

## 高效 QC-LDPC 预编码 Raptor 编码协作方案

包建荣<sup>\*①②</sup> 何丹<sup>①</sup> 许晓荣<sup>①</sup> 姜斌<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(杭州电子科技大学通信工程学院 杭州 310018)

<sup>②</sup>(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:** 传统协作通信常采用译码转发(DF)协议。而该协议在源-中继节点链路通信质量较差情况下, 易出现误码传播现象。为了改进该问题, 该文提出可应用于编码协作(CC)机制的 Raptor 编码协作方案, 其可在高信噪比下获得较大编码增益和满分集增益。它在源节点和中继节点使用不同 Raptor 编码, 使中继节点新编码码字为源节点码字的部分校验信息, 使接收端所得码字独立不等。因此, 目的节点在分别接收来自不同独立链路消息后, 可根据码字间固有关系联合译码, 以获得额外发送空间分集增益。为了降低复杂度, Raptor 码的预编码还可采用整数序列构造的准循环低密度奇偶校验(QC-LDPC)码, 从而获得较低线性预编码复杂度。仿真表明: 在误比特率(BER)为  $10^{-4}$  时, 所提 Raptor 编码协作方案较传统 DF 协议 Raptor 方案, Raptor 与分布式空时分组码(DSTBC)结合方案, 分别有 2 dB 和 1 dB 增益。此外, 当中断概率为  $10^{-2}$  时, 其性能较 CC, DF 协作方案提高了约 2 dB 和 7 dB。

**关键词:** Raptor 编码协作; 误比特率; 中断概率; 准循环低密度奇偶校验码; 整数序列

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2017)03-0554-07

DOI: 10.11999/JEIT160400

## Efficient Raptor Coded Cooperation Scheme via QC-LDPC Pre-coding

BAO Jianrong<sup>①②</sup> HE Dan<sup>①</sup> XU Xiaorong<sup>①</sup> JIANG Bin<sup>①</sup>

<sup>①</sup>(School of Telecommunication Engineering, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

<sup>②</sup>(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** Traditionally, the cooperative communications usually uses Decode-and-Forward (DF) strategy. However, there is easily error propagation phenomenon by the strategy, when the quality of the communication link between source and relay is poor. To solve the problem, a novel Raptor coded cooperation scheme, which can be used in the Coded Cooperation (CC) strategy, is proposed to achieve rather high coding gains and full diversity gains in high Signal-to-Noise Ratio (SNR) regime. In this scheme, different Raptor codes are employed at the source and relay nodes, so the codeword at each node is independent and unequal. Meanwhile, the codeword at relay node is the parity check section of the codeword at the source node. Therefore, after receiving the data transmitted from different independent links, the destination node tries to decode them jointly by the intrinsic relationship among them, to obtain additionally spatial diversity gains in transmission. In addition, in order to reduce the complexity of Raptor encoding and decoding, the Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check (QC-LDPC) codes are constructed by integer sequence and employed as the pre-coding. Simulations indicate that the proposed Raptor CC scheme achieves 2 dB and 1 dB performance gains compared with those of the traditional DF based one and a scheme with the combination of a Raptor code and a Distributed Space-Time Block Code (DSTBC), respectively, at Bit Error Rate (BER) of  $10^{-4}$ . Moreover, the performance improves about 2 dB and 7 dB at the outage of  $10^{-2}$ , when compared with those of the CC strategy and DF strategy, respectively.

**Key words:** Raptor coded cooperation; Bit Error Ratio (BER); Outage probability; Quasi-Cyclic Low-Density Parity-Check (QC-LDPC) code; Integer sequence

### 1 引言

由于无线信道的衰落特性, 其信道状态信息

(CSI)一般随时间和空间快速变化。对于存在多条传输链路的协作通信系统, 通过向发送端反馈信息来准确估计所有 CSI 将难以实现。传统固定码率编码方案无法在发送端未知 CSI 情况下使系统中断概率接近零, 而喷泉码的无码率特性正好能解决该问题。2006 年, Shokrollahi<sup>[1]</sup>所提 Raptor 码, 实现了近乎理想的无码率编译码。目前, 多数协作 Raptor 编码方案都在 DF 协议下展开研究<sup>[2-5]</sup>。但在该类实时多跳中继系统中, 使用无码率编码会造成端到端较大时延, 从而影响系统性能。而通过节点间协作转发, 该问题能得到解决。其中, CC 协议<sup>[6]</sup>为典型协作前传方案。在 CC 协议下, 用户分别发送码字不同部

收稿日期: 2016-04-22; 改回日期: 2016-09-02; 网络出版: 2016-10-21

\*通信作者: 包建荣 baojr@hdu.edu.cn

基金项目: 浙江省自然科学基金(LZ14F010003, LY15 F010008), 国家自然科学基金(61471152), 东南大学移动通信国家重点实验室开放研究基金(2014D02), 浙江省公益性技术应用研究计划(2015C31103)

Foundation Items: Zhejiang Provincial National Natural Science Foundation (LZ14F010003, LY15F010008), The National Natural Science Foundation of China (61471152), The Open Research Fund of National Mobile Communications Research Laboratory Southeast University (2014D02), Zhejiang Provincial Science and Technology Plan Project (2015C31103)

