

色噪声环境下单基地 MIMO 雷达分布式目标角度估计

王伟 王犇* 王冠男

(哈尔滨工程大学自动化学院 哈尔滨 150001)

摘要: 针对传统的二阶统计量角度估计算法在高斯色噪声环境下估计性能急剧下降甚至失效的问题, 该文提出一种基于四阶累积量的单基地 MIMO 雷达相干分布式目标角度估计算法。首先建立单基地 MIMO 雷达的相干分布式目标信号模型, 求取信号的四阶累积量矩阵; 利用特征值分解分离出相互正交的信号子空间与噪声子空间, 根据多重信号分类(MUSIC)算法原理, 获得阵列的空间谱函数, 通过谱峰搜索得到分布式目标的中心波达方向。该算法充分利用了四阶累积量对高斯过程的不敏感性, 能够很好地抑制高斯色噪声对角度估计的影响。仿真结果证明了该算法的正确性和有效性。

关键词: 单基地 MIMO 雷达; 四阶累积量; 分布式目标; 多重信号分类(MUSIC)算法; 角度估计

中图分类号: TN958

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2014)07-1573-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2013.01123

Angle Estimation of Distributed Source for Monostatic MIMO Radar in Colored Noise

Wang Wei Wang Ben Wang Guan-nan

(Institute of Automation, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: An angle estimation algorithm based on fourth-order cumulants for distributed targets in monostatic Multiple Input Multiple Output (MIMO) radar is proposed in this paper, which could be used to deal with the problem of the performance declining in colored noise based on second order statistics algorithm. At first, the signal model of coherent distributed targets is constructed, and then the fourth-order cumulants matrix can be calculated. Based on the eigen-decomposition, the signal subspace and the noise subspace, which are orthogonal, can be derived. Finally, according to the principle of the Multiple Signal Classification (MUSIC), the spectral function can be obtained, and with spectral peak searching, the central direction of arrival is estimated. The proposed algorithm makes full use of the property of fourth-order cumulants which ignores the Gaussian process to restrain the influence of the colored noise on estimating the angles. The computer simulation results demonstrate the correction and efficiency of the proposed method.

Key words: Monostatic MIMO radar; Fourth-order cumulants; Distributed targets; Multiple Signal Classification (MUSIC) algorithm; Angle estimation

1 引言

近年来多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术在通信领域取得了巨大成功, 受此启发, 近年来国际上兴起了一种新体制雷达——MIMO 雷达^[1], 它利用多个发射阵元同时发射不相关或相互正交的信号, 并且在接收端利用匹配滤波器组将各个发射通道的信号分离出来, 因而可以增大雷达的有效阵列孔径。与传统雷达相比, MIMO

雷达天线阵列可以根据系统的要求进行灵活布置, 可以是收发共置的单基地 MIMO 雷达, 还可以是收发分置的双基地雷达; 同时, MIMO 雷达在目标参数估计精度、抗干扰等方面有明显的优势。

目标角度估计是雷达阵列信号处理中一项重要的研究内容。国内外研究学者已经研究提出了多种针对 MIMO 雷达目标 DOD, DOA 估计算法^[2-4], 文献[5]提出了 MIMO 雷达系统应用非圆信号的共轭估计信号旋转不变性(ESPRIT)算法, 该算法利用非圆信号扩展虚拟阵元数, 同时对矩阵进行降维处理, 降低了运算复杂度。文献[6]提出了一种 MIMO 雷达降维的多重信号分类(MUSIC)算法, 能够大大降低运算量。文献[7]则在最大似然估计的准则下提出了一种 MIMO 雷达 DOD, DOA 角度估计算法。

2013-07-26 收到, 2014-02-27 改回

教育部新世纪优秀人才计划(NCET-11-0827), 哈尔滨市创新人才专项(2013RFXXJ016)和中央高校基础研究项目(HEUCFZ1110, HEUCFX41308)资助课题

