

一种基带 GMSK 信号相关器及其输出概率分布

何先灯 裴昌幸 孟云亮

(西安电子科技大学 ISN 国家重点实验室 西安 710071)

摘要: 该文提出一种基带 GMSK 信号相关器, 并从 GMSK 解调信号的相位概率分布函数以及独立同分布随机变量和的概率分布函数出发, 给出了该相关器的自相关峰和互相关峰的概率分布函数。从概率论与数理统计出发, 推导了一种统一的数字相关器(数字匹配滤波器)的自相关峰和互相关峰的概率分布函数。数值计算结果表明, 在相同条件下, 该基带 GMSK 信号相关器的误检概率比数字相关器的低近一个数量级。

关键词: GMSK; 相关器; 概率分布

中图分类号: TN919.6

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2009)10-2532-04

A Baseband GMSK Signal Correlator and Its Output Probability Distribution

He Xian-deng Pei Chang-xing Meng Yun-liang

(The State Key Lab of Integrated Services Networks, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: A type of baseband GMSK signal correlator is presented in this paper. From the phase probability density function of demodulated GMSK signal and the probability distribution function of the sums of independent identical distribution random variables, the auto-correlation and cross-correlation functions of the correlator are proposed. A uniform auto-correlation and cross-correlation probability distribution functions of digital correlator(digital matched filter) is derived from the probability and statistics theory. Numerical results demonstrate that the error probability of the baseband GMSK signal correlator is about one order of magnitude lower than that of digital one under the same condition.

Key words: GMSK; Correlator; Probability

1 引言

GMSK 调制方式由于其良好的频带利用率及较低的实现复杂度而广泛应用于现代通信系统中。文献[1]给出了一种实现结构简单, 性能优良的 GMSK 2 bit 差分解调系统。数字相关器(也称为数字匹配滤波器)^[2-5]广泛的应用于现代通信系统中, 以实现同步信号或扩频信息的识别。由于数字相关器处理的是一种二元数字信号, 不包含信道带宽及预调制引起的码间串扰, 因而不是最佳的相关器。

为提高相关器性能, 本文给出了一种包含码间串扰的基带 GMSK 信号相关器的模型, 并从文献[1]给出的 GMSK 解调信号的相位概率分布函数以及独立同分布随机变量和的概率分布函数出发, 导出了该基带 GMSK 信号相关器的自相关峰及互相关峰概率分布函数。数值计算结果证实了该基带 GMSK 信号相关器的性能比数字相关器的更优。文献[2-4]仅给出了数字相关器的漏检概率分布函数,

本文从概率论与数理统计出发, 更系统地给出了数字相关器的各种输出概率分布函数, 包括自相关峰概率分布函数, 与正交码相关的互相关峰概率分布函数以及与噪声相关的互相关峰概率分布函数。数值计算结果表明, 本文所给出的各种概率分布函数与蒙特卡罗错误统计技术(MCECT)给出的结果基本吻合。

2 系统模型

图 1 为采用判决反馈算法的 2 bit 差分解调的 GMSK(2 bit DGMSK)系统框图^[6]。该算法通过已解调的数据推测当前的相位状态, 然后通过对离判决门限最近的相位状态叠加一个相移, 使其远离判决门限, 从而获得更好的抗噪声性能。

当中频滤波器是高斯型且其噪声带宽 B_n 比高斯

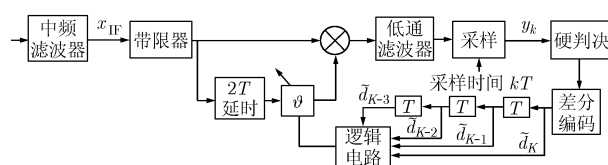


图 1 采用判决反馈的 2 bit DGMSK 系统框图

2008-12-22 收到, 2009-07-13 改回

国家自然科学基金(60572147), 西安市科技创新计划(YF07015)和学科创新引智计划(B08038)资助课题

型的发送预调制滤波器的噪声带宽 B_t 的两倍还大时, 中频滤波器后的 GMSK 信号 x_{IF} 可以表示为

$$x_{IF}(t) = R(t) \cos[\omega_c t + \phi(t) + \eta(t)] \quad (1)$$

其中 $R(t)$ 是信号的幅度, ω_c 是中频滤波器的角频率, $\phi(t)$ 是频率调制后的数据相位^[1], $\eta(t)$ 是加性高斯白噪声(AWGN)产生的随机噪声^[1]。

