

## 基于频域时延-多普勒二维聚焦的欠采样雷达信号参数估方法

尉志良 付 宁\* 乔立岩

(哈尔滨工业大学电子与信息工程学院自动化测试与控制研究所 哈尔滨 150001)

**摘 要:** 针对欠采样脉冲多普勒雷达信号参数估计中已有方法抗噪性差、顺序参数估计方法中后续参数估计受前面参数估计精度影响严重等问题, 该文提出一种基于有限新息率(Finite Rate of Innovation, FRI)采样的频域时延-多普勒二维聚焦(FD<sup>2</sup>TF)算法。在该算法中, 利用FRI采样结构能够以低于奈奎斯特采样频率的速率获得信号的一系列傅里叶系数, 通过频域二维聚焦过程能够同时估计时延和多普勒参数, 避免了参数顺序估计中误差累积的问题, 理论分析证明了该算法能够大幅提升采样信号的信噪比, 提高算法抗噪性和鲁棒性。在2维聚焦算法的基础上该文还提出了基于逆傅里叶变换的2维聚焦简化算法, 在提高参数估计网格密度的同时, 大大减低了2维聚焦算法的计算量。仿真和对比实验结果证明了该方法的有效性和良好的抗噪性。

**关键词:** 脉冲多普勒雷达; 有限新息率采样; 欠采样; 参数估计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)11-3228-09

DOI: [10.11999/JEIT200714](https://doi.org/10.11999/JEIT200714)

## A Parameter Estimation Method for Sub-Nyquist Sampled Radar Signals Based on Frequency-domain Delay-Doppler Two-dimensional Focusing

WEI Zhiliang FU Ning QIAO Liyan

(Automatic Test and Control Institute, School of Electronics and Information Engineering,  
Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** In the problem of sub-Nyquist sampled pulse Doppler radar signals, the existing methods have poor anti-noise performance, and the subsequent parameter estimation in the sequential parameter estimation methods is seriously affected by the accuracy of the previous parameter estimation. A Frequency-domain Delay-Doppler Two-dimensional Focusing (FD<sup>2</sup>TF) algorithm is proposed based on Finite Rate of Innovation (FRI) sampling method to solve the problem. The algorithm can obtain a series of Fourier coefficients of the signal at a sampling rate lower than the Nyquist sampling frequency through the FRI sampling structure. The time delay and Doppler parameters can be estimated simultaneously through the frequency-domain two-dimensional focusing process, and the problem of error accumulation in parameter sequential estimation methods can be avoided. Theoretical analysis proves that the algorithm can greatly improve the signal-to-noise ratio of the sampled signal, and improve the anti-noise performance and robustness of the algorithm. This paper also proposes a two-dimensional focusing simplification algorithm based on inverse Fourier transform, which greatly reduces the computational complexity of the two-dimensional focusing algorithm while increasing the grid density of parameter estimation. Simulation and comparative experiment results show that the proposed method is effective and has good anti-noise performance.

**Key words:** Pulse-Doppler radar; Finite rate of innovation sampling; Sub-Nyquist sampling; Parameter estimation

收稿日期: 2020-08-11; 改回日期: 2021-08-20; 网络出版: 2021-09-17

\*通信作者: 付宁 funinghit@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(62071149, 61671177)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (62071149, 61671177)

## 1 引言

脉冲多普勒(Pulse Doppler, PD)雷达既有良好的测距和测速性能,又有着突出的杂波抑制能力,是一种应用广泛的全相参体制雷达<sup>[1-3]</sup>。在现有的雷达接收机中,回波信号的采样大多以Nyquist采样定理为依据。随着现代雷达技术的发展,雷达信号的带宽急速增大,这种采样方式将产生巨量的采样数据,给后端的数据处理和存储带来巨大压力。因此,基于欠采样的PD雷达信号参数估计方法成为近几年雷达信号处理领域的一个研究热点。

利用信号的稀疏性,以压缩感知(Compressed Sensing, CS)采样理论<sup>[4-6]</sup>为基础的雷达信号欠采样技术受到广泛关注。例如, Herman等人<sup>[7]</sup>提出一种用CS方法替代匹配滤波过程的方法,该方法能够提高参数估计精度,但仍然需要按照Nyquist定理采样。文献<sup>[8,9]</sup>利用CS采样来同时估计时延-多普勒参数,达到了降低采样率的目的,然而这些方法中高维优化问题带来了巨大计算量。

虽然基于CS的方法能够有效地减低雷达信号采样率,然而PD雷达信号中有用的只是时延-多普勒参数,而CS采样的目标仍是恢复信号的完整波形,采样过程仍然存在信息冗余。为进一步降低时延-多普勒参数估计所需的采样点数,针对参数化信号的有限新息率(Finite Rate of Innovation, FRI)采样理论<sup>[10-12]</sup>被提出并广泛研究。Bajwa等人<sup>[13]</sup>针对低度扩散系统提出了一种基于FRI采样理论的时延-多普勒参数估计方法,然而该方法对噪声十分敏感。Bar-Ilan等人<sup>[14]</sup>基于FRI采样提出了一种多普勒聚焦(Doppler Focusing, DF)方法用于时延-多普勒参数的估计,该方法有效地提高了算法的抗噪性,然而由于时延参数估计是在多普勒聚焦步骤之后进行的,多普勒聚焦的效果严重影响了时延参数的估计。Chen等人<sup>[15]</sup>提出了一种通用时延-多普勒参数顺序估计(General Sequential Delay-Doppler estimation scheme, GeSeDD)方法,并在文献<sup>[16]</sup>中对算法进行了改进以降低算法计算量,然而该方法同样存在抗噪性差、估计误差累计等问题。

综上,为了降低PD信号采样率,同时避免时延-多普勒参数估计中分步计算给后续参数估计带来的影响和误差累计,提高算法在噪声下的表现,本文基于FRI采样理论,提出了一种频域时延-多普勒2维聚焦(Frequency-domain Delay-Doppler Two-dimensional Focusing, FD<sup>2</sup>TF)方法。该方法能够利用少量傅里叶系数完成时延-多普勒参数的2维联合估计,避免估计误差的累计。通过2维聚焦过程,该方法还能有效增加采样数据的信噪比(Sig-

nal to Noise Ratio, SNR),提高算法的抗噪性。在此基础上,将逆傅里叶变换方法引入2维聚焦计算过程,不仅提升了参数估计的网格密度,还大大降低了2维聚焦过程的计算量。