*通信作者: 王犇 wangben@hrbeu.edu.cn

然而,上述文献全部基于点目标的假设,实际情况中,信号在传播过程中总会由于多径、散射等因素造成目标信号能量不集中,入射角在一定范围内呈现特定的统计分布,信源空间分布发生扩展,使得传统的信号描述模型不再准确,因而提出了分布式目标信号模型。当信号的扩展程度与雷达分辨率相比很小时,上述文献所讨论的点目标假设方法是正确的,仍能够有效地估计出角度参数。在扩展程度较大的信号到达接收阵列情况下,用传统的参数估计方法进行 DOA 估计性能会严重下降,甚至造成估计失效。因此需要准确建立分布式目标的信号模型,并提出针对分布式目标模型的参数估计方法。另外,分布式目标根据其目标内多径相关或不相关情况分为相干信源和非相干信源,本文提出的算法针对的是单基地 MIMO 雷达下的相干分布式目标。在阵列信号处理领域,针对分布式目标参数估计问题,国内外很多学者已经提出了许多有效的方法。其中有一种广义的 MUSIC 算法,将点目标的 MUSIC 算法扩展为分布式目标使用的 DSPE (Distributed Source Parameter Estimation) 算法,该算法仍旧是利用了信号子空间与噪声子空间的正交性,通过谱峰搜索得到目标角度参数。文献[8]中提到了相干分布式目标的导向矢量具有 Hadamard 积旋转不变性,并利用该性质得到了双基地 MIMO 雷达目标 2 维收发中心方位角的估计,该算法类似于 ESPRIT 算法,不需要进行谱搜索,因此计算量较小。不足的是,以上算法基于高斯白噪声的假设,在高斯色噪声情况下估计性能会急剧下降,严重时算法会失效。文献[9,10]介绍了高阶累积量的一些重要性质,其中最令人感兴趣的部分是高阶累积量对高斯过程的不敏感性,利用这一性质,在阵列 DOA 估计算法中,可以使用高阶累积量有效地抑制高斯色噪声,获得较好的角度估计精度。文献[11]给出了一种基于四阶累积量的 DOA 估计算法,结果显示该方法在高斯色噪声环境下依然具有良好的估计精度。在假设目标确定性角信号分布形式为高斯分布时,本文将四阶累积量算法扩展到单基地 MIMO 雷达分布式目标情况下,构建出分布式目标信号的四阶累积量空间谱函数,通过二维空间谱搜索得到分布式目标的中心波达方向以及中心扩展角,在实现中心波达方向与扩展角度自动配对的同时,能够良好地抑制色噪声对估计精度的影响,因而在高斯色噪声环境下依旧有很高的估计精度。

2 信号模型

图 1 是单基地 MIMO 雷达系统阵列结构示意图。单基地 MIMO 雷达阵元是收发同置的,各阵元

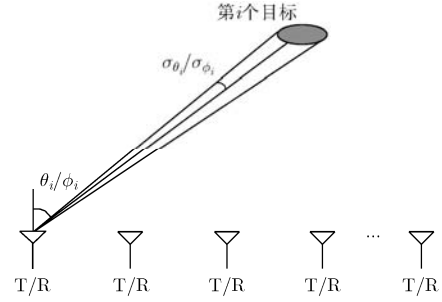


图 1 单基地 MIMO 雷达系统模型示意图

均采用均匀线阵(ULA),其中发射阵元和接收阵元的空间间隔分别用 d_t, d_r 表示,发射、接收阵元数分别用 M_t, M_r 表示(在单基地 MIMO 雷达中有 $d_t = d_r, M_t = M_r$)。各个发射单元同时发射同频正交的信号。假设空间远场存在 P 个相干分布式目标,角度参数可以描述为: $\tau_i = (\theta_i, \sigma_{\theta_i}, \phi_i, \sigma_{\phi_i})$ 其中 θ_i, ϕ_i 分别表示第 i 个目标相对于发射阵元和接收阵元的中心方位角, σ_{θ_i} 和 σ_{ϕ_i} 分别表示第 i 个目标相对于发射阵元和接收阵元的扩展角。

接收阵列接收到的第 q 个发射脉冲重复周期的回波信号可以表示为

$$\mathbf{X}_q(t) = \sum_{p=1}^P \alpha_{pq} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_r(\varphi_p) \mathbf{a}_t^T(\vartheta_p) \cdot \rho_p(\varphi_p, \vartheta_p, t, \tau_p) d\varphi_p d\vartheta_p + \mathbf{N}_q(t), \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (1)$$

式中, α_{pq} 是第 p 个目标在第 q 个发射脉冲重复周期的雷达截面反射系数; $\mathbf{a}_r(\varphi_p) = [1, \exp(-j\chi_r \cdot \sin \varphi_p), \dots, \exp(-j(M_r - 1)\chi_r \sin \varphi_p)]^T$, $\chi_r = 2\pi d_r / \lambda$, 其中 λ 为载波波长 $\mathbf{a}_t(\vartheta_p) = [1, \exp(-j\chi_t \sin \vartheta_p), \dots, \exp(-j\chi_t(M_t - 1)\sin \vartheta_p)]^T$, $\chi_t = 2\pi d_t / \lambda$; $\rho(\varphi_p, \vartheta_p, t, \tau_p)$ 是第 p 个目标的角信号分布函数; $\mathbf{N}_q(t)$ 是阵列的加性高斯色噪声。对于相干分布式信源,角信号分布函数 $\rho(\varphi_p, \vartheta_p, t, \tau_p)$ 可以表示为

$$\rho' = \alpha_{pq} \rho(\varphi_p, \vartheta_p, t, \tau_p) = \alpha_{pq} s(t) \rho(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p) \quad (2)$$

其中 $s(t)$ 反映了角信号函数的时间特征, $s(t) = \alpha \cdot e^{j2\pi f_d t}$, f_d 为信号的多普勒频移;而 $\rho(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p)$ 则能够完整地描述信号分布形状。将式(2)代入到式(1)中,可以得到

$$\mathbf{X}_q(t) = \sum_{p=1}^P \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathbf{a}_r(\varphi_p) \mathbf{a}_t^T(\vartheta_p) s(t) \cdot \rho'_p(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p) d\varphi_p d\vartheta_p + \mathbf{N}_q(t), \quad p = 1, 2, \dots, P \quad (3)$$

