

多阶次分数阶傅里叶域特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法

孙同晶*^① 刘桐^① 杨阳^②

^①(杭州电子科技大学自动化学院 杭州 310018)

^②(上海交通大学船舶海洋与建筑工程学院 上海 201100)

摘要: 海洋环境噪声和混响干扰严重、目标可分性差是主动声呐目标分类识别中的瓶颈问题。针对这一问题, 该文基于主动声呐目标回波信号模型和分数阶傅里叶变换(FRFT)原理, 推导了多阶次FRFT域特征表征形式, 建立了FRFT域稀疏表示模型, 提出了一种多阶次FRFT域特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法。该方法通过FRFT的能量聚集性和稀疏分解的残差去除过程, 达到了抑制噪声和混响干扰的目的; 通过多阶次FRFT域特征的融合, 增加目标之间的可分性, 进而实现海洋环境中低信混比条件下的主动声呐目标分类。实验结果表明, 所提方法在信混比达到0 dB的条件下, 分类准确率能够达到90%以上。

关键词: 主动声呐; 分数阶傅里叶变换; 特征融合; 稀疏表示; 目标分类

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)03-0809-08

DOI: 10.11999/JEIT200634

Sparse Representation Classification Method for Active Sonar Target Based on Multi-order Fractional Fourier Domain Feature Fusion

SUN Tongjing^① LIU Tong^① YANG Yang^②

^①(Automation Department, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

^②(School of Naval Architecture, Ocean & Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 201100, China)

Abstract: Marine environment noise and reverberation interference are serious, and the poor target separability is the bottleneck problem in active sonar target classification and recognition. In order to solve this problem, based on the echo signal model of active sonar target and the principle of Fractional Fourier Transform (FRFT), this paper deduces the multi-order FRFT domain feature representation form, establishes the FRFT domain sparse representation model, and proposes a method to classify the sparse representation of active sonar targets with multi-order FRFT domain feature fusion. The method achieves the purpose of suppressing noise and reverberation interference through the energy aggregation of FRFT and removing the residual of sparse decomposition; Through the fusion of multi-order FRFT domain features, the separability of targets is improved, and the active sonar target classification with low SNR is realized. Experimental results show that the classification accuracy of the proposed method can reach more than 90% when the SNR is about 0 dB.

Key words: Active sonar; Fractional Fourier Transform (FRFT); Feature fusion; Sparse representation; Target classification

1 引言

主动声呐目标分类^[1]是声呐目标识别的重要手段和有效方法, 它利用主动声呐接收到的目标回波信号, 对目标类别做出判决。主动声呐目标分类研

究一直是海洋工程领域关注的重点研究课题, 在军用和民用方面具有广泛的应用。其难点在于目标回波的微弱化和海洋环境的复杂化, 一方面是目标向小型化和隐身化发展, 导致目标回波信号微弱, 另一方面是目标处在复杂的海洋环境条件下, 其回波受海洋环境噪声和混响的干扰严重, 使得回波中所携带的目标特征几乎完全淹没于噪声和混响中(其信噪/混比为0 dB甚至为负), 目标的可分性极差, 给主动声呐目标的分类带来了严峻的挑战。

收稿日期: 2020-07-30; 改回日期: 2021-02-08; 网络出版: 2021-02-18

*通信作者: 孙同晶 stj@hdu.edu.cn

基金项目: 水下测控技术重点实验室延伸性基金(JCKYS2018207050)

Foundation Item: The Extension Fund from Underwater Test and Control Technology Key Laboratory (JCKYS2018207050)

因此,抑制噪声和混响干扰、增加目标的可分性是提高主动声呐目标分类识别能力的主要技术手段。分数阶傅里叶变换^[2](FRactional Fourier Transform, FRFT)作为一种扫频器,可以通过旋转角度(即阶次的变化)获得目标的时域、频域以及时频域特征^[3,4],同时,其最优阶次域具有很强的能量聚集性^[5,6],对于抗杂波干扰^[7]、目标检测^[8]、混响抑制^[9,10]等均具有很好的效果。其中,邓兵等人^[9]利用线性调频信号(Linear Frequency Modulation, LFM)在分数阶傅里叶变换(FRFT)域的良好聚焦性,通过FRFT域的窄带滤波来去除混响,对于低信混比的信号处理结果非常明显(仿真结果:初始信混比1.65 dB的信号处理后达到了9.39 dB,初始信混比-0.86 dB的提高到了9.1 dB,初始信混比-4.37 dB的提高到了8.36 dB);李秀坤等人^[10]采用分数阶傅里叶域构建的目标函数,实现了目标声散射回波与混响的分离,并通过仿真和实测数据证实了该方法在低信混比下的目标回波信号的处理能力。分数阶傅里叶变换不仅最优阶次域能够反映目标的有效特征,其不同阶次域均是不同时频面上的特征体现,其多阶次特征是声呐目标(尤其是特征相似目标)分辨的有力依据,梁源等人^[11]将这种思想应用于星座预编码系统研究,酒明远等人^[12]将其应用于人脸识别,达新宇等人^[13]将其应用于双极化卫星安全传输中,可见,融合多阶次分数阶傅里叶域特征是增强系统抗扫描和抗截获能力,提高目标分辨和识别能力的有效途径。

