

基于交替迭代的混合信号 DoA 与 ULA 互耦误差估计算法

景小荣^{①②} 杨洋^① 张祖凡^{①②} 陈前斌^{①②}

^①(重庆邮电大学通信与信息工程学院 重庆 400065)

^②(移动通信技术重庆市重点实验室 重庆 400065)

摘要: 针对互耦条件下均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA), 该文基于交替迭代提出一种适用于混合信号模型的波达方向(Direction of Arrival, DoA)与互耦误差估计算法。算法首先利用 ULA 互耦矩阵的带状 Toeplitz 结构, 提出一种基于门限的非相干信号 DoA 估计方法, 进而实现互耦误差初步估计; 在此基础上, 以交互迭代方式实现混合信号 DoA 估计及互耦误差更新。算法最多只需二次交互迭代, 就可实现收敛。计算机仿真结果表明: 该算法在较少接收快拍数及低信噪比情况下, 均具有良好的 DoA 及互耦误差估计性能。

关键词: 均匀线阵; DoA 估计; 混合信号; 互耦误差

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2013)05-1202-06

DOI: 10.3724/SP.J.1146.2012.01138

An Algorithm for Estimating DoAs of Mixed Signals and Mutual Coupling Error of ULA Based on Alternative Iteration

Jing Xiao-rong^{①②} Yang Yang^① Zhang Zu-fan^{①②} Chen Qian-bin^{①②}

^①(School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China)

^②(Chongqing Key Laboratory of Mobile Communications Technology, Chongqing 400065, China)

Abstract: Based on alternative iteration, an algorithm is proposed to estimate the DoAs of mixed signals and mutual coupling error for Uniform Linear Array (ULA). In the algorithm, utilizing the Toeplitz structure of the mutual coupling matrix of the ULA, a threshold-based method is presented and used to estimate initially the DoAs of the incoherent signals in mixed signals, and then the corresponding mutual coupling error is achieved. On the basis of this, the DoAs of the mixed signals is estimated and the mutual coupling error is updated in an alternative iteration mode. The overall algorithm can achieve the convergence with at most two times alternative iterations. The computer simulation indicates that the algorithm has good performance of DoA and mutual coupling error estimation even with less receive snapshots and in lower SNR region.

Key words: Uniform linear array; DoA estimation; Mixed signals; Mutual coupling error

1 引言

DoA估计作为智能天线的核心技术,在雷达、通信、声呐等领域具有广泛的应用前景,目前被学术界广泛研究。在众多DoA估计算法中,以多重信号分类(Multiple Signal Classification, MUSIC)^[1]为代表的子空间类算法,由于测向精度高而受到广泛关注。然而,为了确保此类算法的测向精度,要求阵列流型精确已知。但在实际应用中,由于诸多原因,比如阵元间互耦效应,使实际天线阵列流型与理想阵列流型之间总存在一定误差,导致测向精度

急剧下降^[2-4]。

为了解决存在互耦误差时的DoA估计问题,学者们通过对互耦误差进行数学建模,将互耦误差校正转化为参数估计问题^[3,4]。文献[5]利用均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA)互耦误差矩阵的带状 Toeplitz 结构,提出了一种DoA估计与互耦自校正方法。文献[6]针对ULA和均匀圆阵(Uniform Circular Array, UCA),基于凸松弛原理研究了互耦条件下独立信源的DoA估计问题。文献[7]通过将互耦误差转换成与角度相关的复阵列增益,提出了一种DoA与互耦误差联合估计算法。这些研究及包括早期大多数互耦误差校正算法基本上均针对非相干源情况,然而,在实际散射通信环境中,受多径影响,信号在传输过程中会产生相干源,相干源的存在使得基于MUSIC的子空间类算法完全失效。文献[8]针对跳

2012-09-06 收到, 2013-01-16 改回

国家科技重大专项(2011ZX03003-001-01), 重庆市自然科学基金(CSTS, 2010BB2417, 2013JJB0114)和重庆市教委科研项目(KJ110526)资助课题