分, 接收端通过相互独立信道接收到各用户信息, 从而实现发送空间分集。文献[7]基于双工非正交多址接入信道, 研究了双用户无码率编码协作系统如何在低功耗下降低系统中断概率, 其在多址接入信道下采用了复 Raptor 码和重叠 Raptor 码, 故目的节点译码复杂度过高。在此, 为在高信噪比下获得较大编码增益和满分集增益, 提出了一种可应用于 CC 机制的 Raptor 编码协作方案。

2006 年 Shokrollahi 提出的 Raptor 码, 其预编码采用了 LDPC 码<sup>[8]</sup>。LDPC 码是线性分组码的一种, 其校验矩阵为稀疏矩阵。根据校验矩阵构造方式不同, 可分为随机和结构化 LDPC 码。随机构造的码字纠错性能较好, 但因校验矩阵随机性, 编码复杂度高, 且译码校验矩阵存储量大。QC-LDPC 码为结构化码字, 是 LDPC 码的一类子码。它由一些循环移位矩阵构成, 其编码复杂度与码长成线性关系。鉴于 QC-LDPC 码优越性, 现已有大量研究应用<sup>[9-11]</sup>。对于点对点通信, 文献[9]运用等差数列构造了列重为 3, 围长至少为 8 的 QC-LDPC 码; 文献[11]提出了一种围长为 8 的规则 QC-LDPC 码的确定性构造方法。对于多源协作通信, 文献[12]对中继和源节点开展了 QC-LDPC 码的联合协作编码设计。在现有 QC-LDPC 码基础上, 采用 3 种不同整数序列——Fibonacci, Dayan 和素数序列<sup>[13, 14]</sup>构造高性能 QC-LDPC 码。该类码可由数列循环因子直接构造其校验矩阵, 能节省更多存储空间, 且有准循环结构。它们均无周长为 4 的短环, 且相对随机构造的 LDPC 码有较好 BER 性能。

本文研究了半双工下三节点中继模型 Raptor 编码协作方案。通过引入 CC 协议, 将 Raptor 码不同码字部分通过不同链路传到目的节点, 目的节点根据码字间关系译码, 实现发送空间分集。QC-LDPC 码相对随机构造码字有更简单编码结构和更低复杂度。故在此采用 3 种整数序列构造的 QC-LDPC 预编码。通过对所提方案误比特率和中断概率理论分析和数值仿真, 验证了本文方案在误比特率和中断概率等性能方面, 相对传统 Raptor 编码协作方案都有较大提高。

## 2 Raptor 编码协作

Raptor 码由内码和外码组成, 内码为一个弱化的 LT 码, 外码为传统纠错码, 即 Raptor 码的预编码。在预编码过程中, 首先将原始输入符号通过外码转换为中间编码符号。然后, 将中间编码符号作为 LT 码输入。故在 Raptor 译码中, LT 码译码只需恢复固定比例中间编码符号, 再经过外码译码, 即可恢复所有输入符号。由中间编码所处层次, 可划分为单层和多层校验预编码。若 Raptor 码采用单

层校验预编码, 中间一层节点即为中间编码校验单元。输入单元到中间编码校验单元的映射可用多种编码, 在此选用 LDPC 码。

对于所提 Raptor 编码协作方案, 首先设计 LDPC 预编码。其编码协作原理如下所示<sup>[5]</sup>: 信息位长为  $K$ , 两个 LDPC 码的码长分别为  $N_1, N_2$ , 码率分别为  $R_1 = K/N_1$  和  $R_2 = K/N_2$ 。如果两个码字校验矩阵分别为  $\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2$ , 那么矩阵  $\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix}$  也是一个码长为  $N = N_1 + N_2$  的 LDPC 码校验矩阵, 其码率为  $R = K/N$ 。在该情况下, 由  $\mathbf{H}_1$  和  $\mathbf{H}_2$  可得 LDPC-1 和 LDPC-2 码对应生成矩阵分别为  $\mathbf{G}_1$  和  $\mathbf{G}_2$ , 则  $\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix}$  即为校验矩阵  $\mathbf{H}$  对应的生成矩阵。根据 LDPC 码性能, 有

$$\mathbf{G}\mathbf{H}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & \mathbf{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T \\ \mathbf{H}_2^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1\mathbf{H}_1^T + \mathbf{G}_2\mathbf{H}_2^T \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (1)$$

在 Raptor 编码协作中, 对于时分半双工三节点中继信道, 在第 1 时隙, 源节点(S)采用 LDPC-1 预编码后再进行无码率编码, 此过程即为 Raptor-1 编码, 源节点将 Raptor-1 编码后数据广播到目的节点(D)和中继节点(R); 在第 2 时隙, 中继节点 Raptor-1 译码, 先将译码后数据信息比特提取, 后采用 LDPC-2 码预编码, 并随后执行无码率编码, 该过程为 Raptor-2 编码。同时, 源节点 Raptor-1 编码, 目的节点接收来自源节点和中继节点信息后译码。另外, 对于协同系数  $\alpha$ , 有  $N_1 = \alpha N$ ,  $N_2 = (1 - \alpha)N$ 。故 LDPC 码的码长和码率可由系数  $\alpha$  灵活设计。

在第 1 时隙, 中继节点和目的节点的译码结果存在着 4 种可能情况: (1) 中继节点和目的节点都译码失败; (2) 中继节点译码成功, 目的节点译码失败; (3) 中继节点译码失败, 目的节点译码成功; (4) 中继节点和目的节点都译码成功。

