

二维直线型最小误差阈值分割法

范九伦 雷博

(西安邮电学院信息与控制系 西安 710061)

摘要: 一维最小误差阈值法假设了目标和背景的灰度分布服从混合正态分布。考虑到噪声等因素对图像质量的影响,该文在二维灰度直方图上,基于二维混合正态分布假设,给出二维直线型最小误差阈值法的表达式。为了提高算法的运行速度,也给出了快速递推算法。实验表明,二维直线型最小误差阈值法是一个有效的图像分割算法,能够更好地适应目标和背景方差相差较大的含噪图像分割问题。

关键词: 图像处理; 阈值分割; 最小误差阈值法; 二维灰度直方图

中图分类号: TN911.73

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)08-1801-06

Two-Dimensional Linear-Type Minimum Error Threshold Segmentation Method

Fan Jiu-lun Lei Bo

(Department of Information and Control, Xi'an Institute of Post and Telecommunications, Xi'an 710061, China)

Abstract: One-dimensional minimum error thresholding method assumes that the histogram distributions of object and background are governed by a mixture Gaussian distribution. Considering the affects of noise and other factors on image quality, based on the assumption of two-dimensional mixture Gaussian distribution, a two-dimensional linear-type minimum error threshold segmentation method is proposed on two-dimensional gray-level histogram. In order to improve the running speed, a fast recursive formula is also given. Experimental results show that the new method is a valuable image segmentation method which can be well adapted to the cases where the variances of the object and the background are distinctly different and contains noises.

Key words: Image processing; Threshold segmentation; Minimum error thresholding method; Two-dimensional gray-level histogram

1 引言

图像分割是图像分析、理解和计算机视觉中的难点,在图像分割的诸多方法中,阈值化技术以其简单、有效、便于理解受到人们的普遍欢迎^[1-4]。其中,最大类间方差法^[5]、最大熵法^[6]、最小误差阈值法^[7]是 3 个最常用的分割方法。最小误差阈值法是 Kittler 和 Illingworth 提出的,国际上有很多学者对最小误差阈值法进行了研究^[8-10],为了更加清楚地揭示该方法的理论基础,我们运用信息论中的相对熵进行了解释^[10],为该方法的使用奠定了坚实的理论基础。

1 维阈值分割法对含噪图像的分割效果较差,于是人们考虑构造 2 维灰度直方图。针对最大类间方差法和最大熵法,已提出了相应的 2 维推广算法及其快速递推算法^[11,12]。现有的 2 维阈值分割方法均假设了图像中目标区域和背景区域占据了 2 维直方图的绝大部分区域。这种假设有一定的合理性,

但忽略边界区域信息的做法在有些场合是不合适的。我们在分析存在问题的基础上,针对最大类间方差法,提出了处理 2 维直方图区域的曲线型阈值方式^[13],实现了从“点对”阈值到直线阈值的转变。由于最大类间方差法是在假设目标和背景均服从相同方差的正态分布的假设下获得的,而 1 维最小误差阈值法也是在正态分布假设下获得的,所不同的是没有要求目标和背景的方差一样。鉴于此,本文在已有工作的基础上,给出 1 维最小误差阈值法的一种推广形式——2 维直线型最小误差阈值法。

2 1 维最小误差阈值法

用 $f(x, y)$ 表示一幅大小为 $M \times N$ 的数字图像上坐标为 (x, y) 的像素点的灰度值, $f(x, y) \in G = [0, 1, \dots, L-1]$ 。用图像的 1 维直方图 $h(g)$ 作为图像灰度概率分布的描述。假设理想的灰度分布模型是混合正态分布 $p(g) = \sum_{i=0}^{L-1} P_i p(g|i)$, 这里 P_i 是子分布的先验概率, $p(g)$ 的两个子分布 $p(g|i)$ 分别服从均值为 μ_i , 方差为 σ_i 的正态分布 $p(g|i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i}$

$$\cdot \exp\left[-\frac{(g - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right] (i = 0, 1)。$$

对于阈值 $t \in G$ ，Kittler 和 Illingworth 基于最小分类误差思想给出下面的函数

$$J(t) = 1 + 2[P_0(t) \ln \sigma_0(t) + P_1(t) \ln \sigma_1(t)] - 2[P_0(t) \ln P_0(t) + P_1(t) \ln P_1(t)] \quad (1)$$