*通信作者: 杨洋 yangyme@163.com

频系统, 利用最大似然准则, 提出了一种基于交替迭代的互耦系数与相干信源 DoA 估计方法。文献[9]基于改进空间平滑算法, 实现互耦条件下的相干信号 DoA 估计。文献[10]提出了两种解相关方法以实现互耦条件下相干信源的 DoA 估计。此外, 多径环境下, 除了存在相干信源, 还可能不存在非相干信源, 在此称作混合信号模型。文献[11]则提出了一种基于三步实现的混合信号 DoA 与互耦误差估计算法, 该方法首先利用阵列中间子阵来估计非相干信源 DoA, 进而实现互耦误差估计; 在剔除非相干信源的影响后, 利用空间平滑实现解相干, 进而实现相干信源 DoA 估计。由于该算法只利用了非相干信源 DoA 估计结果实现互耦误差估计, 因此, 互耦误差估计的精度并不高, 导致最终 DoA 估计精度有限, 同时, 该算法存在较严重的阵列孔径损失。上述文献中, 无论针对相干信源, 还是针对混合信源, 实现解相干所采用的主要手段均为空间平滑, 而空间平滑本身会带来阵列孔径损失, 采用空间平滑可估计的最大信源数为 $2M/3$ (M 表示阵元数)^[12]。

在综合分析以上研究成果的基础上, 本文提出了一种基于交互迭代的混合信号 DoA 与互耦系数估计新算法。该算法首先对非相干信号进行 DoA 与互耦系数进行估计, 再利用估计的互耦系数对接收信号进行互耦补偿; 接着再对互耦补偿以后的信号利用 Toeplitz 矩阵重构解相关, 以实现混合信号 DoA 估计; 然后再利用混合信号估计的 DoA 对互耦系数进行再一次估计。实验仿真结果表明该算法具有良好的 DoA 及互耦系数估计性能。

2 互耦条件下的阵列混合信号模型

考虑阵列与信源共面时的1维方位角估计和阵列互耦误差校正。假设阵列为 M 元 ULA, 阵元间距为 d , D ($D < M$) 个远场窄带信源以波长 λ 的平面波入射, 其中 K 个相干信源 $\mathbf{s}_c(k) = \rho \mathbf{s}_0(k)$ ($\rho = [\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_K]^T$), $D - K$ 个独立信源 $\mathbf{s}_u(k) = [s_{K+1}(k), s_{K+2}(k), \dots, s_D(k)]^T$, 入射角度分别用 $\boldsymbol{\theta}_c = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K]$ 和 $\boldsymbol{\theta}_u = [\theta_{K+1}, \theta_{K+2}, \dots, \theta_D]$ 表示。假设信源和噪声均服从高斯分布, 信号与噪声之间相互独立。

以第1个阵元为参考, 考虑阵列互耦误差时, 接收信号向量 $\mathbf{x}(k) = [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T$ 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= \mathbf{C} \mathbf{A}_c \mathbf{s}_c(k) + \mathbf{C} \mathbf{A}_u \mathbf{s}_u(k) + \mathbf{n}(k) \\ &= \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \end{aligned} \quad (1)$$

其中 \mathbf{C} 表示互耦系数矩阵 (Mutual Coefficient Matrix, MCM), $\mathbf{s}(k) = [\mathbf{s}_c(k)^T \ \mathbf{s}_u(k)^T]^T$, $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_c, \mathbf{A}_u]$ 表示理想阵列流形矩阵, $\mathbf{n}(t) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_M(k)]^T$ 为背景噪声矢量; $\mathbf{A}_c = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots,$

$\mathbf{a}(\theta_K)]$, $\mathbf{A}_u = [\mathbf{a}(\theta_{K+1}), \mathbf{a}(\theta_{K+2}), \dots, \mathbf{a}(\theta_D)]$, $\mathbf{a}(\theta_i) = [1, e^{-j\phi_i}, \dots, e^{-j(M-1)\phi_i}]^T$ 表示第 i 个信源的理想方向矢量, $\phi_i = 2\pi d \sin(\theta_i) / \lambda, i = 1, 2, \dots, D$ 。

由于互耦系数幅度随阵元间距增大而减小, 当阵元间距足够远时, 可认为对应阵元间互耦为 0。根据文献[5], 对于 ULA, \mathbf{C} 为一复对称带状 Toeplitz 矩阵; 矩阵 \mathbf{C} 中第 1 行 $\mathbf{c} = [c_0, c_1, \dots, c_P, 0, \dots, 0]$, 满足关系 $0 < |c_P| < |c_{P-1}| < \dots < c_0 = 1$ 。

$$\mathbf{C} = \text{Toeplitz}(\mathbf{c}, \mathbf{c}) = \begin{bmatrix} c_0 & c_1 & \dots & c_P & \dots & 0 \\ c_1 & c_0 & c_1 & \dots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & c_P & \dots & c_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 $\text{Toeplitz}(\mathbf{c}, \mathbf{c})$ 表示利用向量 \mathbf{c} 构造的 Toeplitz 矩阵。