在实践中, 一般中继 R 都位于 S-D 之间, 则 S-R 链路译码成功概率远大于 S-D 链路译码成功概率, 故在此主要分析情况(2)。当中继节点译码成功, 而在目的节点译码失败时, 则在第 2 时隙中, 源节点使用 Raptor-1 编码, 而在中继节点 Raptor-2 编码。由于源节点和中继节点采用不同 Raptor 编码, 且两码字相关联, 则目的节点在接收到信息后可联合译码。根据上述原理, 可得其单层校验预编码示意图如图 1 所示。

在图 1 中, S-D 链路采用 Raptor-1 编码, 其中 Raptor-1 是基于校验矩阵  $\mathbf{H}_1$  对应的 LDPC-1 预编码。R-D 链路采用 Raptor-2 编码。其中, Raptor-2 是基于校验矩阵  $\mathbf{H}_2$  对应的 LDPC-2 预编码。在目的

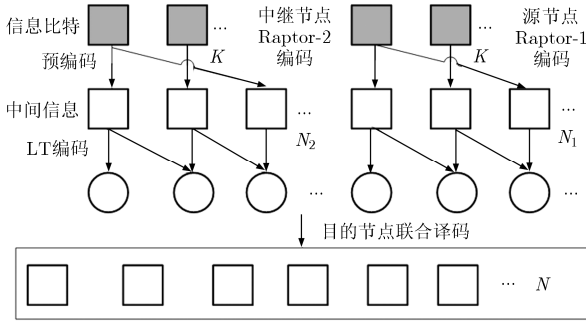


图 1 Raptor编码协作的单层校验预编码示意图

节点接收到 S-D 和 R-D 链路信息后, 整个过程相当于实现了 Raptor 编码。其中, Raptor 码是基于式(1)所示校验矩阵  $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1 \ \mathbf{H}_2]$  对应的 LDPC 预编码, 且由 LDPC-1 和 LDPC-2 码组成。相对于传统协作 Raptor 编码系统, 它通过中继节点重新编码传递了不同校验信息。即相当于将空域分集和码域分集相结合, 从而改善目的节点译码性能。

### 3 性能分析

对于时分半双工三节点中继系统, 在第 1 时隙, 源节点 S 将信号  $x_{s,1}$  同时广播给中继节点 R 和目的节点 D。则目的节点 D 和中继节点 R 接收的信号分别为

$$y_{sd} = \sqrt{P_{S,1}} h_{sd} x_{s,1} + n_{sd} \quad (2)$$

$$y_{sr} = \sqrt{P_{S,1}} h_{sr} x_{s,1} + n_{sr} \quad (3)$$

在第 2 时隙, 源节点 S 和中继节点 R 同时发送数据信息。则目的节点 D 在第 2 时隙接收的信号为

$$y_d = \sqrt{P_{S,2}} h_{sd} x_{s,2} + \sqrt{P_R} h_{rd} x_r + n_{rd} \quad (4)$$

其中,  $P_{S,1}$ ,  $P_{S,2}$ ,  $P_R$  为源节点 S 在第 1, 2 时隙发送功率和中继节点 R 的发送功率,  $h_{sd}$ ,  $h_{sr}$  和  $h_{rd}$  分别是 S-D, S-R 和 R-D 链路信道系数, 服从均值为 0, 方差分别为  $\delta_{sd}^2$ ,  $\delta_{sr}^2$  和  $\delta_{rd}^2$  复高斯随机分布, 且其包络服从瑞利分布。  $x_{s,1}$ ,  $x_{s,2}$  和  $x_r$  分别为源节点 S 在第 1, 2 时隙发送信号和中继节点 R 发送信号。  $n_{sd}$ ,  $n_{sr}$  和  $n_{rd}$  都是服从均值为 0, 方差为  $N_0$  的复高斯随机分布的高斯加性白噪声(AWGN)。

#### 3.1 误比特率分析

根据上述分析, 在发送端未知 CSI 情况下研究编码协作系统的 BER 性能。根据成对错误概率(PEP)理论, 对于一个编码协作系统, 若发送码字为  $\mathbf{c} = [c(1), c(2), \dots, c(N)]$ , 经二进制相移键控(BPSK)调制后发送到目的节点, 对其 MAP 译码, 能检测出错误图样  $\mathbf{e} = [e(1), e(2), \dots, e(N)]$  的 PEP 可表示为<sup>[15,16]</sup>

$$P(\mathbf{c} \rightarrow \mathbf{e} | \gamma) = Q \left[ \sqrt{\frac{2}{d} \left( \sum_{n \in \eta} \gamma(n) + 2 \sum_{i, j \in \eta, i < j} \sqrt{\gamma(i)\gamma(j)} \right)} \right] \quad (5)$$

其中,  $Q(x)$  为高斯 Q 函数,  $\gamma(n)$  为接收第  $n$  个字符瞬时接收信噪比(SNR),  $\eta$  为向量  $\mathbf{c}(n) \neq \mathbf{e}(n)$  的集合。而  $\mathbf{c}$  与  $\mathbf{e}$  向量之间不同值个数定义为汉明距离  $d$ 。假设一个线性码字的错误概率与所发送码字不相关, 则条件 PEP 可定义为  $P(d | \gamma)$ 。

在慢衰落信道下, 衰落系数在一个码字传输时间内保持不变。则在第 1 时隙中发生第(2)种情况时, 式(5)可表示为

$$p(d | \gamma_{sd} \gamma_{rd}) = Q \left[ \sqrt{\frac{2}{d} (d_1 \gamma_{sd} + d_2 \gamma_{rd})} \right] \quad (6)$$

