

时域有限差分法在有耗介质电磁 能量吸收问题中的应用

王 长 清
(北京大学, 北京)

陈 金 元
(中国科技大学, 合肥)

摘要 本文论述了用时域有限差分法计算平面电磁波照射下有耗介质中电磁能量的吸收问题。讨论了影响计算精度的各种因素。计算了均匀和分层均匀球体中能量的吸收和分布, 并把计算结果与精确的解析分析进行了比较。还讨论了理想导电面的模拟问题, 并把结果与镜象理论进行了对比。所有的结果都说明, 在一定条件下, 时域有限差分法能给出满意的结果。

关键词 有耗介质散射体; 电磁能量吸收; 时域有限差分法

1. 引言

随着人们对电磁污染的日益关注和电磁波在生物学中的广泛应用, 人体电磁剂量学得到了迅速发展。人体电磁剂量学主要研究在各种形式的电磁波照射下, 处于各种环境中的人体所吸收的电磁能量及其在体内的分布。由于人体是形状复杂, 且是高度非均匀的介质体, 使得理论计算相当困难。近年来由于采用了时域有限差分法, 使得这一研究有了很大进展, 其空间分辨率已达到有实际价值的高度^[1,2]。在时域有限差分法的应用中, 计算精确度问题还没有得到充分的讨论。不仅需要理论上的论证, 而且需要用计算结果来加以证明。但直接对人体进行计算很难估计其精确度, 因为既没有解析结果, 也没有可靠的实验结果可用以对照比较。本文利用已有解析结果的均匀和分层均匀的介质球作为电磁波照射的对象, 用时域有限差分法计算了有耗介质球体所吸收的电磁能量及其分布, 并用此与解析结果比较, 从而估计了时域有限差分法的计算精度。同时还用横截面为正方形的柱体置于理想导电面上的计算结果与镜象理论进行了对照, 从而验证了用时域有限差分法模拟导电体的可靠性。

2. 计算方法和影响计算精度的因素

时域有限差分 (FD-TD) 法的特点是直接求解依赖时间变量的麦克斯韦旋度方程, 它的计算网格中电场和磁场分量交叉放置, 从而能恰当地模拟电磁波的实际传播过程^[3]。

为了减少网格截断效应的影响, 在截断处要设置吸收边界条件^[4], 同时要设置一连接边界以便在讨论平面波源时把计算空间分为总场和散射场两个区域。我们使用的计算空间如图 1 所示。

FD-TD 法作为电磁场的一种近似计算方法的精确度除受一般差分法特有的局限性

限制外, 还有其他一些因素起着重要作用。只有对它们进行妥善处理才能取得满意的计算精度。影响精度的重要因素之一是数字色散^[5], 即 FD-TD 网格中数字波模的相速度随波长、传播方向和离散化的情况而改变。它将导致非物理原因引起的脉冲波形的破坏、人为的各向异性和虚假绕射等。尤其严重的是它导致一种低通滤波器效应, 即对一定的网格尺度而言, 存在一个最高频率, 高于此频率的电磁波将不能在这种网格中传播。于是在给定入射波源的频率后, 要恰当地选择网格尺寸, 以尽量减少数字色散的影响。计算和经验证明, 当网格尺寸 δ 小于十分之一波长 λ 时, 数字色散的影响已不明显, 在均匀媒质中对相速度的影响仅为 1.3%。影响精度的另一个因素是网格的截断效应, 它的影响的减小主要由吸收边界条件的质量来保证。为了使吸收边界条件更好地发挥作用, 还要求波源和散射体离开截断边界足够远的距离。

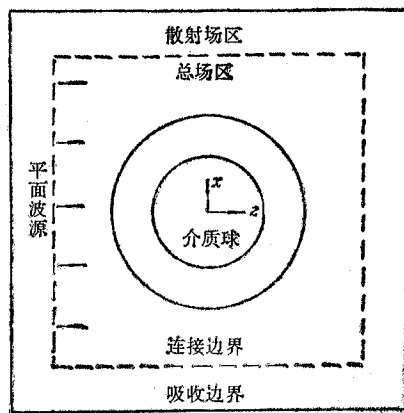


图1 吸收边界、连接边界和平面波源

第三个要处理的问题是数值稳定性, 它要求空间步长 δ 和时间步长 δt 必须满足关系:

$$\delta t < \delta / (\sqrt{3} v_{\max}) \quad (1)$$

其中 $v_{\max}$ 为计算空间中电磁波的最大速度。在保证数值稳定的条件下还有计算步数的选定问题。步数过少电磁场不能在计算空间的每一点达到稳定值, 而步数过多又会使计算误差积累, 二者都会严重影响计算结果。正确的步数选择是使空间各点刚刚达到稳定。这个计算时间 Δt 大约为电磁波走过计算空间最长距离所需的时间, $\Delta t = l/v$, 于是计算步数 N 大约可选为