根据式(1), 输出信号的协方差矩阵 \mathbf{R}_x 可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x &= \mathbf{E}[\mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k)] = \mathbf{C} \mathbf{A}_c \mathbf{R}_c \mathbf{A}_c^H \mathbf{C}^H \\ &\quad + \mathbf{C} \mathbf{A}_u \mathbf{R}_u \mathbf{A}_u^H \mathbf{C}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M \\ &= \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{C}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{R}_s = \mathbf{E}[\mathbf{s}(k)\mathbf{s}^H(k)] = \text{Blkdiag}\{\mathbf{R}_c, \mathbf{R}_u\}$ 表示信号协方差矩阵 ($\text{Blkdiag}(\cdot)$ 表示块对角矩阵运算符), \mathbf{I}_M 表示 $M \times M$ 单位矩阵, σ^2 表示噪声功率, $\mathbf{R}_u = \mathbf{E}[\mathbf{s}_u(k)\mathbf{s}_u^H(k)]$, $\mathbf{R}_c(t) = \eta \boldsymbol{\rho} \boldsymbol{\rho}^H, \eta = \mathbf{E}[s_0(k)s_0^*(k)]$ 。

3 混合信号 DoA 与阵列互耦误差交替迭代估计算法

本节给出基于交替迭代的阵列互耦误差及混合信号 DoA 估计算法。在该算法中, 首先提出一种基于门限的非相干信号个数及 DoA 初步估计方法, 接着利用非相干信号 DoA 估计信息实现互耦误差初步估计; 在此基础上, 利用估计出的互耦误差对接收信号进行互耦补偿, 然后对互耦补偿后的接收信号协方差矩阵采取 Toeplitz 矩阵重构, 进而实现混合信号 DoA 估计; 最后利用混合信号 DoA 估计信息实现互耦误差更新。

3.1 非相干信源个数及 DoA 初始估计

对 \mathbf{R}_x 进行奇异值分解 (Singular Value Decomposition, SVD), 得到信号子空间 \mathbf{U}_s 与噪声子空间 \mathbf{U}_n , 由信号子空间与噪声子空间相互正交^[3]可得

$$\mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta_i) = 0 \quad (4)$$

根据式(4), 定义一代价函数 J_r :

$$J_r = \mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta_i) \quad (5)$$

可通过式(5)的极小化实现 θ_i 和 \mathbf{c} 的联合估计, 然而, 该式为 $D + P - 2$ 维优化问题, 如果直接采取高维

搜索求解, 其运算量十分可观。

由文献[5]知, 式(4)可进一步表示成

$$\mathbf{c}^H \mathbf{Q}(\theta_i) \mathbf{c} = 0 \quad (6)$$

其中 $\mathbf{Q}(\theta) = \mathbf{T}^H(\mathbf{a}(\theta)) \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{T}(\mathbf{a}(\theta))$, $i = 1, 2, \dots, D$ 。

相应地, 非相干信源 DoA 估计可表示成^[5]

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \arg \max_{\theta} [\det(\mathbf{Q}(\theta))]^{-1} \text{ 或} \\ \hat{\theta} &= \arg \max_{\theta} [\lambda_{\min}(\mathbf{Q}(\theta))]^{-1} \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $\det[\cdot]$ 表示矩阵行列式算子, $\lambda_{\min}[\cdot]$ 表示求矩阵最小特征值运算。

非相干信号 DoA 的估计, 可直接利用式(7)进行谱峰搜索取得。在不考虑背景噪声时, 当 θ 取非相干信号的真实 DoA 时, $\det(\mathbf{Q}(\theta))$ 等于 0。假设由于相干信源及背景噪声的影响, 形成了 l 个理论近零值。为了消除伪峰对非相干信号个数及 DoA 估计的影响, 在此设置一个门限 γ 。下面给出具体分析过程。

定义函数

$$g(\theta_k) = \det(\mathbf{Q}(\theta_k)) \quad (8)$$

根据波峰搜索结果, 保留 $M' = D - K + l$ 个幅值最小的 $g(\theta_k)$ 值。由于当 θ_k 为非相干信源的真实角度时, $g(\theta_k)$ 的幅值 $|g(\theta_k)|$ 远远小于虚假波峰角度所对应的幅值。因此, 对 $|g(\theta_k)|$ 进行排序, 即

$$|g(\theta_1)| \leq \dots \leq |g(\theta_m)| \ll |g(\theta_{m+1})| < \dots < |g(\theta_{M'})| \quad (9)$$