其中

$$P_0(t) = \sum_{g=0}^t h(g), \quad P_1(t) = \sum_{g=t+1}^{L-1} h(g)$$

$$\mu_0(t) = \sum_{g=0}^t h(g)g / P_0(t), \quad \mu_1(t) = \sum_{g=t+1}^{L-1} h(g)g / P_1(t)$$

$$\sigma_0^2(t) = \left[\sum_{g=0}^t (g - \mu_0(t))^2 h(g) \right] / P_0(t)$$

$$\sigma_1^2(t) = \left[\sum_{g=t+1}^{L-1} (g - \mu_1(t))^2 h(g) \right] / P_1(t)$$

最佳阈值选为使 $J(t)$ 最小化的 $t = t^*$,

$$t^* = \text{Arg} \min_{0 < t < L-1} J(t) \quad (2)$$

上述方法称为最小误差阈值法。下面考虑 1 维最小误差阈值法的 2 维推广。

3 2 维直线型最小误差阈值法

对于一幅大小为 $M \times N$ 的数字图像，用 $g(x, y)$ 表示图像上坐标为 (x, y) 的像素点的 $K \times K$ 邻域的平均灰度值， $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 组成的 2 元组记为 (i, j) 。图像的 2 维直方图定义在一个 $(L-1) \times (L-1)$ 大小的正方形区域上。直方图中任意一点的值定义为 P_{ij} ，它表示 2 元组 (i, j) 发生的频率， $P_{ij} = \frac{c_{ij}}{M \times N}$ 。其中

$$c_{ij} \text{ 是 } (i, j) \text{ 出现的频数, } 0 \leq i, j \leq L-1, \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} P_{ij} = 1。$$

根据 2 维直方图的定义，假设在阈值 (s, t) 处将图像分割成 4 个区域，如图 1 所示。对角线上的区域 1 和区域 2 分别对应目标和背景，区域 3 和区域 4 对应边缘和噪声^[11,12]。在传统 2 维阈值化方法中假设区域 3 和区域 4 的概率值近似为 0，这种假设忽略了边界区域的信息，造成了它在某些场合是不适用的^[13]。

2 维正态分布随机变量 (X, Y) 的概率密度函数定义为

$$p(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{\frac{-1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-\mu_1)^2}{\sigma_1^2} - 2\rho\frac{(x-\mu_1)(y-\mu_2)}{\sigma_1\sigma_2} + \frac{(y-\mu_2)^2}{\sigma_2^2}\right]\right\} \quad (3)$$

其中 μ_1, μ_2 分别为随机变量 X 和 Y 的均值， σ_1^2, σ_2^2 分别为随机变量 X 和 Y 的方差， ρ 是随机变量 X 和 Y

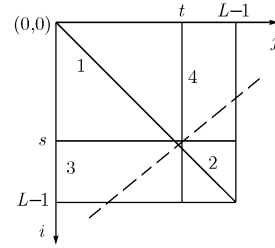


图1 2维直方图区域划分

的相关系数。

如果 (s, t) 是选取的阈值点，作过 (s, t) 的曲线 $r(i, j)$ 将 2 维区域分成 $C_0(s, t)$ 和 $C_1(s, t)$ ，分别表示目标和背景。假设在曲线 $r(i, j)$ 处相应的有 2 维混合正态分布：

$$P'_{ij} = P_0(s, t)p(i, j|0) + P_1(s, t)p(i, j|1) \quad (4)$$

其中， $P_0(s, t), P_1(s, t)$ 是先验概率， $p(i, j|0)$ 和 $p(i, j|1)$ 是两个子正态分布。记 $p(i, j|0)$ 和 $p(i, j|1)$ 的均值、方差分别为 $\mu_0(s, t) = (\mu_{00}(s, t), \mu_{01}(s, t))^T$ ， $\mu_1(s, t) = (\mu_{10}(s, t), \mu_{11}(s, t))^T$ ， $\sigma_0^2(s, t) = (\sigma_{00}^2(s, t), \sigma_{01}^2(s, t))^T$ ， $\sigma_1^2(s, t) = (\sigma_{10}^2(s, t), \sigma_{11}^2(s, t))^T$ ； $p(i, j|0)$ 和 $p(i, j|1)$ 的相关系数分别为 ρ_0, ρ_1 。各个参数的估计如下： $P_0(s, t) = \sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} P_{ij}$ ， $P_1(s, t) = \sum_{(i,j) \in C_1(s,t)} P_{ij}$ 。这里， $P_0(s, t)$