综上,本文基于多阶次分数阶傅里叶域特征融合的思想,以主动声呐目标回波信号数学模型^[14]为基础,推导其多阶次分数阶傅里叶变换的表达式,得到其从时域到时频域,再到频域的不同旋转角度(即阶次)的变化特征,建立分数阶傅里叶域稀疏表示模型,提出多阶次FRFT域特征融合的稀疏表示分类方法,并采用实测数据进行验证,该方法既充分发挥最优阶次分数阶傅里叶变换和稀疏表示方法^[15,16]的抗噪抗混响优势,又通过目标之间多阶次特征的差异增加目标之间的可分性,进而提高主动声呐目标的分类识别能力。

2 主动声呐目标回波信号的多阶次分数阶傅里叶域特征模型

根据亮点模型^[14],在高频窄带条件下,主动声呐目标回波信号可以表示成 N 个子回波的线性叠加,而每一个子回波又是入射信号的3参数(幅值、时延、相位)变化形式,即

$$x(t) = \sum_{i=1}^N x_i(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i x_0(t - \tau_i) \quad (1)$$

而线性调频信号是常用的声呐入射信号,因此,本文基于线性调频信号推导多阶次分数阶傅里叶域特征表示模型。设 $x(t) = A \exp(j\pi\mu t^2)$ 为初始频率为0的线性调频信号,将其代入FRFT定义式^[17],得

$$\begin{aligned} X_\alpha(u) &= \{F^\alpha[x(t)]\}(u) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) K_\alpha(t, u) dt \\ &= AA_\alpha \exp(j\pi u^2 \cot \alpha) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(j\pi\mu t^2) \\ &\quad \cdot \exp(j\pi t^2 \cot \alpha - j2\pi t u \csc \alpha) dt \end{aligned} \quad (2)$$

其中, α 为FRFT的旋转角, $\alpha \neq n\pi$, $A_\alpha = \sqrt{1 - j \cot \alpha}$; u 为FRFT的域值; $K_\alpha(t, u)$ 为核函数

$$K_\alpha(t, u) = \begin{cases} \sqrt{1 - j \cot \alpha} \\ \quad \cdot \exp(j\pi(t^2 + u^2) \cot \alpha) \\ -2j\pi u t \csc \alpha, & \alpha \neq n\pi \\ \delta(t - u), & \alpha = 2n\pi \\ \delta(t + u), & \alpha = (2n + 1)\pi \end{cases} \quad (3)$$

$n \in Z$, Z 为整数域; $\delta(t)$ 为单位冲激函数。本文中的阶次 p 与旋转角 α 的关系为 $\alpha = p\pi/2$,而多阶次分数阶傅里叶变换即反映了不同旋转角的FRFT域特征。

对于观测时间为 $[-T_d/2, T_d/2]$ 的有限长信号,当 $\alpha \neq \text{arccot}(-\mu)$ 时,式(2)化为

$$\begin{aligned} X_\alpha(u) &= \{F^\alpha[x(t)]\}(u) \\ &= AA_\alpha \exp \left[j\pi u^2 \left(\cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right) \right] \\ &\quad \cdot \int_{-T_d/2}^{+T_d/2} \exp \left[j\pi(\mu + \cot \alpha) \left(t - \frac{u \csc \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right)^2 \right] dt \end{aligned} \quad (4)$$

令 $z = \sqrt{2(\mu + \cot \alpha)} \left(t - \frac{u \csc \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right)$, 式(4)化为

$$\begin{aligned} X_\alpha(u) &= AA_\alpha \exp \left[j\pi u^2 \left(\cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right) \right] \\ &\quad \cdot \int_{-T_1}^{+T_2} \exp \left(j\frac{\pi}{2} z^2 \right) dz \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $-T_1 = \sqrt{2(\mu + \cot \alpha)} \left(-\frac{T_d}{2} - \frac{u \csc \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right)$,

$T_2 = \sqrt{2(\mu + \cot \alpha)} \left(\frac{T_d}{2} - \frac{u \csc \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right)$, 由此得到,

多阶次分数阶傅里叶域模型为

$$X_\alpha(u) = \frac{AA_\alpha}{\sqrt{2(\mu + \cot \alpha)}} \exp \left[j\pi u^2 \left(\cot \alpha - \frac{\csc^2 \alpha}{\mu + \cot \alpha} \right) \right] \cdot \{[c(T_1) + c(T_2)] + j[s(T_1) + s(T_2)]\} \quad (6)$$

式中, $c(T) = \int_0^T \cos\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) dz$, $s(T) = \int_0^T \sin\left(\frac{\pi}{2}z^2\right) dz$ 为菲涅尔积分函数。

3 分数阶傅里叶域稀疏表示模型及分类方法

3.1 分数阶傅里叶域稀疏表示模型和求解方法

主动声呐回波信号包含噪声和混响等干扰, 传感器接收到的信号为 $f = x + n$, 其中, f 为接收信号, x 为目标回波信号, n 为干扰信号。基于稀疏分解理论, 目标回波信号 x 是接收信号 f 中的稀疏成分, 在进行信号稀疏分解的过程中能够起到提高信噪/混比的作用。