进一步定义 $p(m)$ 为

$$p(m) = \frac{\sum_{k=1}^m |g(\theta_k)|}{\sum_{i=1}^{M'} |g(\theta_i)|} \quad (10)$$

$p(m)$ 中, 由于 $\sum_{k=1}^m |g(\theta_k)|$ 远小于 $\sum_{i=1}^{M'} |g(\theta_i)|$, 因此, 设定一门限值 γ , 当 $p(n) > \gamma$ 且 $p(n-1) \leq \gamma$ 时 (实验室我们设置 $\gamma = 10^{-3}$), 则非相干信源个数 $m = n - 1$, 进一步, 利用谱峰搜索得到 m 个最高峰值, 其所对应的空间方位可作为非相干信源 DoA 的初始估计值, $\hat{\theta}_1^{(0)}, \hat{\theta}_2^{(0)}, \dots, \hat{\theta}_m^{(0)}$ 。

3.2 互耦系数初始估计

利用非相干信号 DoA 初始估计, 互耦系数 \mathbf{c} 的初始估计可表示为

$$\hat{\mathbf{c}}_{(0)} = \mathbf{e}_{\min}[\mathbf{Q}(\hat{\theta}_{I,(0)})] \text{ 且 } \hat{\mathbf{c}}_{(0)}(1) = 1 \quad (11)$$

其中 $I = \arg \{ \mathbf{e}_{\min}[\mathbf{Q}(\hat{\theta}_{i,(0)})] \}$, $\mathbf{e}_{\min}[\cdot]$ 表示与矩阵最

小特征值对应的特征向量。

3.3 混合信号 DoA 估计

利用由式(11)得到的互耦系数 $\hat{\mathbf{c}}_{(0)}$, 构建 MCM $\hat{\mathbf{C}}_{(0)}$ 。同时, 令 $\mathbf{y}(k) = \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{x}(k)$, 即

$$\mathbf{y}(k) = \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{A} \mathbf{s}(k) + \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{n}(k) \quad (12)$$

经过互耦补偿后, 输出信号的协方差矩阵可表示成

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y &= \mathbf{E}\{\mathbf{y}(k)\mathbf{y}(k)^H\} = \mathbf{L} \mathbf{A} \mathbf{R}_s \mathbf{A}^H \mathbf{L}^H \\ &+ \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \sigma^2 \mathbf{I}_M (\hat{\mathbf{C}}_{(0)}^H)^{-1} = \mathbf{L} \mathbf{A}_c \mathbf{R}_c \mathbf{A}_c^H \mathbf{L}^H \\ &+ \mathbf{L} \mathbf{A}_n \mathbf{R}_n \mathbf{A}_n^H \mathbf{L}^H + \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \sigma^2 \mathbf{I}_M (\hat{\mathbf{C}}_{(0)}^H)^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{L} = \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{C}$ 。进一步, 令

$$\mathbf{R}_y = \begin{bmatrix} r(1,1) & r(2,1) & \dots & r(M,1) \\ r(1,2) & r(2,2) & \dots & r(M,2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(1,M) & r(2,M) & \dots & r(M,M) \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中

$$r(m,n) = \sum_{i=1}^D d_{m,i} k_{n,i}^*, \quad m, n = 1, 2, \dots, M \quad (15)$$

$$d_{m,i} = \begin{cases} \eta \rho_i^* \sum_{l=1}^K \rho_l k_{m,l}, & i = 1, \dots, K \\ \eta_k k_{m,i}, & i = K + 1, \dots, D \end{cases} \quad (16)$$

其中 $k_{i,j} = \sum_{m=1}^M l_{i,m} \beta_j^{m-1}$, $\beta_i = e^{-j\phi_i}$, $l_{i,m}$ 表示矩阵 \mathbf{L} 中第 (i, m) 个元素, $\eta_{K+i} = \mathbf{E}\{s_{K+i} s_{K+i}^*\}$, $i = 1, 2, \dots, D - K$ 。

由于相干信源的存在, 导致接收信号协方差矩阵出现秩亏, 因此, 为了实现 DoA 估计, 必须进行解相关预处理。文献[13]提出以中间阵元为参考, 构造了一 Toeplitz 矩阵, 但是, 该方法损失一半阵列孔径。在本文, 为了避免阵列孔径损失, 我们利用 \mathbf{R}_y 的第 1 列元素来构造一 Toeplitz 矩阵 \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r(1,1) & r^*(1,2) & \dots & r^*(1,M) \\ r(1,2) & r(1,1) & \dots & r^*(1,(M-1)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(1,M) & r(1,(M-1)) & \dots & r(1,1) \end{bmatrix} \quad (17)$$