由于发射阵列发射的是相互正交的信号,经匹配滤波器组匹配滤波后,可以将式(3)写为矩阵形式:

$$\mathbf{Y}_q = \sum_{p=1}^P \mathbf{b}(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p) \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_q(t) \quad (4)$$

式中

$$\mathbf{b}(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p) = \iint [\mathbf{a}_r(\varphi_p) \otimes \mathbf{a}_t(\vartheta_p)] \rho(\varphi_p, \vartheta_p, \tau_p) d\varphi_p d\vartheta_p \quad (5)$$

是相干分布式目标的广义导向矢量; 其中 \otimes 表示 Kronecker 积; $\mathbf{S}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_{M_t}(t)]^T$, $\mathbf{n}_q(t)$ 表示经过匹配滤波后的高斯色噪声。这样利用得到的 Q 个脉冲的矢量, 接收信号可以表示为

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_Q] = \mathbf{B}(\varphi, \vartheta, \tau) \mathbf{S} + \tilde{\mathbf{n}} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{B}(\varphi, \vartheta, \tau) = [\mathbf{b}(\varphi_1, \vartheta_1, \tau_1), \dots, \mathbf{b}(\varphi_P, \vartheta_P, \tau_P)]$; $\tilde{\mathbf{n}} = [\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \dots, \mathbf{n}_Q]$ 。

3 基于四阶累积量的分布式目标角度估计

3.1 四阶累积量性质描述

对于一个 n 维零均值平稳随机过程 \mathbf{x} , $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]$, 其四阶累积量由式(7)确定^[12]。

$$\begin{aligned} C_{4x}(k_1, k_2, k_3, k_4) &= \text{cum}\{x_{k_1}, x_{k_2}, x_{k_3}^*, x_{k_4}^*\} \\ &= \text{E}\{x_{k_1}x_{k_2}x_{k_3}^*x_{k_4}^*\} - \text{E}\{x_{k_1}x_{k_3}^*\}\text{E}\{x_{k_2}x_{k_4}^*\} \\ &\quad - \text{E}\{x_{k_1}x_{k_2}\}\text{E}\{x_{k_3}x_{k_4}^*\} - \text{E}\{x_{k_2}x_{k_3}\}\text{E}\{x_{k_1}x_{k_4}^*\} \quad (7) \end{aligned}$$

式中 $\text{E}\{x_{k_1}x_{k_2}x_{k_3}^*x_{k_4}^*\}$ 是 \mathbf{x} 的四阶矩, $\text{E}\{x_i x_j\}$ 是 \mathbf{x} 的二阶矩, 且有 $1 \leq k_1, k_2, k_3, k_4 \leq n$, 当 k_1, k_2, k_3, k_4 从 $[1, n]$ 范围取值时, \mathbf{x} 的四阶累积量有 n^4 种取值。

四阶累积量有很多重要的性质, 这里只给出本文所用到的几个性质^[10,13]:

(1) 累积量相对其变元具有可加性, 即

$$\begin{aligned} \text{cum}\{x_1 + y_1, x_2, \dots, x_n\} \\ = \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} + \text{cum}\{y_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (8) \end{aligned}$$

(2) 如果随机变量 $\{x_i\}$ 与 $\{y_i\}$ 相互独立, 那么有式(9)成立:

$$\begin{aligned} \text{cum}\{x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n\} \\ = \text{cum}\{x_1, x_2, \dots, x_n\} + \text{cum}\{y_1, y_2, \dots, y_n\} \quad (9) \end{aligned}$$

(3) 高斯随机变量 \mathbf{x} 的 k 阶累积量 ($k \geq 3$) 恒为 0。

在信号处理中, 接收信号往往可以表示为

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (10)$$

其中 $\mathbf{S}(t)$ 是空间信号的 $N \times 1$ 维矢量, \mathbf{A} 是空间阵列的 $M \times N$ 维导向矢量矩阵, $\mathbf{N}(t)$ 是与空间统计独立的信号 $N \times 1$ 维加性噪声。利用上述四阶累积量的 3 个性质, $\mathbf{X}(t)$ 的四阶累积量可以写为

$$C_4(\mathbf{X}) = C_4(\mathbf{A}\mathbf{S}) + C_4(\mathbf{N}) \quad (11)$$

若 $\mathbf{N}(t)$ 是高斯随机过程, 那么 $C_4(\mathbf{N}) = 0$ 。这样得到了完全不包含噪声成分的 $\mathbf{X}(t)$ 的四阶累积量。这就是四阶累积量在阵列信号处理中对高斯色噪声抑制的根本原因。