首先将FRFT的定义式^[17]写成内积形式为 $X_\alpha(u) = \langle x(t), \overline{K_\alpha(t, u)} \rangle$; 然后以FRFT核函数 $K_\alpha(t, u)$ 作为 chirp 基函数组成过完备字典集 $G = \{g_{\alpha, u}(t) | g_{\alpha, u}(t) = \overline{K_\alpha(t, u)}\}$; 定义 R^n 为 n 阶递推算子, 利用匹配追踪的稀疏分解思想, 有

$$\left. \begin{aligned} R^1 x &= R^0 x - \langle R^0 x, g_{\alpha_1, u_1}(t) \rangle g_{\alpha_1, u_1}(t) \\ R^0 x &= x \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

在过完备字典集 $G = \{g_{\alpha, u}(t)\}$ 中, 使得 $|\langle R^0 x, g_{\alpha_1, u_1}(t) \rangle| = \sup_{\alpha \neq m\pi, u \in R} |\langle R^0 x, g_{\alpha, u}(t) \rangle|$ 。假设 $s_i(t)$ 为第 i 个分解出来的信号分量, 则具有 n 个稀疏分量的信号即可稀疏表示为

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=1}^n \langle R^i x, g_{\alpha_i, u_i}(t) \rangle g_{\alpha_i, u_i}(t) + R^{n+1} x \\ &= \sum_{i=1}^n s_i(t) + R^{n+1} x \end{aligned} \quad (8)$$

该方法本质上是利用能量检测的方法, 将信号在基函数上的投影或分解系数从大到小依次提取出来, 作为目标分类的依据。

3.2 多阶次分数阶傅里叶域特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法

基于上述理论和模型, 本论文提出多阶次分数阶傅里叶域特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法, 算法结构如图1所示。使用全局阈值法对回波信号进行多阶次FRFT阶次寻找, 获得阶次集合 P ; 获得信号在集合 P 中不同阶次下的FRFT域特征, 结合FRFT域稀疏表示模型和分解方法, 得到各阶次下的分类准确率 α_i ; 采用欧氏距离法确定其所占权重, 获得最终的分类准确率 α 。

首先, 为了保证不同阶次FRFT变换后的特征具有较为明显的能量聚集, 即获得较高的信噪/混比, 本文在选取阶数上采取全局阈值处理法, 即按照预设步长对阶数进行初始选取, 对选取的阶数进行FRFT后得到不同特征幅值能量, 通过自定义阈值得到符合条件的阶数, 进而得到选定阶数下的特征。

选取阶数方法如下:

输入: M 类回波信号 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$; 阶数 $P_0 = \{p_1, p_2, \dots, p_m\} (p_i \in (0, 1))$, 初始步长设置为 0.1; 阈值 σ 设置为 $\frac{u_{\max}}{2}$ ($u_{\max}$ 为所有阶数中的最大幅值特征);

(1) 对初始输入阶数 P_0 进行FRFT, 得到相应阶数集合 P_0 的分数阶傅里叶变换后的幅值集合 $U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$;

(2) 从幅值集合 U 中找出大于阈值 σ 的所有幅值所对应的阶数集合 $P_1 = \{p_l, p_{l+1}, \dots, p_k\}$;

(3) 对 P_1 得到的阶数随机选取 n 个阶数, 得到最终选取阶数集合 P 。

然后, 采用上述分数阶傅里叶域稀疏表示模型和求解方法得到单阶次特征的分类结果。

最后, 为了增加目标的可分性, 依据同一阶数不同类别信号特征的相似程度, 采用欧氏距离法进行权重计算。

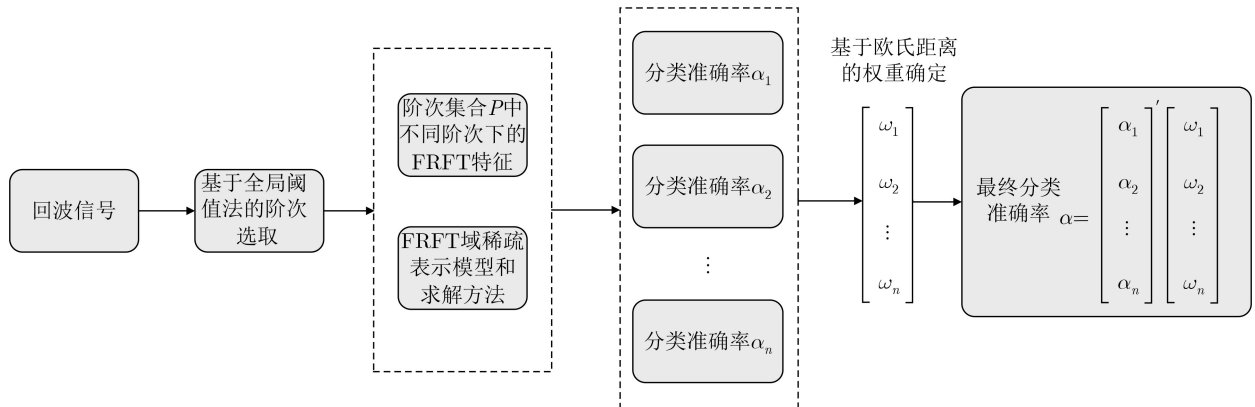


图1 多阶次分数阶傅里叶域特征融合的主动声呐目标分类方法

权重计算方法如下:

输入: M 类回波信号 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$; 选取的阶数集合 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$;

(1) 基于多阶次FRFT域特征理论, 获得 M 类回波信号 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ 在集合 $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ 上的各阶次FRFT域特征, 对应 p_i 阶次的特征记为 $R_i = \{r_1, r_2, \dots, r_M\}$;