$+ P_1(s, t) = 1$ 。两类均值矢量为

$$\mu_0(s, t) = (\mu_{00}(s, t), \mu_{01}(s, t))^T = \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} iP_{ij}}{P_0(s, t)}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} jP_{ij}}{P_0(s, t)} \right)^T \quad (5)$$

$$\mu_1(s, t) = (\mu_{10}(s, t), \mu_{11}(s, t))^T = \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_1(s,t)} iP_{ij}}{P_1(s, t)}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_1(s,t)} jP_{ij}}{P_1(s, t)} \right)^T \quad (6)$$

两类方差矢量为

$$\sigma_0^2(s, t) = (\sigma_{00}^2(s, t), \sigma_{01}^2(s, t))^T = \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} (i - \mu_{00}(s, t))^2 P_{ij}}{P_0(s, t)}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_0(s,t)} (j - \mu_{01}(s, t))^2 P_{ij}}{P_0(s, t)} \right)^T \quad (7)$$

$$\sigma_1^2(s, t) = (\sigma_{10}^2(s, t), \sigma_{11}^2(s, t))^T = \left(\frac{\sum_{(i,j) \in C_1(s,t)} (i - \mu_{10}(s, t))^2 P_{ij}}{P_1(s, t)}, \frac{\sum_{(i,j) \in C_1(s,t)} (j - \mu_{11}(s, t))^2 P_{ij}}{P_1(s, t)} \right)^T \quad (8)$$

两类相关系数为

$$\rho_0(s, t) = \frac{\sum_{(i, j) \in C_0(s, t)} [(i - \mu_{00}(s, t))(j - \mu_{01}(s, t))P_{ij}]/P_0(s, t)}{\sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t)} \quad (9)$$

$$\rho_1(s, t) = \frac{\sum_{(i, j) \in C_1(s, t)} [(i - \mu_{10}(s, t))(j - \mu_{11}(s, t))P_{ij}]/P_1(s, t)}{\sigma_{10}(s, t)\sigma_{11}(s, t)} \quad (10)$$

2 维直方图上总的均值矢量为

$$\boldsymbol{\mu}_T = (\mu_{T0}, \mu_{T1})^T = \left(\sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} iP_{ij}, \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} jP_{ij} \right)^T \quad (11)$$

如何选取曲线 $r(i, j)$ 是一个关键问题，一种简便的方式是取 $r(i, j)$ 为过 (s, t) 且垂直于 2 维直方图定义域对角线的直线^[13]，如图 2 所示。这时得到的阈值不再是一个点，而是一条 $i + j = s + t$ 的直线，根据这条直线对原始图像进行分割，像元的归类方式为

$$f_{\bar{F}}(x, y) = \begin{cases} 0, & i + j \leq s + t \\ L - 1, & i + j > s + t \end{cases} \quad (12)$$

$f_{\bar{F}}(x, y)$ 为分割后图像在 (x, y) 处的灰度值。

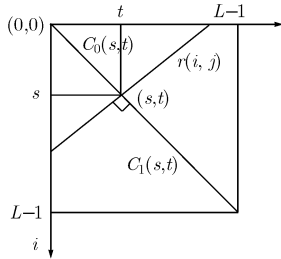


图2 直线型2维直方图区域划分

对于图像真实的2维灰度直方图概率 P_{ij} 和估计的2维正态分布混合概率 P'_{ij} ，可以用相对熵来计算这两个2维分布的“匹配程度”，记

$$R(s, t) = \sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln \frac{P_{ij}}{P_0(s, t)p(i, j|0)} + \sum_{i+j > s+t} P_{ij} \ln \frac{P_{ij}}{P_1(s, t)p(i, j|1)} \quad (13)$$