为了方便后续的处理, 对四阶累积量的表达式(7)进行化简并表述为矩阵形式。由于雷达阵列发射的是相互独立的信号 $s_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 利用累积量性质(1), 性质(2), 式(7)可重新表述为: $C_{4x}(k_1, k_2, k_3, k_4) = \sum a_i(k_1)a_i(k_2)a_i(k_3)a_i(k_4)\text{cum}\{s_i(t), s_i(t), s_i(t), s_i(t)\}$ 。将定义式(7)的四阶累积量定义为累积量矩阵 \mathbf{R}_4 中第 $(k_1 - 1)n + k_3$ 行, 第 $(k_2 - 1)n + k_4$ 列的元素, 即 $\mathbf{R}_4((k_1 - 1)n + k_3, (k_2 - 1)n + k_4)$, 那么 \mathbf{R}_4 可以写为^[12]

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_4 = \text{E}\{(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}^*)(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}^*)^H\} - \text{E}\{\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}^*\} \\ \cdot \text{E}\{(\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}^*)^H\} - \text{E}\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} \otimes \text{E}\{(\mathbf{x}\mathbf{x}^H)^*\} \quad (12) \end{aligned}$$

3.2 算法描述

对于不同分布形式的相干分布式目标, 角度分布函数也具有不同形式, 包括高斯分布、均匀分布、三角分布和指数分布等^[14]。由于高斯分布是最普遍的一种分布形式, 可以用来验证算法的有效性, 因此本文假设的是具有高斯分布形式的分布式目标, 分布函数的数学描述形式为

$$\rho(\vartheta, \varphi; \tau) = \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\phi} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{(\vartheta - \theta)^2}{\sigma_\theta^2} + \frac{(\varphi - \phi)^2}{\sigma_\phi^2}\right)\right] \quad (13)$$

式中, θ, ϕ 分别是发射、接收阵元所对应的中心波达方位角, $\sigma_\theta, \sigma_\phi$ 分别是发射、接收阵元所对应的扩展方位角。

对于分布式目标的方位角度 φ, ϑ 这里有 $\varphi = \phi + \tilde{\varphi}$ 以及 $\vartheta = \theta$, 其中 $\tilde{\varphi}$ 与 $\tilde{\theta}$ 分别是 φ, ϑ 与中心波达方位角度 ϕ, θ 的偏差。对于小角度扩展角, 可利用正余弦函数代换 $\cos \zeta = 1$ 与 $\sin \zeta = \zeta$ 将 $\mathbf{a}_t(\vartheta)$ 与 $\mathbf{a}_r(\varphi)$ 进行改写, 得到式(14)和式(15):

$$\mathbf{a}_t(\vartheta) \approx \mathbf{a}_t(\theta) \odot \tilde{\mathbf{a}}_t(\theta, \tilde{\theta}) \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_r(\varphi) \approx \mathbf{a}_r(\phi) \odot \tilde{\mathbf{a}}_r(\phi, \tilde{\varphi}) \quad (15)$$

其中 \odot 是 Hadamard 积运算; $\mathbf{a}_t(\theta) = [1, \exp(-j\chi_t \sin \theta), \dots, \exp(-j(M_t - 1)\chi_t \sin \theta)]^T$, $\tilde{\mathbf{a}}_t(\theta, \tilde{\theta}) = [1, \exp(-j\chi_t \tilde{\theta} \cos \theta), \dots, \exp(-j(M_t - 1)\chi_t \tilde{\theta} \cos \theta)]^T$; $\mathbf{a}_r(\phi) = [1, \exp(-j\chi_r \sin \phi), \dots, \exp(-j(M_r - 1)\chi_r \sin \phi)]^T$, $\tilde{\mathbf{a}}_r(\phi, \tilde{\varphi}) = [1, \exp(-j\chi_r \tilde{\varphi} \cos \phi), \dots, \exp(-j\chi_r(M_r - 1)\tilde{\varphi} \cos \phi)]$ 。

将式(13), 式(14), 式(15)代入式(5)中, 利用 Kronecker 积与 Hadamard 积的性质: $(A \odot B) \otimes (C \odot D) = (A \otimes C) \odot (B \otimes D)$, 可以得到 \mathbf{b}_p 的具体表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_p = [\mathbf{a}_r(\phi_p) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_p)] \odot \iint [\mathbf{a}_r(\phi_p, \tilde{\varphi}_p) \otimes \mathbf{a}_t(\theta_p, \tilde{\theta}_p)] \\ \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_{\theta_p}\sigma_{\phi_p}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\tilde{\theta}_p^2}{\sigma_{\theta_p}^2} + \frac{\tilde{\varphi}_p^2}{\sigma_{\phi_p}^2}\right)\right] d\tilde{\theta} d\tilde{\varphi} \quad (16) \end{aligned}$$

显然 \mathbf{b}_p 是一个 $M_r M_t \times 1$ 维列向量, 其第 m 个元素值为

$$\begin{aligned} [\mathbf{b}_p]_{m_r, m_t} = & \exp[-j(m_r - 1)\chi_r \sin \phi_p] \\ & \cdot \exp[-j(m_t - 1)\chi_t \sin \theta_p] \cdot \frac{1}{2\pi\sigma_\theta\sigma_\phi} \\ & \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(-j\chi_r(m_r - 1)\tilde{\phi} \cos \phi) \\ & \cdot \exp\left(-\tilde{\phi}^2 / (2\sigma_\phi^2)\right) d\tilde{\phi} \\ & \cdot \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(-j\chi_t(m_t - 1)\tilde{\theta} \cos \theta) \\ & \cdot \exp\left(-\tilde{\theta}^2 / (2\sigma_\theta^2)\right) d\tilde{\theta} \end{aligned} \quad (17)$$