(2) 计算同一阶次不同类别的阶次特征 $r_i, i \in (1, M)$ 和 $r_j, j \in (1, M)$ 且 $j \neq i$ 的欧氏距离, 并将各欧氏距离求和, 得到欧氏距离和, 欧氏距离即表征了两类信号在同一阶次下的特征相似程度, 将其作为权重设置的依据;

(3) 对应每一个阶次都会得到一个欧氏距离和, 也表示了在这一阶次下, FRFT域特征的相似判别能力, 将这些欧氏距离和进行统一归一化, 即获得了每一阶次的权重 ω_i , 进而得到权重矩阵 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$ 。

4 基于实测信号的主动声呐目标特征分析和分类结果

4.1 实测信号概述及分类任务

本文采用的数据是在模拟声呐测试环境下获取的实测数据。

测试参数: 入射信号为线性调频信号(LFM), 频率范围为100~200 kHz, 脉宽为0.5 ms, 入射角

度不变。

测试目标: 空心铝管、实心PVC管、实心铝圆柱和圆柱壳体4类目标。

4类目标实测回波信号如图2所示。

由于获得的实测数据的信混比较高, 为了验证本文方法在低信混比条件下的性能, 通过仿真产生混响信号, 进而得到不同信混比的回波信号, 图3是SRR=0 dB条件下的回波信号。

分类任务: 采用1400个实测回波信号, 对4类相似目标(空心铝管、实心PVC管、实心铝圆柱和圆柱壳体)在较低信混比条件下进行分类。验证本文方法在低信混比(信混比为0 dB甚至负)时的分类性能; 验证多阶次特征较单阶次特征的分类准确率提高能力。

4.2 实测信号的多阶次分数阶傅里叶域特征比较

在获得分类结果之前, 为了说明所采用的多阶次特征的能量聚集性, 根据第2节所述的主动声呐目标回波信号的多阶次分数阶傅里叶域特征模型, 以信混比SRR=0 dB时的回波信号为例, 获得了多阶次FRFT域特征, 图4和图5给出了其中的阶次为0.15与0.26(最优阶数)下的FRFT幅值特征。

由图4和图5可以看出, 阶数为0.15的4类相似目标信号FRFT特征与最优阶数(阶数为0.26)特征相比, 虽具有更大的干扰和更小的幅值, 但非最优阶数较为显著的峰值依旧蕴含信号的部分本质信

