

## 基于混沌吸引子重构和Low-rank聚类的跳频信号电台分选

睦萍\*<sup>①</sup> 郭英<sup>①</sup> 李红光<sup>①</sup> 王宇宙<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

<sup>②</sup>(中国人民解放军93993部队 兰州 730102)

**摘要:** 辐射源无调制信息的暂态信号能够表征辐射源发射机的无意调制特性, 对该暂态信号分析可实现辐射源识别。而跳频电台在开机以及频率转换瞬间, 都存在一个无信息传送的暂态调整时间, 该暂态调整瞬间, 电台发射的信号是无调制信息的非线性、非平稳和非高斯信号。该暂态时间序列可反映跳频电台的器件特性, 同时该序列往往呈现复杂的混沌特性。因此, 借鉴混沌时间序列分析的思想, 同时利用暂态信号的Low-rank特性, 该文提出了一种基于暂态信号混沌吸引子重构和Low-rank聚类的跳频信号电台分选算法。实验测试表明: 跳频电台的暂态信号时间序列属于混沌时间序列, 同时实测多跳频信号的电台分选结果证明了Low-rank聚类算法在跳频电台分选上的可行性。

**关键词:** 跳频电台; 暂态信号; 混沌吸引子; Low-rank聚类

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)12-2965-07

DOI: 10.11999/JEIT180947

## Frequency-hopping Transmitter Classification Based on Chaotic Attractor Reconstruction and Low-rank Clustering

SUI Ping<sup>①</sup> GUO Ying<sup>①</sup> LI Hongguang<sup>①</sup> WANG Yuzhou<sup>②</sup>

<sup>①</sup>(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

<sup>②</sup>(The No. 93993 Unit of PLA, Lanzhou 730102, China)

**Abstract:** The transient signal without modulation information of the radiation source can characterize the unintentional modulation characteristics of the radiation source. The analysis of the transient signal can realize the radiation source identification. In the switching on and frequency conversion process of the frequency-hopping signal, there is a transient adjustment time without information transmission. In the transient adjustment moment, the signal transmitted by the transmitter is a non-linear, non-stationary and non-Gaussian signal without modulation information. This transient time series can reflect the device characteristics of the frequency-hopping transmitter, and the sequence often exhibits complex chaotic characteristics. Therefore, from the idea of chaotic time series analysis and Low-rank characteristics of transient signal, a frequency-hopping transmitter classification algorithm is proposed based on chaotic attractor reconstruction and Low-rank clustering. The experimental tests show that the transient signal of the frequency-hopping transmitter belongs to the chaotic time series. At the same time, the classification results of the frequency-hopping signals demonstrate the feasibility of the Low-rank clustering algorithm in frequency-hopping transmitter classification.

**Key words:** Frequency-hopping transmitter; Transient signal; Chaotic attractor; Low-rank clustering

### 1 引言

跳频通信具有截获概率低、多址能力强、保密性好等优点, 成为军事通信领域重要的抗干扰和反

侦察技术手段。同时, 跳频技术超强的低截获特性和多址能力给通信侦察提出了严峻挑战, 近年来围绕跳频信号检测、参数估计和网台分选的研究已成为通信对抗和无线电监测等领域的热点问题。

目前, 国内外对跳频信号的研究主要侧重于对跳频信号的检测和常规参数估计, 对于跳频信号电台分选现有技术多借助于跳频信号的常规参数估计并依赖战前提供的组网预设信息实现。现有跳频信号电台分选技术主要可分为两大类: 基于特征参数

收稿日期: 2018-10-12; 改回日期: 2019-03-14; 网络出版: 2019-04-13

\*通信作者: 睦萍 ziwuningxin@163.com

基金项目: 国家自然科学基金(61601500)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61601500)

聚类的电台分选技术<sup>[4,2]</sup>和基于盲源分离的电台分选技术<sup>[3]</sup>。

其中,文献[1]利用改进的KHM(K Harmonic Means)算法,对跳频信号的方向信息、跳周期和功率等进行聚类实现网台分选。文献[2]首先利用FastICA算法初步分离混合信号,然后利用短时傅里叶变换和图像处理对信号进一步处理,在估计信号跳周期、跳时刻和跳频频率集等参数后实现跳频信号的网台分选。该类算法存在的主要问题是可估计参数数量少,估计精度低,以及分选正确率对特征参数估计的精度依赖大,复杂战场电磁环境下无法有效实现多跳频信号的识别分选。基于盲源分离的电台分选技术<sup>[3]</sup>则主要采用“两步走”,即先估计混合矩阵,然后在混合矩阵已知的条件下利用信号的稀疏性完成源信号和噪声的分离,存在分选正确率不高,欠定条件下混合矩阵估计难度大等问题。