其中,  $\gamma_{sd}$  和  $\gamma_{rd}$  分别为 S-D 和 R-D 链路瞬时信噪比,  $d_1$ ,  $d_2$  分别为 S-D 和 R-D 链路中发送码字和错误图样的汉明距离。故源节点到目的节点发送码字和错误图样的汉明距离可表示为:  $d = d_1 + d_2$ 。

为了获得无条件 PEP, 需对式(6)求平均, 并由此得

$$\begin{aligned} p(d) &= E_{\gamma} \left[ Q \left[ \sqrt{\frac{2}{d} (d_1 \gamma_{sd} + d_2 \gamma_{rd})} \right] \right] \\ &= E_{\gamma} \left[ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp \left[ -\frac{\left( \frac{2}{d} (d_1 \gamma_{sd} + d_2 \gamma_{rd}) \right)^2}{\sin^2 \theta} \right] d\theta \right] \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left( 1 + \frac{d_2 \bar{\gamma}_{rd}}{d \sin^2 \theta} \right)^{-1} \left( 1 + \frac{d_1 \bar{\gamma}_{sd}}{d \sin^2 \theta} \right)^{-1} d\theta \quad (7) \end{aligned}$$

其中,  $\bar{\gamma}_{rd}$ ,  $\bar{\gamma}_{sd}$  分别为 R-D 和 S-D 链路的平均信噪比。由式(7)可得 PEP 的上界为

$$p(d) \leq \frac{1}{2} \left( \frac{d}{d + d_2 \bar{\gamma}_{rd}} \right) \left( \frac{d}{d + d_1 \bar{\gamma}_{sd}} \right) \quad (8)$$

假设第 2 节分析的 LDPC-1 和 LDPC-2 的最小汉明距离分别为  $d_1^{\min}$  和  $d_2^{\min}$ , 其对应校验矩阵  $\mathbf{H}_1$  和  $\mathbf{H}_2$  的最小列重分别为  $j_1$  和  $j_2$ 。则有

$$d_1^{\min} \geq j_1 + 1, \quad d_2^{\min} \geq j_2 + 1 \quad (9)$$

由关系式:  $d = d_1 + d_2$ , 可得

$$d^{\min} \geq j_1 + j_2 + 2 \quad (10)$$

根据式(9)和式(10), 式(8)可表示为

$$\begin{aligned} p(d) &\leq \frac{1}{2} \left( \frac{j_1 + j_2 + 2}{j_1 + j_2 + 2 + (j_2 + 1) \bar{\gamma}_{rd}} \right) \\ &\quad \cdot \left( \frac{j_1 + j_2 + 2}{j_1 + j_2 + 2 + (j_1 + 1) \bar{\gamma}_{sd}} \right) \quad (11) \end{aligned}$$

由式(11)知, 当 S-R 链路较好时, 即在第 1 时隙出现情况(2), 此时系统可获得的接收分集阶数为 2; 当 S-D 和 R-D 链路较好时, 若 LDPC 码校验矩阵中最小列重越大, 则其 PEP 越小。

对于一个 Raptor 码  $(k, C, \Omega(x))$ , 其 BER 可用

有限长 LT 码和预编码码字分析。设预编码码字长度为  $n$ , 对于任何  $l$  有  $0 \leq l \leq n$ , 可定义  $p_l$  为 LT 码的误比特率。另外, 用  $q_l$  表示预编码码字的误比特率。则该 Raptor 码的误比特率  $z$  可表示为<sup>[1]</sup>

$$z = \sum_{l=0}^n p_l q_{n-l} \quad (12)$$

因 LT 译码过程与所选预编码码字无直接关联, 故由式(12)得: 预编码码字误比特率越低, 则 Raptor 码误比特率也越低。根据式(11)和式(12)的结论, 可在此选用结构简单, 纠错性能好的整数序列构造的规则 QC-LDPC 预编码。

3 种整数序列分别为 Fibonacci, Dayan 和素数序列。其中, Fibonacci 和 Dayan 整数序列指循环移位因子为整数序列中的数。而素数序列指的是循环子矩阵的维度大小为素数。各循环移位因子可分别由  $P_{j,l} = F(j+l+2) + j$ ,  $P_{j,l} = D(j+2l) + j$  和  $P_{j,l} = (j \times l) \bmod p$  计算得到。其中,  $j = 0, 1, \dots, J-1$ ,  $l = 0, 1, \dots, L-1$ ;  $J$  和  $L$  分别为 QC-LDPC 码行重和列重;  $F(\cdot)$  和  $D(\cdot)$  函数分别是 Fibonacci 和 Dayan 表达式;  $p$  为循环子矩阵的维度大小。在素数整数序列中,  $p$  必须为素数。在其它两个整数序列中,  $p$  应大于循环移位因子集合中的最大值<sup>[13,14]</sup>。