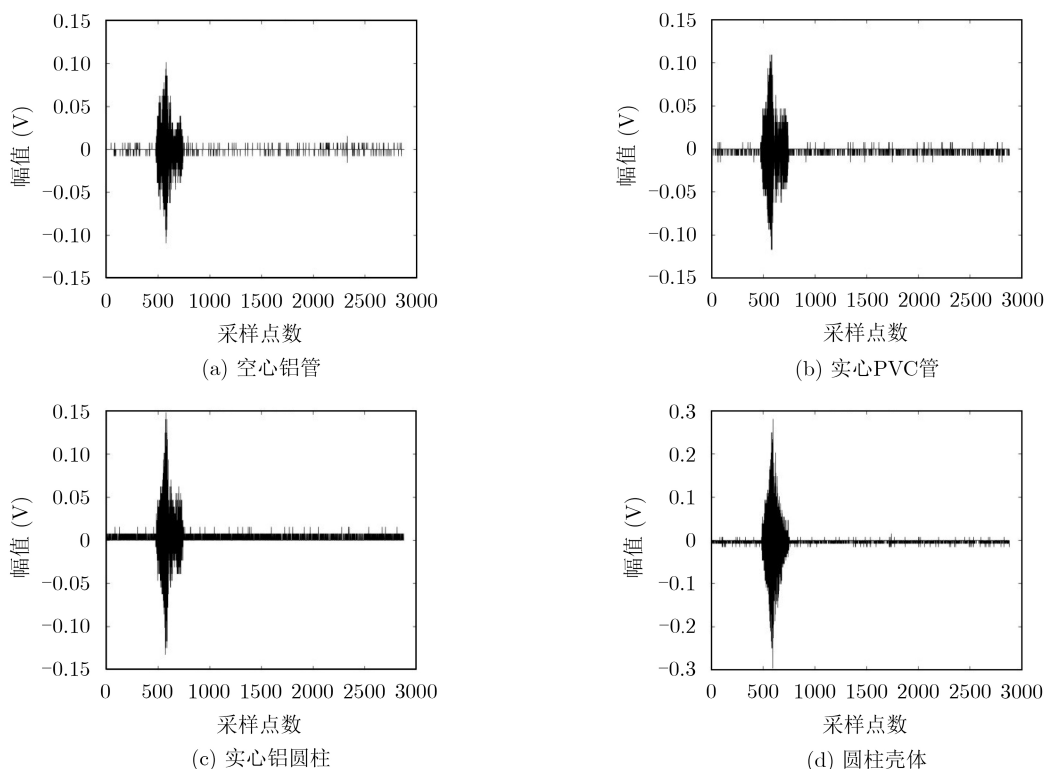


图2 4类相似目标原始回波信号图

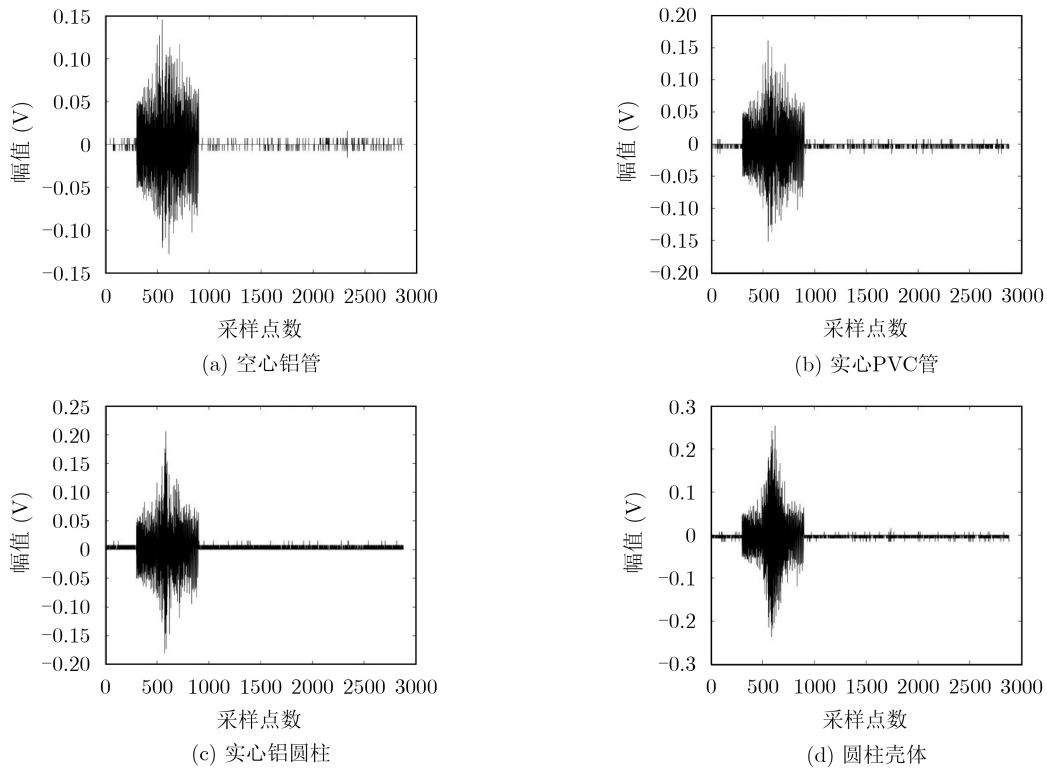


图3 信混比SRR=0 dB的目标回波信号

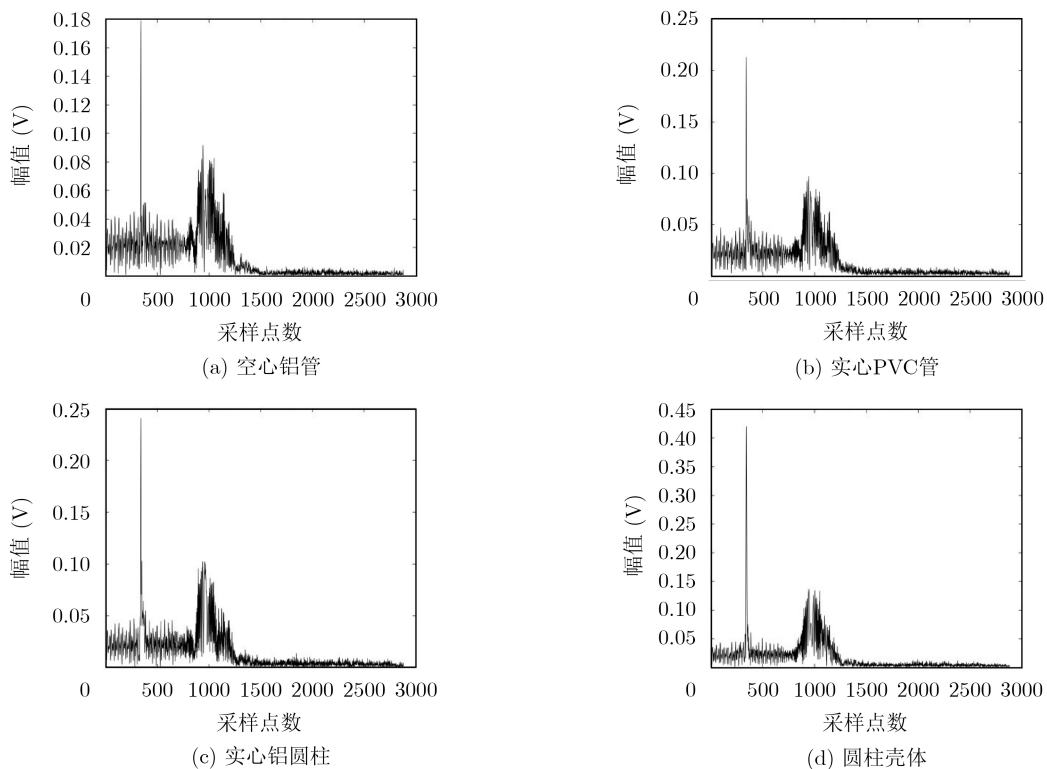


图4 SRR=0 dB的4类相似目标回波信号FRFT幅值图(阶数为0.15)