考虑到元器件制造工艺带来的性能差异,即使来自同一生产线型号完全相同的两部辐射源辐射信号之间也存在细微差异。在其开关机、频率切换、模式转换、供电激励变化等过程中,辐射源所发射的信号包含因内部器件差异所产生的不同暂态响应,这些暂态响应信号包含丰富的辐射源特征信息,该特征信息也称为辐射源指纹特征<sup>[4]</sup>,因此实际应用中经常利用暂态信号的指纹特征分析实现辐射源的个体识别。值得一提的是,跳频通信最大的特点就是频率随时间发生伪随机跳变。这就使得信号在开机瞬间以及频率从这一点调整到下一个点都需要一定的时间,故在每次跳频信号建立前有一段无数据发射的暂态转换瞬间<sup>[5]</sup>,这一暂态正好反映了辐射源发射机的器件特性和无意调制特征。

数据的Low-rank特性是指如果由样本数据集构成的数据矩阵的秩远远小于数据的维度即矩阵行数或者样本数据的个数即矩阵列数,那么这类数据矩阵称为Low-rank矩阵,也就是说由矩阵表示的数据具有低秩特性。任一跳频电台的暂态信号其数据长度相较于所需识别的电台个数来说,由跳频暂态信号构成的样本数据集具有Low-rank特性。

因此借鉴辐射源暂态信号分析的思想,利用跳频电台暂态信号的低秩特性,本文提出了一种基于暂态信号混沌吸引子重构和Low-rank聚类的跳频信号电台分选算法。实验跳频信号电台分选结果证明了本文算法的可行性。

## 2 混沌吸引子重构

混沌作为一个现象,一种映射,一类系统,是非线性科学领域的核心问题之一。作为非线性系统的描述手段,混沌系统产生的轨迹经过一定时期的

变化后,最终会做一种有规律的运动,产生规则的,有形的轨迹,即混沌吸引子<sup>[6,7]</sup>。

对于内部结果不清楚、数学模型不易构造的系统来说,相空间重构法<sup>[8]</sup>可由系统测得的某一变量时间序列,利用时延技术重构系统的动力学特征。相空间重构的意义就在于它能够高维相空间中恢复混沌吸引子,而混沌吸引子可以表征混沌系统的独有属性。

相空间重构可由物理学系统中一个变量的时间序列来重构系统相空间模型,根据嵌入定理<sup>[9]</sup>由时间序列恢复动力学系统的运动轨线。对于测得的某一时间序列 $\{x_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ ,其中 $N$ 为数据长度,则利用时延技术可由该序列生成1个 $d$ 维位移向量族

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= \{x_1 \ x_{1+l} \cdots \ x_{1+(d-1)l}\}^T \\ \mathbf{Y}_2 &= \{x_2 \ x_{2+l} \cdots \ x_{2+(d-1)l}\}^T \\ &\vdots \\ \mathbf{Y}_M &= \{x_M \ x_{M+l} \cdots \ x_{M+(d-1)l}\}^T \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中, $l$ 为重构时延, $d$ 为嵌入维数,位移向量的总数为 $M = N - (d - 1)l$ 。

利用时延坐标法重构相空间时,为了重构出高质量的混沌吸引子,重构时延 $l$ 和嵌入维数 $d$ 的选择特别重要。文献[10]表明如果重构时延太小,位移向量中相邻元素的差别太小,样本点所包含的关于原吸引子的信息较少,相空间的形态上表现为信号轨迹向相空间主对角线压缩;如果重构时延太大,位移向量中相邻元素不相关,信息丢失,相空间的信号轨迹则容易出现折叠现象。同时,文献[9]证明若原动力系统的混沌吸引子维数为 $C$ ,则当 $d \geq 2C + 1$ 时,重构的相空间才能完全体现原系统的动力学特征。

## 3 基于暂态信号混沌吸引子重构的电台特征提取

### 3.1 辐射源暂态信号

对于每一个辐射源个体来说,信号暂态尚无调制信息,同型号辐射源暂态波形应该一致,但是受辐射源结构设计,器件工艺影响,实际接收到的信号暂态波形存在细微差异,不同的信号暂态体现了辐射源的个体差异信息。这些差异信息主要反映的是辐射源发射机的器件特性和状态转换瞬间的无意调制特征,这些特征可以较好地表征辐射源的个体属性,因此这些特征也称为辐射源的指纹特征。