由于

$$\sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln p(i, j|0) = -P_0(s, t) \ln 2\pi - P_0(s, t) \cdot \ln \sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t) - P_0(s, t) \ln \sqrt{1 - \rho_0^2(s, t)} - P_0(s, t) \quad (14)$$

这里应用了

$$P_0(s, t) = \frac{1}{2(1 - \rho_0^2(s, t))} \sum_{i+j \leq s+t} \left[\frac{P_{ij}(i - \mu_{00}(s, t))^2}{\sigma_{00}^2(s, t)} - 2\rho_0(s, t) \frac{P_{ij}(i - \mu_{00}(s, t))(j - \mu_{01}(s, t))}{\sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t)} + \frac{P_{ij}(j - \mu_{01}(s, t))^2}{\sigma_{01}^2(s, t)} \right] \quad (15)$$

因此

$$\sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln \frac{P_{ij}}{P_0(s, t)p(i, j|0)} = \sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln P_{ij} - \sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln P_0(s, t) - P_0(s, t) \ln 2\pi - P_0(s, t) \ln \sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t) - P_0(s, t) \cdot \ln \sqrt{1 - \rho_0^2(s, t)} - P_0(s, t) \quad (16)$$

类似地可得

$$\sum_{i+j > s+t} P_{ij} \ln \frac{P_{ij}}{P_1(s, t)p(i, j|1)} = \sum_{i+j > s+t} P_{ij} \ln P_{ij} - \sum_{i+j > s+t} P_{ij} \ln P_1(s, t) - P_1(s, t) \ln 2\pi - P_1(s, t) \ln \sigma_{10}(s, t)\sigma_{11}(s, t) - P_1(s, t) \ln \sqrt{1 - \rho_1^2(s, t)} - P_1(s, t) \quad (17)$$

由于 $\sum_{i+j \leq s+t} P_{ij} \ln P_{ij} + \sum_{i+j > s+t} P_{ij} \ln P_{ij} = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} P_{ij} \cdot \ln P_{ij}$ ， $P_0(s, t) + P_1(s, t) = 1$ 。

忽略上述常数项后可将 $R(s, t)$ 换写成：

$$J(s, t) = 1 - P_0(s, t) \ln P_0(s, t) - P_1(s, t) \ln P_1(s, t) + P_0(s, t) \ln \sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t) + P_1(s, t) \cdot \ln \sigma_{10}(s, t)\sigma_{11}(s, t) + P_0(s, t) \ln \sqrt{1 - \rho_0^2(s, t)} + P_1(s, t) \ln \sqrt{1 - \rho_1^2(s, t)} \quad (18)$$

上述表达式是 1 维最小误差阈值法的一般性 2 维推广表达式。如果考虑到 2 维灰度直方图的构造过程，则两个相关系数 ρ_0 和 ρ_1 应为灰度邻域大小的函数，而与点 (s, t) 的位置没有关系，因此可以看作常数。理论上 $\rho_0 = \rho_1 = 1/K$ ， K 为邻域窗口大小^[14]，可以进一步将上式简化为

$$J^*(s, t) = 1 - P_0(s, t) \ln P_0(s, t) - P_1(s, t) \ln P_1(s, t) + P_0(s, t) \ln \sigma_{00}(s, t)\sigma_{01}(s, t) + P_1(s, t) \ln \sigma_{10}(s, t)\sigma_{11}(s, t) \quad (19)$$

可见上述公式是 1 维最小误差阈值法对应的一个 2 维推广表达式，最佳阈值选为

$$(s^*, t^*) = \text{Arg} \min_{0 < s < L-1, 0 < t < L-1} J^*(s, t) \quad (20)$$

4 快速算法

由于2维阈值法计算量太大，不能满足实时性的

要求。我们通过分析该方法,避免每次都从(0,0)开始的重复计算,给出了该方法的递推公式。记

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_{00}(s,t) &= \sum_{i+j \leq s+t} iP_{ij}, \quad \bar{\mu}_{01}(s,t) = \sum_{i+j \leq s+t} jP_{ij} \\ \bar{\sigma}_{00}^2(s,t) &= \sum_{i+j \leq s+t} i^2P_{ij}, \quad \bar{\sigma}_{01}^2(s,t) = \sum_{i+j \leq s+t} j^2P_{ij}\end{aligned}$$

