

基于DOA-TDOA-FDOA的单站无源相干定位代数解

黄东华* 赵勇胜 赵拥军 储美娟

(中国人民解放军战略支援部队信息工程大学 郑州 450001)

摘要: 针对利用单站接收多个外辐射源信号实现目标定位的问题, 该文提出一种基于两步加权最小二乘的到达角度(DOA)、时差(TDOA)和频差(FDOA)联合定位代数解算法。首先, 在第1步加权最小二乘估计中, 通过引入辅助参数, 将非线性的角度、时差和频差方程转化为伪线性形式, 并利用加权最小二乘得到目标位置和速度的粗估计; 而后在第2步加权最小二乘估计中利用辅助参数和目标位置参数之间的约束关系来构造另外一组线性方程, 并再次利用加权最小二乘得到目标位置和速度的精确估计。推导了联合角度、时差和频差定位的克拉美罗界。理论分析和仿真结果表明, 算法在观测误差较小时的定位误差可以达到克拉美罗界。

关键词: 无源相干定位; 到达角度; 到达时差; 到达频差; 两步加权最小二乘

中图分类号: TN971

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)03-0735-10

DOI: 10.11999/JEIT200470

An Algebraic Solution for Single-Observer Passive Coherent Location Using DOA-TDOA-FDOA Measurements

HUANG Donghua ZHAO Yongsheng ZHAO Yongjun CHU Meijuan

(PLA Strategic Support Force Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: To achieve the target localization using single-observer receiving multiple external illuminators, an algebraic solution based on two-step Weighted Least Squares (2WLS) is proposed to find the target position and velocity from Direction Of Arrival (DOA), Time Difference Of Arrival (TDOA), and Frequency Difference Of Arrival (FDOA) measurements. In the first WLS step, the DOA, TDOA, and FDOA measurements are pseudo-linearized by introducing additional parameters and a WLS minimization is used to obtain an rough estimate of target position and velocity; Then in the second WLS step, the relationship between the additional parameters and the target location parameters is utilized to form another set of linear equations, from which the final accurate estimate of target position and velocity are obtained by using WLS minimization again. The Cramer-Row Lower Bound (CRLB) for DOA-TDOA-FDOA-based target position and velocity estimation are derived. Theoretical accuracy analysis and simulation results indicate that the proposed solution can achieve the CRLB at sufficiently small measurement noise levels.

Key words: Passive coherent location; Direction Of Arrival (DOA); Time Difference Of Arrival (TDOA); Frequency Difference Of Arrival (FDOA); Two-step Weighted Least Squares (2WLS)

1 引言

基于外辐射源的无源定位方法又称无源相干定位(Passive Coherent Location, PCL)技术, 其特点在于自身不辐射电磁波, 而是利用环境中已有的第三方辐射源(如调频广播信号^[1]、数字电视信号^[2]、

雷达辐射源信号^[3]、WiFi信号^[4]、卫星信号^[5,6]等)来探测和定位目标。这一特殊的工作原理, 使其相比于有源雷达系统具有体积小、成本低、隐蔽性高、不占用频谱资源等优点^[7]。相比于多站系统, 单站系统不存在时间和数据同步的问题, 机动性好。因此, 研究高精度的单站外辐射源定位方法具有重要的意义。

无源相干定位系统的明显特征是其观测站上配置了两条接收通道, 其中一条为参考通道, 用于接收来自外辐射源的直达波信号, 另一条为监视通道, 用于接收潜在的目标回波信号^[8]。对于无源相干定位问题, 有直接定位和两步定位两种思路。直

收稿日期: 2020-06-11; 改回日期: 2021-01-28; 网络出版: 2021-02-24

*通信作者: 黄东华 donghua0928@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61703433), 河南省科技攻关项目(192102210095)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61703433), The Scientific and Technological Research Project in Henan Province (192102210095)

接定位利用目标回波信号的时频特性等从接收信号中直接估计出目标位置参数,避免了定位参数提取引入的误差,但是直接定位方法计算量过大的缺点限制了其在实际中的应用。两步定位首先从接收信号中提取出目标回波信号到达接收站的角度(Direction Of Arrival, DOA)、时差(Time Difference Of Arrival, TDOA)、频差(Frequency Difference Of Arrival, FDOA)等定位参数^[9-11],然后通过设计合理的定位算法,从DOA, TDOA和FDOA等定位参数中估计出目标的位置和速度等信息。然而,由于DOA, TDOA和FDOA观测方程与目标位置参数之间存在高度非线性的函数关系,因此,基于DOA, TDOA和FDOA的单站无源相干定位问题并不容易。

目前,学术界对于单站无源相干定位问题的研究主要可以分为基于TDOA的定位^[12-17]、基于DOA和TDOA的定位^[18-21]、基于TDOA和FDOA的定位^[22-24]。基于TDOA的定位方法对时差观测精度要求较高,在时差估计精度较低时,算法的定位精度不甚理想。相比于基于TDOA的定位方法,基于DOA和TDOA的定位方法由于使用了额外的角度观测量,因此目标位置的估计精度也更高,但是缺点在于无法估计出目标速度信息。基于TDOA和FDOA的定位算法通过联合FDOA信息,可以同时估计出目标的位置和速度信息,但是对于目标位置的估计精度要低于基于DOA和TDOA的定位方法。相比于上述3种定位方式,联合DOA, TDOA和FDOA的定位方式理论上可以同时估计出目标的位置和速度信息,并且具有更高的估计精度。然而,目前对于联合DOA, TDOA和FDOA的无源相干定位问题,还缺少相应的定位算法。

为此,本文针对利用单个观测站接收多个外辐射源信号实现目标定位的问题,联合DOA, TDOA和FDOA观测,对目标位置和速度进行估计。将经典的两步加权最小二乘思想^[25-27]应用到本文定位模型中,提出了一种适用于基于DOA, TDOA和FDOA观测的单站无源相干定位问题的代数解算法。推导了基于DOA, TDOA和FDOA观测的单站无源相干定位的CRLB。最后通过仿真实验验证了算法的有效性。

2 定位场景

本文考虑的无源相干定位场景如下:观测站的位置为 $\mathbf{s}_r^o = [x_r^o, y_r^o, z_r^o]^T$,速度为 $\dot{\mathbf{s}}_r^o = [\dot{x}_r^o, \dot{y}_r^o, \dot{z}_r^o]^T$; M 个外辐射源的位置为 $\mathbf{s}_{t,m}^o = [x_{t,m}^o, y_{t,m}^o, z_{t,m}^o]^T$ ($m = 1, 2, \dots, M$),速度为 $\dot{\mathbf{s}}_{t,m}^o = [\dot{x}_{t,m}^o, \dot{y}_{t,m}^o, \dot{z}_{t,m}^o]^T$ ($m =$

$1, 2, \dots, M$);待定位的目标位置为 $\mathbf{u}^o = [x^o, y^o, z^o]^T$,速度为 $\dot{\mathbf{u}}^o = [\dot{x}^o, \dot{y}^o, \dot{z}^o]^T$ 。

根据目标和接收站的几何关系,回波信号到达观测站的方位角和俯仰角分别为

$$\theta^o = \arctan\left(\frac{y^o - y_r^o}{x^o - x_r^o}\right) \quad (1)$$

$$\varphi^o = \arctan\left[\frac{z^o - z_r^o}{(x^o - x_r^o)\cos(\theta^o) + (y^o - y_r^o)\sin(\theta^o)}\right] \quad (2)$$