$$N \approx lT / (\lambda \delta t) \quad (2)$$

其中 T 为源的振荡周期。当需要计算场的峰值时, 计算步数要使源工作半个周期以上。

3. 平面波照射下的有耗介质球

计算平面波照射下有耗介质球的计算网格空间关系如图1所示, 为一正立方体, 每边为36个网格单元, 每单元边长为2cm。分别计算了均匀和分层均匀两种情况, 两种球体的半径均为12cm。照射平面电磁波沿 z 方向传播, 极化方向为 x , 并考虑了100MHz和27MHz两种频率。均匀球体的介质特性在100MHz为 $\epsilon_r = 74$, $\sigma = 1.0\text{S/m}$; 在27MHz, $\epsilon_r = 106$, $\sigma = 0.74\text{S/m}$, 这些相当于人体肌肉在相应频率下的电参数; 分层均匀球体的外层介质与均匀球体一样, 内球半径为6cm, 其介电特性为: 在100MHz $\epsilon_r = 7.5$, $\sigma = 0.05\text{S/m}$, 在27MHz $\epsilon_r = 29$, $\sigma = 0.07\text{S/m}$, 这相当于人体骨骼部分的电参数。各网格单元所吸收的功率 $P(i, j, k)$ 为

$$P(i, j, k) = [\sigma_x E_x^2(i, j, k) + \sigma_y E_y^2(i, j, k) + \sigma_z E_z^2(i, j, k)] / 2 \quad (3)$$

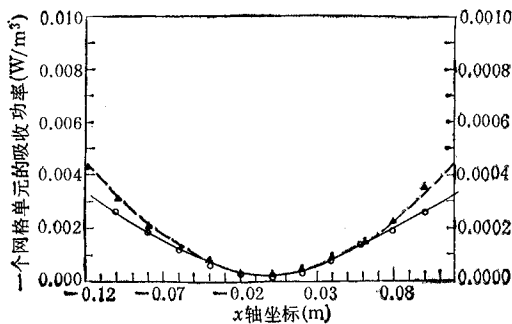
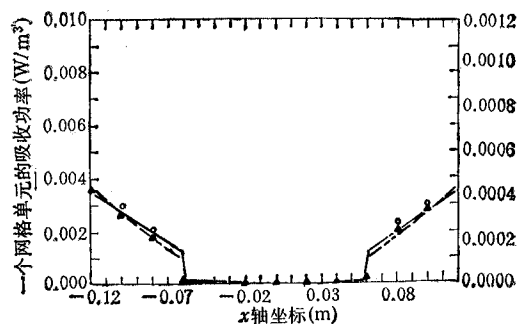
其中 E_x , E_y 和 E_z 为峰值。由此还可求得整个球体的平均吸收功率 P_{av} 。吸收功率以 W/m^3 为单位, 入射波的场强总是取 1V/m 。在平面波照射下介质球内各点吸收的电磁能量可用球贝塞尔函数展开法求得^[6,7]。表1给出了用两种方法对均匀球体的计算结果。图2

表 1 均匀球体的平均吸收功率

频 率 (MHz)	$P_{av}(\text{W}/\text{m}^3)$		误差 (%)
	FD-TD 法	解 析 法	
100	2.014×10^{-3}	2.048×10^{-3}	1.7
27	2.406×10^{-4}	2.528×10^{-4}	4.8

表 2 分层均匀球的平均吸收功率

频 率 (MHz)	$P_{av}(\text{W}/\text{m}^3)$		误差 (%)
	FD-TD 法	解 析 法	
100	2.037×10^{-3}	2.055×10^{-3}	0.86
27	2.388×10^{-4}	2.516×10^{-4}	5.1

图 2 x 轴上 $P(i, j, k)$ 的分布图 3 x 轴上各网格单元的吸收入功率

给出了 $P(i, j, k)$ 沿 x 坐标轴的分布, 实线和虚线为用解析方法对 100MHz 和 27MHz 分别计算的结果, 点和三角则分别标出了用 FD-TD 法对相应频率的计算结果, 27MHz 时的吸收功率由右侧坐标给出. 沿 z 轴有类似的精确度, 沿 y 轴的计算结果与理论值偏差要大些.

表 2 给出了分层均匀有耗介质球在平面波照射下所吸收电磁能量用两种方法的计算结果, 并给出了 FD-TD 法的计算结果相对于解析法的偏差. 图 3 则是分层均匀介质球中在 x 坐标轴上各网格单元吸收功率的分布, 沿 y 轴和 z 轴有类似的符合程度. 由这些结果可以看出, 用 FD-TD 法计算的平均吸收功率与解析法符合得相当好, $P(i, j, k)$ 的计算只在一些地方偏差稍大.