## 2 信号模型与采样结构

PD雷达首先发射一系列脉冲信号,然后接收目标反射的回波。根据文献<sup>[14]</sup>和文献<sup>[17]</sup>中的假设, $L$ 个非起伏点目标的基带回波信号可以简化表示为

$$x(t) = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{l=0}^{L-1} a_l h(t - \tau_l - pT) e^{-jv_l pT} \quad (1)$$

其中, $h(t)$ 为已知的脉冲基函数, $P$ 为发射脉冲数, $T$ 为雷达信号的脉冲发射周期(Pulse Repetition Interval, PRI), $\{a_l, \tau_l, v_l\}$ 分别对应第 $l$ 个目标回波的幅值、时延和多普勒频移。非起伏目标是指目标的幅值在处理时间内不随时间发生变化,也就是假设式(1)给出的约束。为了避免参数模糊,对目标回波的时延和多普勒频移分别限定为 $\tau_l \in [0, T), v \in [-\pi/T, \pi/T)$ 。

FRI采样的目的是获得信号的频谱信息,并从中直接估计所需参数。根据文献<sup>[18]</sup>所述,采用多组离散分布的傅里叶系数有助于提高参数估计精度。为此,本文采用文献<sup>[19,20]</sup>中提出的基于滤波器组的多通道FRI采样结构对PD信号进行采样。如图1所示,每个采样通道主要由2个乘法器、1个带通滤波器(Band-Pass Filter, BPF)和1个低通滤波器(Low-Pass Filter, LPF)组成,其中 $x(t)$ 表示被采样信号, $p_i(t), t = 0, 1, \dots, I$ 表示特定频率的调制信号, $t = nT_s$ 表示采样时刻, $T_s$ 表示采样间隔, $n$ 表示采样值索引, $y_n^i, i = 0, 1, \dots, I-1$ 表示相应的采样值。通过两次调制以及滤波,每个通道可以通过低速采样获得一组特定位置的傅里叶系数<sup>[19,20]</sup>。

实际上,图1所示采样过程是一个频率选择过程,假设脉冲信号已被调制到基带(中心频率为0),调制信号 $p_i(t)$ 为理想单频信号,BPF和LPF是理想滤波器。假设第1次调制信号 $p_i(t) = e^{j2\pi f_i t}, i = 1, 2, \dots, I$ 的频率是 $f_i$ 。第2次调制信号 $p_0(t)$ 的频率是

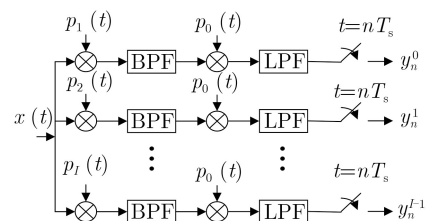


图1 基于滤波器组的多通道FRI采样结构<sup>[19,20]</sup>

$-f_0$ , 也就是  $p_0(t) = e^{-j2\pi f_0 t}$ 。假设BPF的通带宽度为  $B_{\text{BPF}}$ , 中心频率为  $f_{\text{BPF}}$ , 增益为1。LPF的截止频率为  $f_{\text{cut}}$ , 增益为1。那么采样结构的频域特性  $G(f)$  表现为

$$G(f) = \begin{cases} 1, & f \in (f_1 - f_0 - B_{\text{BPF}}/2, f_1 - f_0 + B_{\text{BPF}}/2) \\ 1, & f \in (f_2 - f_0 - B_{\text{BPF}}/2, f_2 - f_0 + B_{\text{BPF}}/2) \\ \vdots \\ 1, & f \in (f_I - f_0 - B_{\text{BPF}}/2, f_I - f_0 + B_{\text{BPF}}/2) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

为保证采样不发生频率混叠, 且保证获得正确频率范围内的傅里叶系数, 调制频率与通带宽度应满足

$$f_i - f_0 - B_{\text{BPF}}/2 \geq 0, f_i - f_0 - B_{\text{BPF}}/2 \leq f_{\text{cut}} \quad (3)$$

通过基于滤波器组的多通道FRI采样结构, 就能从采样值中获得PD信号特定位置的傅里叶系数。当通道个数  $I = 1$  时, 上述采样结构就可以完成信号的FRI采样和参数估计。然而, 根据文献[18–20], 通道个数  $I$  越大, 就能获得越多组傅里叶系数, 参数估计精度越高, 但是增加通道个数会造成硬件成本的增加。参考[19,20]中的实现方案, 本文也选取通道个数  $I = 4$ , 以寻求参数估计精度与硬件成本之间的平衡。

### 3 时延-多普勒参数联合估计方法

#### 3.1 频域时延-多普勒2维聚焦算

式(1)中PD雷达信号模型可以看出, PD雷达在每个PRI内的回波信号在时域是容易分开的, 即

$$x(t) = \sum_{p=0}^{P-1} x_p(t) \quad (4)$$

其中,  $x_p(t) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l h(t - \tau_l - pT) e^{-jv_l pT}$ ,  $x_p(t)$  代表第  $p$  个PRI内接收的回波信号。

利用2.2节介绍的基于滤波器组的多通道FRI采样结构, 我们可以采样获得信号  $x_p(t)$  的傅里叶系数<sup>[13,14]</sup>, 即

$$Y_p[k] = X_p[k] / \left( \frac{1}{T} H(k) \right) = \sum_{l=0}^{L-1} a_l e^{-j2\pi k \tau_l / T} e^{-jv_l pT} \quad (5)$$

其中,  $H(k)$  是已知基函数  $h(t)$  的傅里叶系数。获得傅里叶系数后, 利用  $Y_p[k]$  进行频域时延-多普勒2维聚焦, 即

$$\begin{aligned} \Psi(\tau, v) &= \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{k=0}^{K-1} Y_p[k] e^{j2\pi k \tau / T} e^{jv pT} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} a_l \sum_{k=0}^{K-1} e^{j2\pi k (\tau - \tau_l) / T} \sum_{p=0}^{P-1} e^{j(v - v_l) pT} \\ &= \sum_{l=0}^{L-1} a_l s(\tau | \tau_l) g(v | v_l) \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $\Psi(\tau, v)$  定义为傅里叶系数的时延-多普勒2维“聚焦函数”,  $K$  是每个PRI内采集的傅里叶系数的总数,  $s(\tau | \tau_l) = \sum_{k=0}^{K-1} e^{j2\pi k (\tau - \tau_l) / T}$  是时延参数聚焦函数,  $g(v | v_l) = \sum_{p=0}^{P-1} e^{j(v - v_l) pT}$  是多普勒参数聚焦函数。