$$\bar{\sigma}_{T0}^2(s,t) = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} i^2P_{ij}, \quad \bar{\sigma}_{T1}^2(s,t) = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{L-1} j^2P_{ij}$$

$$\text{那么, } \mu_{00}(s,t) = \frac{\sum_{i+j \leq s+t} iP_{ij}}{P_0(s,t)} = \frac{\bar{\mu}_{00}(s,t)}{P_0(s,t)}, \quad \mu_{01}(s,t) =$$

$$\frac{\sum_{i+j \leq s+t} jP_{ij}}{P_0(s,t)} = \frac{\bar{\mu}_{01}(s,t)}{P_0(s,t)}, \quad \mu_{10}(s,t) = \frac{\sum_{i+j > s+t} iP_{ij}}{P_1(s,t)} =$$

$$\frac{\sum_{i+j > s+t} jP_{ij}}{P_1(s,t)}, \quad \mu_{11}(s,t) = \frac{\sum_{i+j > s+t} jP_{ij}}{P_1(s,t)} = \frac{\mu_{T1} - \bar{\mu}_{01}(s,t)}{1 - P_0(s,t)},$$

$$\sigma_{00}^2(s,t) = \frac{\sum_{i+j \leq s+t} i^2P_{ij}}{P_0(s,t)} - \mu_{00}^2(s,t) = \frac{\bar{\sigma}_{00}^2(s,t)}{P_0(s,t)} - \mu_{00}^2(s,t),$$

$$\sigma_{01}^2(s,t) = \frac{\sum_{i+j \leq s+t} j^2P_{ij}}{P_0(s,t)} - \mu_{01}^2(s,t) = \frac{\bar{\sigma}_{01}^2(s,t)}{P_0(s,t)} - \mu_{01}^2(s,t),$$

$$\sigma_{10}^2(s,t) = \frac{\sum_{i+j > s+t} i^2P_{ij}}{P_1(s,t)} - \mu_{10}^2(s,t) = \frac{\bar{\sigma}_{T0}^2(s,t) - \bar{\sigma}_{00}^2(s,t)}{1 - P_0(s,t)}$$

$$- \mu_{10}^2(s,t), \quad \sigma_{11}^2(s,t) = \frac{\sum_{i+j > s+t} j^2P_{ij}}{P_1(s,t)} - \mu_{11}^2(s,t) =$$

$$\frac{\bar{\sigma}_{T1}^2(s,t) - \bar{\sigma}_{01}^2(s,t)}{1 - P_0(s,t)} - \mu_{11}^2(s,t)。$$

具体的递推过程如下:

$$P_0(0,0) = P_{00}, \quad s = 0 \quad (21)$$

$$P_0(s-1,s) = P_0(s-1,s-1) + \sum_{i+j=2s-1} P_{ij}, \quad s > 0 \quad (22)$$

$$P_0(s,s) = P_0(s-1,s) + \sum_{i+j=2s} P_{ij}, \quad s > 0 \quad (23)$$

$$\bar{\mu}_{00}(0,0) = 0, \quad s = 0 \quad (24)$$

$$\bar{\mu}_{00}(s-1,s) = \bar{\mu}_{00}(s-1,s-1) + \sum_{i+j=2s-1} iP_{ij}, \quad s > 0 \quad (25)$$

$$\bar{\mu}_{00}(s,s) = \bar{\mu}_{00}(s-1,s) + \sum_{i+j=2s} iP_{ij}, \quad s > 0 \quad (26)$$

$$\bar{\mu}_{01}(0,0) = 0, \quad s = 0 \quad (27)$$

$$\bar{\mu}_{01}(s-1,s) = \bar{\mu}_{01}(s-1,s-1) + \sum_{i+j=2s-1} jP_{ij}, \quad s > 0 \quad (28)$$

$$\bar{\mu}_{01}(s,s) = \bar{\mu}_{01}(s-1,s) + \sum_{i+j=2s} jP_{ij}, \quad s > 0 \quad (29)$$

$$\bar{\sigma}_{00}^2(0,0) = 0, \quad s = 0 \quad (30)$$

$$\bar{\sigma}_{00}^2(s,s-1) = \bar{\sigma}_{00}^2(s-1,s-1) + \sum_{i+j=2s-1} i^2P_{ij}, \quad s > 0 \quad (31)$$