考虑实际中观测误差的影响,方位角和俯仰角的观测值可以建模为

$$\theta = \theta^o + \Delta\theta \quad (3)$$

$$\varphi = \varphi^o + \Delta\varphi \quad (4)$$

其中, $\Delta\theta$ 和 $\Delta\varphi$ 分别为方位角和俯仰角的观测误差。

发射站 m 到目标的距离及其变化率为 $R_{t,m}^o = \|\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,m}^o\|$ 和 $\dot{R}_{t,m}^o = (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,m}^o)^T(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,m}^o)/\|\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,m}^o\|$,式中, $\|\cdot\|$ 表示2-范数;类似地,目标与观测站之间的距离及其变化率分别为 $R_r^o = \|\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o\|$ 和 $\dot{R}_r^o = (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o)^T(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_r^o)/\|\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o\|$;发射站 m 到观测站之间的距离及其变化率分别为 $R_{t,m,r}^o = \|\mathbf{s}_{t,m}^o - \mathbf{s}_r^o\|$ 和 $\dot{R}_{t,m,r}^o = (\mathbf{s}_{t,m}^o - \mathbf{s}_r^o)^T(\dot{\mathbf{s}}_{t,m}^o - \dot{\mathbf{s}}_r^o)/\|\mathbf{s}_{t,m}^o - \mathbf{s}_r^o\|$ 。假设信号传播速度为 c ,外辐射源 m 信号波长为 λ_m ,那么发射站 m 的直达波信号与其经过目标反射后的回波信号到达观测站的TDOA和FDOA分别为

$$\tau_m^o = \frac{R_{t,m}^o + R_r^o - R_{t,m,r}^o}{c} \quad (5)$$

$$f_{d,m}^o = \frac{\dot{R}_{t,m}^o + \dot{R}_r^o - \dot{R}_{t,m,r}^o}{\lambda_m} \quad (6)$$

在无源相干定位系统中,时差和频差通常转化为双基地距离及其变化率,即

$$r_m^o = c\tau_m^o + R_{t,m,r}^o = R_{t,m}^o + R_r^o \quad (7)$$

$$\dot{r}_m^o = \lambda_m f_{d,m}^o + \dot{R}_{t,m,r}^o = \dot{R}_{t,m}^o + \dot{R}_r^o \quad (8)$$

考虑实际中观测误差的影响,双基地距离及其变化率的观测值可以表示为

$$r_m = r_m^o + \Delta r_m \quad (9)$$

$$\dot{r}_m = \dot{r}_m^o + \Delta \dot{r}_m \quad (10)$$

其中, Δr_m 和 $\Delta \dot{r}_m$ 分别为双基地距离和双基地距离变化率的观测误差。

联合式(3)和式(4)中的角度观测,式(9)中的时差观测,以及式(10)中的频差观测,得到系统整体的观测方程为

$$\mathbf{z} = \mathbf{z}^o + \Delta \mathbf{z} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\alpha}^T, \mathbf{r}^T, \dot{\mathbf{r}}^T]^T$ 为角度、时差和频差的观测向量, 其中 $\boldsymbol{\alpha} = [\theta, \varphi]^T$, $\mathbf{r} = [r_1, r_2, \dots, r_M]^T$, $\dot{\mathbf{r}} = [\dot{r}_1, \dot{r}_2, \dots, \dot{r}_M]^T$; $\mathbf{z}^o = [(\boldsymbol{\alpha}^o)^T, (\mathbf{r}^o)^T, (\dot{\mathbf{r}}^o)^T]^T$ 为角度、时差和频差的真实值向量, 其中 $\boldsymbol{\alpha}^o = [\theta^o, \varphi^o]^T$, $\mathbf{r}^o = [r_1^o, r_2^o, \dots, r_M^o]^T$, $\dot{\mathbf{r}}^o = [\dot{r}_1^o, \dot{r}_2^o, \dots, \dot{r}_M^o]^T$; $\Delta \mathbf{z} = [\Delta \boldsymbol{\alpha}^T, \Delta \mathbf{r}^T, \Delta \dot{\mathbf{r}}^T]^T$ 为角度、时差和频差的观测误差向量, 其中 $\Delta \boldsymbol{\alpha} = [\Delta \theta, \Delta \varphi]^T$, $\Delta \mathbf{r} = [\Delta r_1, \Delta r_2, \dots, \Delta r_M]^T$, $\Delta \dot{\mathbf{r}} = [\Delta \dot{r}_1, \Delta \dot{r}_2, \dots, \Delta \dot{r}_M]^T$. 这里, 观测误差向量 $\Delta \mathbf{z}$ 一般可以假设为均值为零、协方差矩阵为 $\mathbf{Q}$ 的高斯分布。

3 定位算法

本节推导角度、时差和频差观测的目标定位问题代数解, 算法遵循经典的两步加权最小二乘框架。

3.1 第1步加权最小二乘估计

首先, 利用三角函数和1阶泰勒级数展开, 将式(3)和式(4)中方位角和俯仰角的观测方程转化为如式(12)和式(13)线性形式

$$x^o \tan(\theta) - y^o = x_r^o \tan(\theta) - y_r^o + \frac{x - x_r^o}{\cos^2(\theta)} \Delta \theta \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & x^o \tan(\varphi) \cos(\theta) + y^o \tan(\varphi) \sin(\theta) - z^o = \\ & -x_r^o \tan(\varphi) \cos(\theta) - y_r^o \tan(\varphi) \sin(\theta) + z_r^o \\ & + \left[\frac{\cos(\theta)}{\cos^2(\varphi)} (x^o - x_r^o) + \frac{\sin(\theta)}{\cos^2(\varphi)} (y^o - y_r^o) \right] \Delta \varphi \\ & + [-\tan(\varphi) \sin(\theta) (x^o - x_r^o) \\ & + \tan(\varphi) \cos(\theta) (y^o - y_r^o)] \Delta \theta \end{aligned} \quad (13)$$

接下来, 为了将时差的观测方程线性化, 将式(9)重新表示为 $r_m - R_r^o = R_{t,m}^o + \Delta r_m$, 然后将其两边平方, 并忽略2阶误差项, 得

$$\begin{aligned} & 2(\mathbf{s}_r^o - \mathbf{s}_{t,m}^o)^T \mathbf{u}^o + 2r_m R_{r,n}^o = r_m^2 + (\mathbf{s}_r^o)^T \mathbf{s}_r \\ & - (\mathbf{s}_{t,m}^o)^T \mathbf{s}_{t,m} - 2R_{t,m}^o \Delta r_m \end{aligned} \quad (14)$$

将式(14)关于时间求导, 从而得到目标位置参数与频差观测量之间的伪线性方程为

$$\Delta \mathbf{h}_1 = \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{z} \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_a & \mathbf{O}_{2 \times M} & \mathbf{O}_{2 \times M} \\ \mathbf{O}_{M \times 2} & \mathbf{B}_t & \mathbf{O}_{M \times M} \\ \mathbf{O}_{M \times 2} & \mathbf{B}_f & \mathbf{B}_t \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} \frac{x^o - x_r^o}{\cos^2(\theta)} & 0 \\ -\tan(\varphi) \sin(\theta) (x^o - x_r^o) + \tan(\varphi) \cos(\theta) (y^o - y_r^o) & \frac{\cos(\theta)}{\cos^2(\varphi)} (x^o - x_r^o) + \frac{\sin(\theta)}{\cos^2(\varphi)} (y^o - y_r^o) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{B}_t = -2\text{diag}\{R_{t,1}^o, R_{t,2}^o, \dots, R_{t,M}^o\}, \mathbf{B}_f = -2\text{diag}\{\dot{R}_{t,1}^o, \dot{R}_{t,2}^o, \dots, \dot{R}_{t,M}^o\} \quad (20)$$