对于给定的时延  $\tau$  和多普勒频率  $v$ , 如果回波的时延  $\tau_l$  和多普勒  $v_l$  都在  $\Psi(\tau, v)$  的“聚焦区”内, 即<sup>[14]</sup>

$$|\tau - \tau_l| < T/2K, |v - v_l| < \pi/PT \quad (7)$$

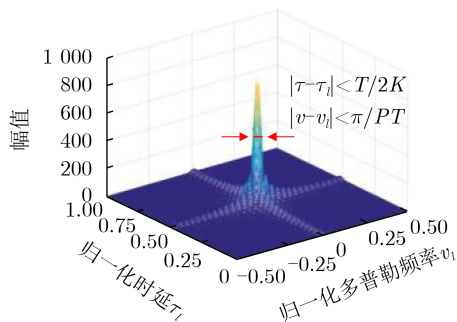
则可得如下近似表示

$$|s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)| = |s(\tau | \tau_l)| |g(v | v_l)| \stackrel{|\tau - \tau_l| < T/2K}{\stackrel{|v - v_l| < \pi/PT}{\cong}} KP \quad (8)$$

与文献[14]中的结论类似, 当  $\tau = \tau_l$  且  $v = v_l$  时, 式(8)中的时延参数聚焦函数和多普勒参数聚焦函数严格满足  $s(\tau | \tau_l) = K$ ,  $g(v | v_l) = P$ , 此时式(8)是严格成立的。当时延和多普勒参数满足  $|\tau - \tau_l| = T/K$ ,  $|v - v_l| = 2\pi/PT$  时, 时延和多普勒参数的聚焦函数分别相当于单位圆上刚好一个周期  $2\pi$  内均匀分布点的求和, 此时,  $s(\tau | \tau_l) = 0$ ,  $g(v | v_l) = 0$ 。当时延  $\tau$  和多普勒参数  $v$  介于这两个值之间时, 函数  $|s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)|$  的值也介于二者之间。可以看出在时延  $\tau$  和多普勒参数  $v$  一个很小的邻域内, 函数  $|s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)|$  是快速衰减的, 因此我们可以得到式(8)中的近似。对于不在聚焦区内的目标, 即满足  $|\tau - \tau_l| > T/2K$  或  $|v - v_l| > \pi/PT$  的目标, 两个聚焦函数仍然可以看成单位圆上均匀分布点的求和, 因此可以得到  $|s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)| \cong 0$ 。

图2给出了聚焦函数  $|s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)|$  在  $v_l = 0$  且  $\tau_l = 0.5T$  情况下的一个例子。其中,  $P=30$ ,  $K=30$ , 红色线条以上为聚焦区域。根据式(8), 当多个目标不落在同一聚焦区内, 也就是满足下文中式(12)时, 对于满足式(7)的聚焦区内的目标信号  $l$ , 我们可以获得聚焦区内信号聚焦函数的近似值, 与此同时聚焦区域外的目标信号能量近似等于0, 也就是  $|s(\tau | \tau_m) g(v | v_m)| \cong 0, m \neq l$ 。根据这一结论, 式(6)中的聚焦函数可以近似表示为

$$|\Psi(\tau, v)| = \sum_{l=0}^{L-1} |a_l| |s(\tau | \tau_l) g(v | v_l)| \stackrel{|\tau - \tau_l| < T/2K}{\stackrel{|v - v_l| < \pi/PT}{\cong}} KP |a_l| \quad (9)$$

图2 聚焦函数 $|s(\tau|\tau_l)g(v|v_l)|$ 

此时，幅值参数即为聚焦后函数 $\Psi(\tau, v)$ 的最大值除以 $PK$ ，即

$$\tilde{a}_l \cong \max\{|\Psi(\tau, v)|\}/KP \quad (10)$$

其中， $\tilde{a}_l$ 代表目标幅值 $a_l$ 的估计值。目标时延-多普勒参数为聚焦函数取最大值时对应的聚焦参数 $v$ 和 $\tau$ ，即

$$(\tilde{\tau}_l, \tilde{v}_l) \cong \{(\tau, v) | \arg \max |\Psi(\tau, v)|\} \quad (11)$$

其中， $(\tilde{\tau}_l, \tilde{v}_l)$ 分别是时延参数 $\tau_l$ 和多普勒参数 $v_l$ 的估计值。

按照瑞利极限的定义， $FD^2TF$ 算法的时延和多普勒参数分辨率分别为 $T/K$ 和 $2\pi/PT$ 。但在时延-多普勒2维平面上，当两个或多个目标的时延参数落在同一聚焦区时，只要它们的多普勒参数没有落在同一聚焦区，我们仍然能够将它们分辨出来，反之亦然。因此， $FD^2TF$ 算法能够分辨出相近参数目标的条件为

$$\Delta\tau > T/K \text{ 或 } \Delta v > 2\pi/PT \quad (12)$$

其中， $\Delta\tau$ 和 $\Delta v$ 分别代表两个目标时延和多普勒参数的差值。

进行估计时，为消除已估计参数对其它目标聚焦过程的影响，将已估计目标从聚焦函数中减去，即

$$\Psi(\tau, v)' = \Psi(\tau, v) - \tilde{a}_l s(\tau|\tilde{\tau}_l)g(v|\tilde{v}_l) \quad (13)$$

这样，我们就可以更加准确地估计出目标回波的时延、多普勒和幅值参数。

### 3.2 基于逆傅里叶变换的快速简化2维聚焦计算

从上文分析可以看出， $FD^2TF$ 算法是一个2维的搜索过程，计算量相对较大。为了在增加参数估计网格密度的同时降低2维聚焦过程的计算量，本文利用快速傅里叶变换(FFT)算法特点，借助逆FFT简化2维聚焦过程的计算量。为了增加参数估计精度，需要增加参数聚焦的网格密度。为了克服傅里叶系数的非连续性，借鉴升采样算法，对采集的傅里叶系数进行插零值处理。假设图1结构采样的第 $p$ 个PRI内的第 $i$ 段傅里叶系数用列向量表示为