可以看到, 分布式目标的导向矢量需要进行两次一重积分才能求得, 参见文献[15,16], 有下式成立:

$$\begin{aligned} & \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-f^2 x^2) \exp(jp(x + \alpha)) dx \\ & = (\sqrt{\pi}/f) \exp(-p^2/(4f^2)) \exp(jp\alpha) \end{aligned} \quad (18)$$

则利用式(18)可以准确地计算出式(17)的值, 如式(19)所示。

$$\begin{aligned} [\mathbf{b}_p]_{m_r, m_t} = & \exp(-j\chi_r(m_r - 1) \sin \phi_p) \\ & \cdot \exp(-j\chi_t(m_t - 1) \sin \theta_p) \\ & \cdot \exp\left[-\frac{2\pi^2 d_r^2}{\lambda^2} (m_r - 1)^2 \sigma_{\phi_p}^2 \cos^2 \phi_p\right] \\ & \cdot \exp\left[-\frac{2\pi^2 d_t^2}{\lambda^2} (m_t - 1)^2 \sigma_{\theta_p}^2 \cos^2 \theta_p\right] \end{aligned} \quad (19)$$

那么可以将导向矢量整理为矩阵形式:

$$\mathbf{B}(\theta, \phi, \sigma_\theta, \sigma_\phi) = (\mathbf{A}_r \circ \mathbf{A}_t) \odot (\mathbf{H}_r \circ \mathbf{H}_t) \quad (20)$$

式中 \circ 表示 Khatri-Rao 积; $\mathbf{A}_r = [\mathbf{a}_r(\phi_1), \mathbf{a}_r(\phi_2), \dots, \mathbf{a}_r(\phi_p)]$; $\mathbf{A}_t = [\mathbf{a}_t(\theta_1), \mathbf{a}_t(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_t(\theta_p)]$; $\mathbf{H}_r = [\mathbf{h}_r(\phi_1, \sigma_{\phi_1}), \mathbf{h}_r(\phi_2, \sigma_{\phi_2}), \dots, \mathbf{h}_r(\phi_p, \sigma_{\phi_p})]$, $\mathbf{h}_r(\phi_p, \sigma_{\phi_p}) = \left[1, \exp\left(-\frac{2\pi^2 d_r^2}{\lambda^2} \sigma_{\phi_p}^2 \cos^2 \phi_p\right), \dots, \exp\left(-\frac{2\pi^2 d_r^2}{\lambda^2} (M_r - 1)^2 \cdot \sigma_{\phi_p}^2 \cos^2 \phi_p\right)\right]^T$; $\mathbf{H}_t = [\mathbf{h}_t(\theta_1, \sigma_{\theta_1}), \mathbf{h}_t(\theta_2, \sigma_{\theta_2}), \dots, \mathbf{h}_t(\theta_p, \sigma_{\theta_p})]$, $\mathbf{h}_t(\theta_p, \sigma_{\theta_p}) = \left[1, \exp\left(-\frac{2\pi^2 d_t^2}{\lambda^2} \sigma_{\theta_p}^2 \cos^2 \theta_p\right), \dots, \exp\left(-\frac{2\pi^2 d_t^2}{\lambda^2} (M_t - 1)^2 \sigma_{\theta_p}^2 \cos^2 \theta_p\right)\right]^T$ 。

参照式(8)可以写出式(6)的四阶累积量矩阵 \mathbf{R}_4 为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_4 = & \mathbf{E}\{(\mathbf{Y} \otimes \mathbf{Y}^*)(\mathbf{Y} \otimes \mathbf{Y}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{Y} \otimes \mathbf{Y}^*\} \\ & \cdot \mathbf{E}\{(\mathbf{Y} \otimes \mathbf{Y}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^H\} \otimes \mathbf{E}\{(\mathbf{Y} \cdot \mathbf{Y}^H)^*\} \end{aligned} \quad (21)$$

显然有 $\mathbf{R}_4 \in C^{(M_r M_t)^2 \times (M_r M_t)^2}$ 。利用前文所提到的四阶累积量性质(1), 性质(2), 性质(3), 以及 Kronecker 积的性质, 可将四阶累积量矩阵改写为

$$\mathbf{R}_4 = \widehat{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{C}_{4S} \cdot \widehat{\mathbf{B}}^H + \mathbf{C}_{4n} \quad (22)$$

