R_{i,n+1}^t > 0$ **then** $\hat{x}_i = 0$
- (16) **else** $\hat{x}_i = 1$
- (17) **end while**
- (18) 提前停止准则:
- (19) **if** (17) 成立 **then**
- (20) 迭代终止
- (21) **else** $t = t + 1$
- (22) 输出: $\hat{u}_1^N = (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_N)$

4.1 译码性能分析

如图5所示, 当 $Q=128, X=2$ 时, 所提出的准则在误帧率和误码率上与40次固定迭代(fixed 40), WIB和FBER译码性能相似。如果Q降低到64, 则需将X至少增加到3, 以弥补性能损失。每当X增加1时, 它将至少导致平均迭代次数上升一次。同样可观察到Q值越大, 译码性能越好。然而, 较高的Q值增加了计算复杂度。因此, 可通过仿真选择合适的(X,Q)来权衡硬件复杂度和平均迭代次数。

4.2 对迭代次数的分析

在相同的误码率条件下, 比较不同迭代终止算法的平均迭代次数。如图6所示, 在 $\text{BER}=1.48 \times 10^{-5}, E_b/N_0=3.5$ dB时, 与40次固定迭代(fixed 40)的算法相比, G-Matrix准则可以减少87.96%的迭代, 本文所提准则在 $Q=128$ 和 $X=2$ 时可以减少83.03%的迭代; 当 $Q=1024, X=1$ 时, 与G-Matrix相比, 平均迭代次数上升了29.98%; 当 $Q=128, X=2$ 和 $Q=64, X=3$ 时分别与WIB($n_{\text{WIB}}=128, M=6$)和FBER($N_F=64, M=6$)相比平均迭代次数减少了39.44%和27.67%。当检测位数相等时, 所提准则比WIB和FBER需要更少的迭代。

4.3 硬件结构

X-tolerance的硬件结构如图7所示。通过硬判决得到 $R_{S_i, n+1}^t$ 的符号; 异或(XOR)用于计算 $\hat{x}_{S_i}^t \oplus \hat{x}_{S_i}^{t-1}$ 。在第t次迭代中, D_t 是与门(OR)的结果; Comp检测 $\{D_t, D_{t-1}, \dots, D_{t-X+1}\}$ 是否等于0; 当 E_t 为0时终止译码。

图8中给出了(8, 4)极化码的BP译码流程。虚线部分表示处理单元的阶段和停止准则之间的数据依赖关系。采用X-tolerance时, 在第t次迭代的第

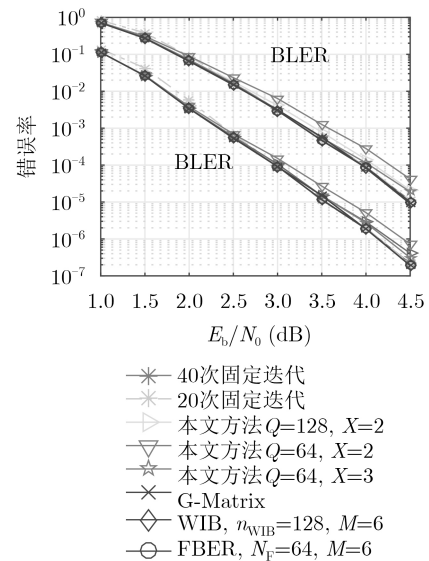


图5 不同迭代终止准则的极化码译码性能比较

3个时钟中,译码器输出 $R_{t,4}^t, i \in [N]$, 然后确定 \hat{x}^t 。接下来, \hat{x}^t 和 \hat{x}^{t-1} 被发送到相等检测器。第5个时钟, 计算X比较器的结果。如果满足X-tolerance,

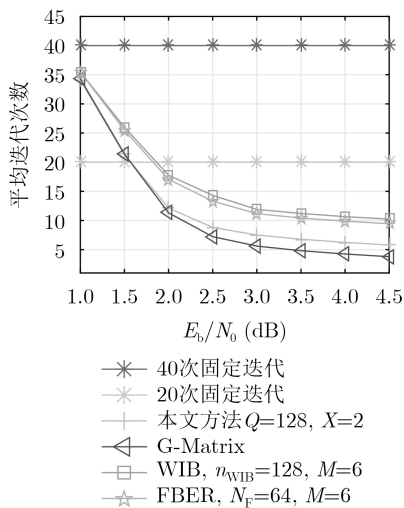


图6 不同迭代终止准则的平均迭代次数比较

译码器将计算 $L_{i,1}^t, i \in [N]$, 终止译码, 否则继续下一次迭代。对于大多数具有实际长度($n \leq 10000$)的极化码, 相等检测器和X比较器的关键路径延迟总是小于PE^[7]。因此, X-tolerance不会增加整个译码器的关键路径延迟。此外, G-Matrix, WIB和FBER只能在得到 \hat{u} 后开始早期停止准则的判决, 由于译码器和早期停止准则并行运行, 在得到早期停止准则的结果前, 译码无法终止, 这会导致额外的延迟和复杂度。如图8所示, 在第 t 次迭代的第6个时钟中译码器计算输出 $L_{i,4}^t, i \in [N]$, 之后的第7个时钟其他准则才会开始判断是否终止译码, 相对于X-tolerance会多出部分时钟译码延迟。当 $n > 2$ 时, X-tolerance不会导致额外的延迟, 因为X-tolerance的检测在获得 \hat{u} 之前已完成。