那么, 式(16)的加权最小二乘解为

$$\begin{aligned} & 2(\dot{\mathbf{s}}_r^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,m}^o)^T \mathbf{u}^o + 2(\mathbf{s}_r^o - \mathbf{s}_{t,m}^o)^T \dot{\mathbf{u}}^o + 2\dot{r}_m R_{r,n}^o \\ & + 2r_m \dot{R}_{r,n}^o = 2r_m \dot{r}_m + 2(\mathbf{s}_r^o)^T \dot{\mathbf{s}}_r^o - 2(\mathbf{s}_{t,m}^o)^T \dot{\mathbf{s}}_{t,m}^o \\ & - 2\dot{R}_{t,m}^o \Delta r_m - 2R_{t,m}^o \Delta \dot{r}_m \end{aligned} \quad (15)$$

将式(12)、式(13)、式(14)、式(15)联立为矩阵形式, 并构建辅助向量 $\boldsymbol{\eta}^o = [(\mathbf{u}^o)^T, R_r^o, (\dot{\mathbf{u}}^o)^T, \dot{R}_r^o]^T$, 从而得到如式(16)的线性方程组

$$\mathbf{G}_1 \boldsymbol{\eta}^o = \mathbf{h}_1 + \Delta \mathbf{h}_1 \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}_a & \mathbf{O}_{2 \times 4} \\ \mathbf{G}_t & \mathbf{O}_{M \times 4} \\ \mathbf{G}_f & \mathbf{G}_t \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_a &= \begin{bmatrix} \tan(\theta) & -1 & 0 & 0 \\ \tan(\varphi) \cos(\theta) & \tan(\varphi) \sin(\theta) & -1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_t &= 2 \begin{bmatrix} (\mathbf{s}_r^o - \mathbf{s}_{t,1}^o)^T & r_1 \\ \vdots & \vdots \\ (\mathbf{s}_r^o - \mathbf{s}_{t,M}^o)^T & r_M \end{bmatrix}, \\ \mathbf{G}_f &= 2 \begin{bmatrix} (\dot{\mathbf{s}}_r^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,1}^o)^T & \dot{r}_1 \\ \vdots & \vdots \\ (\dot{\mathbf{s}}_r^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,M}^o)^T & \dot{r}_M \end{bmatrix}, \mathbf{h}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_a \\ \mathbf{h}_t \\ \mathbf{h}_f \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}_a &= \begin{bmatrix} x_r^o \tan(\theta) - y_r^o \\ -x_r^o \tan(\varphi) \cos(\theta) - y_r^o \tan(\varphi) \sin(\theta) + z_r^o \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}_t &= \begin{bmatrix} r_1^2 + (\mathbf{s}_r^o)^T \mathbf{s}_r^o - (\mathbf{s}_{t,1}^o)^T \mathbf{s}_{t,1}^o \\ r_2^2 + (\mathbf{s}_r^o)^T \mathbf{s}_r^o - (\mathbf{s}_{t,2}^o)^T \mathbf{s}_{t,2}^o \\ \vdots \\ r_M^2 + (\mathbf{s}_r^o)^T \mathbf{s}_r^o - (\mathbf{s}_{t,M}^o)^T \mathbf{s}_{t,M}^o \end{bmatrix}, \\ \mathbf{h}_f &= 2 \begin{bmatrix} r_1 \dot{r}_1 + (\mathbf{s}_r^o)^T \dot{\mathbf{s}}_r^o - (\mathbf{s}_{t,1}^o)^T \dot{\mathbf{s}}_{t,1}^o \\ r_2 \dot{r}_2 + (\mathbf{s}_r^o)^T \dot{\mathbf{s}}_r^o - (\mathbf{s}_{t,2}^o)^T \dot{\mathbf{s}}_{t,2}^o \\ \vdots \\ r_M \dot{r}_M + (\mathbf{s}_r^o)^T \dot{\mathbf{s}}_r^o - (\mathbf{s}_{t,M}^o)^T \dot{\mathbf{s}}_{t,M}^o \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

误差向量矩阵 $\Delta \mathbf{h}_1$ 可以表示为

$$\boldsymbol{\eta}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1 \quad (21)$$

其中, $\mathbf{W}_1$ 为加权矩阵。根据加权最小二乘估计理论, 使得加权误差平方和 $\Delta \mathbf{h}_1^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{h}_1$ 最小的加权矩阵为

$$\mathbf{W}_1 = [\mathbf{E}(\Delta \mathbf{h}_1 \Delta \mathbf{h}_1^T)]^{-1} = [\mathbf{B}_1 \mathbf{Q} \mathbf{B}_1^T]^{-1} \quad (22)$$

然而, 式(22)中 $\mathbf{W}_1$ 是关于目标位置和速度的函数, 而在定位过程中, 目标的位置和速度显然是未知的。为了解决这一问题, 我们首先将加权矩阵初始化为 $\mathbf{W}_1 = \mathbf{Q}^{-1}$, 并用式(21)得到 $\boldsymbol{\eta}_1^0$ 的初估计 $\boldsymbol{\eta}_1$, 而后将得到 $\boldsymbol{\eta}_1$ 代入式(22)中更新加权矩阵 $\mathbf{W}_1$, 继而利用更新的加权矩阵 $\mathbf{W}_1$ 进一步得到更加准确的 $\boldsymbol{\eta}_1$ 。通常, 重复上述过程1至2次即可得到足够准确的 $\boldsymbol{\eta}_1$ 。在后续仿真实验中, 重复次数设为2。

将式(21)中 $\boldsymbol{\eta}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{h}_1$ 减去恒等式 $\boldsymbol{\eta}_1^0 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1 \boldsymbol{\eta}_1^0$, 得到估计量 $\boldsymbol{\eta}_1$ 的偏差为

$$\Delta \boldsymbol{\eta}_1 = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \Delta \mathbf{h}_1 \quad (23)$$

对式(23)取期望, 得 $\mathbf{E}(\Delta \boldsymbol{\eta}_1) = \mathbf{0}_{8 \times 1}$, 也就是说, 在观测噪声较小时, $\boldsymbol{\eta}_1$ 为近似无偏估计。将式(23)乘以其转置, 并取期望, 从而得到 $\boldsymbol{\eta}_1$ 的估计协方差矩阵为

$$\text{cov}(\boldsymbol{\eta}_1) = (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \quad (24)$$

这里需要指出的是, 理论上式(16)中矩阵 $\mathbf{G}_1$ 和向量 $\mathbf{h}_1$ 都含有误差。因此严格来说, 对式(16)能够利用加权最小二乘求解并分析其理论误差, 其前提是观测噪声要足够小, 以便矩阵 $\mathbf{G}_1$ 中的误差可以忽略。