### 3.2 中断概率分析

当数据传输速率超过信道最大容量时, 系统将会中断。故中断概率可表示为<sup>[17]</sup>

$$\begin{aligned} P_{\text{out}} &= p_r \{ \gamma < 2^R - 1 \} = \int_0^{2^R-1} p_r(\gamma) d\gamma \\ &= \int_0^{2^R-1} \exp(-\gamma/\Gamma) / \Gamma d\gamma = 1 - \exp(-(2^R - 1)/\Gamma) \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\gamma$  为接收信噪比,  $R$  为数据传输速率,  $\Gamma$  为链路平均信噪比。根据香农定理有信道容量  $C(x) \equiv \log_2(1+x)$ , 则式(13)可表示为

$$P_{\text{out}} = p_r \{ C(\gamma) < R \} \quad (14)$$

根据上述三节点中继模型, 分析 Raptor 编码协作系统的中断概率。对于所提 Raptor 编码协作方案, 在第 1 时隙, 若 S-D 和 S-R 链路信道容量都小于数据传输速率, 那么目的节点中断; 在第 2 时隙, 当 S-R 链路不中断且目的节点联合译码时, 则出现中断的场景是 S-D 链路和 R-D 链路的联合信道容量小于总数据传输速率。其中断概率可表示为

$$\begin{aligned} P_{\text{out}} &= p_r \{ C(\gamma_{\text{sd}}) < R \} p_r \{ C(\gamma_{\text{sr}}) < R \} \\ &\quad + p_r \{ C(\gamma_{\text{sr}}) \geq R \} p_r \{ C(\gamma_{\text{sd}}) + C(\gamma_{\text{rd}}) < 2R \} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $\gamma_{\text{sr}}$ ,  $\gamma_{\text{rd}}$  和  $\gamma_{\text{sd}}$  分别为 S-R, R-D 和 S-D 链路瞬时信噪比。

当各信道信噪比趋于无穷时, 采用泰勒级数展开, 则有:

$$p_r \{ C(\gamma) < R \} = (2^R - 1) / \Gamma + O(1/\Gamma^2) \quad (16)$$

$$p_r \{ C(\gamma) > R \} = \exp(-(2^R - 1)/\Gamma) = 1 + O(1/\Gamma) \quad (17)$$

根据式(16), 中断概率各部分计算分别为

$$p_r \{ C(\gamma_{\text{sd}}) < R \} p_r \{ C(\gamma_{\text{sr}}) < R \} = \frac{(2^R - 1)^2}{\Gamma_{\text{sr}} \Gamma_{\text{sd}}} + O\left(\frac{1}{\Gamma^3}\right) \quad (18)$$

$$\begin{aligned} &p_r \{ C(\gamma_{\text{sd}}) + C(\gamma_{\text{rd}}) < 2R \} \\ &= \int_0^{2^{2R}-1} \int_0^{f(\gamma_{\text{sd}})} p_{\gamma_{\text{sd}}}(\gamma_{\text{sd}}) p_{\gamma_{\text{rd}}}(\gamma_{\text{rd}}) d\gamma_{\text{rd}} d\gamma_{\text{sd}} \\ &= (2R2^{2R} \ln 2 - 2^{2R} + 1) / (\Gamma_{\text{sd}} \Gamma_{\text{rd}}) + O(1/\Gamma^3) \end{aligned} \quad (19)$$

其中,  $\Gamma_{\text{sr}}$ ,  $\Gamma_{\text{sd}}$  和  $\Gamma_{\text{rd}}$  分别为 S-R, S-D 和 R-D 链路的平均信噪比,  $f(\gamma_{\text{sd}}) = 2^{2R - \log_2(1+\gamma_{\text{sd}})} - 1$ 。

由上述分析, 可得该方案的中断概率为

$$P_{\text{out}} = \frac{(2^R - 1)^2}{\Gamma_{\text{sr}} \Gamma_{\text{sd}}} + \frac{2R2^{2R} \ln 2 - 2^{2R} + 1}{\Gamma_{\text{sd}} \Gamma_{\text{rd}}} + O\left(\frac{1}{\Gamma^3}\right) \quad (20)$$

由式(20)可得: 所提 Raptor 编码协作方案, 其中断概率与  $O(1/\Gamma^2)$  成正比, 分集级数为 2, 即可获得满分集增益。对于多中继场景, 需对预编码码字重新设计。各中继节点仍对其译码所得信息重新编码得到新的部分校验信息, 目的节点接收到各链路信息后联合译码, 故也可获满分集增益。

对于 CC 协议, 文献[17]分析了其中断概率性能。由于协作系数  $0 < \alpha < 1$ , 故有

$$(2^{R/\alpha} - 1)^2 / \Gamma_{\text{sr}} \Gamma_{\text{sd}} > (2^R - 1)^2 / \Gamma_{\text{sr}} \Gamma_{\text{sd}} \quad (21)$$

最后, 联立式(21)和文献[17]中的式(11)可得:

所提方案在高链路信噪比时, 比 CC 协议方案有更低的 中断概率。对于传统 DF 协议 Raptor 编码系统, 由文献[18](第 3 章)的式(3~6)到式(3~10)可知: 其中断概率与  $O(1/\Gamma)$  成正比, 故只能获得分集阶数 1。而本方案在上述式(11)所示的前提下, 可获得分集阶数 2, 从而较好地改善了系统性能。