$\mathbf{y}_p^i, i = 0, 1, \dots, I-1$ ，那么插值后第 $p$ 个PRI内的采样值表示为

$$\mathbf{Y}_p = [0, \dots, (\mathbf{y}_p^0)^T, 0, \dots, (\mathbf{y}_p^{I-1})^T, \dots, 0]^T \quad (14)$$

将所有 $P$ 组采样值写成矩阵形式并插零

$$\mathbf{Y}_{M \times Q} = [\mathbf{Y}_0, \mathbf{Y}_1, \dots, \mathbf{Y}_{P-1}, \mathbf{0}, \dots, \mathbf{0}] \quad (15)$$

其中， $\mathbf{0}$ 代表零向量。假设插值后的采样矩阵 $\mathbf{Y}_{M \times Q}$ 是 $M$ 行 $Q$ 列的。对矩阵 $\mathbf{Y}_{M \times Q}$ 进行2维逆FFT可以得到

$$\Psi_{M \times Q}(\tau, v) = MQ \left\{ \text{IFFT}_Q \left\{ \left\{ \text{IFFT}_M \{ \mathbf{Y}_{M \times Q} \} \right\}^T \right\}^T \right\} \quad (16)$$

其中， $\text{IFFT}_M \{ \mathbf{Y}_{M \times Q} \}$ 表示对矩阵 $\mathbf{Y}_{M \times Q}$ 的每一列进行 $M$ 点的逆FFT运算。表1给出了直接多普勒聚焦与逆FFT方法计算量对比，采用逆FFT方法大大降低了聚焦算法的计算量，且矩阵 $\mathbf{Y}_{M \times Q}$ 的行数 $M$ 和列数 $Q$ 越大，计算量降低效果越明显。此时，由于插零方法的使用，时延和多普勒参数的聚焦网格间隔分别为 $2\pi/QT$ 和 $T/M$ ，大于直接运用采样值计算能够达到的网格密度。表2中将整个算法过程总结为算法1。

### 3.3 信噪比分析

在无噪声的情况下 $FD^2TF$ 方法能够有效地估计雷达回波参数。然而在实际工程中，噪声是广泛存在的。为方便分析，脉冲波形 $h(t)$ 简化为狄拉克脉冲，其傅里叶系数为 $H(k) = 1$ 。在噪声环境，回波信号表示为

$$\hat{x}(t) = x(t) + w(t) \quad (17)$$

表1 直接多普勒聚焦与逆FFT方法计算量对比

| 方法     | 直接多普勒聚焦计算   | 逆FFT计算                              |
|--------|-------------|-------------------------------------|
| 复数乘法次数 | $MQ(M+Q)$   | $\frac{MQ}{2}(\log_2 M + \log_2 Q)$ |
| 复数加法次数 | $MQ(M+Q-2)$ | $MQ(\log_2 M + \log_2 Q)$           |

表2 脉冲-多普勒2维聚焦算法雷达信号参数估计过程(算法1)

|           |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>输入</b> | 傅里叶系数 $\mathbf{Y}_p[k]$ ；PRI数 $P$ ；每个PRI采集傅里叶系数个数 $K$ ；脉冲重复间隔 $T$ ；目标个数 $L$ 。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| <b>输出</b> | 信号参数 $\{a_l, \tau_l, v_l\}_{l=0}^{L-1}$ 。                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
| <b>步骤</b> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1: 根据式(14)~(16)完成采样数据插值及时延-多普勒2维聚焦过程。</li> <li>2: 根据式(10)计算目标幅值<math>\tilde{a}_l</math>。</li> <li>3: 根据式(11)确定信号的时延和多普勒参数<math>(\tilde{\tau}_l, \tilde{v}_l)</math>。</li> <li>4: 根据式(13)去除已估计目标信号对其他目标参数估计的影响。</li> <li>5: 重复步骤3~5直到获得所有<math>L</math>个目标参数。</li> <li>6: 输出估计参数<math>\{\tilde{a}_l, \tilde{\tau}_l, \tilde{v}_l\}_{l=0}^{L-1}</math>。</li> </ol> |

其中,  $w(t)$ 是均值为0方差为 $\sigma^2$ 的高斯白噪声。此时, 傅里叶系数变成

$$\hat{Y}_p[k] = Y_p[k] + W_p[k] / \left( \frac{1}{T} H(k) \right) = Y_p[k] + T \cdot W_p[k] \quad (18)$$

其中,  $W_p[k]$ 是噪声函数 $w(t)$ 的傅里叶系数。此时系数中噪声项的能量为 $E[|T \cdot W_p[k]|^2] = \sigma^2 T$ 。将傅里叶系数写成 $L$ 个目标相加的形式 $\hat{Y}_p[k] = \sum_{l=0}^{L-1} Y_p^l[k] + T \cdot W_p[k]$ , 其中,  $Y_p^l[k] = a_l e^{-jv_l p T} e^{-j2\pi k \tau_l / T}$ 为第 $l$ 个目标的傅里叶系数。因此, 在傅里叶系数 $\hat{Y}_p[k]$ 的SNR为

$$\Gamma_p^l = \frac{|X_p^l[k]|^2}{E[|W_p[k]|^2]} = \frac{|a_l e^{-jv_l p T} e^{-j2\pi k \tau_l / T}|^2}{\sigma^2 T} = \frac{|a_l|^2}{\sigma^2 T} \quad (19)$$

根据式(6)和式(8), 在噪声情况下, 聚焦后的傅里叶系数可以表示为

$$\hat{\Psi}(\tau, v) = \Psi(\tau, v) + \psi(\tau, v) \Big|_{\substack{|\tau - \tau_l| < T/2K \\ |v - v_l| < \pi/P T}} \Psi^l(\tau, v) + \psi(\tau, v) \quad (20)$$