式中 $\widehat{\mathbf{B}} = \mathbf{B} \otimes \mathbf{B}^*$; $\mathbf{C}_{4S} = \mathbf{E}\{(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*\} \cdot \mathbf{E}\{(\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^H\} \otimes \mathbf{E}\{(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^H)^*\}$; $\mathbf{C}_{4n} = \mathbf{E}\{(\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}^*)(\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}^*\} \cdot \mathbf{E}\{(\tilde{\mathbf{n}} \otimes \tilde{\mathbf{n}}^*)^H\} - \mathbf{E}\{\tilde{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}^H\} \otimes \mathbf{E}\{(\tilde{\mathbf{n}} \cdot \tilde{\mathbf{n}}^H)^*\}$ 。由四阶累积量的性质(3)可知, \mathbf{C}_{4n} 的理论上应恒为 0, 也就是说四阶累积量完全抑制了高斯噪声, 但是由于所取的数据为有限序列或者噪声偏离高斯分布, 导致误差的存在, 使得 \mathbf{C}_{4n} 实际上不再是恒等于 0 的量。

在 P 个不相关目标的情况下, $\text{rank}(\mathbf{B}) = P$, 根据 Kronecker 积的性质, $\text{rank}(\widehat{\mathbf{B}}) = \text{rank}(\mathbf{B} \otimes \mathbf{B}^*) = P^2$, 那么有 $\text{rank}(\mathbf{R}_4) = P^2$ 。对 \mathbf{R}_4 进行特征值分解, 并对特征值进行从大到小排列, 有 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{P^2}, \dots, \lambda_{(M_r M_t)^2}$, 其中前 P^2 个特征值对应信号子空间; $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{P^2}, \dots, \mathbf{u}_{(M_r M_t)^2}$ 是与之对应的特征向量。其中前 P^2 个特征向量张成信号子空间 \mathbf{U}_s : $\mathbf{U}_s = \text{span}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_{P^2})$; 噪声子空间 \mathbf{U}_n 由后 $(M_r M_t)^2 - P^2$ 个特征向量张成。

$$\mathbf{U}_n = \text{span}(\mathbf{u}_{P^2+1}, \dots, \mathbf{u}_{(M_r M_t)^2}) \quad (23)$$

信号子空间与噪声子空间相互正交:

$$\mathbf{U}_s \perp \mathbf{U}_n \quad (24)$$

而由经典的 MUSIC 算法原理可知, 信号子空间由导向矢量矩阵的列向量张成, 这样一来导向矢量的列向量与噪声子空间正交:

$$\mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{b}} = 0 \quad (25)$$

式中 $\bar{\mathbf{b}} = \mathbf{b} \otimes \mathbf{b}^* = ((\mathbf{a}_r \otimes \mathbf{a}_t) \odot (\mathbf{h}_r \otimes \mathbf{h}_t)) \otimes ((\mathbf{a}_r \otimes \mathbf{a}_t) \odot (\mathbf{h}_r \otimes \mathbf{h}_t))^*$ 。这时可以得到空间谱函数为

$$P_{4\text{-MUSIC}}(\phi, \theta, \sigma_\phi, \sigma_\theta) = \frac{1}{\bar{\mathbf{b}}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \bar{\mathbf{b}}} \quad (26)$$

考虑到本文算法是在收发同置的单基地 MIMO 雷达系统假设下, 那么有 $\phi = \theta, \sigma_\phi = \sigma_\theta, M_r = M_t$ 那么式(26)实际上只有两个变量 θ (ϕ) 和 σ_θ (σ_ϕ)。

$$P_{4\text{-MUSIC}}(\phi, \theta, \sigma_\phi, \sigma_\theta) = P_{4\text{-MUSIC}}(\theta, \sigma_\theta) \quad (27)$$

对空间谱函数式(27)进行 2 维谱峰搜索, 得到的 P 个谱峰对应的坐标值分别为目标的中心波达方位角 θ (ϕ) 与扩展角 σ_θ (σ_ϕ)。

3.3 角度估计方法的具体步骤

根据上文的分析, 可以总结出单基地 MIMO 雷达下基于四阶累积量的分布式目标方位角估计算法的具体步骤:

(1) 根据式(17), 式(18)得到接收信号的信号矩阵 \mathbf{Y} , 利用式(21)求得其四阶累积量矩阵 \mathbf{R}_4 ;

(2) 通过特征值分解, 通过对特征值从大到小进行排列, 利用式(23)得到 \mathbf{R}_4 的小特征值对应的噪声

子空间 U_n ;

(3)利用式(26)列出基于四阶累积量的空间谱函数 $P_{4\text{-MUSIC}}(\theta, \sigma_\theta)$;

(4)通过对空间谱函数进行 2 维谱峰搜索, 得到目标中心波达方位角以及扩展角。

4 仿真实验与分析

仿真实验 1 采用单基地 MIMO 雷达, 收发阵列均采用阵元间隔为半波长的等距均匀线阵, $M_r = M_t = 4$, 各发射阵元均发射相互正交的 Hadamard 码信号, 在信噪比 SNR = 10 dB, 快拍数为 $T = 200$ 。假设存在中心波达方向与扩展角分别为 $(\theta_1, \sigma_{\theta_1}) = (-20^\circ, 2^\circ), (\theta_2, \sigma_{\theta_2}) = (30^\circ, 4^\circ)$ 的两个目标, 雷达截面反射系数为 $\alpha = [1, 1]^T$, 噪声为协方差 $R(m, n) = 0.9^{|m-n|} \exp(j(m-n)\pi/2)$ 的高斯色噪声。