## 4 数值仿真

3 种整数序列构造的 QC-LDPC 预编码仿真参数如下: 信道为 AWGN 信道, 采用 BPSK 调制。假设矩阵列重和行重分别为 3 和 6, 由文献[13]可知, 当  $J \times L = 3 \times 6$  时, 要构造 Fibonacci 数列 QC-LDPC 码, 则循环矩阵大小系数  $p = F(9) + 2 = 57$ ; 然而要构造 Dayan 数列 QC-LDPC 码, 则  $p = D(15) + 3 = 115$ ; 而由文献[14]可知,  $p$  必须为质数。综合考虑, 选取  $p = 337$ 。采用上述方法构造的 QC-LDPC 预编码, 码率为 1/2, 信息长度为 1011

bit。为了比较分析,在此给出同码率,同分布 Gallager 规则 LDPC 码<sup>[8]</sup>。Raptor 码采用文献[19]中的度分布,源数据在源节点 Raptor 编码。当目的节点接收到数据后,先执行内层 LT 码的软判决置信传播(BP)译码<sup>[20]</sup>,后执行外层线性译码,恢复出源数据信息。同时,将其与理想 LT 码 BER 性能比较,得仿真结果如图 2 所示。

在图 2 中,“\*-Raptor”标识为对应 LDPC 预编码的 Raptor 码。由图 2 可知,在相同信噪比下,Raptor 码通过预编码,其纠错能力得以提高,其误码性能要优于 LT 码。Raptor 码性能由外码 LDPC 预编码和内码 LT 码共同决定。Raptor 码使用内码 LT 码,保证其继承 LT 码的无码率性质,即可按需无限地生成编码数据包,使其具有喷泉码的编译码特性,来实现码率实时任意调节;Raptor 码采用外码,可实现在低编译码复杂度下,保证良好译码性能。另外,3 种整数序列构造的 QC-LDPC 预编码的 Raptor 码具有较好 BER 性能。其中,Fibonacci 整数序列的方案相对最优,在  $BER=10^{-5}$ ,相对于 Gallager,Dayan 和素数整数序列构造的 LDPC 预编码 Raptor 码分别约有 0.4 dB, 0.2 dB 和 0.3 dB 的增益。

针对典型三节点中继模型,假设各链路均为独立瑞利衰落信道,衰落系数在一个码字长度时间内保持不变。而传统 Raptor 编码都是在 DF 协议下分析的,参照文献[2]方案,仿真参数设置如下:设信源数据长度  $k$  为 900 bit,信源 S 和中继 R 均采用 Raptor 编码。使用码率为 0.9 的 LDPC 码作为 Raptor 预编码码字,则相应 LT 内码的输入符号  $n = k/0.9 = 1000$ 。为便于比较及分析,利用所提方案,选用素数整数序列构造 QC-LDPC 预编码。设 QC-LDPC 码的行重、列重分别为 10 和 1,循环子矩阵大小  $p$  必须为素数,在此选取  $p = 101$ ,则信

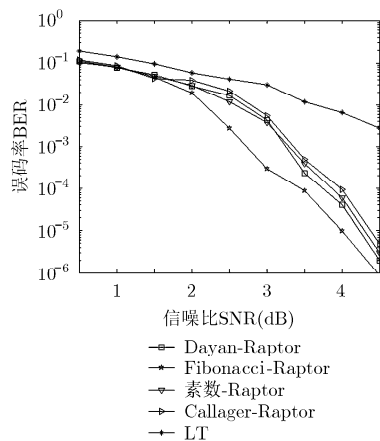


图 2 QC-LDPC 预编码的 Raptor 码性能

源数据长度为 909 bit。协作系数  $\alpha = 0.5$ ,信源 S 和中继 R 均采用 Raptor 编码,目的节点接收来自信源 S 和中继 R 的信息后联合译码。最后,其 BER 性能仿真如图 3 所示。

图 3 中“\*-SNR-sr=无穷大”,“\*-SNR-sr=5 dB”标识为对应 LDPC 预编码的 Raptor 码在 S-R 链路信噪比为无穷大和 5 dB 时的情况;“\*-无协作”标识为对应 LDPC 预编码的无协作 Raptor 编码系统。由图 3 可知,Raptor 编码协作系统 BER 性能远优于无编码协作系统。相对传统 DF 协议 Raptor 方案和 Raptor 与 DSTBC 结合方案<sup>[2]</sup>,在  $BER=10^{-4}$  时,本文提出的方案分别约有 2 dB 和 1 dB 增益。由式(20)知,CC 中继协议下所提方案,其接收分集阶数为 2。另外,由于 Raptor 码字不同部分通过不同独立链路发送,故可获得额外的发送空间分集增益。

对于本方案中断概率性能,采用典型三节点两跳协作通信仿真场景。首先,假设传输速率  $R = 0.5$ ,在各上行链路 S-D 和 R-D 具有相同信噪比时,比较了 S-R 链路信噪比分别为无穷大和 5 dB 时的情况。此外,在相同条件下,也给出了 CC 协议的中断概率性能。其仿真结果如图 4 所示。

由图 4 得:当 S-R 链路信噪比为无穷大时,两种方案有相同中断概率性能。而当 S-R 链路信噪比为 5 dB 时,本文方案中断概率性能相对 CC 协议更好,且在中断概率为  $10^{-2}$  时,本文方案约有 5 dB 增益。在同一方案中,当 S-R 链路信噪比越大,系统所获的编码增益越高,对应的中断概率性能也越好。而传统 Raptor 编码一般在 DF 协议下展开研究,图 5 给出了其中断概率性能的比较。假设三节点中继模型中所有链路信噪比均相同,且传输速率  $R = 0.5$ 。