辐射源暂态信号的混沌特征分析起步较早,文献[11]首次将混沌吸引子重构引入暂态信号分析中,同时多结合分形理论和神经网络实现辐射源识

别, 如文献[12]等, 均为利用暂态信号分析、分形特征以及神经网络等实现辐射源识别。

辐射源的暂态信号是辐射源内部多个器件相互作用的综合反映, 它蕴含着参与信号产生的全部变量的痕迹。把辐射源的暂态信号时间序列扩展到高维相空间, 即时间序列的相空间重构<sup>[10]</sup>, 能够充分体现不同辐射源暂态信号中包含的差异信息, 有效实现辐射源识别。

### 3.2 跳频电台暂态信号的混沌吸引子重构

跳频信号在开机以及频点转换瞬间都会存在一个无信息传送的暂态调整时间, 如图1所示。该暂态瞬时信号包含无调制信息的跳频电台个体差异信息, 且同一跳频电台暂态信号差异特征相似, 借鉴辐射源暂态信号分析的思想, 利用暂态信号混沌吸引子重构方法, 实现多跳频信号的电台分选。

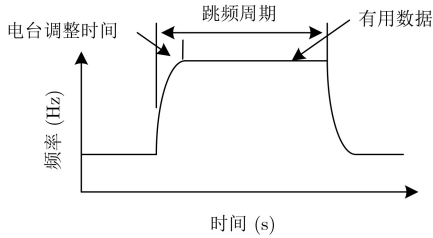


图1 跳频电台信号发射示意图

为了重构出高质量的跳频电台暂态信号混沌吸引子, 本文分别采用互信息量法<sup>[13]</sup>和伪邻近点法<sup>[14]</sup>来确定重构时延和嵌入维数。

考虑两个随机变量  $\mathbf{S} = \{s_n, n = 1, 2, \dots, N\}$  和  $\mathbf{Q} = \{q_m, m = 1, 2, \dots, M\}$ , 在已知随机变量  $\mathbf{S}$  的条件下, 得到的关于随机变量  $\mathbf{Q}$  的信息, 称为  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{Q}$  的互信息, 表达式为

$$I(\mathbf{S}, \mathbf{Q}) = \sum_n \sum_m P(s_n, q_m) \lg \frac{P(s_n, q_m)}{P(s_n)P(q_m)} \quad (2)$$

其中,  $P(s_n)$ ,  $P(q_m)$  分别为随机变量  $\mathbf{S}$  和  $\mathbf{Q}$  的边缘分布概率,  $P(s_n, q_m)$  为  $(\mathbf{S}, \mathbf{Q})$  的联合分布概率。

定义  $[s_n, q_m] = [x_n, x_{n+l}]$ , 即随机变量  $\mathbf{S}$  代表时间序列  $\{x_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ ,  $\mathbf{Q}$  代表  $x_n$  延时  $l$  的序列  $x_{n+l}$ , 则互信息  $I(\mathbf{S}, \mathbf{Q})$  是与时延  $l$  有关的函数, 记为  $I(l)$ 。互信息  $I(l)$  的大小代表了已知随机变量  $\mathbf{S}$  的情况下, 随机变量  $\mathbf{Q}$  也就是时延序列  $x_{n+l}$  的确定性大小。当  $I(l) = 0$  时, 表示时延序列  $x_{n+l}$  完全不可预测, 即序列  $x_n$  与序列  $x_{n+l}$  完全不相干。  $I(l)$  的极小值表示了序列  $x_n$  与序列  $x_{n+l}$  的最大可能不相干, 因此, 重构混沌吸引子时, 为了得到较好的重构效果, 选择  $I(l)$  第1次达到极小值时对应的  $l$  作为最小重构时延。

伪邻近点法是计算相空间重构嵌入维数的一种有效方法, 主要思想是: 如果  $d$  维重构相空间中的邻近点在  $d+1$  维相空间中仍然是邻近点, 则称该点为真邻近点, 否则称为伪邻近点。当嵌入维数  $d$  小于原动力系统的混沌吸引子维数时会产生伪邻近点; 反之, 伪邻近点消失, 混沌吸引子重构完成。当嵌入维数达到某值  $d_0$  时, 伪邻近点数量急剧减少并接近0, 同时随着嵌入维数的增加, 伪邻近点数不再变化, 该临界点  $d_0$  就称为相空间重构的最小嵌入维数。