4.4 计算复杂度和资源消耗分析

表1列出了一次迭代停止准则的计算复杂度。对于 $\hat{x}_i, i \in S$, X-tolerance使用 Q 个XOR操作来计算 $\hat{x}_i^t \oplus \hat{x}_i^{t-1}$ 。同时, X-tolerance需要 $X+Q$ 个OR操

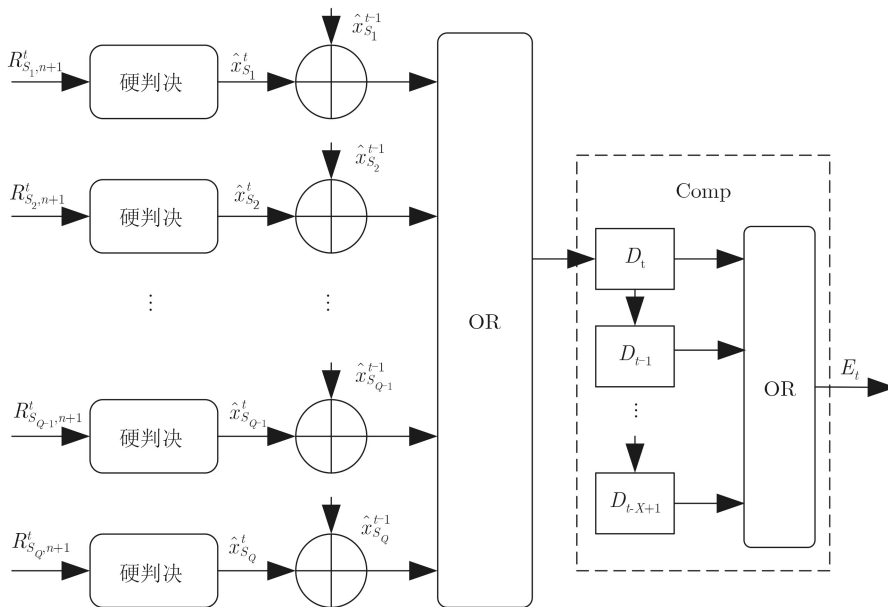


图7 X-tolerance的硬件结构

时钟	1	2	3	4	5	6	7
阶数	R_2^t	R_3^t	R_4^t	L_3^t	L_2^t	L_1^t	
相等检测器				激活			
X比较器					激活		
其他准则							激活

图8 采用X-tolerance的BP译码流程

作和1个比较操作来检测连续 X 次迭代是否有变化。虽然X-tolerance消耗更多或操作，但因为没有加法操作，其具有最低的计算复杂度。表2比较了多种早期迭代停止准则在Stratix V 5SGXEA7N2F45C2上的综合结果，统一采用8 bit量化LLR。与其他迭代终止准则相比，X-tolerance可有效降低硬件消耗。在ALM方面，它减少了90%以上的资源消耗。与G-Matrix, WIB和FBER相比，X-tolerance可节省37.6%~97.2%的寄存器。

表1 早期停止准则的计算复杂度比较

停止准则	G-Matrix	WIB	FBER	X-tolerance	
				$Q=N/8$	$Q=N/16$
加法运算	$2N$	$M+2N/8$	$M+N/16$	-	-
比较运算	$3N$	-	-	-	1
异或(XOR)	$M\log N$	$N/8$	$N/16$	$N/8$	$N/16$
或(OR)	-	-	-	$X+N/8$	$X+N/16$

表2 不同早期停止准则的综合结果

停止准则	G-Matrix	WIB	FBER	X-tolerance	
				$Q=128$ $X=2$	$Q=64$ $X=3$
ALMs	30265	1820	1260	50	27
Registers	3073	330	210	131	68

5 结束语

为了降低极化码置信度传播算法的译码延迟，减少迭代次数，本文提出一种基于码字估值的早期迭代停止准则。通过构造比较空间，只需检测码字估值 \hat{x} 中的部分位置，进一步降低计算复杂度，且不会引入额外的延迟。仿真表明，当最大迭代次数为40，信噪比为3.5 dB时，与G-Matrix相比，X-tolerance平均迭代次数上升了29.98%，与WIB, FBER相比，X-tolerance平均迭代次数分别降低39.44%和27.67%。综合结果表明，与G-Matrix, WIB和FBER相比，X-tolerance可节省90%以上的ALM资源。