由图 5 得:本文方案中断概率性能较其它方案有较大增益。DF 协议在各链路信噪比相等时,其中断概率与直传链路相同。相对于 CC 和 DF 协议,

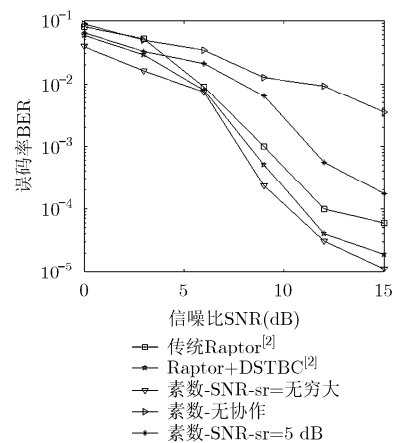


图 3 不同 Raptor 编码协作方案的 BER 性能

本文方案在中断概率为 $10^{-2}$ 时, 约有 2 dB 和 7 dB 增益。CC 方案和本文方案分集阶数都为 2, 即均可获得满分集增益。而 DF 协议下的分集阶数为 1。另外, 由式(20)和式(21)可得, 本文方案中断概率比一般 CC 协议方案相对更优。

对于 3 种 QC-LDPC 码, 若使用近似下三角结构编码方法。其编码复杂度与一般 QC-LDPC 码相同, 为 $O(n)$ , 与码长呈线性关系<sup>[10]</sup>。而随机构造码字的编码运算量为码长 2 次方, 即 $O(n^2)$ 。在此, 3 种 QC-LDPC 码循环因子均为整数序列, 其码字构造简单。且相对于随机构造 LDPC 码, 其具有准循环结构, 只需存储循环子矩阵的循环移位因子。之后, 可通过循环移位方式, 实现编码矩阵二进制相乘运算。故在循环子矩阵大小为 $p$ 时, 存储量将减少为随机构造矩阵的 $1/p^2$ , 可大量节省存储空间, 适合工程实现。最后, 由上述分析可知: QC-LDPC 预编码构造简单, 编译码复杂度低, 具有更好可实现性, 且较随机构造 LDPC 预编码有较好 BER 性能; 本文方案借鉴 CC 协议的思想, 设计 Raptor 预编码协作方案, 可获得满分集增益和较高编码增益。

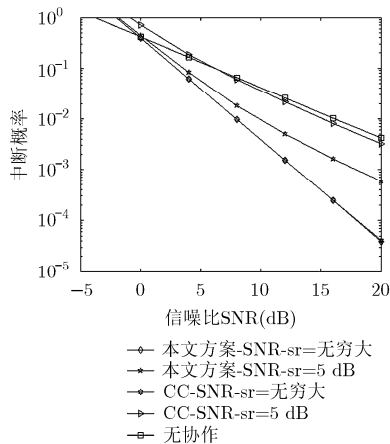


图4 Raptor 编码协作方案在不同 S-R 链路信噪比下的中断概率性能

数值仿真也表明了其 BER 和中断概率性能较现有方案较现有方案均有较大提高。

## 5 结束语

针对现有 DF 协议误码传播问题及 CC 协议优势, 本文提出了可应用于 CC 机制的 Raptor 编码协作方案。该方案能在高链路信噪比下获得较大编码增益和满分集增益, 且达到较低的误比特率。由相关理论分析可得: 该方案能在预编码码字具有较大列重时, 可获得较高 BER 性能。而且, 相对于现有 CC 协议方案, 其中断概率性能也有较大改善。另外, 鉴于 QC-LDPC 码的低复杂度编码结构, 引入了 3 种整数序列构造的 QC-LDPC 预编码。通过预编码码字的结构化设计, 降低了系统实现复杂度。最后, 由经典三节点中继系统仿真, 可得, 较传统 DF 协议 Raptor 方案和 Raptor 与分布式空时分组码 (DSTBC) 结合方案, 本文方案具有相对较好的 BER 性能。而且, 相对于传统 CC 和 DF 协议方案, 相关仿真也显示了本文方案中断概率有一定程度的降低, 较好地验证了其理论分析结果。

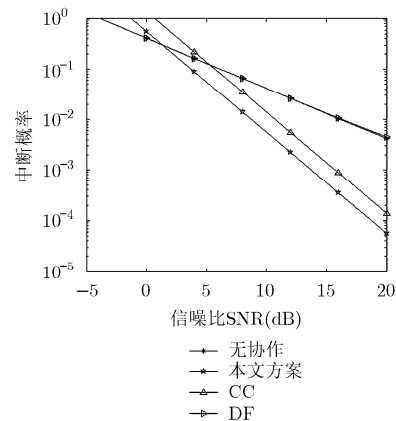


图5 Raptor 编码协作方案在所有链路的信噪比都相同时的中断概率

## 参考文献

- [1] SHOKROLLAHI A. Raptor codes[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(6): 2551-2567. doi: 10.1109/TIT.2006.874390.
- [2] ZHANG H T and KUO G S. Raptor code for downlink cooperative wireless cellular networks[C]. *IEEE Vehicular Technology Conference 2008, Beijing, China, 2008*: 1-5. doi: 10.1109/VETEFCF.2008.344.
- [3] 祝开艳, 王洪玉, 孙文珠, 等. 一种分布式喷泉码在协作通信中的应用[J]. *电子学报*, 2014, 42(7): 1249-1255. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.07.001.
- [4] ZHU Kaiyan, WANG Hongyu, SUN Wenzhu, et al. A distributed fountain code for cooperative communications[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2014, 42(7): 1249-1255. doi: 10.3969/j.issn.0372-2112.2014.07.001.
- [5] JAMES A and MADHUKUMAR A S. Performance limits of rateless codes in delay constrained multi-hop relay networks[C]. *IEEE International Conference on Communications Workshops 2014, Sydney, Australia, 2014*: 325-330. doi: 10.1109/ICCW.2014.6881217.
- [5] 寇明延, 张登福, 徐志刚, 等. MIMO 时分蜂窝系统混合协作上行性能研究[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(7): 1538-1542. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.01053.

