

# 非平稳信道下LDPC码低复杂度滑窗置信传播联合信道估计与译码算法

杨洋 方勇\* 单博炜

(长安大学信息工程学院 西安 710064)

**摘要:** 随着移动通信应用场景的持续增多,非平稳信道成为越来越常见的传输环境,而非平稳信道下的可靠传输依赖于准确的信道估计。基于信源编码中用于信源参数估计和信源相关性估计的滑窗置信传播(SWBP)算法,该文提出一种非平稳信道下LDPC码的联合信道估计与译码(JCED)算法;同时,分别基于交叉熵和离散傅里叶变换提出两种在每轮JCED迭代中自适应设置滑窗长度的快速算法。仿真结果表明,在无导频辅助的前提下,所提算法具有接近理想信道估计下置信传播译码的性能以及高效率、低复杂度、强鲁棒性和不导致错误平层等优点。

**关键词:** LDPC码; 联合信道估计与译码; 非平稳信道; 滑窗置信传播

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)01-0068-09

DOI: 10.11999/JEIT200406

## Low-complexity Joint Channel Estimation and Decoding for LDPC Codes Via Sliding-Window Belief-Propagation over Non-stationary Channels

YANG Yang FANG Yong SHAN Bowei

(School of Information Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

**Abstract:** With the continuous increase of possible usage scenarios of mobile networks, non-stationary channels become more and more common transmission environments, and reliable transmission over non-stationary channels relies on accurate channel estimation. Based on the Sliding-Window Belief-Propagation (SWBP) algorithm used to cope with source parameter estimation and source correlation estimation, a Joint Channel Estimation and Decoding (JCED) algorithm for LDPC codes over non-stationary channels is proposed. Two fast algorithms to set adaptively the window size in each JCED iteration are also proposed based on cross entropy and Discrete Fourier Transform (DFT), respectively. Simulation results reveal that, without the aid of pilots, the performance of the proposed algorithm approaches that of Belief-Propagation (BP) decoding under ideal channel estimation, and has the advantages of high efficiency, low complexity, strong robustness and not incurring error-floor.

**Key words:** LDPC code; Joint Channel Estimation and Decoding (JCED); Non-stationary channel; Sliding-Window Belief-Propagation (SWBP)

### 1 引言

由于移动通信系统对高吞吐率的需求不断增长,具备高译码并行度的LDPC码取代了Turbo码被第5代移动通信技术标准(5G New Radio, 5G NR)所采用。此外,与Turbo码相比,LDPC码还具有更高的编码增益,更高的译码运算效率,以及更低的错误平层等优势<sup>[1]</sup>,并将继续成为下一代移动通信技术标准中信道编码方案的有力竞争者。

自5G NR开始,移动通信系统需支持更多新应用场景下的可靠通信,特别是高速移动场景,例如高速铁路、车载自组织网络(Vehicular Ad hoc NETWORKS, VANETs)、无人机(Unmanned Aerial Vehicles, UAVs)等。在高速移动场景下,信道呈现时变的非平稳特性,这给信道估计带来很大挑战,因为过大的信道估计误差会导致LDPC码置信传播(Belief-Propagation, BP)译码的性能恶化<sup>[2]</sup>。

常用的信道估计方法可根据是否依赖导频信号分为两类。一类是基于导频辅助的方法,包括最小二乘估计、最小均方误差估计和最大似然估计等。采用连续消除类译码算法<sup>[3,4]</sup>的极化码常采用此类信道估计方法<sup>[5]</sup>。然而在非平稳信道条件下,若要利用基于导频辅助的方法准确追踪时变的信道状态

收稿日期: 2020-05-26; 改回日期: 2020-09-30; 网络出版: 2020-10-16

\*通信作者: 方勇 fy@chd.edu.cn

基金项目: 省级大学生创新创业训练计划项目(S202010710404)

Foundation Item: The Provincial Undergraduate Training Program on Innovation and Entrepreneurship (S202010710404)

将导致大量的导频开销，从而降低传输效率。另一类是不需要或仅需要极少量导频辅助，主要发掘接收信号本身所蕴含信道信息的盲信道估计方法，这类方法更适合非平稳信道条件下的信道估计。文献[6]针对极化码提出一种可输出软信息的连续消除列表译码算法，并通过盲信道估计与信道译码之间的迭代实现联合信道估计与译码(Joint Channel Estimation and Decoding, JCED)。LDPC码的BP译码本身就是可输出软信息的迭代译码算法，因此也可实现JCED：文献[7]将基于重要性重采样的盲信道估计与BP译码相结合，文献[8]将基于粒子滤波的盲信道估计与BP译码相结合来实现JCED。当然，也存在不与BP译码相结合的盲信道估计，例如文献[9]提出的基于最大熵定理的盲信道估计方法。此外，若译码器不需要信道信息，则不必进行信道估计，称为非相干传输<sup>[10]</sup>。文献[11,12]实质上提出一种需借助极少量导频符号来初始化列表译码器的非相干传输方案，主要适用于极短码。文献[13]提出的基于深度学习和字典学习的LDPC码译码方案，将译码问题转化为图像去噪问题处理，不存在信道估计过程，因此也可看作一种非相干传输方案。

在5G移动通信系统中，即使在sub-6 GHz频段，若相对移动速度达到300 km/h，所带来的多普勒扩展也足以导致信道状态在 $10^3$  bit的传输时间内发生变化。也就是说，若码长超过 $10^3$ ，则在1个码字的传输时间内会经历不同的信道状态。然而现有文献在解决非平稳信道条件下的信道估计问题时，大多假定信道状态在同一码字的传输时间内保持不变<sup>[7,9]</sup>。文献[8,13]提出的方法虽无此假定，但无论是粒子滤波还是深度学习，在应用时都面临计算复杂度过高的问题。为解决高速移动场景下的信道估计与译码问题，本文基于信源编码中用于信源参数估计和信源相关性估计的滑窗置信传播(Sliding-Window Belief-Propagation, SWBP)算法<sup>[14,15]</sup>，提出一种非平稳信道下LDPC码的JCED算法，同时提出两种低复杂度的自适应滑窗长度设置方法。通过对不同码长、不同码率、规则与非规则LDPC码的仿真，全面评估所提算法的性能。另外，还对所提算法的初值敏感性和错误平层等问题进行研究。