息；非最优阶数峰值所在的采样点位置与最优阶数所在采样点位置有较大的差异，因此将多种不同阶数特征融合能够为目标的分类提供更全面的信息；除最优阶数外，通过本文阶数选取方法选取的多阶

数FRFT特征具有更好的分辨和识别能力，为本文的分类方法提供了依据。

4.3 目标分类结果

为了验证本方法在较低信混比条件下的分类性

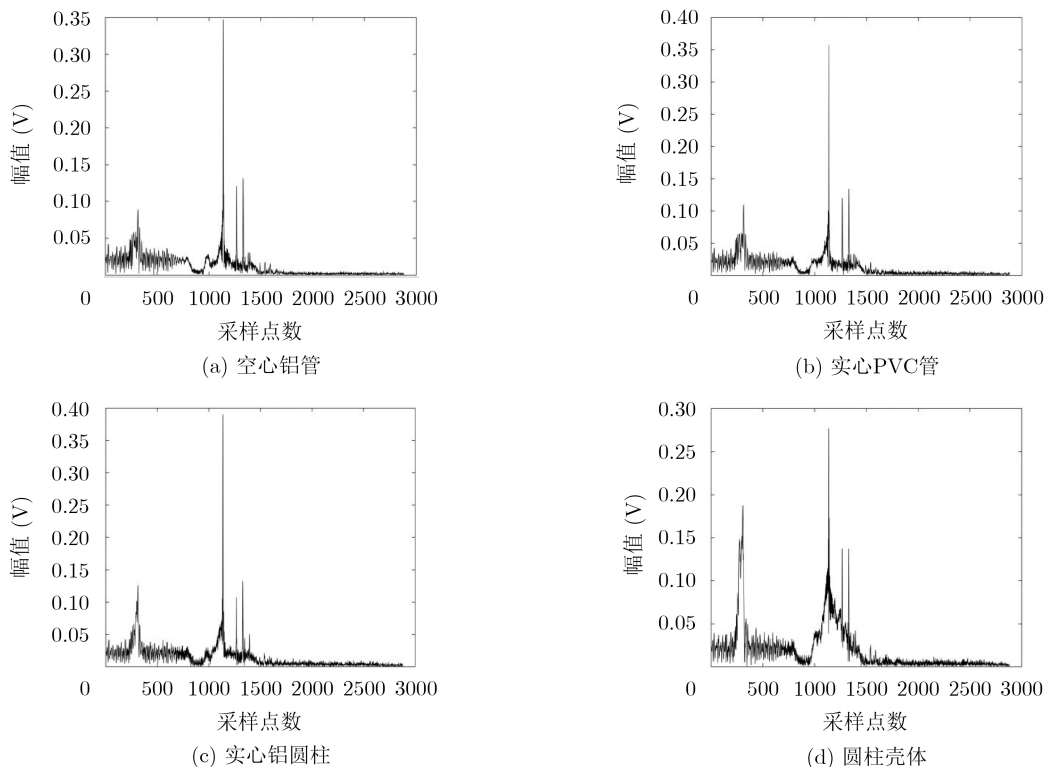


图5 SRR=0 dB的4类相似目标回波信号FRFT幅值图(阶数为0.26)

能, 本文选取SRR分别为-5 dB, -3 dB, 0 dB, 3 dB, 5 dB的情况下, 得到4类相似目标分类结果。采用的训练样本为每个类别各150个共600个信号, 测试样本每个类别200个共800个信号。选取阶数及其对应权重如图6所示。

(1)低信混比(信混比为0 dB甚至负)时的分类性能验证。

将多阶次FRFT域特征结合不同稀疏表示分类器(SRC, LC-KSVD, FDDL), 采用图6所示的阶数及权重设置方法, 获得最终分类结果, 如图7所示。

由图7可以看出, 多阶次FRFT域特征与不同稀疏表示分类器(SRC, LC-KSVD, FDDL)结合均具有较好的分类结果, 在不同信混比的条件下, 由于SRC算法(传统稀疏表示分类方法)直接将带干扰的回波信号作为字典集进行分类, 字典之中带有大

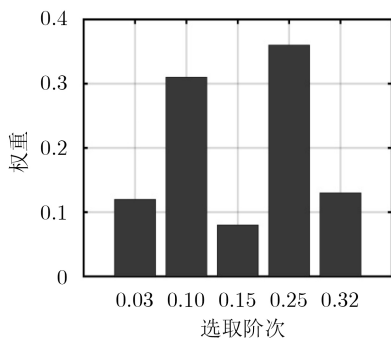


图6 阶数与权重设置

量的干扰信息, 因此相比于其他方法性能稍弱, LC-KSVD方法较好, FDDL方法(Fisher判别字典学习方法)最好。而LC-KSVD方法和FDDL方法采用多阶次特征融合后, 其分类准确率大大提升了, 在信混比SRR大于0 dB时, 准确率达到90%以上, 在信混比SRR是负数时也能够达到85%以上, 证实了本文方法的分类性能。