3.2 第2步加权最小二乘估计

根据两步加权最小二乘估计思想, 为了利用目标位置参数 $\mathbf{u}^0$, $\dot{\mathbf{u}}^0$ 与引入的辅助参数 R_r^0 , $\dot{R}_r^0$ 之间函数关系构造线性方程, 可将 R_r^0 和 $\dot{R}_r^0$ 表示为

$$2(\dot{s}_r^0)^T \mathbf{u}^0 = (\mathbf{u}^0)^T \mathbf{u}^0 + (\mathbf{s}_r^0)^T \mathbf{s}_r^0 - (R_r^0)^2 \quad (25)$$

$$2(\dot{s}_r^0)^T \mathbf{u}^0 + 2(\mathbf{s}_r^0)^T \dot{\mathbf{u}}^0 = 2(\mathbf{u}^0)^T \dot{\mathbf{u}}^0 + 2(\mathbf{s}_r^0)^T \dot{\mathbf{s}}_r^0 - 2R_r^0 \dot{R}_r^0 \quad (26)$$

假设第1步加权最小二乘估计中得到的 $\boldsymbol{\eta}_1$ 中的目标位置估计为 $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0 + \Delta \mathbf{u}$, 速度估计为 $\dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{u}}^0 + \Delta \dot{\mathbf{u}}$, 辅助参数 R_r^0 , $\dot{R}_r^0$ 的估计值分别为 $R_r = R_r^0 + \Delta R_r$, $\dot{R}_r = \dot{R}_r^0 + \Delta \dot{R}_r$, 其中, $\Delta \mathbf{u}$, $\Delta \dot{\mathbf{u}}$, ΔR_r , $\Delta \dot{R}_r$ 为第1步加权最小二乘估计得到目标位置参数和辅助参数的估计误差。将式(25)、式(26)右侧目标位置参数和辅助参数替换为相应的估计值, 并忽略2阶误差项, 从而可得

$$2(\mathbf{s}_r^0)^T \mathbf{u}^0 = \mathbf{u}^T \mathbf{u} + (\mathbf{s}_r^0)^T \mathbf{s}_r^0 - R_r^2 - 2\mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u} + 2R_r \Delta R_r \quad (27)$$

$$2(\dot{s}_r^0)^T \mathbf{u}^0 + 2(\mathbf{s}_r^0)^T \dot{\mathbf{u}}^0 = 2\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{u}} + 2(\mathbf{s}_r^0)^T \dot{\mathbf{s}}_r^0 - 2R_r \dot{R}_r - 2\mathbf{u}^T \Delta \dot{\mathbf{u}} - 2\dot{\mathbf{u}}^T \Delta \mathbf{u} + 2R_r \Delta \dot{R}_r + 2\dot{R}_r \Delta R_r \quad (28)$$

根据两步加权最小二乘思想, 第2步加权最小二乘估计中目标位置和速度的最终估计应该尽可能接近第1步加权最小二乘估计得到的目标位置和速度估计值, 且同时尽可能满足目标位置参数和辅助参数的约束关系。基于这一原则, 令 $\boldsymbol{\eta}_2^0 = [(\mathbf{u}^0)^T, (\dot{\mathbf{u}}^0)^T]^T$, 则可以构建如式(29)的线性方程

$$\mathbf{G}_2 \boldsymbol{\eta}_2^0 = \mathbf{h}_2 + \Delta \mathbf{h}_2 \quad (29)$$

$$\mathbf{G}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{O}_{3 \times 3} \\ 2(\mathbf{s}_r^0)^T & \mathbf{0}_{3 \times 1}^T \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ 2(\dot{s}_r^0)^T & 2(\mathbf{s}_r^0)^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{u}^T \mathbf{u} + (\mathbf{s}_r^0)^T \mathbf{s}_r^0 - R_r^2 \\ \dot{\mathbf{u}} \\ 2\mathbf{u}^T \dot{\mathbf{u}} + 2(\mathbf{s}_r^0)^T \dot{\mathbf{s}}_r^0 - 2R_r \dot{R}_r \end{bmatrix} \quad (30)$$

误差向量矩阵 $\Delta \mathbf{h}_2$ 可以表示为

$$\Delta \mathbf{h}_2 = \mathbf{B}_2 \Delta \boldsymbol{\eta}_1 \quad (31)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ -2\mathbf{u}^T & 2R_r & \mathbf{0}_{3 \times 1}^T & 0 \\ \mathbf{O}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 1} \\ -2\dot{\mathbf{u}}^T & 2\dot{R}_r & -2\mathbf{u}^T & 2R_r \end{bmatrix} \quad (32)$$

那么, 式(29)的加权最小二乘解为

$$\boldsymbol{\eta}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2 \quad (33)$$

其中, $\mathbf{W}_2$ 为加权矩阵。根据加权最小二乘估计理论, 能使得 $\boldsymbol{\eta}_2$ 的估计方差最小的加权矩阵 $\mathbf{W}_2$ 为

$$\mathbf{W}_2 = [\mathbf{E}(\Delta \mathbf{h}_2 \Delta \mathbf{h}_2^T)]^{-1} = [\mathbf{B}_2 \text{cov}(\boldsymbol{\eta}_1) \mathbf{B}_2^T]^{-1} \quad (34)$$

4 CRLB及理论性能分析

4.1 CRLB分析

CRLB是无偏估计方差的下限, 其通常被用作比较无偏估计量性能的标准。对于本文联合DOA, TDOA和FDOA的目标位置和速度估计问题, 观测向量为 $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\alpha}^T, \mathbf{r}^T, \dot{\mathbf{r}}^T]^T$, 待估参量为 $\boldsymbol{\eta}_2^0 = [(\mathbf{u}^0)^T, (\dot{\mathbf{u}}^0)^T]^T$ 。根据上文对观测误差分布特性的假设, $\Delta \mathbf{z} = [\Delta \boldsymbol{\alpha}^T, \Delta \mathbf{r}^T, \Delta \dot{\mathbf{r}}^T]^T$ 服从零均值的高斯分布, 其协方差矩阵为 $\mathbf{Q}$ 。那么, 在给定待估参量 $\boldsymbol{\eta}_2^0$ 的条件下观测向量 $\mathbf{z}$ 的概率密度函数为

$$\ln p(\mathbf{z} | \boldsymbol{\eta}_2^0) = \kappa - \frac{1}{2} (\mathbf{z} - \mathbf{z}^0)^T \mathbf{Q}^{-1} (\mathbf{z} - \mathbf{z}^0) \quad (35)$$

其中, κ 为常数。根据式(35)中的概率密度函数, 可得Fisher信息矩阵(Fisher Information Matrix, FIM)为

$$\text{FIM}(\eta_2^o) = -\text{E} \left[\frac{\ln^2 p(\mathbf{z}|\eta_2^o)}{\partial \eta_2^o \partial (\eta_2^o)^T} \right] = \left(\frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} \right)^T \mathbf{Q}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} \right) \quad (36)$$

根据定义, CRLB为FIM矩阵的逆, 即

$$\text{CRLB}(\eta_2^o) = \text{FIM}(\eta_2^o)^{-1} = \left[\left(\frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} \right)^T \mathbf{Q}^{-1} \left(\frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} \right) \right]^{-1} \quad (37)$$