## 2 基于SWBP的JCED算法

SWBP是处理信源编码中非平稳信源的参数估计问题<sup>[14]</sup>以及信源之间的非平稳相关性估计问题<sup>[15]</sup>的有效方法。本节将该方法进行扩展，用来解决非平稳信道下LDPC码的联合信道估计与译码问题，提出基于SWBP的JCED算法。并对信道估计时计算复杂度较高的关键步骤——自适应滑窗长度设置

问题进行研究，提出两种低复杂度的自适应滑窗长度设置方法。

### 2.1 信道模型和符号说明

令码长为 $n$ ，与码元序列对应的随机向量 $\mathbf{X} \triangleq [X_1 X_2 \cdots X_n]$ 。采用映射关系为 $g: 0 \rightarrow +1, 1 \rightarrow -1$ 的BPSK调制，与发送符号序列对应的随机向量为 $g(\mathbf{X}) \triangleq [g(X_1) g(X_2) \cdots g(X_n)]$ 。经过非平稳加性高斯白噪声信道的传输，与接收符号序列对应的随机向量为 $\mathbf{Y} \triangleq [Y_1 Y_2 \cdots Y_n]$ ，第 $i$ 个接收符号周期内的加性高斯噪声的概率密度函数为 $(Y_i - g(X_i)) \sim N(0, \sigma_i^2)$ ， $i \in [1:n]$ 。 $\sigma_i^2$ 是第 $i$ 个接收符号周期内的局部(local)噪声方差，它是时变的，即在不同接收符号周期内取值不同。在本文的信道模型中， $\sigma_i^2$ 随时间平滑变化，即在邻近的接收符号周期内可认为信道是平稳的， $\sigma_i^2$ 保持不变。这样就可能用滑窗的方式，以合适的窗口长度对窗内中间位置的 $\sigma_i^2$ 做出有效的估计。在随后的小节中，将详细介绍所提出的基于SWBP的JCED算法，下面对算法中用到的符号标识作统一说明：

$\mathbf{x} \triangleq [x_1 x_2 \cdots x_n]$ 表示码元序列，也称码字。

$\mathbf{y} \triangleq [y_1 y_2 \cdots y_n]$ 表示接收符号序列。

$\hat{\mathbf{x}}^{(t)} \triangleq [\hat{x}_1^{(t)} \hat{x}_2^{(t)} \cdots \hat{x}_n^{(t)}]$ 表示在第 $t$ 轮JCED迭代中尝试译码后的硬判决序列，即对 $\mathbf{x}$ 的估计。

$J_j$ 表示Tanner图上与第 $j$ 个校验节点连接的变量节点集合。

$J_i$ 表示Tanner图上与第 $i$ 个变量节点连接的校验节点集合。

$\hat{\sigma}_i^{2(t)}$ 表示第 $t$ 轮JCED迭代中更新的与第 $i$ 个接收符号周期对应的局部噪声方差的估计值；特别地， $\hat{\sigma}_i^{2(0)}$ 表示与第 $i$ 个接收符号对应的局部噪声方差的初始估计值。

$\varphi_i^{(t)}(x)$ 表示第 $t$ 轮JCED迭代中更新的 $X_i$ 的内在概率质量函数(intrinsic probability mass function, intrinsic pmf)，即第 $i$ 个变量节点的信道消息。与标准BP译码不同的是，在每轮JCED迭代中，都需要根据当前迭代轮次刚更新的局部噪声方差估计值 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}$ 和第 $i$ 个接收符号 $y_i$ 来更新 $\varphi_i^{(t)}(x)$

$$\begin{aligned} \varphi_i^{(t)}(x) &= P_{X_i|Y_i}(x|y_i) = \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(y_i - g(x))^2 / \hat{\sigma}_i^{2(t)}\right)}{\Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}, y_i\right)} \\ &\propto \exp\left(-\frac{1}{2}(y_i - g(x))^2 / \hat{\sigma}_i^{2(t)}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}, y_i\right) \triangleq \sum_{x=0}^1 \exp\left(-\frac{1}{2}(y_i - g(x))^2 / \hat{\sigma}_i^{2(t)}\right) \quad (2)$$

其中， $\Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}, y_i\right)$ 是归一化因子；特别地， $\varphi_i^{(0)}(x)$

就是根据局部噪声方差的初始估计值 $\hat{\sigma}_i^{2(0)}$ 计算的第*i*个变量节点的初始信道消息。

$\phi_i^{(t)}(x)$ 表示第*t*轮JCED迭代中更新的 $X_i$ 的后验概率质量函数(a posteriori probability mass function, a posteriori pmf), 即第*i*个变量节点的后验消息。

$\psi_j^{(t)}(p)$ 表示第*t*轮JCED迭代中更新的与第*j*个校验节点对应的校验和随机变量 $P_j = \sum_{i \in I_j} X_i$ 的后验概率质量函数, 这是为了高效计算 $\beta_{ji}^{(t)}(x)$ 而定义的中函数。

$\alpha_{ij}^{(t)}(x)$ 表示第*t*轮JCED迭代中第*i*个变量节点向第*j*个校验节点传递的变量节点消息。

$\beta_{ji}^{(t)}(x)$ 表示第*t*轮JCED迭代中第*j*个校验节点向第*i*个变量节点传递的校验节点消息。

*T*表示所设定的最大JCED迭代次数。

## 2.2 基于SWBP的JCED算法

利用2.1节定义的符号标识, 本节介绍所提出的基于SWBP的JCED算法的计算步骤, 该算法的重要模块——基于滑窗的信道估计算法将在2.3节具体讨论。基于SWBP的JCED算法计算步骤如下:

步骤1 初始化:  $t = 0$ ,  $\phi_i^{(0)}(x) = \varphi_i^{(0)}(x)$ ,  $\beta_{ji}^{(0)}(x) = 1/2$ ;

步骤2 更新变量节点消息:  $t = t + 1$ ,  $\alpha_{ij}^{(t)}(x) \propto \frac{\phi_i^{(t-1)}(x)}{\beta_{ji}^{(t-1)}(x)}$ ;