存在互耦时, 由于复数矩阵 \mathbf{L} 结构的复杂性, 导致理论上解析证明 $\text{rank}(\mathbf{R})$ 等于信源的个数 D 十分困难。但是, \mathbf{L} 中的 $\hat{\mathbf{C}}_{(0)}$ 和 \mathbf{C} 均为 Toeplitz 矩阵, 其为满秩矩阵, 因此 \mathbf{L} 亦为满秩矩阵, 即 \mathbf{L} 对矩阵 \mathbf{R}_y 的秩没有影响。所以, 根据信号理论, $\mathbf{L} = \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{C} \neq \mathbf{I}_M$ 时利用 \mathbf{R}_y 中一列构成的 Toeplitz 矩阵 \mathbf{R} 所包含的信号方位信息与 $\mathbf{L} = \mathbf{I}_M$ (即完全互耦补偿) 时利用 \mathbf{R}_y 中一列构成的 Toeplitz 矩阵 \mathbf{R} 完全一样, 即 $\mathbf{L} = \hat{\mathbf{C}}_{(0)}^{-1} \mathbf{C} \neq \mathbf{I}_M$ 时利用 \mathbf{R}_y 中一列构成的 Toeplitz 矩阵 \mathbf{R} 的秩与 $\mathbf{L} = \mathbf{I}_M$ (即完全互耦补偿) 时利用 \mathbf{R}_y 中一列构成的 Toeplitz 矩阵 \mathbf{R} 的秩相同。因此, 为了简化该问题, 我们给出 $\mathbf{L} = \mathbf{I}_M$ 时, $\text{rank}(\mathbf{R}) = D$ (证明及解释略)。

然后直接对 \mathbf{R} 进行 SVD, 并根据 MUSIC 算法估计混合信号 DoA $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_K, \dots, \hat{\theta}_D$ 。

3.4 互耦系数更新

由于非相干信号DoA估计的准确程度直接影响互耦系数初始值及随后混合信号DoA的估计精度，因此，将3.3小节中估计到的混合信号中非相干信号DoA值与非相干信号初始DoA估计值进行比较，为此，定义函数 $f(\theta_i)$ ，

$$f(\theta_i) = \left| \hat{\theta}_i - \hat{\theta}_i^{(0)} \right| \quad (18)$$

其中 $i = K+1, K+2, \dots, D$ 。如果 $f(\theta_i) \leq \zeta$ (ζ 表示角度判断门限)，则利用式(11)估计互耦系数 \hat{c} ，否则再次估计非相干信号的DoA和互耦系数，然后根据估计结果实现混合信号DoA估计，最后根据当前估计结果进行互耦系数更新。

3.5 阵列互耦误差与混合信号DoA交替迭代估计算法步骤

根据上述分析，互耦误差与混合信号DoA交替迭代估计算法流程图如图1所示，下面给出算法具体步骤。

步骤 1 设定门限 γ ，根据式(10)与式(7)，对非相干信号个数及DoA进行估计；

步骤 2 根据估计到的DoA，利用式(11)估计MCM；

步骤 3 利用步骤2估计到的MCM对接收信号矢量 $\mathbf{x}(k)$ 进行互耦补偿，并根据式(13)计算 \mathbf{R}_0 ；进而以Toeplitz矩阵重构为基础，利用MUSIC算法估计混合信号DoA；

步骤 4 利用式(18)对混合信号中非相干信号

DoA估计精度进行判断，若成立返回步骤2，否则返回步骤1；

步骤 5 循环步骤2-步骤4 2-3次，直到算法收敛。

4 数值仿真

仿真参数：ULA阵元数 $M = 10$ ，阵元间距 $d = 0.5 \lambda$ ，互耦仅存在于邻近的3个阵元间，对应互耦系数分别为 $1, 0.55 + 0.45j$ 和 $-0.35 - 0.25j$ 。 $D = 4$ 个混合信号中，包括两个非相干信号，DoA分别为 10° 和 40° ；两个相干信号，DoA分别为 -20° 和 0° ，信号衰落系数分别为1和 $0.9e^{j0.003}$ 。