由于有用信号 $\phi(t)$ 都包含在 x_{IF} 的相位中, 为了消除时变包络 $R(t)$ 的影响, 通常都在中频滤波器之后加入一个限幅放大器(LA)^[7]。由于低通滤波器的存在, 在 kT 采样时刻, 采用判决反馈的 2 bit DGMSK 的基带信号可以表示为

$$y(kT) = A \cos[\Delta\phi(2T) - \vartheta + \Delta\eta(2T)] \quad (2a)$$

$$\Delta\phi(2T) = \phi(kT) - \phi(kT - 2T) \quad (2b)$$

$$\Delta\eta(2T) = \eta(kT) - \eta(kT - 2T) \quad (2c)$$

其中 A 为常数, k 是一个整数, T 是比特持续时间, ϑ 是判决反馈的附加相移^[1]。

图 2 给出了数字相关器及基带 GMSK 信号相关器的结构图。如图 2 所示, 相关器主要由数字匹配滤波器实现。解调器之后的信号包含了 GMSK 预调制滤波器及接收中频滤波器引入的码间串扰, 经采样器在最佳采样时刻采样后, 幅度随不同的码字组合而变化, 如图 2(c)所示。在数字相关器中, 采样器后的信号须经过硬判决器, 这导致该幅度信息被丢失。在基带 GMSK 信号相关器中, 本地存储的也是包含了码间串扰的基带 GMSK 信号, 与采样器之后的信号的相关性更强, 故该基带 GMSK 信号相关器的性能将优于数字相关器。

m-bit 数字相关器的输出可定义为

$$H_1 = \sum_{k=1}^m d_k \tilde{d}_k \quad (3)$$

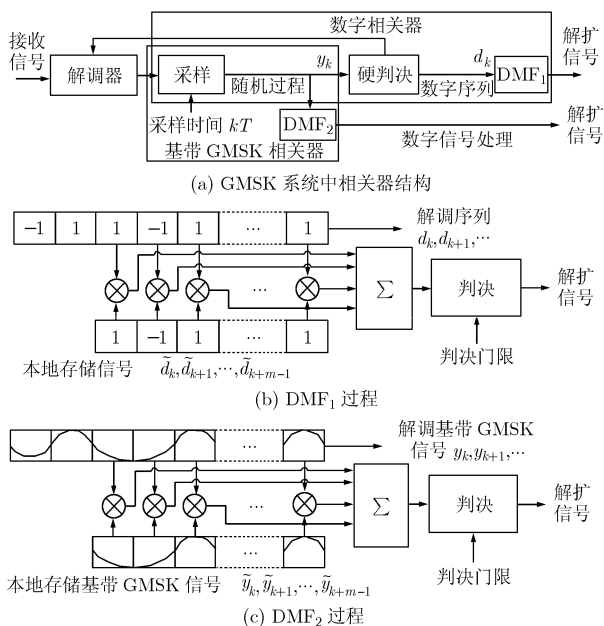


图 2 数字相关器及基带 GMSK 信号相关器的结构图

其中 $\{d_k | k=1, 2, \dots\}$ 是一个解调后的二进制符号, 取值 $\{\pm 1\}$; $\{\tilde{d}_k | k=1, 2, \dots\}$ 是一个本地存储的二进制符号, 取值 $\{\pm 1\}$ 。