步骤3 更新校验节点消息:  $\psi_j^{(t)}(0) - \psi_j^{(t)}(1) = \prod_{i \in I_j} (\alpha_{ij}^{(t)}(0) - \alpha_{ij}^{(t)}(1))$ ,  $\beta_{ji}^{(t)}(0) - \beta_{ji}^{(t)}(1) = \frac{\psi_j^{(t)}(0) - \psi_j^{(t)}(1)}{\alpha_{ij}^{(t)}(0) - \alpha_{ij}^{(t)}(1)}$ , 并结合 $\beta_{ji}^{(t)}(0) + \beta_{ji}^{(t)}(1) = 1$ , 计算 $\beta_{ji}^{(t)}(x)$ ;

步骤4 更新变量节点后验消息:  $\phi_i^{(t)}(x) \propto \varphi_i^{(t-1)}(x) \cdot \prod_{j \in J_i} \beta_{ji}^{(t)}(x)$ ;

步骤5 尝试译码:  $\hat{x}_i^{(t)} = \arg \max_x \phi_i^{(t)}(x)$ ;

步骤6 停止条件测试: 若 $\hat{\mathbf{x}}^{(t)} \mathbf{H}^T = \mathbf{0}$ 或 $t = T$ , 算法结束; 否则, 转步骤2, 并同时执行步骤7、步骤8;

步骤7 基于滑窗的信道估计: 利用步骤4得到的变量节点后验消息 $\phi_i^{(t)}(x)$ , 执行基于滑窗的信道估计算法, 得到第*t*轮迭代的局部噪声方差估计值 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}$ , 具体细节在下小节讨论;

步骤8 更新信道消息: 将步骤7得到的局部噪声方差估计值 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}$ 代入式(1), 得到第*t*轮迭代的信道消息 $\varphi_i^{(t)}(x)$ , 更新后的信道消息将在下一轮(即第*t*+1轮)迭代的步骤4, 用来更新变量节点后验消息 $\phi_i^{(t+1)}(x)$ 。

需要注意的是, 步骤8仅更新了信道消息, 却没有利用更新后的信道消息去立即更新变量节点后验消息, 直到下一轮JCED迭代的步骤4, 这些信道消息才被用来更新相应的变量节点后验消息, 并参与到JCED的过程。试想如果在步骤8利用更新后的信道消息 $\varphi_i^{(t)}(x)$ 去立即更新变量节点后验消息 $\phi_i^{(t)}(x)$ , 由步骤7和步骤8的执行过程可知, 会形成 $\phi_i^{(t)}(x) \rightarrow \hat{\sigma}_i^{2(t)} \rightarrow \varphi_i^{(t)}(x) \rightarrow \phi_i^{(t)}(x)$ 的消息传播环路, 这在基于BP的算法中是有害的, 会导致迭代的错误收敛。采用延迟更新的策略就是为了避免出现消息自传播现象, 从而改善误比特率(Bit Error Rate, BER)性能, 并降低错误平层。

## 2.3 基于滑窗的信道估计算法

如果加性高斯噪声的方差在同一码字的传输时间内保持不变, 即 $(Y_i - g(X_i)) \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $i \in [1:n]$ , 某次传输的接收符号序列为 $\mathbf{y} = [y_1 y_2 \dots y_n]$ 且接收端已知发送码字为 $\mathbf{x} = [x_1 x_2 \dots x_n]$ , 则 $\sigma^2$ 的最大似然估计量(maximum likelihood estimator)为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - g(x_i))^2 \quad (3)$$

该估计量既是无偏的又是一致的。然而对于盲信道估计问题, 该估计量是不可实现的, 因为接收端在译码前并不知道发送码字 $\mathbf{x}$ , 也就不知道发送符号序列 $g(\mathbf{x})$ ; 此外, 在本文的信道模型中, 即使在同一码字的传输时间内,  $\sigma_i^2$ 也随时间平滑变化, 因此需要在长度合适的时间窗口内, 而不是在整个码长范围内, 对局部噪声方差 $\sigma_i^2$ 进行估计。假设合适的窗口长度为 $2\tau + 1$ , 其中 $\tau$ 称为半窗长度,  $\tau \in [1: \lfloor (n-1)/2 \rfloor]$ , 则结合第*t*轮JCED迭代中 $X_i$ 的后验概率质量函数 $\phi_i^{(t)}(x)$ , 本文提出一个可行的 $\sigma_i^2$ 的估计量为

$$\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau) = \frac{1}{2\tau} \sum_{\substack{i' = i - \tau \\ i' \neq i}}^{i + \tau} \sum_{x=0}^1 (\phi_{i'}^{(t)}(x) \cdot (y_{i'} - g(x))^2) \quad (4)$$

随着JCED迭代逐渐向发送码字 $\mathbf{x}$ 收敛, 式(4)中的 $\sum_{x=0}^1 (\phi_{i'}^{(t)}(x) \cdot (y_{i'} - g(x))^2)$ 也逐渐向式(3)中的 $(y_{i'} - g(x_{i'}))^2$ 收敛; 另外, 利用式(4)对 $\sigma_i^2$ 进行估计时, 排除了 $\phi_i^{(t)}(x)$ 和 $y_i$ 的影响, 仅使用邻近接收符号周期的 $\{\phi_{i'}^{(t)}(x) | 0 < |i' - i| \leq \tau\}$ 和 $\{y_{i'} | 0 < |i' - i| \leq \tau\}$ , 这样做的目的与2.2节所述JCED算法中 $\phi_i^{(t)}(x)$ 延迟更新策略的目的相同, 也是为了避免形成消息传播环路, 防止出现消息自传播现象, 确保算法的性能。

为提高 $\{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ 的计算效率，定义以下两个量

$$d_i^{2(t)} \triangleq \sum_{x=0}^1 \left( \phi_i^{(t)}(x) \cdot (y_i - g(x))^2 \right) \quad (5)$$

$$\lambda_i^{(t)}(\tau) \triangleq \sum_{i'=\max(1, i-\tau)}^{\min(i+\tau, n)} d_{i'}^{2(t)} \quad (6)$$

