

声表面波谐振器回波信号的频率估计

刘伯权 郭佳佳* 罗治民

(湘潭大学物理与光电工程学院 湘潭 411100)

摘要: 声表面波(SAW)谐振器测量技术能在高温、高压、强电磁辐射和强电磁干扰等恶劣环境下, 实现无线无源的参数检测。针对声表面波谐振器回波信号的非平稳特点, 该文提出一种回波信号的频率测量方法“数字频率有效位数跟踪法”(DFSPT)。仿真结果表明, 该方法与现有的基于傅里叶变换法(FFT)和奇异值分解法(SVD)的方法相比, 其能根据信噪比的不同, 自行确定数字频率有效数字的位数, 提高了频率估计的精度和稳定性。无线SAW温度传感器实验表明, 该方法的频率估计标准差小, 鲁棒性高。

关键词: 声表面波; 回波信号; 数字频率; 有效数字; 频率估计

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)09-2087-08

DOI: 10.11999/JEIT180875

Surface Acoustic Wave Resonator Echo Signal Frequency Estimation

LIU Boquan GUO Jiajia LUO Zhiming

(Institute of Physical and Optoelectronic Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411100, China)

Abstract: Surface Acoustic Wave (SAW) resonator measuring technology can be used in high temperature and high pressure, strong electromagnetic radiation and strong electromagnetic interference to realize wireless passive parameter detection. Based on the the non-stationary characteristics of the SAW signal, a kind of echo signal frequency estimation method, Digital Frequency Significant Place Tracking (DFSPT) method is put forward. Compared with the existing methods based on Fast Fourier Transform (FFT) and Singular Value Decomposition (SVD), the simulation results show that the method can determine the number of significant digits of digital frequency according to the difference of signal-to-noise ratio. Thus, it can increases stability and accuracy. The experiment of wireless SAW temperature sensor shows that the frequency estimation standard deviation of this method is small and the robustness is high.

Key words: Surface Acoustic Wave (SAW); Echo signal; Digital frequency; Significant digits; Frequency estimation

1 引言

声表面波谐振传感器利用叉指换能器(Inter-Digital Transducer, IDT)及其谐振回波信号频率的提取能实现远距离无线无源参数的测量, 并且该传感器能用于易燃、易爆、高温、低温、高电压、强电磁场、强加速度等严苛的应用环境。这些优点的存在, 使得声表面波谐振器测量系统备受关注^[1-4]。

现有谐振信号的频率估计方法有很多, 它包括非参数法和参数法, 但现有的这方法并不适合声表面波回波信号的频率测量。例如, 直接傅里叶变换是典型的非参数的方法, 由于其分辨率受到数据长

度的影响, 即使信噪比良好的情况下, 测量精度也很低; 相对于非参数法, 参数法能获得更高的分辨率, 例如滑动自回归法(ARNA)^[5,6]和pisarenko谐波分解法(PHD)^[7]等等, 虽然从理论上得到了更好的分辨率, 但是遇到非平稳的声表面波谐振回波信号, 实际测量效果却并不理想。针对指数衰减的非平稳信号, 近几年国内外研究者们提出了一些基于普罗尼(Prony)法改进的方法^[8,9], 但声表面波回波信号并不是简单的指数衰减信号, 且普罗尼法本身就存在对SNR很敏感的固有缺点, 即使通过改进, 在较低SNR下的估计结果仍然不甚理想; 虽然, 通过相干累积的方法可以减少低SNR带来的影响, 但这样增加的采样时间以及算法的复杂度, 并不能实现回波信号频率的实时估计。基于信号子空间的多重分类(MUSIC)法和旋转不变子空间(ESPRIT)法虽然效果不错^[10,11], 但仍然明显差于利用SVD的

收稿日期: 2018-09-07; 改回日期: 2019-02-18; 网络出版: 2019-03-13

*通信作者: 郭佳佳 stujiajia@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61601395)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61601395)

方法^[12,13]。虽然SVD方法在SNR大于5 dB后,都能很接近克拉美罗界(CRLB),但当SNR进一步下降后,强噪声会干扰多项式的求解,带来额外的错误根,造成频率估计的错误^[14],甚至频率估计的性能还不如直接傅里叶变换法(FFT)^[15],而且随着测量距离的改变,SVD的频率估计值也会发生较大波动。

为了应对声表面波谐振传感器各种复杂的测量环境,需要一种对噪声和测量距离不敏感,且实时性较好,精度较高的频率估计方法。所以,本文针对声表面波谐振器回波信号的特点,提出一种“数字频率有效位数跟进法”(DFSPT)。此方法在保证测量系统的实时性的同时,能减少非平稳信号对频率估计带来的波动,并可根据回波信号所处环境的信噪比,确定回波信号数字频率的有效位数,信噪比越大,所确定的有效位数越多,且频率估计值不会随测量距离的改变产生较大波动;即使,信噪比低至-5 dB,本文方法仍然能得到较为精确稳定的解。