对于1维时间序列  $\{x_n, n = 1, 2, \dots, N\}$ , 当时延为  $l$ , 嵌入维数为  $d$  时, 在相空间中重构得到的向量应为  $\{\mathbf{Y}_m(d) = [x_m, x_{m+l}, \dots, x_{m+(d-1)l}], m = 1, 2, \dots, N - (d-1)l\}$  定义

$$\alpha(m, d) = \frac{\|\mathbf{Y}_m(d+1) - \mathbf{Y}_{N(m,d)}(d+1)\|}{\|\mathbf{Y}_m(d) - \mathbf{Y}_{N(m,d)}(d)\|} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{Y}_{N(m,d)}(d)$  表示  $\mathbf{Y}_m(d)$  在  $d$  维相空间中的邻近,  $\mathbf{Y}_m(d+1)$  和  $\mathbf{Y}_{N(m,d)}(d+1)$  分别为  $\mathbf{Y}_m(d)$  和  $\mathbf{Y}_{N(m,d)}(d)$  在  $d+1$  维相空间中的表示,  $\alpha(m, d)$  体现了  $d$  维相空间中两个相邻向量在  $d+1$  维相空间中的分离程度, 其均值表示为

$$E(d) = \frac{1}{2[N - (d-1)l]} \sum_m \sum_{N(m,d)} \alpha(m, d) \quad (4)$$

为表示  $\alpha(m, d)$  从  $d$  维到  $d+1$  维相空间的变化程度, 定义

$$\gamma(d) = \frac{E(d+1)}{E(d)} \quad (5)$$

当  $d$  大于某值  $d_0$  时,  $\gamma(d)$  停止变化, 取此时的  $d_0$  为最小嵌入维数。本文最终计算所得相空间重构的时间延迟为6, 嵌入维数为4。

## 4 基于Low-rank聚类的跳频信号电台分选

### 4.1 Low-rank聚类表征模型

给定由列向量构成的数据集  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_M] \in \mathbb{R}^{d \times M}$ , 假设  $\mathbf{X}$  属于由  $\mathbf{A}$  中元素张成的向量空间, 即  $\mathbf{X} \in \text{span}\{\mathbf{A}\}$ , 则  $\mathbf{X}$  可由  $\mathbf{A}$  线性表示为  $\mathbf{X} = \mathbf{AZ}$ , 其中  $\mathbf{A}$  被称为字典。实际上, 该线性矩阵等式有无穷多解, 任何一个解都可以被认为是矩阵

关于字典  $\mathbf{A}$  的一个表示。为了获得唯一的  $\mathbf{Z}$ , 同时提取给定数据集的隐含结构特征, Liu等人<sup>[15]</sup>基于数据可由多个Low-rank子空间的并集近似取样获取的假设, 提出了Low-rank聚类模型, 数学表示为

$$\min \text{rank}(\mathbf{Z}), \text{ s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{AZ} \quad (6)$$

式(6)中,  $\text{rank}(\mathbf{Z})$  为矩阵  $\mathbf{Z}$  的秩, 表示矩阵  $\mathbf{Z}$  中非

0特征值的个数。显然式(6)是非凸且不连续的,其凸松弛可表示为

$$\min \|Z\|_*, \quad \text{s.t. } X = AZ \quad (7)$$

式(7)中,  $\|Z\|_*$ 表示矩阵 $Z$ 的原子范数。考虑噪声影响时, Low-rank目标函数表示为

$$\min \|Z\|_* + \lambda \|E\|_p, \quad \text{s.t. } X = AZ + E \quad (8)$$

其中,  $\|\cdot\|_p$ 一般为 $L_{1,2}$ 范数,用来约束噪声项, $\lambda$ 为惩罚参数。以上基于原子范数求解的优化问题主要利用ALM算法<sup>[16]</sup>求解,该算法可以获得很好的优化结果,同时求得的 $Z$ 属于块对角矩阵,可直接用于子空间聚类。但该算法存在的最大问题是需要多次重复进行SVD分解,算法复杂度高。

#### 4.2 利用Frobenius范数优化的快速Low-rank聚类算法

为了降低跳频信号电台分选算法的复杂度,借鉴文献<sup>[17]</sup>的思想,本文利用Frobenius范数代替原子范数求解Low-rank聚类模型。基于Frobenius范数的优化问题可表示为

$$\min \|Z\|_F, \quad \text{s.t. } X = AZ \quad (9)$$

上述优化问题有唯一解 $Z^*$ ,且 $Z^*$ 也是Low-rank聚类模型式(6)的解。为了证明以上内容,假设矩阵 $A \in \mathbb{R}^{d \times N}$ 的秩为 $r$ ,则 $A$ 的完整SVD和部分SVD分解结果分别为 $A = U\Sigma V^T$ 和 $A = U_r \Sigma_r V_r^T$ 。其中, $U, V$ 分别为 $m \times m$ 和 $n \times n$ 的正交矩阵, $\Sigma$ 为 $m \times n$ 的矩形对角阵, $\Sigma_r$ 为矩阵 $A$ 的 $r$ 个特征值以降序排列的对角阵,大小为 $r \times r$ , $U_r$ 和 $V_r$ 分别由 $U, V$ 的前 $r$ 列向量组成,则 $U_r$ 和 $V_r$ 都为列正交矩阵。由以上假设可得 $Z^* = V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T X$ 。