(2)多阶次特征较单阶次特征的分类准确率提高能力验证。

本节验证多阶次分数阶傅里叶变换融合特征相对于单阶次特征的优势, 采用图6所示的阶数及权重设置方法, 采用图7中效果较好的FDDL分类

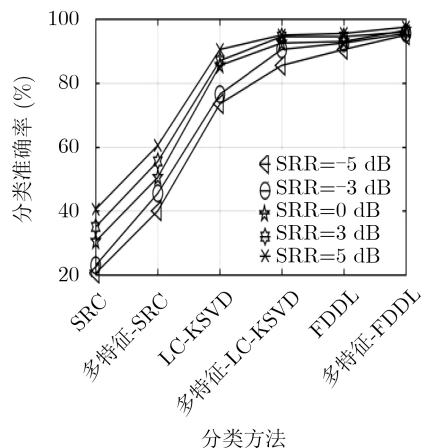


图7 不同信混比条件下的分类准确率图

器,对比不同信混比条件下各个单阶数(包括0.03, 0.1, 0.15, 0.25, 0.32)FRFT特征、阶数为0.26(最优阶数)FRFT特征、阶数为1(傅里叶变换特征)下的分类性能,结果如图8所示。

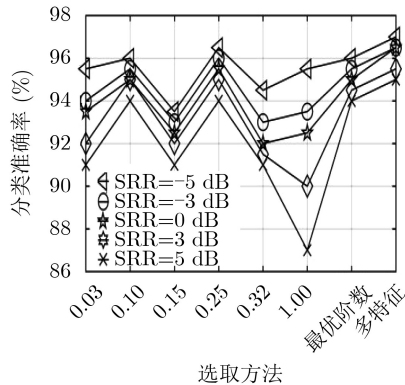


图8 多阶次特征与单阶数特征分类准确率对比图

由图8可以看出,在分类器相同的条件下,对于SRR=5 dB, SRR=3 dB, SRR=0 dB, SRR=-3 dB, SRR=-5 dB的信号,本文方法在分类准确率上均高于各个单阶次(包括最优阶次)FRFT特征分类算法,说明相比于单阶数特征,多阶数FRFT域融合特征由于充分利用了信号的多域特征,使得其抗干扰能力和目标分辨能力更强,从而具有更好的分类效果。

5 结论

本文提出了一种多阶次分数阶傅里叶域(FRFT)特征融合的主动声呐目标稀疏表示分类方法。该方法将分数阶傅里叶变换方法与稀疏表示分类方法相结合,利用最优阶次FRFT特征的能量聚集性和稀疏表示方法的残差去除过程,实现抗混响、抗噪声的目的,利用多阶次FRFT特征的目标分辨能力,增加相似目标之间的可分性,进而采用全局阈值搜索和权重设置算法,实现了低信混比条件下的相似目标分类。在信混比为SRR=5 dB, SRR=3 dB, SRR=0 dB, SRR=-3 dB, SRR=-5 dB的条件下,采用4类相似目标(空心铝管、实心PVC管、实心铝圆柱、圆柱壳体)的实测回波信号,验证了多阶数FRFT域融合特征与不同稀疏表示分类算法的鲁棒性,并比较了不同阶次下FRFT特征的分类准确率。实验证明了本文方法在低信混比条件下对于相似目标具有很好的分类性能。

参考文献

[1] 朱堃. 主动声呐检测信息原理[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 9-18.
ZHU Ye. Information Principle of Active Sonar

Detection[M]. Beijing: Science Press, 2014: 9-18.
[2] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 36-55.
TAO Ran, DENG Bing, and WANG Yue. Fractional Fourier Transform and Its Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 36-55.
[3] OZAKTAS H M and KUTAY M A. The fractional Fourier transform[C]. 2001 European Control Conference (ECC), Porto, Portugal, 2001: 1477-1483. doi: [10.23919/ECC.2001.7076127](https://doi.org/10.23919/ECC.2001.7076127).
[4] QIAO Gang, BABAR Z, QING Xin, et al. Resonance spectrum of submerged cylindrical shell extraction using fractional Fourier filter[C]. OCEANS 2017-Aberdeen, Aberdeen, UK, 2017: 1-4. doi: [10.1109/OCEANSE.2017.8084661](https://doi.org/10.1109/OCEANSE.2017.8084661).
[5] CANDAN C, KUTAY M A, and OZAKTAS H M. The discrete fractional Fourier transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2000, 48(5): 1329-1337. doi: [10.1109/78.839980](https://doi.org/10.1109/78.839980).
[6] 李秀坤, 孟祥夏, 夏峙. 水下目标几何声散射回波在分数阶傅里叶变换域中的特性[J]. *物理学报*, 2015, 64(6): 064302. doi: [10.7498/aps.64.064302](https://doi.org/10.7498/aps.64.064302).
LI Xiukun, MENG Xiangxia, and XIA Zhi. Characteristics of the geometrical scattering waves from underwater target in fractional Fourier transform domain[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(6): 064302. doi: [10.7498/aps.64.064302](https://doi.org/10.7498/aps.64.064302).
[7] 赵杨, 尚朝轩, 韩壮志, 等. 分数阶傅里叶和压缩感知自适应抗频谱弥散干扰[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(5): 1047-1054. doi: [10.11999/JEIT180569](https://doi.org/10.11999/JEIT180569).
ZHAO Yang, SHANG Chaoxuan, HAN Zhuangzhi, et al. Fractional Fourier transform and compressed sensing adaptive countering smeared spectrum jamming[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(5): 1047-1054. doi: [10.11999/JEIT180569](https://doi.org/10.11999/JEIT180569).
[8] 陈小龙, 刘宁波, 王国庆, 等. 基于高斯短时分分数阶Fourier变换的海面微动目标检测方法[J]. *电子学报*, 2014, 42(5): 971-977. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.021](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.021).
CHEN Xiaolong, LIU Ningbo, WANG Guoqing, et al. Gaussian short-time fractional Fourier transform based detection algorithm of target with micro-motion at sea[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(5): 971-977. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.021](https://doi.org/10.3969/j.issn.0372-2112.2014.05.021).
[9] 邓兵, 陶然, 齐林, 等. 基于分数阶傅里叶变换的混响抑制方法研究[J]. *兵工学报*, 2005, 26(6): 761-765. doi: [10.3321/j.issn:1000-1093.2005.06.010](https://doi.org/10.3321/j.issn:1000-1093.2005.06.010).
DENG Bing, TAO Ran, QI Lin, et al. A study on anti-reverberation method based on fractional Fourier transform[J]. *Acta Armamentarii*, 2005, 26(6): 761-765. doi: [10.3321/j.issn:1000-1093.2005.06.010](https://doi.org/10.3321/j.issn:1000-1093.2005.06.010).