m-bit 基带 GMSK 信号相关器的输出可以表示为

$$H_2 = \sum_{k=1}^m y_k \tilde{y}_k \quad (4a)$$

$$\tilde{y}_k = \cos[\Delta\phi(2T) - \vartheta], \quad y_k = y(kT)/A \quad (4b)$$

$$A = \frac{1}{2} [y(kT)_{\max} - y(kT)_{\min}] \quad (4c)$$

其中 $\{\tilde{y}_k | k=1, 2, \dots\}$ 是本地存储的基带预调制信号; $-1 \leq \tilde{y}_k \leq 1$; $\{y_k | k=1, 2, \dots\}$ 是归一化的解调的基带信号的采样值, 取值范围 $-1 \leq y_k \leq 1$ 。

由于信道中存在噪声, 采样器之后的信号可以被看为一个随机过程, 硬判决之后的信号可以被看为一个随机数字序列。因而, H_1 和 H_2 均服从概率分布。研究该概率分布的特性, 将有助于获得更好的相关器性能。

3 性能分析

3.1 基带 GMSK 信号相关器的输出概率分布

采用判决反馈的 2-bit DGMSK 信号的相位概率分布函数为^[1]

$$F'(\varphi) = \frac{W_2 \sin[(\Delta\phi - \vartheta) - \varphi]}{4\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\exp\left\{-\left[U_2 - V_2 \sin t - W_2 \cos[(\Delta\phi - \vartheta) - \varphi] \cos t\right]\right\}}{U_2 - V_2 \sin t - W_2 \cos[(\Delta\phi - \vartheta) - \varphi] \cos t} \cdot dt \quad (5a)$$

$$U_2 = \frac{1}{2} [\rho(t) + \rho(t - 2T)], \quad V_2 = \frac{1}{2} [\rho(t) - \rho(t - 2T)],$$

$$W_2 = \sqrt{U_2^2 - V_2^2} \quad (5b)$$

其中 $\rho(t)$ 是解调信号的实时信噪比^[1]。

假定可以正确的估计出发送的信号, 则 $\Gamma_1 = y_k$ 的概率分布可以由式(6)表示。

$$F_{1k}(\Gamma_1) = P\{-1 \leq \tau \leq \Gamma_1\} = F'(2\pi - \arccos \Gamma_1) - F'(\arccos \Gamma_1) + [\text{sgn}(\Gamma_1 - \tilde{y}_k) + 1]/2 \quad (6)$$

其中 $-1 \leq y_k \leq 1$, 当 $x \geq 0$ 时 $\text{sgn}(x) = 1$, $x < 0$ 时 $\text{sgn}(x) = -1$ 。

$\Gamma = y_k \tilde{y}_k$ 的概率密度为

$$f_k(\tau) = f_{1k}(\tau/\tilde{y}_k) \cdot |\tau/\tilde{y}_k| \quad (7)$$

其中 $f_{1k}(\tau_1)$ 是 Γ_1 的概率密度。

由于不能采用对 $F_{1k}(\Gamma_1)$ 函数直接求导得到 $f_{1k}(\tau_1)$ 函数, 故先计算 $F_{1k}(\tau/\tilde{y}_k)$, 然后采用数值微分运算计算 $f_{1k}(\tau/\tilde{y}_k)$, 最后得到式(7)的等效表达式:

$$f_k(\tau) = (F_{1k}(1/\tilde{y}_k))' \cdot \tilde{y}_k \cdot |1/\tilde{y}_k| \quad (8)$$

其中 $-\lvert\tilde{y}_k\rvert \leq \tau \leq \lvert\tilde{y}_k\rvert$, 由于 \tilde{y}_k 随着相位状态 k 的不同而不同^[6], τ 的取值范围应该归一化到 $[-1,1]$ 区间内, 且当 $-1 \leq \tau \leq -\lvert\tilde{y}_k\rvert$ 或 $\lvert\tilde{y}_k\rvert \leq \tau \leq 1$ 时, $f_k(\tau) = 0$.