其中,  $\Psi^l(\tau, v) = K P a_l$ 是第 $l$ 个目标的聚焦函数,  $\psi(\tau, v) = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{k=0}^{K-1} T \cdot W_p[k] e^{j2\pi k \tau / T} e^{jv p T}$ 是噪声的聚焦函数。聚焦后噪声信号的能量变为 $E[|\psi(\tau, v)|^2] = T^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{k=0}^{K-1} |e^{j2\pi k \tau / T} e^{jv p T}|^2 E[|W_p[k]|^2] = K P \sigma^2 T$ 。此时, 聚焦函数中的SNR为

$$\Xi^l = |\Psi^l(\tau, v)|^2 / E[|\psi(\tau, v)|^2] \quad (21)$$

将  $\Psi^l(\tau, v) = K P a_l$  和  $E[|\psi(\tau, v)|^2] = K P \sigma^2 T$  代入得

$$\Xi^l = K P |H(k)|^2 \frac{|a_l|^2}{\sigma^2 T} = K P \Gamma_p^l \quad (22)$$

可以看出, 通过频域的时延-多普勒2维聚焦过程, 理论上聚焦后傅里叶系数比聚焦前有大约 $K P$ 倍的SNR提升, 这大大提高了算法的抗噪性。

## 4 仿真结果及分析

理论分析证明了所提FD<sup>2</sup>TF方法估计PD信号参数的可行性和有效性, 本节通过仿真实验来对其进行验证。本节首先在不同噪声情况下分别探究了不同目标回波个数 $L$ 、不同发射脉冲个数 $P$ 以及不同采样傅里叶系数个数 $K$ 对所提FD<sup>2</sup>TF方法性能的影响, 然后用仿真证明了所提方法降低计算复杂度以及提高信噪比的有效性, 最后将FD<sup>2</sup>TF方法与多普勒聚焦(DF)方法<sup>[14]</sup>以及通用序列时延多普勒估计(GeSeDD)方法<sup>[15]</sup>在不同参数设置下分别进行了对比, 证明了所提方法的有效性。

**仿真实验1:** 本仿真探究不同目标回波个数 $L$ 对算法性能的影响。发射脉冲为sinc脉冲, 带宽10 MHz, PRI为1 ms, 每个PRI内目标回波个数分别设置为 $L = 2, 3, 4, 5$ 个。参照文献<sup>[19]</sup>, 采用4个采样通道, 调制信号 $p_1(t)$ 至 $p_4(t)$ 的频率分别设置为[28.37, 28.27, 27.645, 27.386] MHz, 调制信号 $p_0(t)$ 的频率为28.915 MHz。BPF的中心频率为29 MHz, 通带宽度为80 kHz, LPF的截止频率为125 kHz, 采样率为250 kHz。此时采样系统的总体采样率为1 MHz, 低于信号奈奎斯特频率20 MHz。采用 $P = 100$ 个发射脉冲, 每个PRI内获取 $K = 320$ 个傅里叶系数。聚焦网格密度参数分别为 $M = 10000$ 以及 $Q = 9600$ 。仿真实验在SNR为-40~0 dB下进行, 每个信噪比下进行1000次随机参数实验, 参数估计误差用归一化均方误差<sup>[13]</sup>(NMSE)衡量, 仿真实验结果如图3所示, 因为在时延-多普勒信号参数估计的主要任务时估计时延和多普勒参数, 因此本节中主要分析对比了时延和多普勒参数的估计精度。

在信噪比较低时(SNR为-36 dB左右)大部分情况下的参数NMSE值很高, 实际上这种情况下的估计是错误的, 这是因为较强的噪声使得参数估计方法失效了。在信噪比相对较高的情况下(SNR小于-20 dB), 参数估计精度均随着信噪比的提升而提高。在信噪比较高时, 不再是噪声而是聚焦网格密

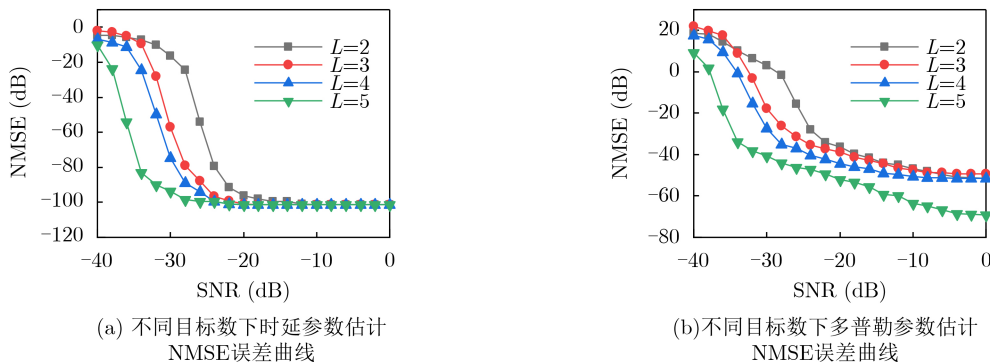


图3 不同目标回波个数下参数估计性能

度成为影响时延参数估计的主要因素,因此时延参数的估计精度不再提高。多普勒参数则因仍存在一定误差而继续保持估计精度的提升。对比多条曲线,时延数和多普勒参数的估计精度均随着目标回波个数的增加而降低。这是因为聚焦函数在聚焦区外仍有一定的能量,这就造成了不同目标参数的聚焦函数的相互干扰,目标回波数越多,对每个目标而言其聚焦区内混入的干扰就越多,因此参数估计精度随着目标回波个数的增多而下降。

**仿真实验2:** 本仿真探究不同发射脉冲数 $P$ 对参数估计性能的影响。实验所用脉冲数分别设置为 $P=50, 75, 100, 125$ 个,每个PRI内目标回波个数为 $L=4$ ,其它参数设置与仿真实验1相同。仿真实验在SNR为 $-40 \sim 0$  dB下进行,每个信噪比下进行1000次随机参数实验,仿真实验结果如图4所示。

在信噪比较低时,较强的噪声导致参数估计方法失效。当信噪比提升后(SNR为 $-30 \sim -20$  dB),参数的估计效果随着脉冲发射个数的增加而增加,但当脉冲发射个数从100增加到125时,参数估计精度的提升要小于脉冲发射个数从50提升到75时的参数估计性能提升。在较高信噪比时,因为聚焦网格的影响,时延参数估计精度不再提升,而多普勒参数仍存在一定误差且估计精度继续提升。从实验结果可以看出,提高脉冲发射个数可以提高方法参数