以均方根误差作为算法性能的衡量指标，DoA估计、互耦系数估计的均方根误差分别用 RMSE_{DoA} 和 RMSE_{MC} 表示，其定义如下：

$$\text{RMSE}_{\text{DoA}} = \sqrt{\frac{1}{ND} \sum_{m=1}^N \sum_{k=1}^D (\hat{\theta}_k(m) - \theta_k)^2} \quad (19)$$

$$\text{RMSE}_{\text{MC}} = \sqrt{\frac{1}{N \|\mathbf{c}\|} \sum_{m=1}^N \|\hat{\mathbf{c}}(m) - \mathbf{c}\|^2} \times 100\% \quad (20)$$

其中 $\hat{\theta}_k(m)$ 和 $\hat{\mathbf{c}}(m)$ 分别表示第 m 次Monte Carlo仿真对 θ_k ($k = 1, 2, \dots, D$)及 \mathbf{c} 的估计值， N 表示Monte Carlo仿真总次数。在随后 RMSE_{DoA} 和 RMSE_{MC} 性能仿真中，同时给出对应参量估计的克拉-美劳限(Cramer-Rao Bound, CRB)^[14]作为对比。单次Monte Carlo仿真所用快拍数用 N_s 表示。

实验 1 DoA估计性能

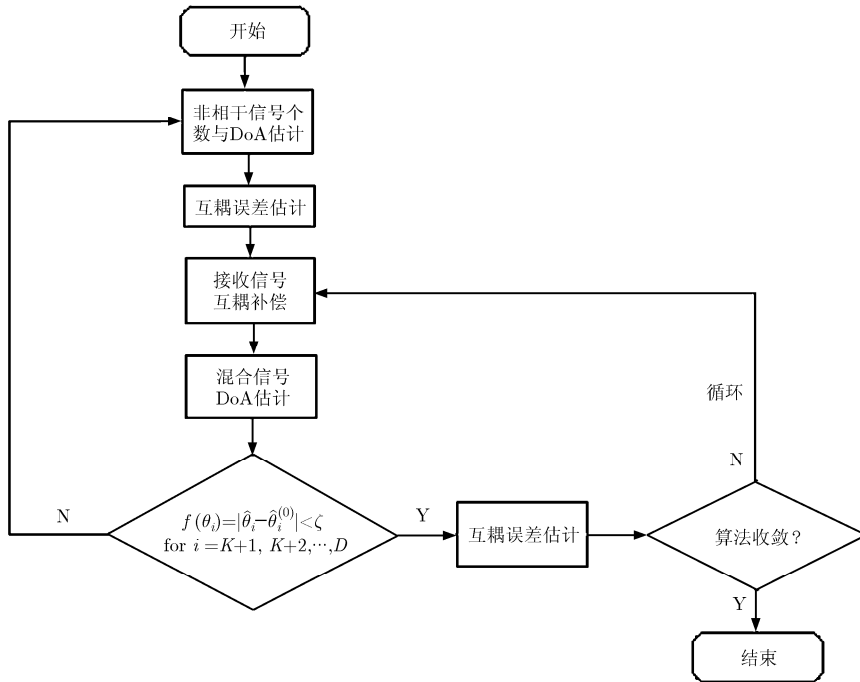


图1 算法流程图

SNR = 1 dB 时, 图 2 给出 3 次交替迭代后混合信号 DoA 估计方向图。从图中可看出: 本文提出的算法可以有效地估计出混合信号的 DoA。

实验 2 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 随 SNR 变化关系

$N_s = 500, N = 100$ 时, 图 3 和图 4 分别给出本文算法与文献[11]算法的 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 性能对比。

从图3和图4可看出, 无论是本文的3次交替迭代算法, 还是文献[11]的算法, DoA及互耦系数的估计精度均随SNR的增加而提高。但是, 本文的算法最多经过两次交替迭代, 就可实现收敛, 而且收敛时的 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 性能明显优于文献[11]。当 SNR ≥ 4 dB 时, 3次迭代几乎取得相同的性能, 并且 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 性能十分接近CRB。进一步, 从图3上还可以看出, 相比文献[11], 本文算法在数值稳健性上更具有优势。

实验 3 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 随接收信号快拍数 N_s 的变化

SNR = 4 dB, $N = 100$ 时, 图5和图6分别给出 RMSE_{DoA} 及 RMSE_{MC} 随快拍数 N_s 变化关系曲线。从图上看, 随快拍数 N_s 增加, 无论是本文算法通过2次交替迭代, 还是文献[11]的算法, DoA及互耦系数的估计精度均有一定程度的提高。但是, 在相