式(6)考虑了窗口边界，迫使 $i' \in [1:n]$ ，防止 $i'$ 上下溢出，则利用式(5)和式(6)，式(4)可改写为

$$\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau) = \frac{\lambda_i^{(t)}(\tau) - d_i^{2(t)}}{\min(i+\tau, n) - \max(1, i-\tau)} \quad (7)$$

下面分析利用式(7)高效计算 $\{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ 的流程。首先，根据式(5)计算 $\{d_i^{2(t)}|i \in [1:n]\}$ ，由计算过程可知， $d_i^{2(t)}$ 的计算复杂度为 $O(1)$ ，所有 $\{d_i^{2(t)}|i \in [1:n]\}$ 的计算复杂度为 $O(n)$ ；然后，利用滑窗机制递推计算 $\{\lambda_i^{(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ ，具体方法是先计算 $\lambda_1^{(t)}(\tau) = \sum_{i'=1}^{1+\tau} d_{i'}^{2(t)}$ ，再代入递推公式依次计算 $\{\lambda_i^{(t)}(\tau)|i \in [2:n]\}$ ，递推公式为

$$\lambda_i^{(t)}(\tau) = \begin{cases} \lambda_{i-1}^{(t)}(\tau) + d_{i+\tau}^{2(t)}, & i \in [2: (\tau+1)] \\ \lambda_{i-1}^{(t)}(\tau) + d_{i+\tau}^{2(t)} - d_{i-1-\tau}^{2(t)}, & i \in [(\tau+2): (n-\tau)] \\ \lambda_{i-1}^{(t)}(\tau) - d_{i-1-\tau}^{2(t)}, & i \in [(n-\tau+1): n] \end{cases} \quad (8)$$

利用式(8)递推计算 $\{\lambda_i^{(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ 相比利用式(6)分别直接计算避免了很多不必要的重复计算，提高了计算效率，利用式(8)计算 $\lambda_i^{(t)}(\tau)$ 的计算复杂度仅为 $O(1)$ ，计算所有 $\{\lambda_i^{(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ 的计算复杂度仅为 $O(n)$ ；最后，利用式(7)计算 $\{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ ，其中 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)$ 的计算复杂度为 $O(1)$ ，所有 $\{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)|i \in [1:n]\}$ 的计算复杂度为 $O(n)$ 。

至此，还有一个问题没有解决，即在每轮JCED迭代对局部噪声方差 $\sigma_i^2$ 进行估计时，如何自适应地设置最优的滑窗长度 $2\hat{\tau}+1$ 或最优的半窗长度 $\hat{\tau}$ 。本文提出两种方法解决该问题：基于交叉熵的方法和基于离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform, DFT)的方法。

### 2.3.1 基于交叉熵的自适应滑窗长度设置方法

基于交叉熵的方法的设计思想是：在第 $t$ 轮JCED迭代对局部噪声方差 $\sigma_i^2$ 进行估计时，将所有可能的半窗长度 $\tau \in [1: \lfloor (n-1)/2 \rfloor]$ 依次代入式(7)计算 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)$ ，进而将得到的 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)$ 代入式(1)计算 $\varphi_i^{(t)}(\tau, x)$ 。则在所有 $\varphi_i^{(t)}(\tau, x)$ 中，最优半窗长度 $\hat{\tau}$ 所

对应的信道消息 $\varphi_i^{(t)}(\hat{\tau}, x)$ 应与后验消息 $\phi_i^{(t)}(x)$ 有最强的相似性。

同一样本空间上两个概率质量函数的相似性可以用交叉熵(cross entropy)衡量，相似性越强则交叉熵越小。因此，定义以下函数

$$\begin{aligned} \eta(\tau) &\triangleq - \sum_{i=1}^n \sum_{x=0}^1 \phi_i^{(t)}(x) \cdot \ln \varphi_i^{(t)}(\tau, x) \\ &= - \sum_{i=1}^n \sum_{x=0}^1 \phi_i^{(t)}(x) \\ &\quad \cdot \ln \frac{\exp\left(-\frac{1}{2}(y_i - g(x))^2 / \hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)\right)}{\Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau), y_i\right)} \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \ln \Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau), y_i\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_i^{2(t)}}{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)} \right) \\ &\doteq \sum_{i=1}^n \left( \ln\left(2\pi \hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{d_i^{2(t)}}{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \left( \ln \hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau) + \frac{d_i^{2(t)}}{\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)} \right) + n \cdot \ln(2\pi) \end{aligned} \quad (9)$$

$\eta(\tau)$ 计算了半窗长度为 $\tau$ 时，该轮迭代中每个接收符号周期对应的信道消息 $\varphi_i^{(t)}(\tau, x)$ 与后验消息 $\phi_i^{(t)}(x)$ 的交叉熵之和。则最优半窗长度应该对应 $\eta(\tau)$ 的最小值，即 $\hat{\tau} = \underset{\tau}{\operatorname{argmin}} \eta(\tau)$ ，而本轮迭代局部噪声方差的估计值 $\hat{\sigma}_i^{(t)} = \hat{\sigma}_i^{(t)}(\hat{\tau})$ ，相应的信道消息则更新为 $\varphi_i^{(t)}(x) = \varphi_i^{(t)}(\hat{\tau}, x)$ 。在式(9)中，使用了 $\Gamma\left(\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau), y_i\right) \doteq 2\pi \hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)$ 来简化计算；另外，方框部分不影响最优半窗长度的选取，因此不需要计算。

在每轮迭代中，由于需要遍历所有可能的半窗长度来确定最优半窗长度，该方法的计算复杂度相对较高。因为 $d_i^{2(t)}$ 和 $\hat{\sigma}_i^{2(t)}(\tau)$ 的计算复杂度均为 $O(1)$ ，故按照式(9)计算 $\eta(\tau)$ 的计算复杂度为 $O(n)$ ，而对所有 $\tau \in [1: \lfloor (n-1)/2 \rfloor]$ 计算 $\eta(\tau)$ 的复杂度为 $O(n^2)$ 。实际上，对最优半窗长度过于精细的搜索是没有必要的，可采用平方搜索的方式，即仅搜索 $\tau \in \left[1^2 \ 2^2 \ \dots \ \left(\left\lfloor \sqrt{(n-1)/2} \right\rfloor\right)^2\right]$ 来确定最优半窗长度，从而将计算所有感兴趣的 $\eta(\tau)$ 的复杂度由 $O(n^2)$ 降为 $O(n^{3/2})$ 。在第3节将通过仿真验证平方搜索的有效性。