估计精度,但是当脉冲发射个数达到一定数值后,提升发射脉冲数所带来的参数估计精度提升变小,在应用时可以根据参数估计精度要求及噪声情况合理选择所需的发射脉冲数。

**仿真实验3:** 本仿真探究不同采样傅里叶系数个数 $K$ 对参数估计性能的影响。设置每个PRI内分别取 $K=200, 240, 280, 320$ 个傅里叶系数,每个PRI内目标回波个数为 $L=4$ ,其它参数设置与实验1相同。仿真实验在SNR为 $-40 \sim 0$  dB下进行,每个信噪比下进行1000次随机参数实验,仿真实验结果如图5所示。

在信噪比较低时,较强的噪声导致了参数估计方法的失效。当信噪比提升后(SNR为 $-30 \sim -24$  dB),对比不同曲线可以看出,随着傅里叶系数个数的增加,参数的估计效果也在逐步增加,但是当傅里叶系数个数从280增加到320时,参数估计精度的提升要远小于傅里叶系数个数从200提升到240时的参数估计性能提升效果。因此,提高脉冲发射个数可以提高该方法参数估计精度,但是当脉冲发射个数达到一定数值后,再提升发射脉冲数所带来的参数估计精度提升幅度降低,在实际使用时可以根据参数估计精度要求及噪声情况合理选择所需的发射脉冲数。

**仿真实验4:** 本仿真验证了所提FD<sup>2</sup>TF方法降低计算复杂度的有效性。为使结果更加直观,将目

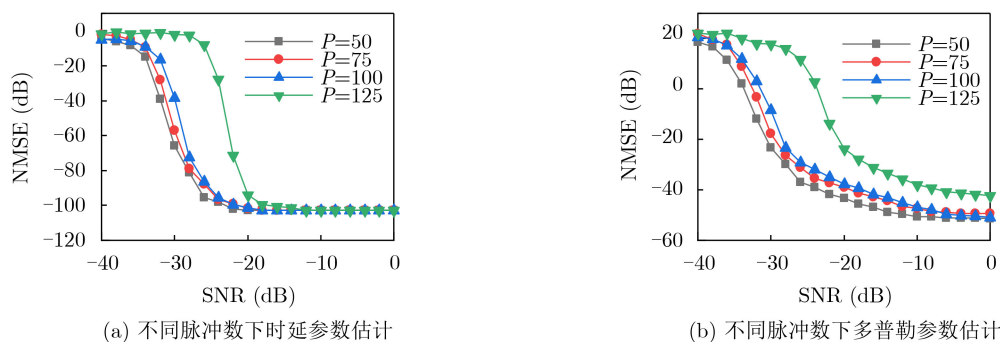


图4 不同发射脉冲数下参数估计NMSE误差曲线

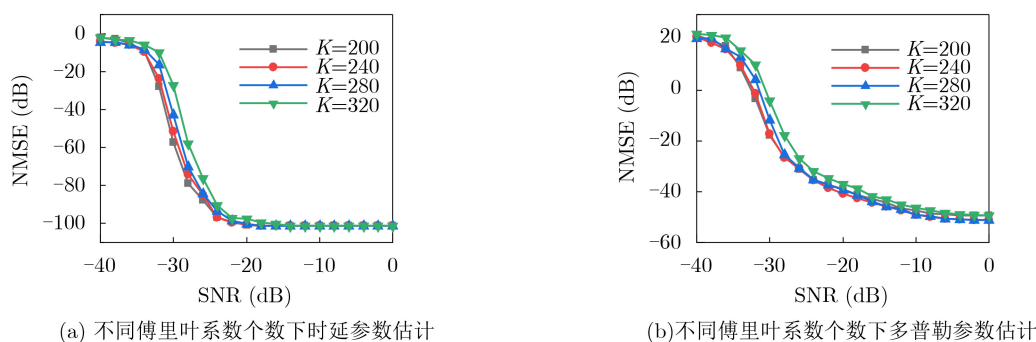


图5 不同傅里叶系数个数下参数估计NMSE误差曲线

标回波个数设置为 $L = 1$ ，信号信噪比设置为0 dB，时延和多普勒参数的聚焦网格数 $Q$ 和 $M$ 设置为相同且分别从1000点变化至10000点，其它参数设置与实验1相同。实验计算机采用3.2 GHz主频i7-8700处理器和16 GB内存，每个网格数下进行1000次随机实验，取平均运算时间作为运算复杂度的度量，实验结果如图6所示。

从实验结果可以看出，当网格数设置较低时，直接计算聚焦过程与逆FFT方法计算聚焦过程均用时较短，但是逆FFT方法用时更短。随着网格数的增加，直接计算方法的运算时间呈指数方式快速增加，而逆FFT方法用时增加相对平缓，在网格数达到10000点时仍然能够保持相对较低的计算时间。这与前文中的理论分析相吻合，验证了所提方法降低计算复杂度的有效性。

**仿真实验5：**本仿真验证了所提FD<sup>2</sup>TF方法在提高信噪比方面的有效性。为了使实验结果的展示更加直观，在仿真中被采样信号的信噪比设置为-30 dB，目标数设置为 $L = 1$ ，发射脉冲数 $P$ 和每个脉冲周期内采样的傅里叶系数个数 $K$ 设置为相等，其数值从100到1000变化。每组发射脉冲数和采样傅里叶系数个数下进行1000次随机实验，实验结果如图7所示。从实验结果可以看出，实际仿真计算得到的聚焦函数 $\Psi(\tau, \nu)$ 中的信噪比与根据式(29)计算的信噪比提升幅度十分接近，验证了所提方法在提高信噪比方面的有效性。