4. 理想地面上的方形介质柱体

在人体电磁剂量学中常常需要模拟各种实际环境, 以便确定这些环境对电磁场分布的影响. 我们用 FD-TD 法计算了如图 4 所示的横截面为正方形的介质柱体在平面电磁波照射下的场分布. 一种情况为孤立的柱体, 另一种情况是取其一半而置于理想导电地面上. 根据镜像理论, 两种情况下柱体中场分布应该是相同的. 柱体的尺寸为 $26.2 \times$

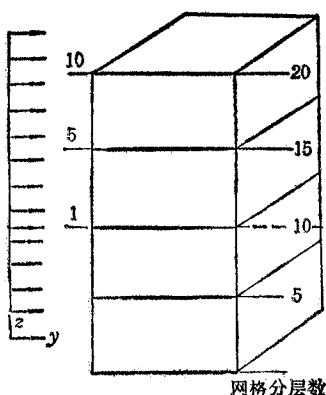
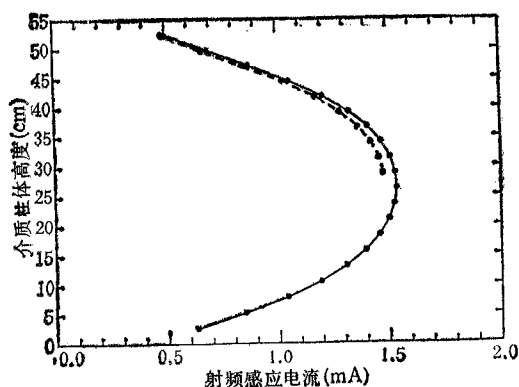


图4 介质柱体及其网格分层

图5 感应电流的分布,入射功率为 $1\text{mW}/\text{cm}^2$

$26.2 \times 52.4\text{cm}^3$, 其一半即为每边为 26.2cm^3 的立方体。计算时取 $\delta = 2.62\text{cm}$, 入射平面使沿 y 方向传播, 沿 z 方向极化, 频率为 27MHz 。在计算了各单元上的场分布后, 按下式计算了柱体各层上的总感应电流 $I_z(k)$:

$$I_z(k) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m [\sigma_z(i, j, k) + j\omega\epsilon_z(i, j, k)] E_z(i, j, k) \delta^2 / \sqrt{2} \quad (4)$$

图5为感应电流沿 z 方向的分布, 其中实线表示柱体孤立时全柱体上的感应电流, 虚线则表示柱体的一半置于理想导电面上的感应电流分布。可以看出, 结果与镜象理论的要求相近。

5. 结论

通过对平面电磁波照射下有耗介质球中吸收电磁能量的计算和与解析结果的比较可以看出, FD-TD 法具有较高的计算精度。通过对置于理想导电面上介质柱体中感应电流的计算和与镜象理论的对照可知, 用 FD-TD 法可以很好地模拟理想导体的作用。

参 考 文 献

- [1] D. M. Sullivan, O. P. Gandhi, A. Taflov, *IEEE Trans. on BME*, **BME-35**(1988), 179—286.
- [2] Chang-Qing Wang, O. P. Gandhi, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-36**(1989), 118—126.
- [3] K. S. Yee, *IEEE Trans. on AP*, **AP-14**(1966), 302—307.
- [4] G. Mur, *IEEE Trans. on EMC*, **EMC-23**(1991), 377—382.
- [5] 王长清, 无线电电子学汇刊, 1988年, 第1—2期, 第38—48页.
- [6] J. A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, New York, McGraw-Hill, (1941).
- [7] J. R. Mautz, *IEEE Trans. on MTT*, **MTT-26**(1978), 375.

USE OF THE FINITE-DIFFERENCE TIME-DOMAIN METHOD FOR CALCULATING EM ABSORPTION IN LOSSY DIELECTRIC SCATTERER

Wang Changqing

(Beijing University, Beijing)

Chen Jinyuan

(University of Science and Technology of China, Hefei)

Abstract The problems for calculating EM energy absorption by lossy dielectric scatterer irradiated by plane wave are discussed. The factors effecting the accuracy of computation are discussed. The calculated results of EM energy absorption and its distribution in homogeneous and layered homogeneous lossy dielectric spheres are presented, and the comparison of these results with analytical solution is given. The calculation is carried out for dielectric cylinder on conducting ground as well, and the result is compared with the image theory. All the computations show that the finite-difference time-domain method can give satisfactory results.

Key words Lossy dielectric scatterer; Electromagnetic absorption; Finite-difference time-domain method