### 2.3.2 基于DFT的自适应滑窗长度设置方法

基于DFT的方法的设计思想是：在第 $t$ 轮JCED迭代对局部噪声方差 $\sigma_i^2$ 进行估计时，首先利用式(5)计算接收符号与发送符号之间的期望平方距离 $d_i^{2(t)}$ ，并构成期望平方距离序列 $\mathbf{g}$ ，其中各时

域分量  $g(i) = d_i^{2(t)}$ ,  $i \in [1:n]$ ; 令  $g$  的DFT为  $f$ , 其中各频域分量为  $f(\omega)$ ,  $\omega \in [1:n]$ .  $g(i)$  反映了第  $i$  个接收符号周期内局部噪声方差的大小, 如果  $g$  的各时域分量变化剧烈, 说明信道状态变化很快, 需要较小的滑窗长度来估计局部噪声方差, 从频域上看则是  $f$  的高频分量增多; 反之如果  $g$  的各时域分量变化平缓, 则说明信道状态变化较慢, 需要较大的滑窗长度来估计局部噪声方差, 从频域上看则是  $f$  的低频分量增多. 因此, 将频率与滑窗长度联系起来, 并用频域分量的幅值代表与对应频率相联系的滑窗长度的权值, 便可利用不同滑窗长度的加权平均算得最优滑窗长度  $2\hat{\tau} + 1$ , 进而得到最优半窗长度  $\hat{\tau}$ .

由于高频对应较小的滑窗长度, 低频对应较大的滑窗长度, 且频率  $\omega \in [1:n]$ , 滑窗长度  $(2\tau + 1) \in [1:n]$ , 可将频率  $\omega$  与滑窗长度  $n/\omega$  联系起来, 并求得对应频域分量的幅值  $|f(\omega)|$ , 以及归一化因子  $s = \sum_{\omega=1}^n |f(\omega)|$ , 则最优滑窗长度为

$$(2\hat{\tau} + 1) = \sum_{\omega=1}^n \frac{|f(\omega)|}{s} \cdot \frac{n}{\omega} \quad (10)$$

该方法的计算复杂度由1维  $n$  点快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 的计算复杂度决定, 为  $O(n \lg n)$ , 因此相比基于交叉熵的方法, 无论是采用全搜索 ( $O(n^2)$ ) 还是平方搜索 ( $O(n^{3/2})$ ), 都具有更低的计算复杂度.

### 3 仿真结果与分析

本节中, 将利用不同码长、不同码率、规则与非规则LDPC码对所提基于SWBP的JCED算法进行全面的评估. 为排除不同码结构对性能的影响, 专注于评估JCED算法本身, 仿真用到的规则码均采用渐进边增长 (Progressive Edge Growth, PEG) 算法构造; 为了兼顾检验错误平层, 仿真用到的非规则码采用CCSDS标准<sup>[16]</sup>中官方验证过错误平层性能的AR4JA码.

仿真中, 非平稳加性高斯白噪声信道的局部噪声方差  $\sigma_i^2$  在同一码字的传输时间内的变化规律为

$$\sigma_i^2 = \bar{\sigma}^2 \cdot (1 + \sin(2\pi i/n)), \quad i \in [1:n] \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (12)$$

其中,  $\bar{\sigma}^2$  为同一码字的传输时间内噪声方差的均值, 称为全局噪声方差, 如式(12)所示. 本文仿真中JCED算法局部噪声方差的初始估计值均设定为  $\hat{\sigma}_i^{2(0)} = \bar{\sigma}^2$ , 并用来计算每个变量节点的初始信道消息  $\varphi_i^{(0)}(x)$ . 这样设定的根据是: 虽然在JCED算

法执行前准确估计局部噪声方差  $\sigma_i^2$  几乎不可能, 但相对准确地估计全局噪声方差  $\bar{\sigma}^2$  是容易的, 可利用基于导频辅助的信道估计方法以很小的导频开销实现. 实际上, 通过下小节的初值敏感性仿真实验结果可知, 即使仅对  $\bar{\sigma}^2$  做相对粗糙的初始估计也不会影响JCED算法的BER性能. 另外, 为了能够以通用的形式呈现BER性能曲线, 本文根据全局噪声方差  $\bar{\sigma}^2$  来定义名义(nominal)信噪比

$$\begin{aligned} \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{nom}} &\triangleq 10 \lg \left(\frac{E_b}{2\bar{\sigma}^2}\right) = 10 \lg \left(\frac{E_s}{2R\bar{\sigma}^2}\right) \\ &= 10 \lg \left(\frac{1}{2R\bar{\sigma}^2}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $R$  为码率, 且在仿真中令  $E_s = 1$ . 这样就能以  $(E_b/N_0)_{\text{nom}}$  替代  $\bar{\sigma}^2$  作为横坐标, 展示所提JCED算法在式(11)给出的非平稳加性高斯噪声下的性能.

#### 3.1 (1024, 3, 6) LDPC码的仿真

在本小节中, 利用码长较短、码率适中的(1024, 3, 6)码完成平方搜索交叉熵滑窗长度设置方法的有效性验证; 完成基于多种滑窗长度设置方法的JCED算法的相对时间复杂度比较; 完成基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法对局部噪声方差初始估计值的敏感性验证; 对基于多种滑窗长度设置方法的JCED算法的BER性能、平均迭代次数做初步评估.