文献[1]中指出, 2-bit DGMSK 系统中的噪声相关系数时可以被忽略。由于调制比特流是独立的, 误码率计算公式里已经包含了码间串扰, 故 $\{y_k \mid k=1,2,\dots\}$ 可以近似为独立同分布的随机变量^[8]。因此, 相关接收机的输出 H 是独立同分布的随机变量的和。根据文献[8], 对于 m -bit 相关器来说, H 的概率密度为

$$g_m(\tau) = \left\{ \overline{f(\tau)} * \overline{f(\tau)} * \dots * \overline{f(\tau)} \right\}_{m-1\text{次卷积}} \quad (9)$$

当解调的信号与本地存储的信号同步时, 基带 GMSK 信号相关器的输出为自相关峰, 该自相关峰的概率分布函数 $G_m^r(B)$ 及相关器的漏检概率分布函数 $G_m^W(B)$ 分别为

$$G_m^r(B) = P(H > B) = 1 - \int_{-m}^B g_m(\tau) d\tau \quad (10)$$

$$G_m^W(B) = 1 - G_m^r(B) = \int_{-m}^B g_m(\tau) d\tau \quad (11)$$

可以通过以下步骤给出基带 GMSK 信号相关器的平均漏检概率分布函数:

(1) 利用式(10)计算所有本地存储的基带 GMSK 信号与传输的基带 GMSK 信号相同时的漏检概率分布函数 $G_{m,j}^W(B)$;

(2) 对所有 $G_{m,j}^W(B)$ 取平均, 得到平均漏检概率分布函数:

$$\overline{G_{m,j}^W(B)} = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m G_{m1,j}^W(B) \quad (12)$$

在现代通信系统中(如 CDMA 通信系统), 扩频信息常由正交码组(或准正交码组)传输, 故还需要考虑基带 GMSK 信号相关器的互相关特性。基带 GMSK 信号相关器的平均互相关峰概率分布函数可以通过以下步骤给出:

(1) 利用式(9)计算所有本地存储的基带 GMSK 信号与传输的基带 GMSK 信号不同时的互相关峰概率密度函数 $g_{m1,j}(\tau)$ 。

(2) 对所有 $g_{m1,j}(\tau)$ 取平均得到平均互相关峰概率密度函数为

$$\overline{g_{m1}(\tau)} = \frac{1}{n_1(n_1-1)/2} \sum_{j=1}^{n_1(n_1-1)/2} g_{m1,j}(\tau) \quad (13)$$

其中 n_1 为正交码的个数。

(3) 计算平均互相关峰概率分布函数为

$$G_{m1}(B) = \int_{-m}^B \overline{g_{m1}(\tau)} d\tau \quad (14)$$

则正交码引起的基带 GMSK 信号相关器的平均误检概率分布函数为

$$G_{m2}(B) = 1 - \int_{-m}^B \overline{g_{m1}(\tau)} d\tau \quad (15)$$

在接收机工作的过程中, 如果没有发送信号,

则本地信号将会与噪声进行相关运算。此时, 2-bit DGMSK 系统的输出相位均匀的分布在 0 到 2π 之间。 $\Gamma = y_i \tilde{y}_i$ 的概率密度为

$$f_{2k}(\tau) = [F_{2k}(\tau)]' = \tilde{y}_k / \left(\pi \lvert\tilde{y}_k\rvert \sqrt{1 - (\tau / \tilde{y}_k)^2} \right) \quad (16)$$

其中 $-\lvert\tilde{y}_i\rvert \leq \tau \leq \lvert\tilde{y}_i\rvert$ 。此种情况下, 噪声引起的误检概率分布函数为

$$G_{m2}(B) = 1 - \int_{-m}^B g_{m2}(\tau) d\tau \quad (17a)$$

$$g_{m2}(\tau) = \left\{ \overline{f_2(\tau)} * \overline{f_2(\tau)} * \dots * \overline{f_2(\tau)} \right\}_{m-1\text{次卷积}} \quad (17b)$$

$$\overline{f_2(\tau)} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m f_{2k}(\tau) \quad (17c)$$