根据向量 $\mathbf{z}$ 和 η_2^o 的结构, 可以将偏导矩阵 $\partial \mathbf{z}^o / \partial \eta_2^o$ 进一步表示为

$$\frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \alpha^o}{\partial \mathbf{u}^o} & \frac{\partial \alpha^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} \\ \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \mathbf{u}^o} & \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} \\ \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^o}{\partial \mathbf{u}^o} & \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} \end{bmatrix} \quad (38)$$

其中, 偏导矩阵的具体表达式为

$$\frac{\partial \alpha^o}{\partial \mathbf{u}^o} = \begin{bmatrix} \frac{-(y^o - y_r^o)}{(x^o - x_r^o)^2 + (y^o - y_r^o)^2} & \frac{(x^o - x_r^o)}{(x^o - x_r^o)^2 + (y^o - y_r^o)^2} & 0 \\ \frac{-(x^o - x_r^o)(z^o - z_r^o)}{(R_r^o)^2 \sqrt{(x^o - x_r^o)^2 + (y^o - y_r^o)^2}} & \frac{-(y^o - y_r^o)(z^o - z_r^o)}{(R_r^o)^2 \sqrt{(x^o - x_r^o)^2 + (y^o - y_r^o)^2}} & \frac{\sqrt{(x^o - x_r^o)^2 + (y^o - y_r^o)^2}}{(R_r^o)^2} \end{bmatrix}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial \alpha^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} = \mathbf{0}_{2 \times 3}$$

$$\frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \mathbf{u}^o} = \begin{bmatrix} \frac{(\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,1}^o)^T}{cR_{t,1}^o} + \frac{(\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o)^T}{cR_r^o} \\ \vdots \\ \frac{(\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,M}^o)^T}{cR_{t,M}^o} + \frac{(\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o)^T}{cR_r^o} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} = \mathbf{0}_{M \times 3} \quad (40)$$

$$\frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^o}{\partial \mathbf{u}^o} = \begin{bmatrix} \frac{(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,1}^o)^T R_{t,1}^o - (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,1}^o)^T \dot{R}_{t,1}^o}{(R_{t,1}^o)^2} + \frac{(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_r^o)^T R_r^o - (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o)^T \dot{R}_r^o}{(R_r^o)^2} \\ \vdots \\ \frac{(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_{t,M}^o)^T R_{t,M}^o - (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_{t,M}^o)^T \dot{R}_{t,M}^o}{(R_{t,M}^o)^2} + \frac{(\dot{\mathbf{u}}^o - \dot{\mathbf{s}}_r^o)^T R_r^o - (\mathbf{u}^o - \mathbf{s}_r^o)^T \dot{R}_r^o}{(R_r^o)^2} \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial \dot{\mathbf{r}}^o}{\partial \dot{\mathbf{u}}^o} = \frac{\partial \mathbf{r}^o}{\partial \mathbf{u}^o} \quad (41)$$

4.2 理论误差分析

接下来推导算法的理论偏差和协方差矩阵。将式(33)中目标位置和速度估计 $\mathbf{h}_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{h}_2$ 的两边减去恒等式 $\eta_2^o = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2 \eta_2^o$, 得

$$\Delta \eta_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \Delta \mathbf{h}_2 \quad (42)$$

将式(31)、式(23)、式(17)依次代入式(42), 可得

$$\Delta \eta_2 = (\mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{G}_2)^{-1} \mathbf{G}_2^T \mathbf{W}_2 \mathbf{B}_2 (\mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{G}_1)^{-1} \cdot \mathbf{G}_1^T \mathbf{W}_1 \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{z} \quad (43)$$

将式(43)取期望, 可得 $\text{E}(\Delta \eta_2) = \mathbf{0}_{6 \times 1}$ 。也就是说, 在观测噪声较小时, η_2 为近似无偏估计。将式(43)中乘以其转置, 并求期望, 可得 η_2 的协方差矩阵为

$$\text{cov}(\eta_2) = \text{E}(\Delta \eta_2 \Delta \eta_2^T) = (\mathbf{G}_3^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{G}_3)^{-1} \quad (44)$$

式中

$$\mathbf{G}_3 = \mathbf{B}_1^{-1} \mathbf{G}_1 \mathbf{B}_2^{-1} \mathbf{G}_2 \quad (45)$$

比较协方差矩阵 $\text{cov}(\eta_2)$ 与克拉美罗界CRLB(η_2), 可以发现二者具有相同的结构形式。进一步比较式(44)中的 $\mathbf{G}_3$ 与式(37)中的 $\partial \mathbf{z}^o / \partial \eta_2^o$, 可以发现, 在观测误差足够小时,

$$\mathbf{G}_3 \simeq \frac{\partial \mathbf{z}^o}{\partial \eta_2^o} \quad (46)$$

因此, 在观测误差较小时, 本文算法的理论协方差矩阵与CRLB相等, 即本文算法的定位误差可以达到CRLB。

5 仿真实验

本节通过仿真实验来评估算法的定位性能。仿真场景如下: 观测站的位置为 $[0, 0, 0]^T \text{m}$, 速度为 $\mathbf{0}$; 外辐射源数量 $M = 4$, 其位置分别为 $[2000, 0, 0]^T \text{m}$, $[0, 2000, 500]^T \text{m}$, $[-2000, 0, 1000]^T \text{m}$ 和 $[0, -2000,$

$1500]^T \text{m}$, 速度均为0; 待定位的目标位置为 $[2500, 2500, 250]^T \text{m}$, 速度为 $[250, 250, -25]^T \text{m/s}$ 。为了模拟实际定位场景, 在DOA-TDOA-FDOA真实值向量 $\mathbf{z}^0$ 上添加零均值的高斯白噪声。高斯白噪声的协方差矩阵设置为 $\mathbf{Q} = \text{diag}\{\sigma_a^2 \mathbf{I}_{2 \times 2}, \sigma_t^2 \mathbf{I}_{M \times M}, \sigma_f^2 \mathbf{I}_{M \times M}\}$, 其中 σ_a 为角度的标准差, σ_t 为时差(双基地距离)的标准差, σ_f 为频差(双基地距离变化率)的标准差。令 $\sigma_a = 0.1\rho$, $\sigma_t = 10\rho$, $\sigma_f = \rho$, 其中 ρ 用于衡量系统整体的观测误差水平。这样, 通过改变 ρ 的值, 可以调节系统整体的观测误差水平。算法的位置和速度估计精度通过2000次蒙特卡洛仿真的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)和偏差(Bias)衡量。

仿真1 CRLB比较

为了验证本文联合DOA-TDOA-FDOA定位方式相比于现有的TDOA定位、DOA-TDOA定位、TDOA-FDOA定位3种定位方式的优越性, 在图1中绘制并比较了以上4种定位方式对目标位置和速度估计的CRLB。

从图1(a)可以看出, 在位置估计方面, 基于TDOA定位的位置估计精度与基于TDOA-FDOA定位相当。基于DOA-TDOA定位的位置估计精度显著优于基于TDOA定位以及基于TDOA-FDOA定位, 但略逊于本文基于DOA-TDOA-FDOA定位。从图1(b)可以看出, 在速度估计方面, 基于TDOA定位和基于DOA-TDOA定位由于其观测量与目标速度之间不存在函数关系, 因此无法估计出目标速度。与基于TDOA-FDOA定位相比, 联合DOA观测后, 基于DOA-TDOA-FDOA定位的速度估计精度有了显著提升。结合图1(a)和图1(b), 可以充分看出本文基于DOA-TDOA-FDOA定位方式相比于现有基于TDOA定位、基于DOA-TDOA定位以及基于TDOA-FDOA定位在定位精度方面的优越性。