图1给出了基于多种滑窗长度设置方法的JCED算法的BER性能曲线. 由图中可知: 基于平方搜索交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法性能与基于全搜索交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法性能几乎相同, 考虑到平方搜索相对于全搜索在计算效率上的巨大提升, 在随后的仿真中, 交叉熵滑窗长度设置方法均采用平方搜索的实现方式; 另外, 基

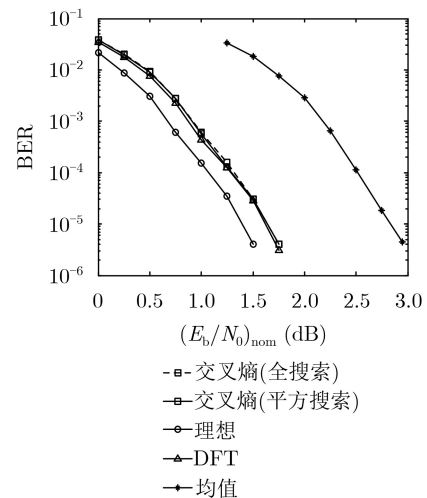


图1 多种滑窗长度设置方法下的算法BER性能

于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法性能与基于交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法性能几乎相同，在BER=10<sup>-5</sup>时，与理想估计(即已知局部噪声方差)条件下的BP译码算法相比仅有0.25 dB的性能差距，而与仅已知局部噪声方差的均值的BP译码算法相比可获得1.2 dB的性能增益。

图2给出了基于多种滑窗长度设置方法的JCED算法的平均迭代次数曲线。由图中可知：基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法的平均迭代次数与基于交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法的平均迭代次数几乎相同，在BER=10<sup>-5</sup>时，仅比理想估计条件下的BP译码算法的平均迭代次数多5%~6%。

图3给出了基于多种滑窗长度设置方法的JCED算法单轮迭代的相对时间复杂度。计算方法是：在仿真中不设置迭代中止条件，使1帧数据在相应JCED算法下持续迭代10<sup>5</sup>轮并记录运行时间，该运行时间除以1帧数据在BP译码算法下持续迭代10<sup>5</sup>轮的运行时间所得的商即为相应JCED算法的相对时间复杂度。该指标可直观反映JCED算法单轮迭代的计算复杂度。由图中可知，基于全搜索交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法的计算复杂度是不可接受的；采用平方搜索后，计算复杂度下降巨大，但信道估计部分的计算复杂度(355%–100%=255%)仍然超过译码部分(100%)；而基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法，其信道估计部分的计

算复杂度(122%–100%=22%)仅为译码部分(100%)的22%，考虑其带来的性能增益，计算复杂度的提升程度是完全可以接受的。

图4给出了不同局部噪声方差初始估计值下，基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法的BER性能。由图中可知，即使(E<sub>b</sub>/N<sub>0</sub>)<sub>nom</sub>失配达到±10lg4 = ±6 dB，对BER性能也几乎没有影响，说明基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法有着很强的鲁棒性。基于交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法也有类似的结论，这里不再赘述。

图5给出了不同局部噪声方差初始估计值下，基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法的平均迭代次数，由图中可知，与BER性能不同，平均迭代次数对(E<sub>b</sub>/N<sub>0</sub>)<sub>nom</sub>失配是敏感的：在BER=10<sup>-5</sup>时，若失配3 dB，则平均迭代次数增加41%，若失配6 dB，则平均迭代次数增加69%；若失配-3 dB，则平均迭代次数增加15%，若失配-6 dB，则平均迭代次数增加32%。总之，失配程度越高，平均迭代次数增加越多；相同失配程度下，低估σ<sup>2</sup>(即失配为正值)比高估σ<sup>2</sup>(即失配为负值)会导致平均迭代次数更多地增加。更多的平均迭代次数意味着更高的时延、更低的吞吐量、更大的能耗。因此，若条件允许，应尽量保证σ<sup>2</sup>的估计精度，特别是对时延、吞吐量及能耗敏感的应用，尤其应尽量避免低估σ<sup>2</sup>。基于交叉熵滑窗长度设置方法的JCED算法也有类似的结论，这里不再赘述。

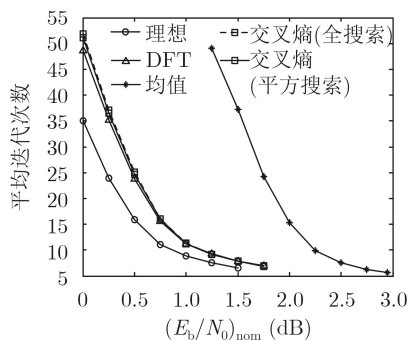


图2 多种滑窗长度设置方法下的算法平均迭代次数

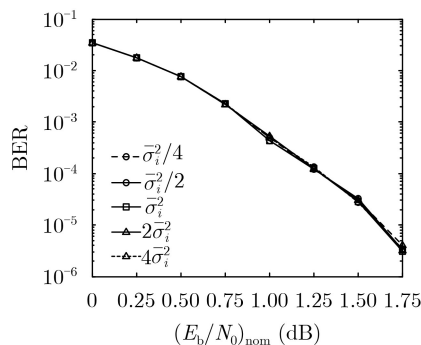


图4 不同局部噪声方差初始估计值下的算法BER性能

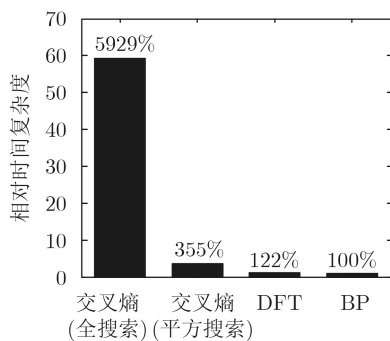


图3 多种滑窗长度设置方法下的算法相对时间复杂度

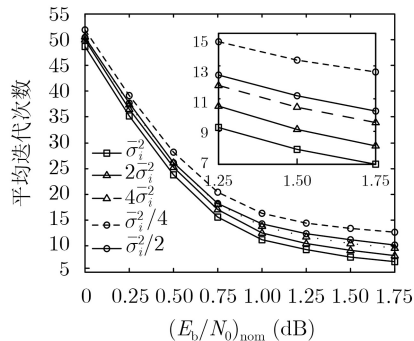


图5 不同局部噪声方差初始估计值下的算法平均迭代次数

### 3.2 不同码长、不同码率、规则与非规则LDPC码的仿真

在5G NR<sup>[1,17]</sup>中, 由于需要满足多样的业务需求和应对多变的传输环境, 所采用的LDPC码的码长、码率跨度非常大。下一代移动通信同样需要很大的码长、码率变化范围。因此, 有必要对不同码长、不同码率、规则与非规则的LDPC码在所提基于SWBP的JCED算法下的性能做全面的评估。