$$\bar{\sigma}_{00}^2(s,s) = \bar{\sigma}_{00}^2(s-1,s) + \sum_{i+j=2s} i^2P_{ij}, \quad s > 0 \quad (32)$$

$$\bar{\sigma}_{01}^2(0,0) = 0, \quad s = 0 \quad (33)$$

$$\bar{\sigma}_{01}^2(s,s-1) = \bar{\sigma}_{01}^2(s-1,s-1) + \sum_{i+j=2s-1} j^2P_{ij}, \quad s > 0 \quad (34)$$

$$\bar{\sigma}_{01}^2(s,s) = \bar{\sigma}_{01}^2(s-1,s) + \sum_{i+j=2s} j^2P_{ij}, \quad s > 0 \quad (35)$$

由以上的递推公式可以看出,每次计算不必都从(0,0)开始,将计算复杂度从 $O(L^4)$ 降低到 $O(L^3)$,节省了计算时间。同时,最佳阈值 (s^*, t^*) 的确定不必遍历整个 2 维直方图,只需遍历 2 维直方图定义域的主对角线和一条次主对角线,搜索空间为 $2L-1$ 个点。

5 实验结果及分析

仿真实验是在 Matlab7 环境下,在奔腾 4, 1.5 GHz CPU 和 512 M 内存微处理器上进行的。为了验证本文算法的有效性,我们对多幅图像进行了处理,均获得了比较满意的效果。图 3 和图 4 分别给出了两幅实际图像: SAR 图像和加了均值为 0 方差为 0.005 的高斯噪声的 number 图像,尺寸分别为 340×340 , 203×730 。我们分别采用一维最小误差阈值法、2 维直线型 Otsu 递推算法以及本文给出的 2 维直线型最小误差阈值递推算法进行了比较。不失一般性,在 2 维灰度直方图的构造时取 $K = 3$ 。

由图 3 可以看出经典 Otsu 法对于图像一维直方图为双峰,但目标和背景方差相差较大的图像分割效果不好,不能有效的进行分割。最小误差法可以克服 Otsu 方法的这一缺点,获得较好的分割效果。由于 SAR 图像具有复杂的背景信息,2 维直线型最小误差法获得了最好的效果。

对于图 4,该图像的 1 维直方图为目标和背景方差相差不是太大的双峰分布。此时,2 维直线型 Otsu 方法可以对图像进行有效的分割。但从图 4(a)-4(f)可以看出,该图像由于光照不均匀,中间部分比其它部分剪亮度高,此时 Otsu 法对于光照差异较大的中间部分分割误差较大,而最小误差阈值法可以有效克服这种由光照差异而引起的噪声。由于该图像还存在高斯噪声,从图 4(e)和 4(f)可以看出,此时 1 维最小误差法不能去除高斯噪声,分割效果不好,而 2 维直线型最小误差阈值法取得了很好的分割效果。

表 1 给出 3 种算法对图 3 和图 4 中图像的分割阈值及时间比较。可以看出,由于 2 维算法考虑了图像的邻域空间信息,算法复杂性加大,耗时增大。尽管 2 维算法的耗时高于 1 维算法,但还是可以满足实际工程中的实时性要求。另外由表 1 可以看出,