- [10] 李秀坤, 杨阳, 杨梅. 水下目标回波与混响的分数阶Fourier域盲分离[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2019, 40(4): 786–791. doi: [10.11990/jheu.201709135](https://doi.org/10.11990/jheu.201709135).
LI Xiukun, YANG Yang, and YANG Mei. Blind source separation of underwater target echoes and reverberation in fractional Fourier domain[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2019, 40(4): 786–791. doi: [10.11990/jheu.201709135](https://doi.org/10.11990/jheu.201709135).
- [11] 梁源, 达新宇. 基于多参数加权分数阶傅里叶变换的星座预编码系统研究与实现[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(4): 825–831. doi: [10.11999/JEIT170673](https://doi.org/10.11999/JEIT170673).
LIANG Yuan and DA Xinyu. Analysis and implementation of constellation precoding system based on multiple parameters weighted-type fractional Fourier transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(4): 825–831. doi: [10.11999/JEIT170673](https://doi.org/10.11999/JEIT170673).
- [12] 酒明远, 陈恩庆, 齐林, 等. 基于多核学习的多阶次分数阶傅里叶变换域人脸识别[J]. 光电工程, 2018, 45(6): 170744. doi: [10.12086/oee.2018.170744](https://doi.org/10.12086/oee.2018.170744).
JIU Mingyuan, CHEN Enqing, QI Lin, *et al.* Multiple order fractional Fourier transformation for face recognition based on multiple kernel learning[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2018, 45(6): 170744. doi: [10.12086/oee.2018.170744](https://doi.org/10.12086/oee.2018.170744).
- [13] 达新宇, 王浩波, 罗章凯, 等. 基于双层多参数加权类分数阶傅里叶变换的双极化卫星安全传输方案[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(8): 1974–1982. doi: [10.11999/JEIT181135](https://doi.org/10.11999/JEIT181135).
DA Xinyu, WANG Haobo, LUO Zhangkai, *et al.* Dual-polarized satellite security transmission scheme based on double layer multi-parameter weighted-type fractional Fourier transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(8): 1974–1982. doi: [10.11999/JEIT181135](https://doi.org/10.11999/JEIT181135).
- [14] 汤渭霖. 声呐目标回波的亮点模型[J]. 声学学报, 1994, 19(2): 92–100.
TANG Weilin. Highlight model of echoes from sonar targets[J]. *Acta Acustica*, 1994, 19(2): 92–100.
- [15] 张天骐, 全盛荣, 强幸子, 等. 基于多尺度Chirplet稀疏分解和Wigner-Ville变换的时频分析方法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(6): 1333–1339. doi: [10.11999/JEIT160750](https://doi.org/10.11999/JEIT160750).
ZHANG Tianqi, QUAN Shengrong, QIANG Xingzi, *et al.* Time-frequency analysis method based on multi-scale Chirplet sparse decomposition and Wigner-Ville transform[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(6): 1333–1339. doi: [10.11999/JEIT160750](https://doi.org/10.11999/JEIT160750).
- [16] 王逸林, 马世龙, 王晋晋, 等. 基于稀疏重构的色噪声背景下未知线谱信号估计[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(11): 2570–2577. doi: [10.11999/JEIT171040](https://doi.org/10.11999/JEIT171040).
WANG Yilin, MA Shilong, WANG Jinjin, *et al.* Estimation of Unknown Line Spectrum under Colored Noise via Sparse Reconstruction[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(11): 2570–2577. doi: [10.11999/JEIT171040](https://doi.org/10.11999/JEIT171040).
- [17] TAO Ran, DENG Bing, and WANG Yue. Research progress of the fractional Fourier transform in signal processing[J]. *Science in China Series F*, 2006, 49(1): 1–25. doi: [10.1007/s11432-005-0240-y](https://doi.org/10.1007/s11432-005-0240-y).
- 孙同晶: 女, 1978年生, 博士, 副教授, 研究方向为主动声呐目标回波信号处理、信息融合和模式识别.
- 刘 桐: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为主动声呐目标分类识别方法.
- 杨 阳: 女, 1986年生, 博士后, 讲师, 研究方向为海洋环境下目标特征提取和分类识别.

责任编辑: 陈 倩