首先证明 $Z^*$ 是式(9)的唯一解。假设存在 $Z$ 满足 $X = AZ$ 且 $\|Z\|_F \leq \|Z^*\|_F$ ,有

$$\begin{aligned} \|Z\|_F &= \|V^T Z\|_F = \left\| \begin{bmatrix} V_r^T \\ V_c^T \end{bmatrix} [Z^* + (Z - Z^*)] \right\|_F \\ &= \left\| \begin{bmatrix} V_r^T Z^* + V_r^T (Z - Z^*) \\ V_c^T Z^* + V_c^T (Z - Z^*) \end{bmatrix} \right\|_F \end{aligned} \quad (10)$$

由于 $X = AZ$ 且 $X = AZ^*$ ,有 $A(Z - Z^*) = 0$ ,即 $U_r \Sigma_r V_r^T (Z - Z^*) = 0$ ,则一定满足 $V_r^T (Z - Z^*) = 0$ 。由于 $V$ 是正交矩阵,则有 $V_c^T V_r = 0$ ,又 $V_c^T Z^* = V_c^T V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T X$ ,故式(10)可简化为

$$\begin{aligned} \|Z\|_F &= \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_r^{-1} U_r^T X \\ V_c^T (Z - Z^*) \end{bmatrix} \right\|_F \\ &= \|\Sigma_r^{-1} U_r^T X\|_F + \|V_c^T (Z - Z^*)\|_F \\ &= \|V_r \Sigma_r^{-1} U_r^T X\|_F + \|V_c^T (Z - Z^*)\|_F \\ &= \|Z^*\|_F + \|V_c^T (Z - Z^*)\|_F \end{aligned} \quad (11)$$

即 $\|Z\|_F \geq \|Z^*\|_F$ ,与假设条件 $\|Z\|_F \leq \|Z^*\|_F$ 矛盾。且当 $\|Z\|_F = \|Z^*\|_F$ 时,满足 $Z = Z^*$ 。因为 $\|Z\|_F = \|Z^*\|_F$ ,故 $\|V_c^T (Z - Z^*)\|_F = 0$ 。由于Frobenius范数中 $\|M\|_F$ 当且仅当 $M = 0$ 时, $\|M\|_F = 0$ ,因此 $V_c^T (Z - Z^*) = 0$ 。同时 $V_r^T (Z - Z^*) = 0$ ,故 $V^T (Z - Z^*) = 0$ ,由于 $V$ 是正交矩阵,只有当 $Z - Z^* = 0$ 时, $V^T (Z - Z^*) = 0$ 。由上内容得证 $Z^*$ 是式(9)的唯一解。

接下来证明 $Z^*$ 同时也是Low-rank聚类模型式(6)的解。由于 $X = AZ$ ,因此,对于任意的解 $Z$ ,满足 $\text{rank}(Z) \geq \text{rank}(X)$ 。又 $Z^* = V_r \Sigma_r^{-1} \cdot U_r^T X$ ,故 $\text{rank}(Z^*) \leq \text{rank}(X)$ ,即 $\text{rank}(Z^*) = \text{rank}(X)$ 。以上过程表明, $Z^*$ 同时也是Low-rank聚类模型的解。

综上所述可知,Frobenius范数可以用于求解Low-rank聚类问题。考虑到实际采集到的跳频暂态信号存在噪声干扰,将其约束条件进行松弛处理,则Frobenius范数优化的Low-rank聚类代价函数表示为

$$\min \|Z\|_F, \quad \text{s.t. } \|X - AZ\|_F < \varepsilon \quad (12)$$

即

$$J(Z) = \|X - AZ\|_F^2 + \lambda \|Z\|_F^2 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Z^* &= (\lambda I + A^T A)^{-1} A^T X \\ &= V(\lambda I + \Sigma^T \Sigma)^{-1} \Sigma^T U^T X \end{aligned} \quad (14)$$

对于给定的待聚类数据 $X$ 和字典 $A$ ,求得Low-rank聚类参数矩阵 $Z^*$ 后,利用谱聚类法 $|Z^*| + |Z^*|^T$ 可将 $X$ 聚类到相应的多个子空间中。