3.2 数字相关器的输出概率分布

由于对于 m -bit 数字相关器, 相关峰取值集合为 $\{-m+2k \mid m-k \text{ 为误码个数}\}$ 。在给定误码率 P_b 的条件下, 自相关峰为 $h_1 = -m+2k$ 的概率密度函数为

$$f_1(h_1) = \binom{m}{k} P_b^{m-k} (1 - P_b)^k \quad (18a)$$

则 m -bit 数字相关器的漏检概率分布函数为

$$F_1(B) = P(H < B) = \sum_{h_1=-m}^B f_1(h_1) \quad (18b)$$

假设系统没有噪声, 系统无误码, 互相关运算的结果为 $K_p - K_n$, 其中 K_p 为对应乘的结果为正的个数, K_n 为对应乘的结果为负的个数。当系统中存在噪声时, m -bit 数字相关器的输出可以表示为 $H_1 = (K_p - K_{ep}) - (K_n - K_{en})$, 其中 K_{ep} 和 K_{en} 分别是 K_p 和 K_n 中存在的误码个数。互相关峰为

$$P_n = \binom{K_p}{K_{ep}} \binom{K_n}{K_{en}} P_b^{m-k} (1 - P_b)^k \quad (19)$$

其中, $m = K_p + K_n$, $m - k = K_{ep} + K_{en}$ 。

将各种误码率情况下的相同相关峰输出概率求和, 即可得到互相关峰输出概率分布函数, 此概率分布函数亦为与正交码相关而产生的误检概率分布函数。

当信道中没有信号在传输时, 数字相关器将与一个取值 $\{\pm 1\}$ 的噪声序列进行相关。当噪声为 AWGN 时, 可以认为噪声判决为 '1' 或 '-1' 的概率相同, 都为 0.5。 m -bit 数字相关器与噪声相关时的输出概率密度函数为

$$f_2(h_1) = \binom{m}{k} 0.5^m \quad (20a)$$

由此可以得到噪声造成的误检概率分布函数为

$$F_2(h_1) = 1 - \sum_{h_1=-m}^m f_2(h_1) = 1 - \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} 0.5^m \quad (20b)$$

4 仿真结果及结论

仿真采用 matlab 实现, 并选用长度为 15、31

和 63 的 Gold 码组^[9], 带宽时间积为 0.3 的 GMSK 预调制滤波器。通过计算可以发现, 在相同的条件下, 噪声造成的误检概率大于正交码造成的误检概率, 因此, 相关器的判决门限应该由漏检概率密度函数以及噪声造成的误检概率函数决定。

图 3(a)给出了噪声造成的误检概率等于漏检概率时的判决门限和信噪比的关系曲线。由图 3(a)可以给出一种自适应判决门限方法: 先估计系统的信噪比, 然后根据图 3(a)中的数据, 找到此信噪比下的判决门限, 即可实现自适应判决门限算法。图 3(b)给出了噪声造成的误检概率等于漏检概率的条件下, 不同信噪比时, 基带 GMSK 信号相关器和数字相关器的漏检概率曲线。为了验证本文所建立的理

论模型的正确性, 图中还画出了 MCECT 给出的漏检概率曲线。由图可知, 基带 GMSK 信号相关器的漏检概率比数字相关器的降低了约 1 个数量级, 且本文给出的漏检概率分布函数的曲线与 MCECT 给出的曲线基本一致。