在仿真实验中,首先分析了DFSPT的工作原理;其次将DFSPT与FFT法、SVD法两种方法做仿真比较;最后在无线无源SAW温度传感器试验中,对DFSPT频率估计的性能优越性做出了评估。

本文的主要结构如下,第2节,建立声表面波谐振器回波信号模型;第3节,声表面波谐振器回波信号频率估计算法“数字频率有效位数跟进法”;第4节,仿真结果与分析;第5节,无线无源声表面波温度(SAW)传感器实验;第6节为结论。

2 信号模型及公式定义

声表面波谐振器回波信号 $y(n)$ 的模型由式(1)给出

$$y(n) = l(n) + p(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

其中, $l(n)$, $p(n)$ 分别表示信号和噪声, $p(n)$ 为高斯白噪声。 $l(n)$ 由1段等幅振荡正弦和1段指数衰减正弦组合而成的混合信号, $l(n)$ 由式(2)给出

$$l(n) = A \sin(\omega n + \varphi) [u(n) - u(n - \tilde{N})] + A \sin \cdot (\omega n + \varphi) \exp[-d(n - \tilde{N})] u(n - \tilde{N}) \quad (2)$$

其中, A 为振幅, ω 为数字频率, φ 为初始相位, d 为衰减因子。 \tilde{N} 是等幅振荡的正弦信号长度(由传感器的品质因数和测量距离决定)。当传感器品质因素接近8000时,分别在距离阅读器天线1.0 m, 2.0 m处,记录了回波信号的波形如图1所示,距离越远 \tilde{N} 越小。由于声表面波回波信号是非平稳信号,因此,定义平均信噪比(SNR)为

$$\text{SNR} = 10 \lg \frac{P - \sigma^2}{\sigma^2} \quad (3)$$

其中 σ^2 为噪声方差, N 为信号总长度, P 为平均功率,即 $P = \sum_{n=0}^{N-1} |y(n)|^2 / N$ 。

3 数字频率有效位数跟进法

数字频率有效位数跟进法,主要是通过下面3部分来实现的。

3.1 构建有用“子信号”

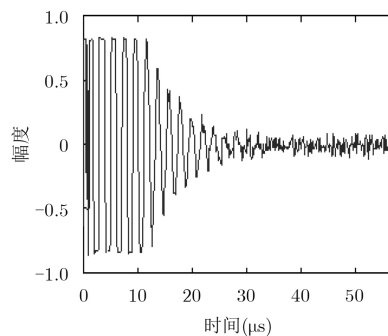
步骤1 测出 $y(n)$ 的长度 N ,设 $N' = \lfloor N/k \rfloor$,其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整符号。按式(4)将 $y(n)$ 均等分为 k 份,并求出每份信号的方差 $\{\sigma_i^2\} i = 1, 2, \dots, k$, σ_i^2 代表第 i 分信号的方差,如式(5),令 $i = 1$ 。

$$\begin{aligned} y_1(n), \quad n = 0, 1, \dots, N'-1; \\ y_2(n), \quad n = N', N'+1, \dots, 2N'-1; \\ \vdots \\ y_k(n), \quad n = (k-1)N', (k-1)N'+1, \dots, k \times N' - 1 \end{aligned} \quad (4)$$

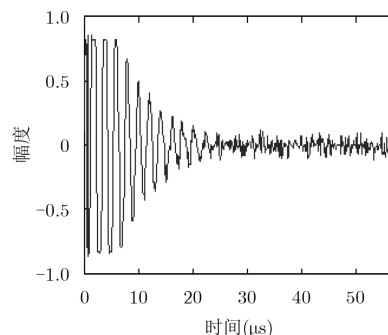
$$\{\sigma_i^2\} = \sum_{n=(i-1) \times N'}^{i \times N'-1} y(n)^2, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (5)$$

步骤2 $k' = i, i = i+1$,将方差 σ_1^2 作为标准,若 $\sigma_i^2 \geq 0.707\sigma_1^2$ 成立,重复步骤2。

步骤3 按照式(6)构造 k' 个有用子信号(已经剔除了原信号 $y(n)$ 中严重衰减的部分)。 x_1 平稳性最好,但信号最短; x_k 平稳性最差,但信号长度最长。