参考文献

- [1] <https://www.oulu.fi/university/news/6g-white-paper>, 2019.
- [2] ARIKAN E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051–3071. doi: 10.1109/TIT.2009.2021379.
- [3] 刘建航, 何怡静, 李世宝, 等. 基于预译码的极化码最大似然简化连续消除译码算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(4): 959–966. doi: 10.11999/JEIT180324.
- [4] 郭锐, 王美洁, 王杰. 基于缩短极化码的MLC NAND Flash差错控制技术[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(7): 1658–1665. doi: 10.11999/JEIT160864.
- [5] GUO Rui, WANG Meijie, and WANG Jie. Research on the MLC Nand flash error control technology based on polar codes[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(4): 959–966. doi: 10.11999/JEIT180324.
- [6] LAY K T and CHANG C H. Enhanced successive cancellation for decoding of polar codes with very low latency through multiple parity checks[C]. The 4th International Conference on Intelligent Green Building and Smart Grid, Yichang, China, 2019: 366–370. doi: 10.1109/IGBSG.2019.8886186.
- [7] YUAN Bo and PARHI K K. Early stopping criteria for energy-efficient low-latency belief-propagation polar code decoders[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(24): 6496–6506. doi: 10.1109/tsp.2014.2366712.
- [8] YAN Yongli, ZHANG Xuanxuan, and WU Bin. Simplified early stopping criterion for belief-propagation polar code decoder based on frozen bits[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 134691–134696. doi: 10.1109/ACCESS.2019.2940135.
- [9] CHOI S and YOO H. Area-efficient early-termination technique for belief-propagation polar decoders[J]. *Electronics*, 2019, 8(9): 1001. doi: 10.3390/electronics8091001.
- [10] REN Yuanrui, ZHANG Chuan, LIU Xing, et al. Efficient early termination schemes for belief-propagation decoding of polar codes[C]. The 11th IEEE International Conference on ASIC, Chengdu, China, 2015: 1–4. doi: 10.1109/ASICON.2015.7517046.
- [11] SIMSEK C and TURK K. Simplified early stopping criterion for belief-propagation polar code decoders[J]. *IEEE Communications Letters*, 2016, 20(8): 1515–1518. doi: 10.1109/LCOMM.2016.2580514.
- [12] SIMSEK C and TURK K. Hardware optimization for belief propagation polar code decoder with early stopping criteria using high-speed parallel-prefix ring adder[C]. The 40th International Conference on Telecommunications and Signal Processing, Barcelona, Spain, 2017: 182–185. doi: 10.1109/TSP.2017.8075964.
- [13] ALBAYRAK C, SIMSEK C, and TURK K. Low-complexity early termination method for rateless soft decoder[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(11): 2356–2359. doi: 10.1109/LCOMM.2017.2740207.

- [13] ZHANG Qingshuang, LIU Aijun, and TONG Xinhai. Early stopping criterion for belief propagation polar decoder based on frozen bits[J]. *Electronics Letters*, 2017, 53(24): 1576–1578. doi: [10.1049/el.2017.3316](https://doi.org/10.1049/el.2017.3316).
- [14] GIARD P, BALATSOUKAS-STIMMING A, and BURG A. On the tradeoff between accuracy and complexity in blind detection of polar codes[C]. The 10th IEEE International Symposium on Turbo Codes & Iterative Information Processing, Hongkong, China, 2018: 1–5. doi: [10.1109/ISTC.2018.8625366](https://doi.org/10.1109/ISTC.2018.8625366).
- [15] CHUNG S Y, RICHARDSON T J, and URBANKE R L. Analysis of sum-product decoding of low-density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2001, 47(2): 657–670. doi: [10.1109/18.910580](https://doi.org/10.1109/18.910580).
- [16] 梁昌洪, 李龙, 史小卫. 标准正态分布的简洁闭式[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2003, 30(3): 289–292. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2003.03.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2003.03.001).
- LIANG Changhong, LI Long, and SHI Xiaowei. A compact closed form of standard normal distribution[J]. *Journal of Xidian University*, 2003, 30(3): 289–292. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2003.03.001](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2003.03.001).
- 张小军: 男, 1980年生, 副教授, 研究方向为信道编译码.
李 娜: 女, 1996年生, 硕士生, 研究方向为极化码译码.
董雁飞: 男, 1991年生, 博士生, 研究方向为极化码译码.
崔建明: 男, 1969年生, 副教授, 研究方向为信道编译码.
郭 华: 男, 1977年生, 讲师, 研究方向为电路设计.
- 责任编辑: 余 蓉