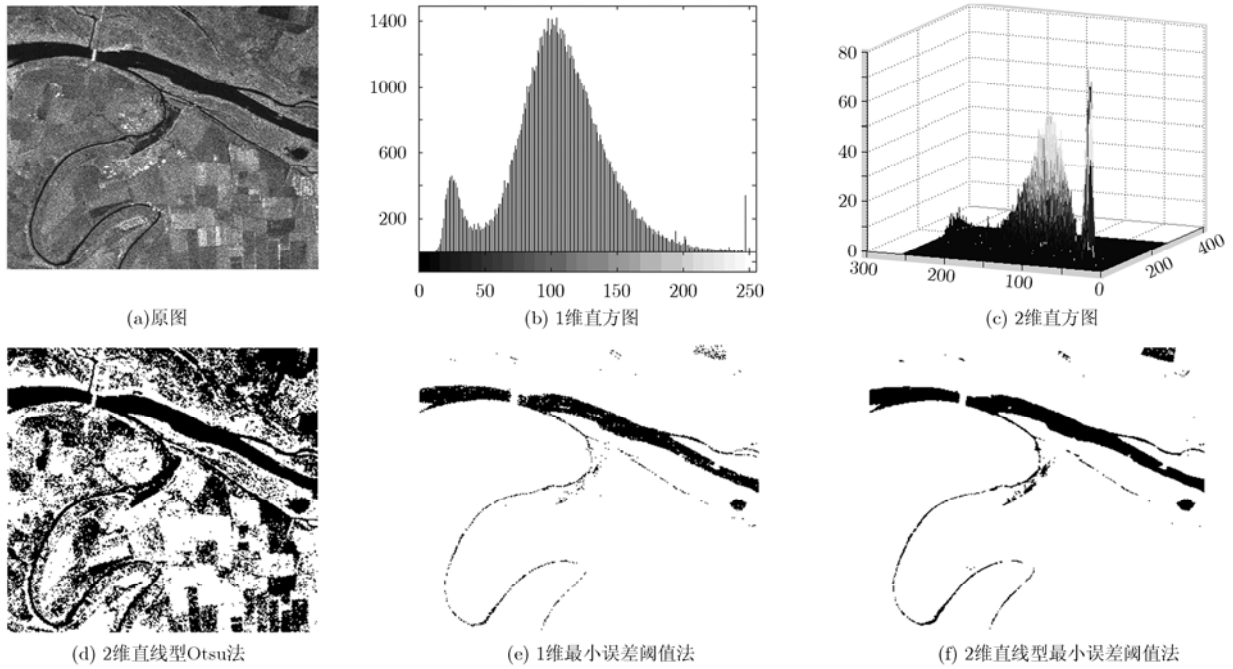


图 3 SAR 图像的分割结果

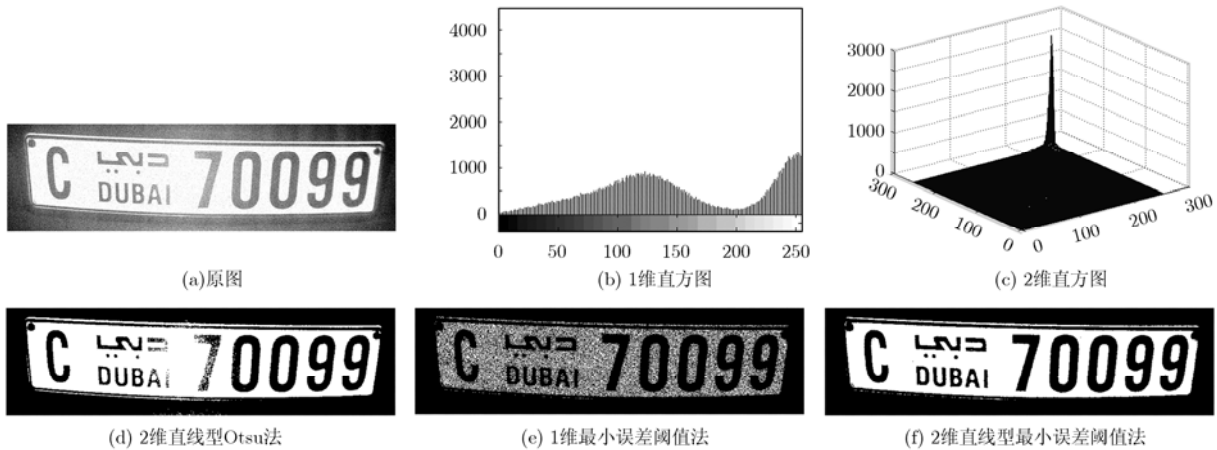


图 4 number 图像的分割结果

表 1 3 种算法的运行时间及阈值比较

算法	SAR 图像		number 图像	
	运行时间(s)	阈值	运行时间(s)	阈值
2 维直线型 Otsu 递推算法	2.36	(102,103)	2.73	(173,173)
1 维最小误差阈值法	0.60	35	0.60	252
2 维直线型最小误差阈值法递推算法	1.91	(49,49)	2.22	(212,212)