同快拍数 N_s , 本文算法对DoA及互耦系数的估计比文献[11]的算法更精确; 同时, 在相同均方根误差情况下, 本文算法所需快拍数更少。

实验 4 代价函数随门限 ζ 变化关系

SNR = 4 dB 时, 图 7 给出代价函数 $J_r = \mathbf{a}^H(\theta_i) \mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} \mathbf{a}(\theta_i)$ 随角度门限 ζ 的变化曲线。从图上看, 当门限值 ζ 达到 0.5° 时, 代价函数接近收敛, 因此, 在该算法中, 选择 $\zeta = 0.5^\circ$ 。此外, 由于接收信号快拍数毕竟有限, 因此, 在 ζ 接近于0时, 并不能使代价函数绝对为0。

实验 5 本文算法与文献[11]算法 DoA 估计成功率对比实验

快拍数 $N_s = 500$ 时, 图8给出在100次Monte Carlo实验中, DoA估计的成功率随SNR变化的关系曲线。当DoA估计值与真实角度之差不大于 0.3° 时, 即 $|\theta - \hat{\theta}| \leq 0.3$, 可认为DoA估计成功。从图8看出, 尽管随SNR增加, 本文算法及文献[11]的DoA估计成功率均呈上升趋势, 但是, 当 SNR = 1 dB 时, 本文算法成功率接近0.8, 而文献[11]算法仅为0.32。

SNR = 4 dB 时, 图9给出在100次Monte Carlo仿真实验中, DoA估计的成功率随快拍数的变化曲线。从图9中看出, 本文的方法在小接收快拍数下, 其成功率都比文献[11]高很多, 这也意味着, 本文算法在接收快拍数较少时, 也能保证DoA估计性能。