## 5 实验仿真与分析

图2为两部跳频电台各暂态信号重构出的2维和3维混沌吸引子。由图2可知,不同跳频电台暂态信号的混沌吸引子呈现不同的形态。

对于跳频电台暂态信号混沌吸引子的分析,仅靠视觉上形状差异的研判属于定性分析,存在主观随意性。为定量分析不同暂态信号混沌吸引子的差异,在确定重构时延 $l$ 和最小嵌入维数 $d$ 后,将重构得到的2维相空间混沌吸引子作为图像输入,利用本文优化的Low-rank聚类方法,实现多跳频信号的电台分选。

为了验证本文算法在跳频信号电台分选中的可行性和有效性,本文利用实验室现有的截获频率在30~90 MHz,间隔为25 kHz的4部跳频发射机,搭建了一个小型电磁仿真环境。以该电磁仿真环境中接收到的跳频信号为实验测试数据,对4部跳频发射机的暂态信号个体进行相空间重构,对重构得到

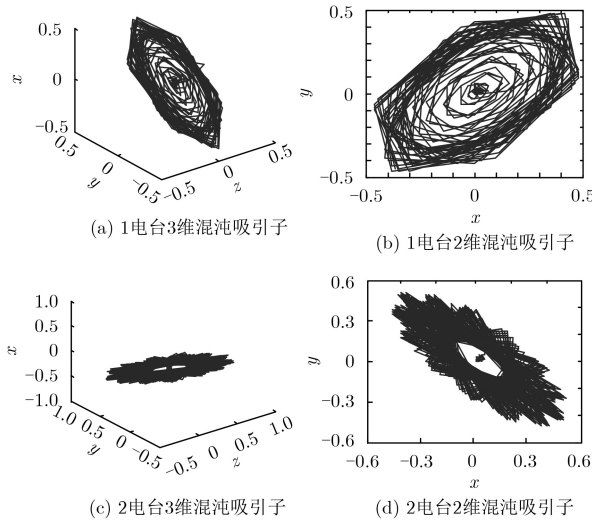


图2 不同跳频电台暂态信号的混沌吸引子

的混沌吸引子采用上述分析手段验证本文所提算法的可行性。算法仿真在Intel Core i7 2.93GHz CPU @ 4GB内存的处理器上利用Matlab 2014a实现。

**实验1** 本文算法对多跳频信号电台分选的可行性

分形特征可以很好地表征混沌吸引子的内在特性，对跳频电台暂态信号在高维相空间重构后，计算高维混沌吸引子的分形特征量，如表1所示。由表1可知，各个跳频电台暂态信号的混沌吸引子对应的最大Lyapunov指数均大于0，而Kolmogorov熵也均大于0，小于无穷，根据混沌判据可知，不同跳频电台的暂态信号并不是完全随机的，具有混沌特性，这说明跳频信号的暂态响应过程是一个混沌过程。

表1 暂态信号混沌吸引子的分形特征量

电台类别	分形特征量		
	Kolmogorov熵	Lyapunov指数	相关维数
电台1	0.5667	0.0312	3.2658
电台2	0.4610	0.1372	4.9878
电台3	0.9925	0.2207	1.4193
电台4	0.2919	0.1632	2.7587

由图2相空间重构的不同跳频电台暂态信号各自的2维和3维混沌吸引子可以看出，不同电台的吸引子呈现不同的形态。图像特征可以很明显地表征这些吸引子差异性，因此，借鉴图像识别的思想，将2维吸引子作为图像输入，利用本文聚类算法实现多跳频信号的电台分选。以4部不同跳频电台暂态信号作为分选目标，每部电台样本信号100个，分别将其中的20%，30%和40%信号作为训练数据，剩余信号作为测试数据，图3所示为本文聚类算法

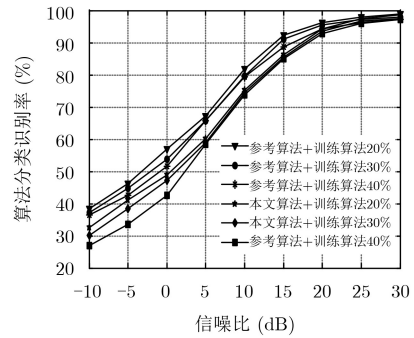


图3 不同信噪比条件下的分类识别率

和文献[15]在不同信噪比条件下对4部电台信号的分选结果。从图3实验结果可知，随着训练数据量的增加，算法识别率略有上升，同时在一定信噪比条件下，可实现较好的跳频信号电台分选功能。以上实验结果也证明了本文算法在混沌吸引子重构分析下实现跳频电台分选的可行性。