仿真2 不同观测误差水平下算法定位精度分析

接下来, 比较不同算法在不同观测误差水平下的定位性能。为了突出本文算法定位精度, 给出了本文算法的均方根误差和偏差曲线, 并将文献[16]中Chalise等人的算法(基于TDOA的定位算法)、文献[20]中Li等人的算法(基于DOA-TDOA的定位算法)、文献[22]中赵勇胜等人的算法(基于TDOA-FDOA的定位算法)对应的仿真结果也一并给出。仿真结果如图2所示。

图2给出了当系统的观测误差水平 ρ 从-20 dB增加到50 dB时, 上述4种定位算法的位置估计和速度估计均方根误差和偏差曲线。如图2(a)所示, 在位置估计均方根误差方面, 基于TDOA的定位算法与基于TDOA-FDOA的定位算法均方根误差曲线非常接近, 而本文算法的位置估计均方根误差曲线与基于DOA-TDOA定位算法非常接近, 并且在不同观测误差下的位置估计均方根误差均显著低于基于TDOA的定位算法与基于TDOA-FDOA的定位算法。这说明了DOA观测对于位置估计精度有着显著提升。此外, 局部放大图进一步表明, 严格来说本文算法定位精度要略高于基于DOA-TDOA定位算法, 这说明FDOA观测对于位置估计精度有一定程度的改善, 但是改善的程度很小。如图2(b)所示, 在速度估计均方根误差方面, 本文算法的速度估计精度要显著优于基于TDOA-FDOA的定位算法, 这说明DOA观测的引入, 对于速度估计精度有显著改进。因此, 总体来看, 与预期一致, 在不同的观测误差水平下, 本文算法的位置和速度估计均方根误差均低于其他几种定位算法, 并且在观测误差水平较低($20 \lg(\rho) \leq 10 \text{dB}$)时, 本文算法的定位均方根误差可以达到CRLB。虽然在观测误差较大时, 本文算法的均方根误差曲线会逐渐偏离CRLB, 但定位精度仍优于其余3种算法。本文算法偏离CRLB的原因均在于其算法推导过程中为了

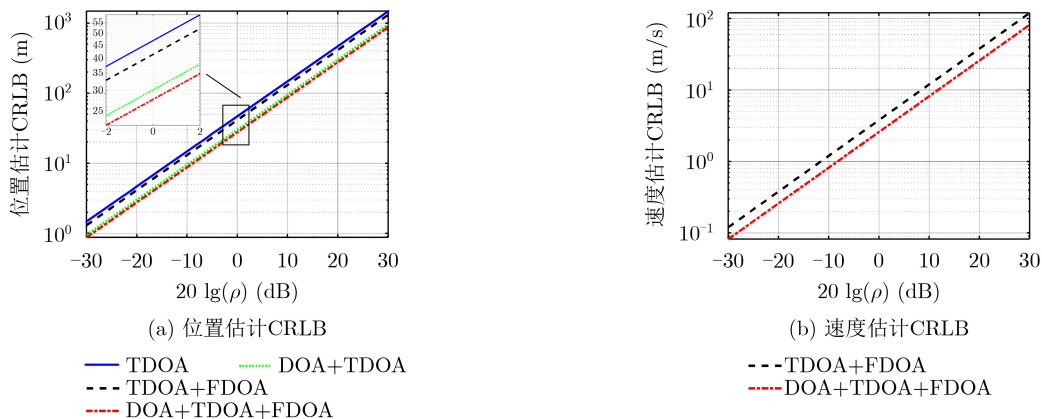
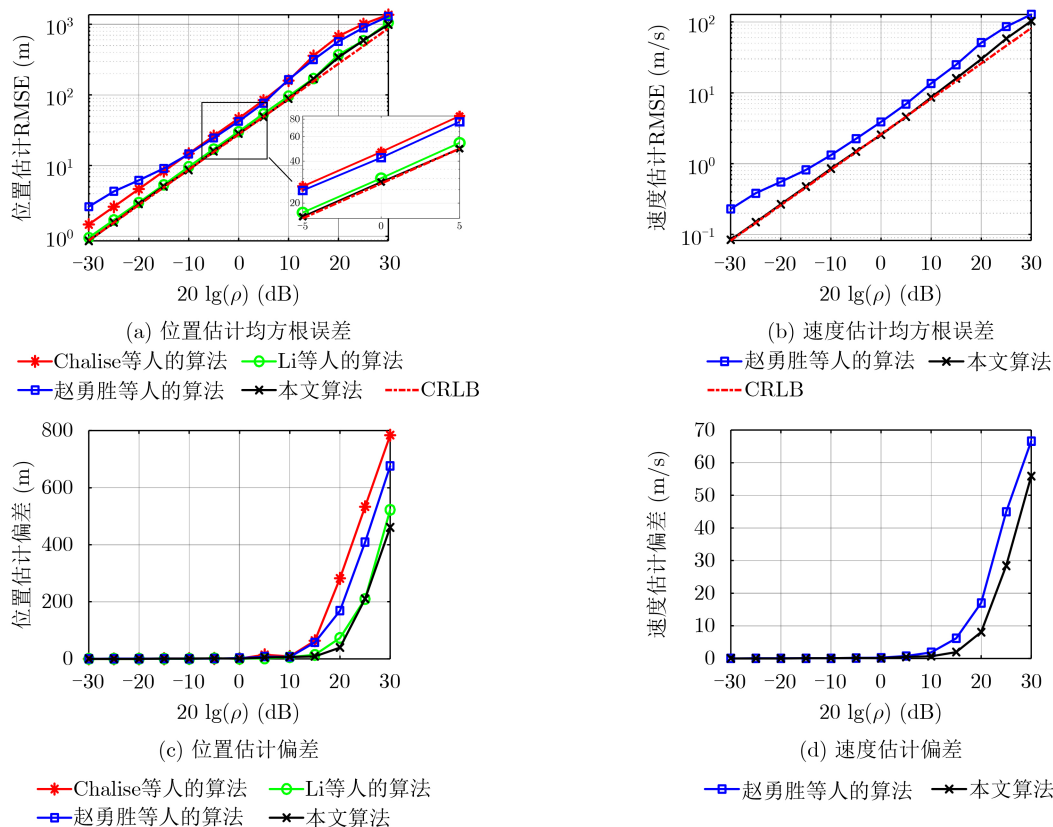


图1 不同观测误差水平下不同定位方式的CRLB比较



进行线性化处理，而忽略了2阶误差项。图2(c)和图2(d)分别给出了算法对于目标位置和速度估计的偏差曲线。由于定位问题的非线性，几种算法对目标位置和速度估计的偏差均随着观测误差的增大而增大，但相对来说，本文算法的偏差较小。