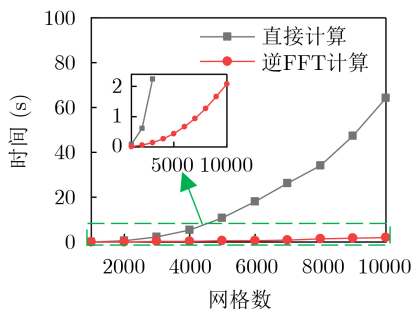


图6 不同网格数下计算量对比

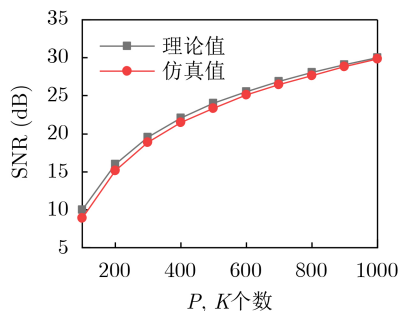


图7 不同 $P, K$ 个数下信噪比提升对比

**仿真实验6：**本仿真在不同信噪比以及不同实验参数设置下将所提FD<sup>2</sup>TF方法与DF和GeSeDD方法进行了对比分析。在对照组实验中，对于FD<sup>2</sup>TF方法，设置目标回波个数为 $L = 4$ ，其它参数设置与仿真实验1相同。对于DF方法，采用与本文相同的采样结构和采样参数进行采样，多普勒网格密度也设置相同。对于GeSeDD方法原文采用了基于CS的结构，该采样结构采样率相对FRI方法较高，且对噪声敏感。由于GeSeDD是一种通用方法且适用于FRI采样结构，为保证实验数据的可比性，与基于FRI采样结构的GeSeDD方法进行对比，但是GeSeDD方法的输入为连续的傅里叶系数。此外，为探究不同参数设置情况下本文方法与其它方法的对比，分别在目标回波个数 $L = 2$ ，发射脉冲个数 $P = 50$ ，以及每个脉冲周期内采样傅里叶系数 $K = 200$ 的参数设置下进行了3组实验。在这3组仿真实验中，除了标回波个数、发射脉冲个数、每个脉冲周期内采样傅里叶系数这3个参数之一与对照组实验不同外，其他实验参数设置均相同。仿真实验在SNR为-40~0 dB下进行，每个信噪比下进行1000次随机参数实验，仿真实验结果如图8所示。

从仿真结果可以看出，在较低信噪比时，较强噪声的存在导致所有参数估计方法都失效。随着信噪比的提高，算法的估计精度逐渐提高，可以看出所提FD<sup>2</sup>TF算法相比于DF和GeSeDD算法具有更好的估计性能，GeSeDD算法估计性能始终较差。特别是在较低的信噪比时(SNR为-30 dB左右)，FD<sup>2</sup>TF算法优势更加明显。例如，在对照组实验信噪比为-26 dB左右时，其它算法均已失效，而FD<sup>2</sup>TF算法仍然可以保持较高的估计精度，这充分说明了所提算法具有较好的抗噪性。当信噪比较高时，FD<sup>2</sup>TF算法和DF算法具有相当的时延参数估计精度，这是因为此时噪声已经不是影响估计精度的主要因素，参数网格密度决定了参数估计的性能表现。

## 5 结论

本文基于有限新息率采样理论，提出了一种用于脉冲多普勒雷达参数估计的频域时延-多普勒2维聚焦算法。该方法在有效降低宽带脉冲信号采样率的同时，避免了参数顺序估计中误差累积的问题。在2维聚焦过程中，该方法能够有效提高接收信号信噪比，具有很好的抗噪性能。同时，逆傅里叶变换方法的引入大大降低了2维聚焦算法的计算量。理论分析和仿真结果充分证明了该方法的有效性。