**实验2 算法的时间复杂度对比**

为了验证本文所用的基于Frobenius范数的Low-rank聚类优化算法可以有效提高聚类效率，分别对比了本文算法与文献[15]运算时间。对比结果如图4所示。从图4可以看出，本文算法在运算时间上较于传统基于原子范数的Low-rank聚类算法有较大优势。由于文献[15]对比算法为基于原子范数的Low-rank聚类算法，而基于原子范数的优化问题需要利用ALM算法求解，该算法需要多次重复进行SVD分解，算法复杂度高。本文利用Frobenius范数代替原子范数实现快速Low-rank聚类，无需多次SVD分解，因此，算法复杂度降低。

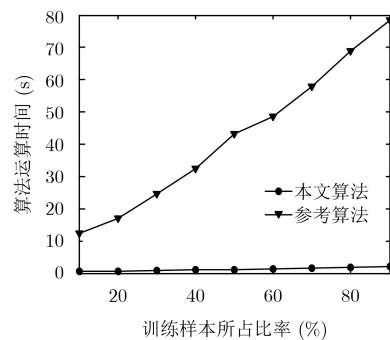


图4 算法运算时间对比

同时，从图3和图4对比实验表明，本文基于Frobenius范数的Low-rank聚类算法在提高运行速度的同时，在分类结果性能上较基于原子范数的Low-rank聚类算法性能略有降低。

**6 结束语**

借鉴辐射源暂态信号分析的思想，同时利用暂

态信号的低秩特性, 本文提出了一种基于暂态信号混沌吸引子重构和Low-rank聚类的跳频信号电台分选算法。首先, 利用互信息量法和伪邻近点法估计重构相空间的最小延时和嵌入维数。然后, 对于重构出的相空间, 利用优化的Low-rank聚类方法借鉴图像识别的分析方法验证本文算法在跳频信号电台分选上的有效性和对噪声的敏感程度。最后, 验证本文基于Frobenius范数优化的Low-rank聚类算法在运算时间上的优势。实验结果表明, 本文算法在一定条件下能够很好地实现对跳频信号的电台分选, 同时算法的运算时间较于传统Low-rank聚类明显较低。但是本文借鉴图像识别实现跳频信号电台分选存在以下两个问题: 一是本文图像识别中的混沌吸引子其嵌入维数是2, 而本文计算所得的最小嵌入维数是4, 因此在嵌入空间维数选择上有误差, 2维混沌吸引子不能完全表征原动力系统的混沌吸引子。二是图像识别中选用的识别参考截面的准确性也决定了识别效果的好坏, 本文所选的识别参考截面具有一定的随机性, 对最终分选结果存在影响。这也是本文今后工作需要继续研究的问题。