#### 3.2.1 不同码长LDPC码的仿真

图6给出了(8192, 3, 6)码在基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法下的BER性能曲线。作为对比, 同时给出了图1所示(1024, 3, 6)码的BER性能曲线。由图中可知, 在不同码长下基于交叉熵滑窗长度设置方法和基于DFT滑窗长度设置方法的JCED算法有着几乎相同的BER性能; (8192, 3, 6)码在 $BER=10^{-5}$ 时, JCED算法与理想估计条件下的BP译码算法相比仅有不足0.1 dB的性能差距, 而与仅已知局部噪声方差的均值的BP译码算法相比可获得1.4 dB的性能增益。与(1024, 3, 6)码的结果对比可知, 在给定的BER下, 相同码率的LDPC码, 码长越长, JCED算法与理想估计条件下BP译码算法的性能差距越小, 与仅已知局部噪声方差的均值的BP译码算法相比性能增益也越大, 但总体而言两者随码长变化的趋势不明显。

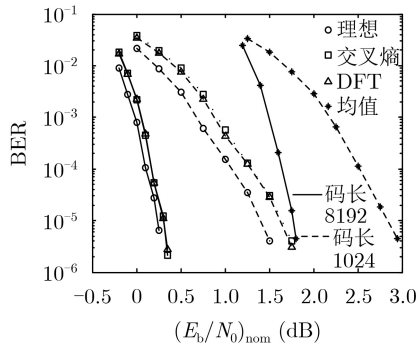


图6 相同码率, 不同码长的码在所提JCED算法下的BER性能

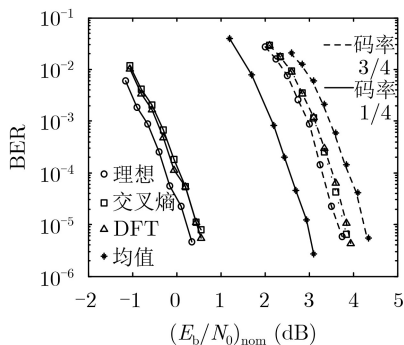


图7 相同码长, 不同码率的码在所提JCED算法下的BER性能

#### 3.2.2 不同码率LDPC码的仿真

图7给出了码率分别为1/4和3/4的(1024, 3, 4)码和(1024, 3, 12)码在基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法下的BER性能曲线, 再结合图1所示(1024, 3, 6)码的BER性能曲线, 可以看到: 在不同码率下, 基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法有着几乎相同的BER性能; (1024, 3, 4)码、(1024, 3, 6)码和(1024, 3, 12)码在 $BER=10^{-5}$ 时, JCED算法与理想估计条件下的BP译码算法相比均只有0.15~0.25 dB的性能差距, 而与仅已知局部噪声方差的均值的BP译码算法相比可分别获得2.4 dB, 1.2 dB和0.4 dB的性能增益。因此, JCED算法相对于仅已知局部噪声方差均值的BP译码算法的性能增益随码率变化的趋势非常明显, JCED算法更适合提升中低码率的码在非平稳信道下的BER性能。

#### 3.2.3 规则与非规则LDPC码的仿真

图8给出了码长、码率均相同的(2048,3,6)规则码与CCSDS标准中的AR4JA非规则码在基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法下的BER性能曲线。由图中可知, 无论对于规则码还是非规则码, 基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法有着几乎相同的BER性能; 在平稳信道下性能优异的非规则码, 在非平稳信道下依然保持着对规则码的性能优势; 非规则码在 $BER=10^{-5}$ 时, JCED算法与理想估计条件下的BP译码算法相比均只有0.2 dB的性能差距, 而与仅已知局部噪声方差的均值的BP译码算法相比可获得1.5 dB的性能增益, 规则码也有相同的结论。因此, JCED算法对规则码与非规则码同样适用, 没有明显的性能倾向。

图9给出了CCSDS标准中的AR4JA非规则码在基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法下的错误平层验证曲线。错误平层产生的原因有两种, 可能是码结构本身造成的, 也可能是译码算法或译码算法的实现细节造成的。该码具有良好的最小距离特性, 且在平稳信道下已通过官方FPGA平台验证在

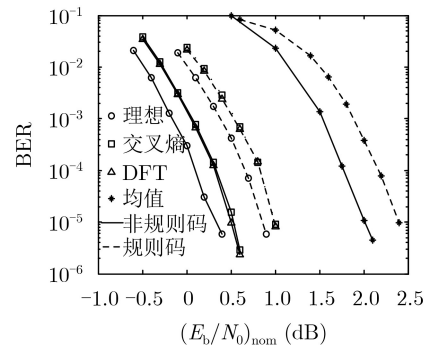


图8 相同码长的规则与非规则码在所提JCED算法下的BER性能

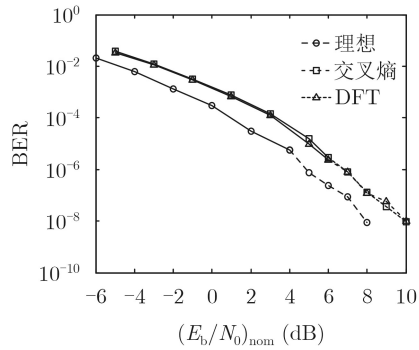


图9 所提JCED算法的错误平层验证

BER=10<sup>-8</sup>下不存在错误平层, 因此排除了码结构本身导致错误平层的可能, 能够用来检验JCED算法是否会导致错误平层。由图中可知, 在BER=10<sup>-8</sup>下, 基于两种滑窗长度设置方法的JCED算法均不会导致错误平层。