单基地 MIMO 雷达相干分布式目标 2 维谱搜索的等高线图如图 2 所示。

从图 2 中可以看出基于四阶累积量的算法在高斯色噪声环境下, 不但能实现对相干分布式目标中心波达方向准确的估计, 且能准确地估计出扩展角度; 而传统的二阶统计量不但对波达方向的估计具有较大的误差, 对扩展角则估计出了错误值。

仿真实验 2 四阶累积量算法与二阶统计量算法性能对比。

在这里, 角度估计的均方根误差(RMSE)定义为:

$$\text{RMSE} = \frac{1}{PL} \sum_{l=1}^L \sqrt{\sum_{p=1}^P (\hat{\theta}_{lp} - \theta_p)^2}, \text{ 式中 } \hat{\theta}_{lp} \text{ 是第 } l \text{ 次 Monte-Carlo 仿真实验的第 } p \text{ 个目标的估计值; } L \text{ 是 Monte-Carlo 仿真实验次数; } P \text{ 为估计目标数。}$$

首先是不同信噪比下性能对比, 信噪比从 5 dB 变化到 20 dB, 间隔为 2 dB, Monte-Carlo 仿真实验次数为 50 次。仿真结果如图 3 所示。

从图 3 可以看到四阶累积量算法在低信噪比时明显优于二阶统计量算法。说明本文所提四阶累积量算法实现了对高斯色噪声的抑制, 提高了高斯色噪声环境下角度估计性能。

接下来是扩展角不同情况下的性能对比, 信噪比为 10 dB。如图 4 所示, 在较大扩展角情况下二阶统计量算法的估计精度大大下降, 而由于四阶累积量能够增加阵列的虚拟阵元^[12], 使得阵列有效孔径得到扩展, 因此本文提出的四阶累积量算法能够在扩展角增大情况下, 依然具有稳健的估计精度。

最后, 给出不同快拍数下本文提出的四阶累积量算法与传统二阶统计量算法的性能对比。快拍数从 40 到 200, 间隔为 20, 在信噪比为 10 dB 情况下完成 50 次 Monte-Carlo 仿真实验。仿真结果如图 5 所示。

从图 5 可以看到在低快拍数的情况下, 四阶累积量算法较二阶统计量算法具有更好的估计精度。虽然低快拍数时采样值不能够很好地描述随机过程的统计特性, 导致在四阶累积量的计算时出现较大误差, 但是由于四阶累积量对高斯色噪声具有抑制能力, 使得即使在低快拍数下仍具有较好的估计性能。另外, 四阶累积量具有扩展虚拟阵元的作用, 从而增大雷达孔径, 在一定程度上降低在低快拍数情况下四阶累积量值误差对角度估计精度造成的影响。

图 6 给出了高斯色噪声在不同快拍数的二阶统计量与四阶累积量的计算值。图中高斯色噪声功率为 1, 每个快拍数下进行 200 次 Monte-Carlo 仿真实验得到相应的计算值。可以看到, 在低快拍数时四阶累积量的计算值与零值相差较大, 对色噪声的抑制效果不佳, 但是与二阶统计量相比四阶统计量的抑制效果更好; 随着快拍数的增加, 高斯色噪声的四阶累积量值逐渐趋近于零, 具有良好的噪声抑制能力, 与理论预期相符。

5 结论

本文提出了一种在高斯色噪声背景下, 基于四阶累积量的单基地 MIMO 雷达相干分布式目标角度估计算法。通过将接收信号矩阵写为四阶累积量矩阵形式, 将其推广应用于 MUSIC 算法上, 构造