本文提出了一种基带 GMSK 信号相关器, 并建立了该基带 GMSK 信号相关器和数字相关器的理论模型, 给出了这两种相关器的漏检概率分布函数和误检概率分布函数。数值计算结果说明, 该理论模型是正确的, 且在同等条件下, 基带 GMSK 信号相关器的漏检概率低于数字相关器的近一个数量级。本文还给出了一种不同信噪比下的自适应判决门限方法, 该方法可以应用于工程实践中, 以提高相关器的性能。

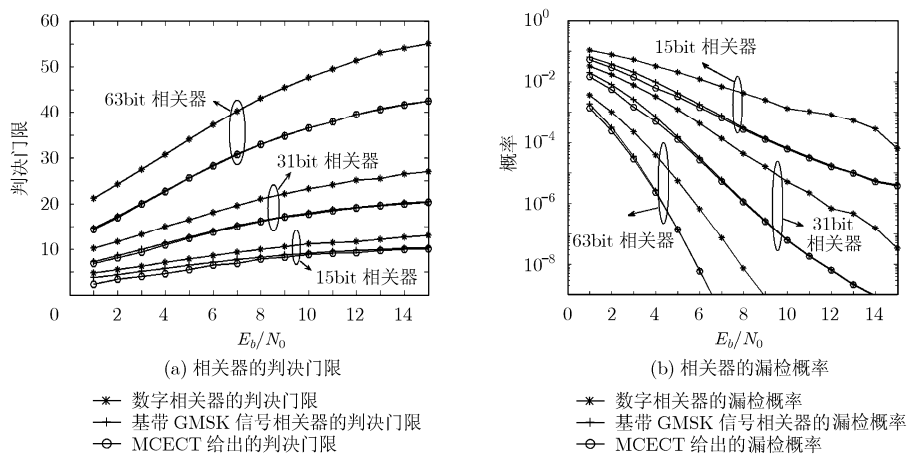


图 3 漏检概率等于误检概率下的相关器的性能仿真结果

参考文献

- [1] He Xian-deng, Pei Chang-xing, and Zhu Chang-hua, *et al.* BER analysis of a GMSK system using decision feedback [C]. 21st International Conference on Advanced Information Networking and Applications Workshops (AINAW'07), Niagara Falls, Ontario, Canada, May 21-23, 2007, Vol.1: 113-118.
- [2] Padan U. Adaptive digital matched filters [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1982, IT-28(6): 890-904.
- [3] Tan Xiao-heng. Performance of acquisition in a digital matched-filter for DSSS [C]. 2005 IEEE International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications Proceedings, Beijing, China, Aug. 8-12, 2005: 927-931.
- [4] Rahaman M S and Dodds D E. Throughput and PN codephase acquisition for packet CDMA without preamble [C]. Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering, 2008(CCECE 2008), Niagara Falls, Ontario, Canada, May 4-7, 2008: 1179-1182.
- [5] 陈勇, 赵杭生. 大频差长地址码扩频系统快速捕获方案的设计与实现[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(9): 2187-2190.

- [6] Yongacoglu A, Makrakakis D, and Feher K. Differential detection of GMSK using decision feedback[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1988, 36(6): 641-649.
- [7] Huang Po-chium, Chen Yi-huei, and Wang Chong-kuang. 2-V CMOS 455-kHz FM/FSK demodulator using feedforward offset cancellation limiting amplifier [J]. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, 2001, 36(1): 135-138.
- [8] Devore and Jay L. Probability and Statistics for Engineering and the Sciences[M]. Sixth edition, Beijing: China Machine Press, 2004, Chapter 5.
- [9] Simon Haykin, Michael Moher 著. 郑宝玉等译. 现代无线通信[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005, 第五章&附录 D.

何先灯: 男, 1982年生, 博士生, 研究方向为无线通信及其抗干扰系统、软件无线电、数字信号处理等。

裴昌幸: 男, 1945年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为无线通信、通信抗干扰、网络测量、量子通信等。

孟云亮: 男, 1984年生, 博士生, 研究方向为无线通信及其抗干扰系统、无线通信网络、数字信号处理等。