#### 4 结束语

为解决非平稳信道下的高效信道估计与译码问题, 提出一种基于SWBP的JCED算法。同时分别基于交叉熵和DFT提出两种低复杂度的自适应滑窗长度设置方法。计算复杂度分析和仿真结果表明, 基于两种滑窗设置方法的JCED算法有着几乎相同的接近最优的BER性能, 在BER=10<sup>-5</sup>时与理想信道估计下的BP译码算法仅有0.25 dB以内的性能差距, 但基于DFT滑窗设置方法的JCED算法有最低的计算复杂度, 其单轮迭代计算复杂度仅比BP译码算法高22%。同时, 所提JCED算法对局部噪声方差初始估计值不敏感, 即使信噪比失配达±6 dB也不会影响BER性能, 算法有很强的鲁棒性。对不同码长, 不同码率, 规则与非规则码的大量仿真结果表明, 在非平稳信道条件下, 所提JCED算法对所考察的码的BER性能提升均有效, 特别是对中低码率的码。另外, 通过仿真验证了所提JCED算法在BER=10<sup>-8</sup>时不会导致错误平层。

#### 参考文献

- [1] RICHARDSON T and KUDEKAR S. Design of low-density parity check codes for 5G new radio[J]. *IEEE Communications Magazine*, 2018, 56(3): 28–34. doi: [10.1109/MCOM.2018.1700839](https://doi.org/10.1109/MCOM.2018.1700839).
- [2] SAEEDI H and BANIHASHEMI A H. Performance of belief propagation for decoding LDPC codes in the presence of channel estimation error[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2007, 55(1): 83–89. doi: [10.1109/TCOMM.2006.887488](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2006.887488).
- [3] 刘建航, 何怡静, 李世宝, 等. 基于预译码的极化码最大似然简化连续消除译码算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(4): 959–966. doi: [10.11999/JEIT180324](https://doi.org/10.11999/JEIT180324).
- [4] LIU Jianhang, HE Yijing, LI Shibao, *et al.* Pre-decoding based maximum-likelihood simplified successive-cancellation decoding of polar codes[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(4): 959–966. doi: [10.11999/JEIT180324](https://doi.org/10.11999/JEIT180324).
- [4] 王琼, 罗亚洁, 李思航. 基于分段循环冗余校验的极化码自适应连续取消列表译码算法[J]. *电子与信息学报*, 2019, 41(7): 1572–1578. doi: [10.11999/JEIT180716](https://doi.org/10.11999/JEIT180716).
- WANG Qiong, LUO Yajie, and LI Sifang. Polar adaptive successive cancellation list decoding based on segmentation cyclic redundancy check[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(7): 1572–1578. doi: [10.11999/JEIT180716](https://doi.org/10.11999/JEIT180716).
- [5] LI Liping, XU Zuzheng, and HU Yanjun. Channel estimation with systematic polar codes[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(6): 4880–4889. doi: [10.1109/TVT.2018.2806364](https://doi.org/10.1109/TVT.2018.2806364).
- [6] JIAO Jian, LIANG Kexin, FENG Bowen, *et al.* Joint channel estimation and decoding for polar coded SCMA system over fading channels[J]. *IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking*, 2020. doi: [10.1109/TCCN.2020.2991425](https://doi.org/10.1109/TCCN.2020.2991425).
- [7] HOU Yi, LIU Rongke, DAI Bin, *et al.* Joint channel estimation and LDPC decoding over time-varying impulsive noise channels[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2018, 66(6): 2376–2383. doi: [10.1109/TCOMM.2018.2800748](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2800748).
- [8] WANG Shuang, CUI Lijuan, CHENG S, *et al.* Noise adaptive LDPC decoding using particle filtering[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2011, 59(4): 913–916. doi: [10.1109/TCOMM.2011.011811.090309](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2011.011811.090309).
- [9] ZHANG Zhengyu, LOU Jinming, JIN Mengdi, *et al.* Application of maximum entropy theorem in channel estimation[J]. *Chinese Journal of Electronics*, 2020, 29(2): 361–370. doi: [10.1049/cje.2020.01.015](https://doi.org/10.1049/cje.2020.01.015).
- [10] ÖSTMAN J, DURISI G, STRÖM G, *et al.* Short packets over block-memoryless fading channels: Pilot-assisted or noncoherent transmission?[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2019, 67(2): 1521–1536. doi: [10.1109/TCOMM.2018.2874993](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2018.2874993).
- [11] COŞKUN M C, LIVA G, OESTMAN J, *et al.* Low-complexity joint channel estimation and list decoding of short codes[C]. The 12th International ITG Conference on Systems, Communications and Coding, Rostock, Germany, 2019: 1–5. doi: [10.30420/454862046](https://doi.org/10.30420/454862046).
- [12] XHEMRISHI M, COŞKUN M C, LIVA G, *et al.* List decoding of short codes for communication over unknown fading channels[C]. The 53rd Asilomar Conference on

- Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, USA, 2019: 810–814. doi: [10.1109/IEEECONF44664.2019.9048806](https://doi.org/10.1109/IEEECONF44664.2019.9048806).
- [13] PANG Xu, YANG Chao, ZHANG Zaichen, *et al.* A channel-blind decoding for LDPC based on deep learning and dictionary learning[C]. 2019 IEEE International Workshop on Signal Processing Systems, Nanjing, China, 2019: 284–289. doi: [10.1109/SiPS47522.2019.9020628](https://doi.org/10.1109/SiPS47522.2019.9020628).
- [14] FANG Yong. LDPC-based lossless compression of nonstationary binary sources using sliding-window belief propagation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2012, 60(11): 3161–3166. doi: [10.1109/TCOMM.2012.080212.110108A](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2012.080212.110108A).
- [15] FANG Yong. Asymmetric slepian-wolf coding of nonstationarily-correlated M-ary sources with sliding-window belief propagation[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2013, 61(12): 5114–5124. doi: [10.1109/TCOMM.2013.111313.130230](https://doi.org/10.1109/TCOMM.2013.111313.130230).
- [16] CCSDS 131.0-B-3. TM synchronization and channel coding[S]. Washington, USA: The Consultative Committee for Space Data Systems, 2017.
- [17] 3GPP TS 38.212 V16.0.0. Multiplexing and channel coding (Release 16)[S]. 3rd Generation Partnership Project, 2019.
- 杨 洋: 男, 1981年生, 讲师, 研究方向为信道编码、无线通信。  
方 勇: 男, 1979年生, 教授, 研究方向为信息论、信源编码、信道编码、图像处理。  
单博炜: 男, 1978年生, 讲师, 研究方向为模式识别、深度学习、图像处理。
- 责任编辑: 马秀强