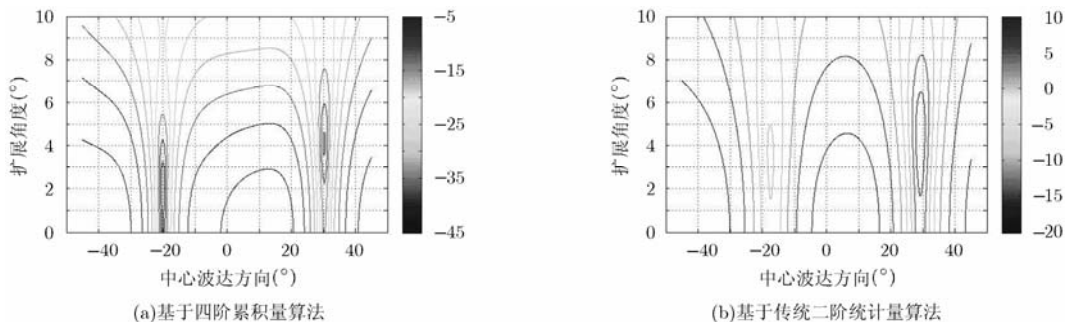


图 2 单基地 MIMO 雷达相干分布式目标 2 维谱搜索等高线图

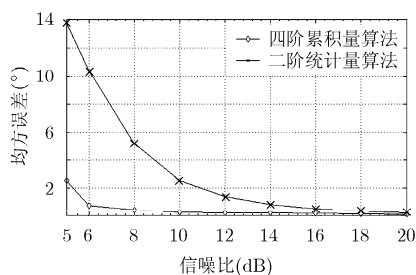


图 3 不同信噪比情况下
波达方向均方误差对比

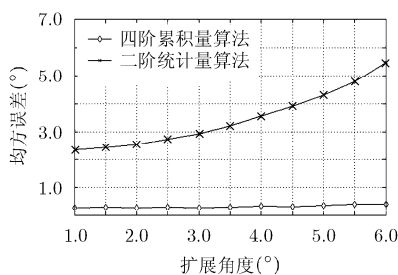


图 4 不同扩展角下的
波达方向均方误差对比

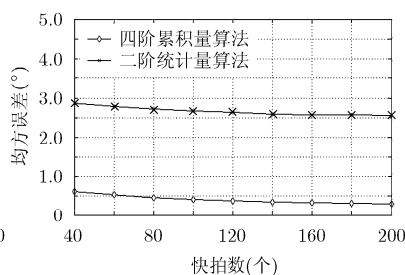


图 5 不同快拍数情况下
波达方向均方误差对比

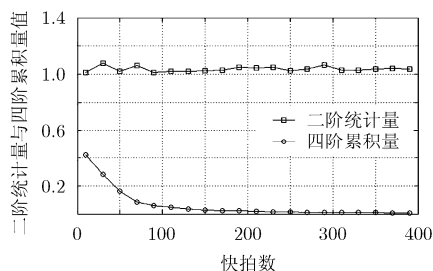


图 6 高斯色噪声二阶统计量与四阶累积量计算值

了基于四阶累积量的空间谱函数,对空间谱函数进行 2 维谱峰搜索得到中心波达方向角与扩展角的估计值,且中心波达角与扩展角自动配对。理论分析与仿真结果表明本文算法对高斯色噪声具有很好的抑制能力,能够在高斯色噪声环境下正确估计分布式目标角度参数。

参 考 文 献

- [1] Fisher E, Haimovich A, Blum R, *et al.* MIMO radar: an idea whose time has come[C]. Proceedings of the IEEE Radar Conference, Philadelphia, PA, USA, 2004: 71-78.
- [2] 刘晓莉, 廖桂生. 基于 MUSIC 和 ESPRIT 的双基地 MIMO 雷达角度估计算法[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(9): 2179-2183.
- [3] 程院兵, 顾红, 苏卫民. 一种新的双基地 MIMO 雷达快速多目标定位算法[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(2): 312-317.
- [4] 张兴良, 王可人, 樊甫华. 典型阵列快速 MUSIC 算法研究[J]. 雷达学报, 2012, 1(2): 149-156.
- [5] Wang Wei, Wang Xianpeng, Song Hongru, *et al.* Conjugate ESPRIT for DOA estimation in monostatic MIMO radar[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(7): 2070-2075.
- [6] Li Jian-feng, Zhang Xiao-fei, Cao Ren-zheng, *et al.* Reduced-dimension MUSIC for angle and array gain-phase error estimation in bistatic MIMO radar[J]. *IEEE Communications Letters*, 2013, 17(3): 443-446.
- [7] Tang Bo, Tang Jun, Zhang Yu, *et al.* Maximum likelihood estimation of DOD and DOA for bistatic MIMO radar[J].

Signal Processing, 2013, 93(5): 1349-1357.

- [8] 郭艺夺, 张永顺, 张林让, 等. 双基地 MIMO 雷达相干分布式目标快速角度估计算法[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(7): 1684-1687.
 - [9] Cao Shenhong, Ye Zhongfu, Hu Nan, *et al.* DOA estimation based on fourth-order cumulants in the presence of sensor gain-phase errors[J]. *Signal Processing*, 2013, 93(9): 2581-2485.
 - [10] Dogan C and Member M. Application of cumulants to array processing — Part I: aperture extension and array calibration[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1200-1216.
 - [11] 徐定杰, 李沫璇, 王威鹏, 等. 色噪声环境下双基地 MIMO 雷达收发角度估计方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2013, 34(5): 2-6.
 - [12] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 391-397.
 - [13] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 27-31.
 - [14] 郑植. 分布式信源低复杂度参数估计算法研究[D]. [博士论文], 电子科技大学, 2011.
 - [15] Zhao Qiang, Wang Jin-kuan, and Wang Bin. 2D DOA estimation for coherently distributed source[C]. International Conference on Computer Design and Application (ICCD), Qinhuangdao, 2010: 366-369.
 - [16] Gradshteyn I S and Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. 7th Edition, Orlando: Academic Press, 2007: 438.
- 王 伟: 男, 1979 年生, 教授, 研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理、无线电导航技术。
- 王 彝: 男, 1990 年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理。
- 王冠男: 男, 1988 年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、雷达信号处理。