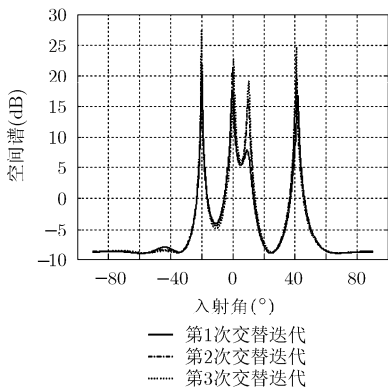


图 2 混合信号 3 次交替迭代 DoA 估计曲线

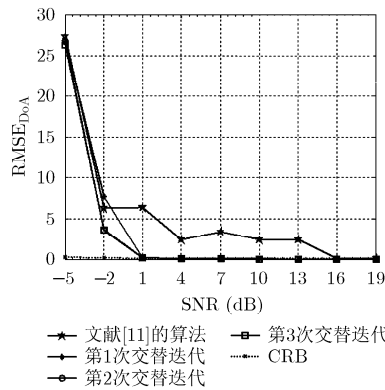


图 3 RMSE_{DoA} 随 SNR 的变化

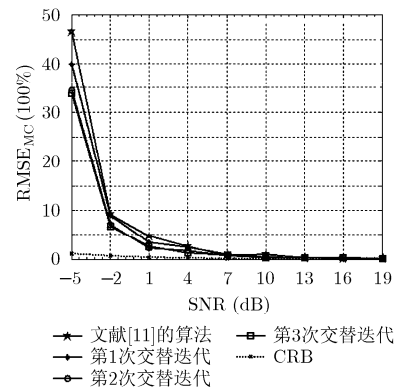


图 4 RMSE_{MC} 随 SNR 变化

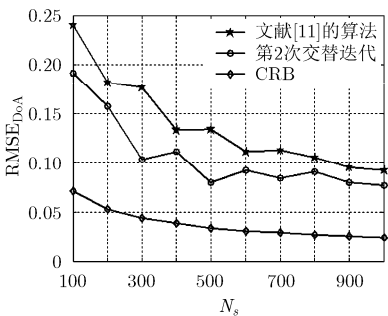


图 5 RMSE_{DoA} 随 N_s 的变化曲线

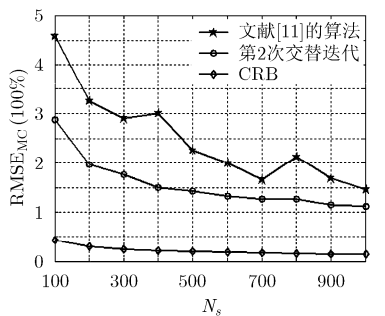


图 6 RMSE_{MC} 随 N_s 的变化曲线

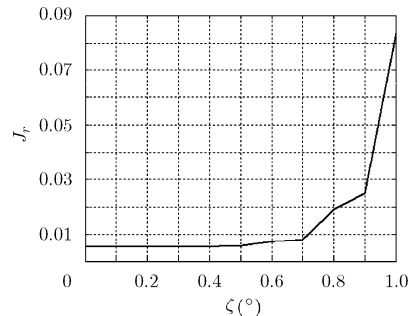


图 7 代价函数 J_r 随着角度门限 ζ 的变化

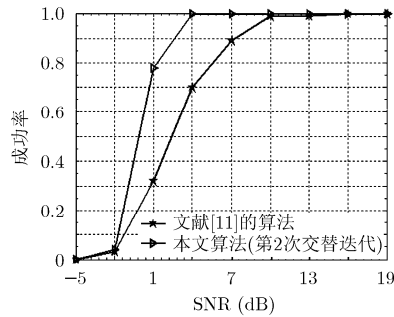
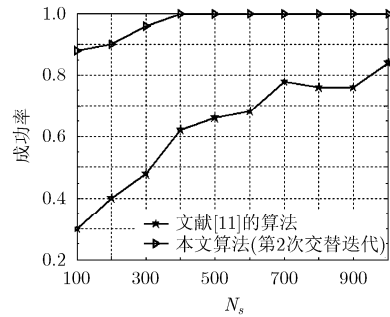


图8 成功率随 SNR 的变化曲线

图9 成功率随快拍数 N_s 变化曲线

5 结束语

本文针对互耦条件下ULA如何有效地实现混合信号DoA估计的难题,提出了一种基于交替迭代方式的混合信号DoA及互耦误差估计算法。与文献[11]的算法相比,该算法无论从稳健性、估计精度、成功率等方面,均具有不同程度的优势;而且在接收快拍数较少及低信噪比情况下,该算法同样也可取得良好的DoA及互耦误差估计性能。但是,由于本文算法采用交替迭代方法,因此,计算复杂度相对较大,然而,随着计算机处理能力的提升,该问题会逐步得到解决。

参考文献

- [1] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 267-280.
- [2] Friedlander B. A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm [J]. *IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing*, 1990, 38(10): 1740-1751.
- [3] Weiss A J and Friedlander B. Effects of modeling errors on the resolution threshold of the Music algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(6): 1519-1526.
- [4] Swindlehurst A and Kailath T. A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model error[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1992, 40(7): 1758-1774.
- [5] Wang B H, Wang Y L, Chen H, et al. Robust DOA estimation and array calibration in the presence of mutual coupling for uniform linear array[J]. *Science in China Series F Information Sciences*, 2004, 47(3): 348-361.
- [6] Yang K H, Cai S, and Luo Z Q. Convex relaxation approaches to maximum likelihood DoA estimation in ULA's and UCA's with unknown mutual coupling[C]. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Prague, 2011: 2556-2559.
- [7] Liao B, Zhang Z G, and Chan S C. DOA estimation and tracking of ULAs with mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electron Systems*, 2012, 48(1): 891-905.
- [8] Bao Q M, Ko C C, and Zhi W. DOA estimation under unknown mutual coupling and multipath[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electron Systems*, 2005, 41(2): 565-573.
- [9] Dai J S and Ye Z F. Spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals in the presence of unknown mutual coupling[J]. *IET Signal Processing*, 2011, 5(4): 418-425.
- [10] Liao B and Chan S C. DOA estimation of coherent signals for uniform linear arrays with mutual coupling[C]. *2011 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)*, Hong Kong, May 2011: 377-380.
- [11] Xu X, Ye Z F, and Zhang Y F. DOA estimation for mixed signals in the presence of mutual coupling[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2009, 57(9): 3523-3532.
- [12] Shan T J, Wax M, and Kailath T. On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 1985, 33(4): 806-811.
- [13] Han F M and Zhang X D. An ESPRIT-like algorithm for coherent DOA estimation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2005, 4: 443-446.
- [14] Steven M K. *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation Theory*[M]. London: Prentice Hall, 1993: 27-80.

景小荣：男，1974年生，副教授，博士，主要研究方向为多天线(包括智能天线)系统中的信号处理。

杨洋：男，1987年生，硕士生，研究方向为智能天线系统信号处理。

张祖凡：男，1972年生，教授，博士，主要研究方向为移动通信网络及理论。