2 维直线型最小误差阈值法相比 2 维直线型 Otsu 法而言，花费的时间要少一些。

6 结论

1 维最小误差阈值法是一种有效的图像分割算法，该方法假设目标和背景的分布均为正态分布。本文通过分析 1 维最小误差阈值法的理论基础，基于 2 维直方图提出了 2 维直线型最小误差阈值法。该方法舍弃了传统方法中认为 2 维直方图中反对角线区域概率和近似为 0 的假设，对于噪声图像有更好的分割效果。Otsu 法对于目标和背景方差相差较大的图像分割效果不理想，而最小误差法可以克服 Otsu 方法的这一缺点。为了提高运行速度，本文给出了 2 维直线型最小误差阈值法的递推公式。实验表明 2 维直线型最小误差阈值法有更好的适应性，

特别是对目标和背景方差相差较大的情况,而 2 维直线型最小误差阈值法在抑制噪声方面比 1 维方法有更好的效果。因此,本文提出的 2 维直线型最小误差阈值法是一个有效的图像分割算法。

参 考 文 献

- [1] Wang S T, Chung F L, and Xiong F S. A novel image thresholding method based on Parzen window estimate[J]. *Pattern Recognition*, 2008, 41(1): 117-129.
- [2] 范九伦, 赵凤. 基于 Sugeno 补的广义模糊熵阈值分割方法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(8): 1865-1868.
Fan Jiu-lun and Zhao Feng. A generalized fuzzy entropy thresholding segmentation method based on the Sugeno complement operator[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(8): 1865-1868.
- [3] Bazi Y, Bruzzone L, and Melgani F. Image thresholding based on the EM algorithm and the generalized Gaussian distribution[J]. *Pattern Recognition*, 2007, 40(2): 619-634.
- [4] Nakib A, Oulhadj H, and Siarry P. Image histogram thresholding based on multiobjective optimization[J]. *Signal Processing*, 2007, 87(11): 2516-2534.
- [5] Otsu N. A thresholding selection method from gray-level histograms [J]. *IEEE Transactions on System Man and Cybernetic*, 1979, 9(1): 62-66.
- [6] Kapur N, Sahoo P K, and Wong A K C. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram[J]. *Computer Graphics, Vision and Image Processing*, 1985, 29(3): 273-285.
- [7] Kittler J and Illingworth J. Minimum error thresholding[J]. *Pattern Recognition*, 1986, 19(1): 41-47.
- [8] Mozii F. A note on minimum error thresholding[J]. *Pattern Recognition Letter*, 1991, 12(6): 349-351.
- [9] Ye Q and Danielsson P. On minimum error thresholding and its implementation[J]. *Pattern Recognition Letter*, 1988, 7(4): 201-206.
- [10] Fan Jiu-Lun. Notes on Poisson distribution- based minimum error thresholding[J]. *Pattern Recognition Letters*, 1998, 19(5): 425-431.
- [11] Abutaleb A S. Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy[J]. *Computer Graphics, Vision and Image Processing*, 1989, 47(1): 22-32.
- [12] Gong Jian, Li Li-yuan, and Chen Wei-nan. Fast recursive algorithm for two-dimensional thresholding[J]. *Pattern Recognition*, 1998, 31(3): 295-300.
- [13] 范九伦, 赵凤. 灰度图像的二维 Otsu 曲线阈值分割法[J]. *电子学报*, 2007, 35(4): 751-755.
Fan Jiu-lun and Zhao Feng. Two-dimensional Otsu's curve thresholding segmentation method for gray-level image[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, 35(4): 751-755.
- [14] 李立源, 龚坚, 陈维南. 基于二维灰度直方图的最佳一维投影的图像分割法[J]. *自动化学报*, 1996, 22(3): 315-321.
Li Li-yuan, Gong Jian, and Chen Wei-nan. The gray-level image thresholding method based on the optimal one-dimensional projection of two-dimensional histogram[J]. *Acta Automata Sinica*, 1996, 22(3): 315-321.

范九伦: 男, 1964 年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为模糊集理论、模糊信息处理、模式识别与图像处理。

雷 博: 女, 1981 年生, 讲师, 博士生, 研究方向为智能信息处理、模糊信息处理、数字图像处理。