仿真3 不同位置下算法的定位精度分析

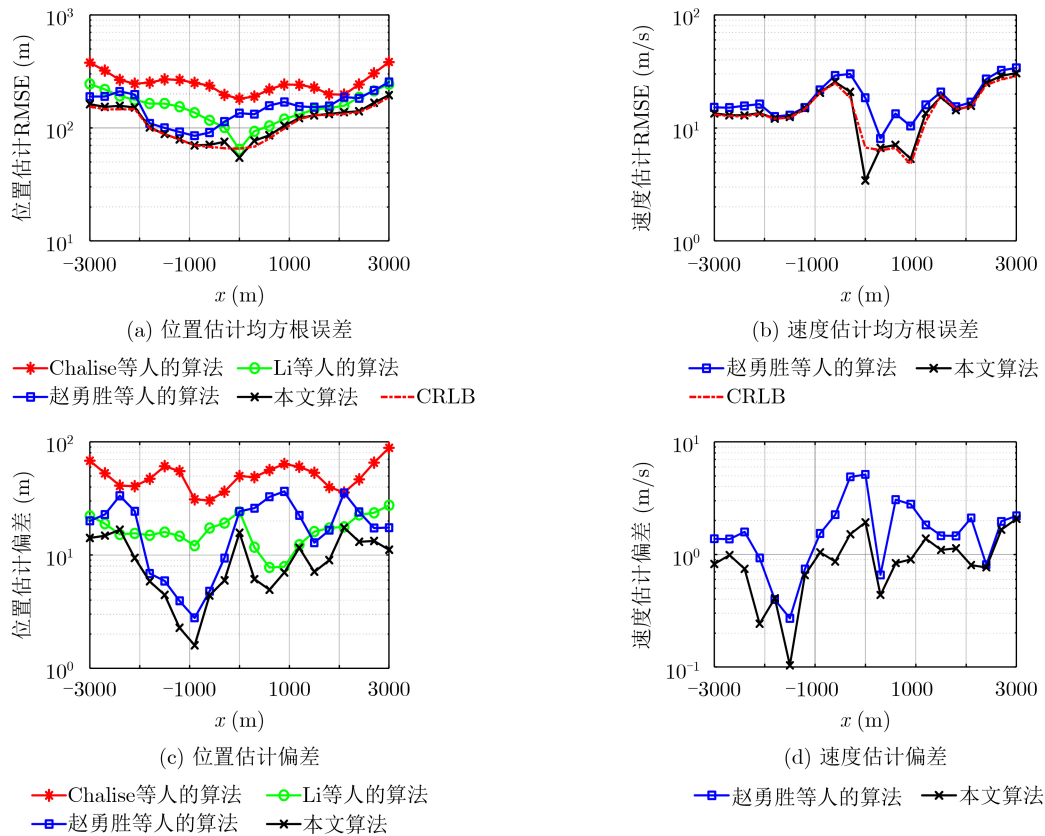
接下来，分析目标所在位置的不同对算法定位误差的影响。假设目标初始位置为 $[-3000, 0, 300]^T \text{m}$ ，以速度为 $[300, 0, 0]^T \text{m/s}$ 沿着 x 轴运动。观测误差水平设置为 $\sigma_a = 0.1^\circ$ ， $\sigma_t = 100 \text{m}$ ， $\sigma_f = 1 \text{m/s}$ 。观测站和接收站的位置与速度保持不变。不同算法对目标的定位误差精度如图3所示。

图3给出了不同位置下算法对目标位置和速度估计的均方根误差和偏差。可以看出，总体上，在不同的目标位置下，本文算法的均方根误差和偏差依旧低于现有几种定位算法。比较图3(a)中不同位置下算法的位置估计均方根误差可以看出，总体上，随着目标 x 坐标接近观测站，算法的位置估计均方根误差逐渐减小。值得注意的是，在目标 x 坐标接近观测站时，本文算法的定位均方根误差出现了偏离CRLB的现象，造成这一现象的原因在于同样的观测误差下，当目标 x 坐标接近观测站时，相对观测误差(观测误差与目标到观测站距离之比)会

增大，从而造成算法定位误差偏离CRLB。此外，当目标 x 坐标为0时，算法的位置和速度估计误差低于CRLB。结合图3(c)和图3(d)中不同位置下算法的估计偏差情况可以看出，本文算法在目标 x 坐标为0时，会出现偏差增大的情况。因此，造成算法估计均方根误差在目标 x 坐标为0时低于CRLB的原因是，当相对观测误差较大时，算法给出的估计为有偏估计，而对于有偏估计来说，其算法的定位误差可以低于CRLB。

6 结束语

DOA, TDOA和FDOA是无源相干定位系统目标检测和参数估计环节产生的基本参数。本文联合DOA, TDOA和FDOA观测，对目标位置和速度进行估计，提出了一种代数解定位算法。算法遵循两步加权最小二乘基本框架：第1步通过引入辅助参数，将非线性的观测方程转化为伪线性方程，从中得到目标位置和速度的粗估计；第2步通过利用辅助参数和目标位置参数之间的约束关系来提高估计精度。分析了算法的理论误差，并将其与推导的CRLB进行比较。仿真实验验证了算法的有效性和优越性。此外，本文算法假设外辐射源位置和速度均准确已知，但实际中外辐射源位置和速度通常存在一定误差，特别是当外辐射源为高度非合作的运动



辐射源。针对此问题,理论上可以通过利用外辐射源位置和速度误差统计特性^[27],或者利用位置和速度已知的合作目标^[28],来降低外辐射源位置和速度误差对目标定位精度的影响,这将是以后进一步的研究方向。

参考文献

- [1] FU Yan, WAN Xianrong, ZHANG Xun, *et al.* Side peak interference mitigation in FM-based passive radar via detection identification[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(2): 778–788. doi: [10.1109/TAES.2017.2665079](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2665079).
- [2] BOLVARDI H, DERAHTIAN M, and SHEIKHI A. Dynamic clutter suppression and multitarget detection in a DVB-T-based passive radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(4): 1812–1825. doi: [10.1109/TAES.2017.2674138](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2674138).
- [3] WANG Yasen, BAO Qinglong, WANG Dinghe, *et al.* An experimental study of passive bistatic radar using uncooperative radar as a transmitter[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2015, 12(9): 1868–1872. doi: [10.1109/LGRS.2015.2432574](https://doi.org/10.1109/LGRS.2015.2432574).
- [4] COLONE F, FALCONE P, BONGIOANNI C, *et al.* WiFi-based passive bistatic radar: Data processing schemes and experimental results[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(2): 1061–1079. doi: [10.1109/TAES.2012.6178049](https://doi.org/10.1109/TAES.2012.6178049).
- [5] MA Hui, ANTONIOU M, STOVE A G, *et al.* Maritime moving target localization using passive GNSS-based multistatic radar[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2018, 56(8): 4808–4819. doi: [10.1109/TGRS.2018.2838682](https://doi.org/10.1109/TGRS.2018.2838682).
- [6] ROSADO-SANZ J, JARABO-AMORES M P, MATA-MOYA D, *et al.* Contoured-beam reflectarray for improving angular coverage in DVB-S passive radars[C]. The 20th International Radar Symposium, Ulm, Germany, 2019: 1–8. doi: [10.23919/IRS.2019.8768107](https://doi.org/10.23919/IRS.2019.8768107).
- [7] OLSEN K E and ASEN W. Bridging the gap between civilian and military passive radar[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2017, 32(2): 4–12. doi: [10.1109/MAES.2017.160030](https://doi.org/10.1109/MAES.2017.160030).
- [8] EDRICH M, SCHROEDER A, and MEYER F. Design and performance evaluation of a mature FM/DAB/DVB-T multi-illuminator passive radar system[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2014, 8(2): 114–122. doi: [10.1049/iet-rsn.2013.0162](https://doi.org/10.1049/iet-rsn.2013.0162).
- [9] HOWLAND P E, MAKSIMIUK D, and REITSMA G. FM radio based bistatic radar[J]. *IEEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2005, 152(3): 107–115. doi: [10.1049/ip-rsn:20045077](https://doi.org/10.1049/ip-rsn:20045077).