- KOU Mingyan, ZHANG Dengfu, XU Zhigang, *et al.* Uplink performance of MIMO TDMA cellular system with hybrid collaboration[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(7): 1538–1542. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.01053.
- [6] HU J and DUMAN T M. Low density parity check codes over half-duplex relay channels[C]. IEEE International Symposium on Information Theory 2006, Seattle, USA, 2006: 972–976. doi: 10.1109/ISIT.2006.261872.
- [7] UPPAL M, HOST-MADSEN A, and XIONG Z X. Practical rateless cooperation in multiple access channels using multiplexed raptor codes[C]. IEEE International Symposium on Information Theory 2007, Nice, France, 2007: 671–675. doi: 10.1109/ISIT.2007.4557302.
- [8] GALLAGER R G. Low-density parity-check codes[J]. *IRE Transaction on Information Theory*, 1962, 8(1): 21–28. doi: 10.1109/TIT.1962.1057683.
- [9] 张轶, 达新宇, 苏一栋. 利用等差数列构造大围长准循环低密度奇偶校验码[J]. 电子与信息学报, 2015, 37(2): 394–398. doi: 10.11999/JEIT140538.
- ZHANG Yi, DA Xinyu, and SU Yidong. Construction of quasi-cyclic low-density parity-check codes with a large girth based on arithmetic progression[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(2): 394–398. doi: 10.11999/JEIT140538.
- [10] ZHANG J and ZHANG G. Deterministic girth-eight QC-LDPC codes with large column weight[J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(4): 656–659. doi: 10.1109/LCOMM.2014.030114.132853.
- [11] 张国华, 陈超, 杨洋, 等. Girth-8 (3,L)-规则 QC-LDPC 码的一种确定性构造方法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(5): 1152–1156. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00838.
- ZHANG Guohua, CHEN Chao, YANG Yang, *et al.* Girth-8 (3, L)-regular QC-LDPC codes based on novel deterministic design technique[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2010, 32(5): 1152–1156. doi: 10.3724/SP.J.1146.2009.00838.
- [12] ZHANG S W, SONG R F, and YANG F F. Joint design of QC-LDPC codes for cascade-based multisource coded cooperation[C]. International Conference on Wireless Communications and Signal Processing 2015, Nanjing, China, 2015: 1–4. doi: 10.1109/WCSP.2015.7340967.
- [13] ZHANG Y, YANG F F, and SONG W J. Performance analysis for cooperative communication system with QC-LDPC codes constructed with integer sequences[J]. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2015, 2015: 1–7. doi: 10.1155/2015/649814.
- [14] 袁建国, 王望, 梁天宇. 一种高速长距离光通信系统中 QC-LDPC 码的构造方法[J]. 光电子·激光, 2012, 23(5): 906–909. doi: 10.16136/j.joel.2012.05.025.
- YUAN Jianguo, WANG Wang, and LIANG Tianyu. A novel construction method of QC-LDPC codes for high-speed long-haul optical communication systems[J]. *Journal of Optoelectronics-Laser*, 2012, 23(5): 906–909. doi: 10.16136/j.joel.2012.05.025.
- [15] ZHAO D F and LI D B. Coded cooperation scheme using LDPC codes[J]. *Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications*, 2008, 31(5): 121–125.
- [16] SIMON M K and ALOUINI M S. Digital Communication Over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis[M]. New York: John Wiley & Sons, 2000: 506–510. doi: 10.1002/0471200697.
- [17] CHEN Wei and CHEN Wen. A new rateless coded cooperation scheme for multiple access channels[C]. IEEE International Conference on Communications 2011 (ICC'2011), Kyoto, Japan, 2011: 1–5. doi: 10.1109/icc.2011.5962473.
- [18] 彭木根, 王文博. 协同无线通信原理与应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 48–53.
- PENG Mugen and WANG Wenbo. Cooperative Wireless Communications: Principles and Practice[M]. Beijing: China Machine Press, 2008: 48–53.
- [19] Omid E and Amin S. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(5): 2033–2051. doi: 10.1109/TIT.2006.872855.
- [20] 段琳琳, 王忠勇, 王玮, 等. 低复杂度的自适应置信差分迭代译码算法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(11): 2640–2645. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00234.
- DUAN Linlin, WANG Zhongyong, WANG Wei, *et al.* An adaptive belief propagation difference-map iterative decoding algorithm with low complexity[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2014, 36(11): 2640–2645. doi: 10.3724/SP.J.1146.2014.00234.
- 包建荣: 男, 1978 年生, 博士, 副教授, 研究方向为卫星与无线通信、信息论与编码等。
- 何丹: 女, 1991 年生, 硕士生, 研究方向为无线通信、信息论与编码。
- 许晓荣: 男, 1982 年生, 博士, 副教授, 研究方向为认知无线电、信号处理与编码等。
- 姜斌: 男, 1980 年生, 硕士, 高级实验师, 研究方向为无线通信、信道编码等。