### 参考文献

- [1] 齐昶, 王斌, 丁海军. 基于KHM聚类算法的跳频信号分选[J]. 声学技术, 2011, 30(6): 547-551. doi: [10.3969/j.issn1000-3630.2011.06.017](https://doi.org/10.3969/j.issn1000-3630.2011.06.017).  
QI Chang, WANG Bin, and DING Haijun. Identification of frequency hopping signals based on clustering[J]. *Technical Acoustics*, 2011, 30(6): 547-551. doi: [10.3969/j.issn1000-3630.2011.06.017](https://doi.org/10.3969/j.issn1000-3630.2011.06.017).
- [2] 姚瑶, 赵知劲, 尚俊娜. 一种跳频信号网台分选方法[J]. 杭州电子科技大学学报, 2009, 29(1): 33-36. doi: [10.3969/j.issn.1001-9146.2009.01.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-9146.2009.01.009).  
YAO Yao, ZHAO Zhijin, and SHANG Junna. A method for FH signal network-station sorting[J]. *Journal of Hangzhou Dianzi University*, 2009, 29(1): 33-36. doi: [10.3969/j.issn.1001-9146.2009.01.009](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-9146.2009.01.009).
- [3] 于欣永, 郭英, 张坤峰, 等. 基于盲源分离的多跳频信号网台分选算法[J]. 信号处理, 2017, 33(8): 1082-1089. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008](https://doi.org/10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008).  
YU Xinyong, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, et al. A network sorting algorithm based on blind source separation of multi-FH signal[J]. *Journal of Signal Processing*, 2017, 33(8): 1082-1089. doi: [10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008](https://doi.org/10.16798/j.issn.1003-0530.2017.08.008).
- [4] ELLIS K J and SERINKEN N. Characteristics of radio transmitter fingerprints[J]. *Radio Science*, 2016, 36(4): 585-597. doi: [10.1029/2000rs002345](https://doi.org/10.1029/2000rs002345).
- [5] SUI Ping, GUO Ying, ZHANG Kunfeng, et al. Frequency-hopping transmitter fingerprint feature classification based on kernel collaborative representation classifier[J]. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2017, 2017: 9403590. doi: [10.1155/2017/9403590](https://doi.org/10.1155/2017/9403590).
- [6] 顾晓辉, 刘永强, 杨绍普, 等. 基于混沌吸引子特征量的滚动轴承故障诊断[J]. 石家庄铁道大学学报: 自然科学版, 2015, 28(1): 91-95. doi: [10.13319/j.cnki.sjztdxzbzrb.2015.01.19](https://doi.org/10.13319/j.cnki.sjztdxzbzrb.2015.01.19).  
GU Xiaohui, LIU Yongqiang, YANG Shaopu, et al. Fault diagnosis of rolling bearing based on characteristic quantities of chaotic attractor[J]. *Journal of Shijiazhuang Tiedao University: Natural Science Edition*, 2015, 28(1): 91-95. doi: [10.13319/j.cnki.sjztdxzbzrb.2015.01.19](https://doi.org/10.13319/j.cnki.sjztdxzbzrb.2015.01.19).
- [7] 相征, 张太镒, 孙建成. 基于混沌吸引子的快衰落信道预测算法[J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2006, 33(1): 145-149. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2006.01.034](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2006.01.034).  
XIANG Zheng, ZHANG Taiyi, and SUN Jiancheng. Prediction algorithm for fast fading channels based on the chaotic attractor[J]. *Journal of Xidian University*, 2006, 33(1): 145-149. doi: [10.3969/j.issn.1001-2400.2006.01.034](https://doi.org/10.3969/j.issn.1001-2400.2006.01.034).
- [8] 王皓石. 图像的混沌吸引子研究[D]. [硕士学位论文], 吉林大学, 2015.  
WANG Haoshi. Study on the chaotic attractor of image[D]. [Master dissertation], Jinlin University, 2015.
- [9] TAKENS F. Detecting Strange Attractors in Turbulence[M]. RAND D and YOUNG L S. Lecture Notes in Mathematics. Berlin, Gemany, Springer-Verlag, 1981: 366-381.
- [10] KUGIUMTZIS D. State space reconstruction parameters in the analysis of chaotic time series - the role of the time window length[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1996, 95(1): 13-28. doi: [10.1016/0167-2789\(96\)00054-1](https://doi.org/10.1016/0167-2789(96)00054-1).
- [11] SUN L, KINSNER W, and SERINKEN N. Characterization and feature extraction of transient signals using multifractal measures[C]. 1999 IEEE Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, Edmonton, Canada, 1999: 781-785. doi: [10.1109/ccece.1999.808046](https://doi.org/10.1109/ccece.1999.808046).
- [12] SHAW D and KINSNER W. Multifractal modelling of radio transmitter transients for classification[C]. IEEE WESCANEX 97 Communications, Power and Computing. Conference Proceedings, Winnipeg, Canada, 2002: 306-312. doi: [10.1109/wescan.1997.627159](https://doi.org/10.1109/wescan.1997.627159).
- [13] FRASER A M and SWINNEY H L. Independent coordinates for strange attractors from mutual information[J]. *Physical Review A*, 1986, 33(2): 1134-1140. doi: [10.1103/physreva.33.1134](https://doi.org/10.1103/physreva.33.1134).
- [14] KENNEL M B, BROWN R, and ABARBANEL H D. Determining embedding dimension for phase-space

- reconstruction using a geometrical construction[J]. *Physical Review A*, 1992, 45(6): 3403–3411. doi: [10.1103/physreva.45.3403](https://doi.org/10.1103/physreva.45.3403).
- [15] LIU Guangcan, LIN Zhouchen, YAN Shuicheng, *et al.* Robust recovery of subspace structures by low-rank representation[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2013, 35(1): 171–184. doi: [10.1109/tpami.2012.88](https://doi.org/10.1109/tpami.2012.88).
- [16] YANG Junfeng and ZHANG Yin. Alternating direction algorithms for L1-problems in compressive sensing[J]. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 2011, 33(1): 250–278. doi: [10.1137/090777761](https://doi.org/10.1137/090777761).
- [17] ZHANG Haixian, ZHANG Yi, and XI Peng. fLRR: Fast Low-rank representation using Frobenius-norm[J]. *Electronics Letters*, 2014, 50(13): 936–938. doi: [10.1049/el.2014.1396](https://doi.org/10.1049/el.2014.1396).
- 眭 萍: 女, 1991年生, 博士生, 研究方向为信号处理与电子对抗.  
郭 英: 女, 1961年生, 教授, 研究方向为电子对抗理论与技术.  
李红光: 男, 1986年生, 博士生, 研究方向为信号处理与电子对抗.  
王宇宙: 男, 1992年生, 硕士生, 研究方向为信号处理.