- [10] WANG J, WANG H T, and ZHAO Y. Direction finding in frequency-modulated-based passive bistatic radar with a four-element adcock antenna array[J]. *IET Radar, Sonar & Navigation*, 2011, 5(8): 807–813. doi: [10.1049/iet-rsn.2010.0262](#).
- [11] 王海涛, 王俊. 基于压缩感知的无源雷达超分辨DOA估计[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(4): 877–881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00797](#).
WANG Haitao and WANG Jun. Super-resolution DOA estimation in passive radar based on compressed sensing[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(4): 877–881. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.00797](#).
- [12] MALANOWSKI M and KULPA K. Two methods for target localization in multistatic passive radar[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2012, 48(1): 572–580. doi: [10.1109/taes.2012.6129656](#).
- [13] 梁加洋, 赵拥军, 赵闯, 等. 利用约束加权最小二乘的单站外辐射源时差定位算法[J]. *信号处理*, 2017, 33(6): 880–886. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2017.06.014](#).
LIANG Jiayang, ZHAO Yongjun, ZHAO Chuang, et al. Constrained weighted least squares algorithm for single-observer TDOA location estimation using illuminators of opportunity[J]. *Journal of Signal Processing*, 2017, 33(6): 880–886. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2017.06.014](#).
- [14] 王鼎, 魏帅. 基于外辐射源的约束总体最小二乘定位算法及其理论性能分析[J]. *中国科学: 信息科学*, 2015, 45(11): 1466–1489. doi: [10.1360/N112014-00397](#).
WANG Ding and WEI Shuai. The constrained-total-least-squares localization algorithm and performance analysis based on an external illuminator[J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2015, 45(11): 1466–1489. doi: [10.1360/N112014-00397](#).
- [15] LI Wanchun, WEI Ping, and XIAO Xianci. A robust TDOA-based location method and its performance analysis[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2009, 52(5): 876–882. doi: [10.1007/s11432-009-0101-1](#).
- [16] CHALISE B K, ZHANG Y D, AMIN M G, et al. Target localization in a multi-static passive radar system through convex optimization[J]. *Signal Processing*, 2014, 102: 207–215. doi: [10.1016/j.sigpro.2014.02.023](#).
- [17] ZHAO Yongsheng, LIU Zhixin, HU Dexiu, et al. Target localisation from bistatic range measurements in multistatic passive radar using MDS[J]. *The Journal of Engineering*, 2019, 2019(19): 5770–5774. doi: [10.1049/joe.2019.0396](#).
- [18] 李晶, 李冬海, 赵拥军. 利用角度和时差的单站外辐射源定位方法[J]. *武汉大学学报: 信息科学版*, 2015, 40(2): 227–232. doi: [10.13203/j.whugis20130065](#).
LI Jing, LI Donghai, and ZHAO Yongjun. Single-observer passive coherent location estimation based on DOA and TDOA[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2015, 40(2): 227–232. doi: [10.13203/j.whugis20130065](#).
- [19] 赵勇胜, 赵拥军, 赵闯, 等. 联合角度和时差的单站无源相干定位加权最小二乘算法[J]. *雷达学报*, 2016, 5(3): 302–311. doi: [10.12000/JR15133](#).
ZHAO Yongsheng, ZHAO Yongjun, ZHAO Chuang, et al. Weighted least squares algorithm for single-observer passive coherent location using DOA and TDOA measurements[J]. *Journal of Radars*, 2016, 5(3): 302–311. doi: [10.12000/JR15133](#).
- [20] LI Jing, ZHAO Yongjun, and LI Donghai. Accurate single-observer passive coherent location estimation based on TDOA and DOA[J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, 27(4): 913–923. doi: [10.1016/j.cja.2014.06.004](#).
- [21] 赵拥军, 赵勇胜, 赵闯. 基于正则化约束总体最小二乘的单站DOA-TDOA无源定位算法[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(9): 2336–2343. doi: [10.11999/JEIT151379](#).
ZHAO Yongjun, ZHAO Yongsheng, and ZHAO Chuang. Single-observer passive DOA-TDOA location based on regularized constrained total least squares[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(9): 2336–2343. doi: [10.11999/JEIT151379](#).
- [22] 赵勇胜, 赵闯, 赵拥军. 利用TDOA和FDOA的单站多外辐射源目标定位算法[J]. *四川大学学报: 工程科学版*, 2016, 48(S1): 170–177. doi: [10.15961/j.jsuese.2016.s1.025](#).
ZHAO Yongsheng, ZHAO Chuang, and ZHAO Yongjun. Single-observer multi-illuminators passive location using TDOA and FDOA measurements[J]. *Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition*, 2016, 48(S1): 170–177. doi: [10.15961/j.jsuese.2016.s1.025](#).
- [23] 梁加洋, 苏文璞, 赵拥军, 等. 基于联合TDOA/FDOA的单站无源相干定位CWLS算法[J]. *电子信息对抗技术*, 2018, 33(5): 31–36. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2018.05.007](#).
LIANG Jiayang, SU Wenpu, ZHAO Yongjun, et al. A single-observer passive coherent location CWLS algorithm based on joint TDOA/FDOA[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2018, 33(5): 31–36. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2018.05.007](#).
- [24] 赵勇胜, 邵东旭, 赵拥军, 等. 基于约束总体最小二乘的单站TDOA-FDOA定位算法[J]. *电子信息对抗技术*, 2016, 31(6): 1–7. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2016.06.001](#).
ZHAO Yongsheng, SHAO Dongxu, ZHAO Yongjun, et al. Single-observer TDOA-FDOA location based on constrained total least squares[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2016, 31(6): 1–7. doi: [10.3969/j.issn.1674-2230.2016.06.001](#).
- [25] CHAN Y T and HO K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location[J]. *IEEE Transactions on Signal*

- Processing*, 1994, 42(8): 1905–1915. doi: [10.1109/78.301830](https://doi.org/10.1109/78.301830).
- [26] HO K C and XU Wenwei. An accurate algebraic solution for moving source location using TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(9): 2453–2463. doi: [10.1109/TSP.2004.831921](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.831921).
- [27] HO K C, LU Xiaoning, and KOVAVISARUCH L. Source localization using TDOA and FDOA measurements in the presence of receiver location errors: Analysis and solution[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(2): 684–696. doi: [10.1109/TSP.2006.885744](https://doi.org/10.1109/TSP.2006.885744).
- [28] HO K C and YANG Le. On the use of a calibration emitter for source localization in the presence of sensor position uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(12): 5758–5772. doi: [10.1109/TSP.2008.929870](https://doi.org/10.1109/TSP.2008.929870).
- 黄东华: 女, 1982年生, 副教授, 研究方向为电子信号分析与处理、无源定位.
- 赵勇胜: 男, 1990年生, 博士生, 研究方向为参数估计、无源定位.
- 赵拥军: 男, 1964年生, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达信号处理、阵列信号处理.
- 储美娟: 女, 1988年生, 助理工程师, 主要研究方向为信息化建设、教育技术、数字媒体设计制作.
- 责任编辑: 陈 倩