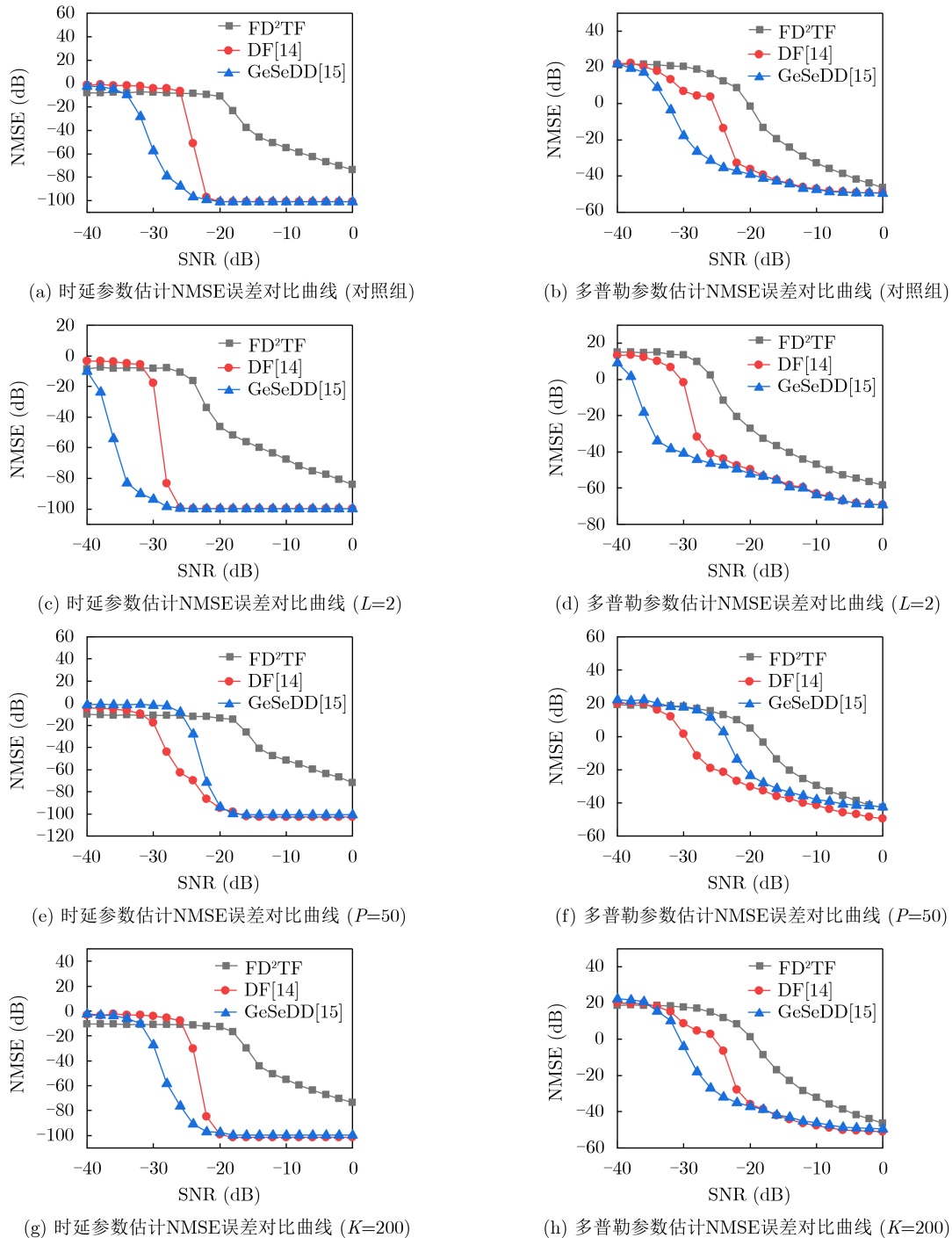


图8 不同信噪比下方法对比NMSE曲线

## 参考文献

- [1] ALABASTER C, 著. 张伟, 刘洪亮, 刘朋, 等译. 脉冲多普勒雷达——原理、技术与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2016. ALABASTER C, Write, ZHANG Wei, LIU Hongliang, LIU Peng, *et al.*, translation. Pulse Doppler Radar——Principles, Technology, Applications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2016.
- [2] 曹成虎, 赵永波, 索之玲, 等. 基于频谱校正的中国余数定理多普勒频率估计算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(12): 2903–2910. doi: [10.11999/JEIT181102](https://doi.org/10.11999/JEIT181102).
- [3] CAO Chenghu, ZHAO Yongbo, SUO Zhiling, *et al.* Doppler frequency estimation method based on Chinese Remainder Theorem with spectrum correction[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2019, 41(12): 2903–2910. doi: [10.11999/JEIT181102](https://doi.org/10.11999/JEIT181102).
- [3] 李迎春, 王国宏, 关成斌, 等. 速度拖引干扰和杂波背景下脉冲多普勒雷达目标跟踪算法[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(4): 989–994. doi: [10.11999/JEIT140856](https://doi.org/10.11999/JEIT140856).
- LI Yingchun, WANG Guohong, GUAN Chengbin, *et al.* Algorithm for target tracking with pulse Doppler radar in

- the presence of velocity gate pull off/in jamming and clutter environment[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(4): 989–994. doi: [10.11999/JEIT140856](#).
- [4] CANDES E J, ROMBERG J, and TAO T. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(2): 489–509. doi: [10.1109/TIT.2005.862083](#).
- [5] 马彬, 王宏明, 谢显中. 基于二项分布改进的宽带压缩频谱检测方案[J]. 电子学报, 2020, 48(2): 243–248. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2020.02.003](#).
- MA Bin, WANG Hongming, and XIE Xianzhong. An improved wideband compressed spectrum sensing scheme based on binomial distribution[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2020, 48(2): 243–248. doi: [10.3969/j.issn.0372-2112.2020.02.003](#).
- [6] 张波, 刘郁林, 王开. 稀疏随机矩阵有限等距性质分析[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(1): 169–174. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00023](#).
- ZHANG Bo, LIU Yulin, and WANG Kai. Restricted isometry property analysis for sparse random matrices[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(1): 169–174. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00023](#).
- [7] HERMAN M A and STROHMER T. High-resolution radar via compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(6): 2275–2284. doi: [10.1109/TSP.2009.2014277](#).
- [8] ZHANG Jindong, ZHU Daiyin, and ZHANG Gong. Adaptive compressed sensing radar oriented toward cognitive detection in dynamic sparse target scene[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(4): 1718–1729. doi: [10.1109/TSP.2012.2183127](#).
- [9] TEKE O, GURBUZ A C, and ARIKAN O. A robust compressive sensing based technique for reconstruction of sparse radar scenes[J]. *Digital Signal Processing*, 2014, 27: 23–32. doi: [10.1016/j.dsp.2013.12.008](#).
- [10] VETTERLI M, MARZILIANO P, and BLU T. Sampling signals with finite rate of innovation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(6): 1417–1428. doi: [10.1109/TSP.2002.1003065](#).
- [11] 王亚军, 李明, 刘高峰. 复杂脉冲序列的有限新息率采样方法[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(7): 1606–1611. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01329](#).
- WANG Yajun, LI Ming, and LIU Gaofeng. Sampling complex pulse streams with finite rate of innovation methods[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(7): 1606–1611. doi: [10.3724/SP.J.1146.2012.01329](#).
- [12] 王亚军, 李明, 刘高峰. 基于改进指数再生采样核的有限新息率采样系统[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(9): 2088–2093. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00059](#).
- WANG Yajun, LI Ming, and LIU Gaofeng. Finite rate of innovation sampling system based on modified exponential reproducing sampling kernel[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(9): 2088–2093. doi: [10.3724/SP.J.1146.2013.00059](#).
- [13] BAJWA W U, GEDALYAHU K, and ELDAR Y C. Identification of parametric underspread linear systems and super-resolution radar[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(6): 2548–2561. doi: [10.1109/TSP.2011.2114657](#).
- [14] BAR-ILAN O and ELDAR Y C. Sub-Nyquist radar via Doppler focusing[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2014, 62(7): 1796–1811. doi: [10.1109/TSP.2014.2304917](#).
- [15] CHEN Shengyao, XI Feng, and LIU Zhong. A general sequential delay-Doppler estimation scheme for sub-Nyquist pulse-Doppler radar[J]. *Signal Processing*, 2017, 135: 210–217. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.01.012](#).
- [16] CHEN Shengyao, XI Feng, and LIU Zhong. A general and yet efficient scheme for sub-Nyquist radar processing[J]. *Signal Processing*, 2018, 142: 206–211. doi: [10.1016/j.sigpro.2017.07.018](#).
- [17] SKOLNIK M I. Radar Handbook[M]. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [18] GEDALYAHU K, TUR R, and ELDAR Y C. Multichannel sampling of pulse streams at the rate of innovation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2011, 59(4): 1491–1504. doi: [10.1109/TSP.2011.2105481](#).
- [19] ITZHAK G, BARANSKY E, WAGNER N, et al. A hardware prototype for sub-Nyquist radar sensing[C]. SCC 2013; 9th International ITG Conference on Systems, Communication and Coding, Munich, Germany, 2013: 1–6.
- [20] BARANSKY E, ITZHAK G, WAGNER N, et al. Sub-Nyquist radar prototype: Hardware and algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2014, 50(2): 809–822. doi: [10.1109/TAES.2014.120475](#).
- 尉志良: 男, 1994年生, 博士生, 研究方向为欠奈奎斯特采样、有限新息率采样理论.
- 付宁: 男, 1979年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为信息域采样理论及技术、稀疏信号处理及压缩感知、自动测试技术等.
- 乔立岩: 男, 1973年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据采集技术、大容量数据记录技术和测试信息处理等.

责任编辑: 陈倩