(a)阅读器与天线的距离为1.0 m



(b)阅读器与天线的距离为2.0 m

图1 不同测量距离下的回波信号时域波形

$$\begin{aligned} x_1(n) &= y_1(n) \\ x_2(n) &= y_1(n)+y_2(n) \\ &\vdots \\ x_{k'}(n) &= y_1(n)+y_2(n)+\dots+y_{k'}(n) \end{aligned} \Rightarrow \left. \begin{aligned} x_1(n) & \quad n = 0, 1, \dots, N' \\ x_2(n) & \quad n = 0, 1, \dots, 2N' \\ & \quad \vdots \\ x_{k'}(n) & \quad n = 0, 1, \dots, k' \times N' \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

这些子信号可以看作单频正弦信号 $s(n)$ 与乘性噪声 $m(n)$ 相乘后，再加上高斯白噪声 $q(n)$ ，即 $x(n) = m(n) \cdot s(n) + q(n)$ 。由于信号严重衰减的部分已经被剔除，因此噪声 $m(n)$ 带来的影响已经很微小，可以认为 $m(n) \approx 1$ ，并将 $m(n)$ 所产生的微小影响归因于 $q(n)$ ，此时， $q(n)$ 的幅度分布有正态分布的趋势，仍可以近似看作高斯白噪声，于是，有 $x(n) = s(n) + q(n)$ 。以 $x_1(n)$ 为例

$$x_1(n) = s_1(n) + q_1(n), n = 1, 2, \dots, N' \quad (7)$$

$$s_1(n) = A_1 \sin(w_1 n + \varphi_1) \quad (8)$$

3.2 一种高精度单频率正弦实信号频率估计法“单位范数约束下的迭代加权最小二乘法”

在噪声环境下寻找所有子信号的频率 $\{w_i, i \in [1, 2, \dots, k']\}$ ，以 $x_1(n)$ 为例，对“单位范数约束下的迭代加权最小二乘法”进行详解。由于信号 $s_1(n)$ 是单频正弦实信号， $s_1(n)$ 可以唯一地被表示成前两个样本点的线性组合，如式(9)所示。

$$s_1(n) = -a_1 s_1(n-1) - a_2 s_1(n-2) \quad (9)$$

其中， a_1, a_2 为线性预测系数^[16]，它们和 w_1 的关系如式(10)所示

$$\sum_{i=0}^2 a_i z^i = 0, z = \exp(-jw_1) \quad (10)$$

其中， $a_0 = 1$ ，且 $a_i = a_{2-i}$ 都是实数，从式(10)能看出，1元2次方程的根 z 的相位角为要求的频率。所以，可通过先求解 $\{a_i\}$ 再来确定频率 w_1 。为了便于其它子信号求解，令 $x(n) = x_1(n)$ ， $s(n) = s_1(n)$ ， $q(n) = q_1(n)$ 具有未知方差 σ_q^2 ， N_0 为 $x(n)$ 的长度；根据式(9)， $\{a_i\}$ 的对称性，定义一种简单误差函数

$$e(n) = \tilde{a}_0 [x(n) + x(n-2)] + \tilde{a}_1 x(n-1) \quad (11)$$

其中， $\{\tilde{a}_i\}$ 是 $\{a_i\}$ 的优化变量，注意 \tilde{a}_0 并不是固定的。去掉无法被线性表示的第0和第1个样本点，建立目标函数式(12)

$$J(\tilde{\mathbf{a}}) = \sum_2^{N_0-1} e^2(n) = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \quad (12)$$

其中， $\mathbf{e} = [e(N_0-1), e(N_0-2), \dots, e(2)]^T$ ， $\tilde{\mathbf{a}} = [\tilde{a}_0, \tilde{a}_1]^T$ ， \mathbf{X} 可以表示为式(13)

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x(N_0-1)+x(N_0-3) & x(N_0-2) \\ x(N_0-2)+x(N_0-4) & x(N_0-3) \\ \vdots & \vdots \\ x(2)+x(0) & x(1) \end{bmatrix} \quad (13)$$

将 \mathbf{X} 类似于式(7)进行分解得式(14)

$$\mathbf{X} = \mathbf{S} + \mathbf{Q} \quad (14)$$

其中

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} s(N_0-1)+s(N_0-3) & s(N_0-2) \\ s(N_0-2)+s(N_0-4) & s(N_0-3) \\ \vdots & \vdots \\ s(2)+s(0) & s(1) \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q(N_0-1)+q(N_0-3) & q(N_0-2) \\ q(N_0-2)+q(N_0-4) & q(N_0-3) \\ \vdots & \vdots \\ q(2)+q(0) & q(1) \end{bmatrix} \quad (16)$$

将式(14)代入式(12)，并求其数学期望，得式(17)：

$$\begin{aligned} E\{J(\tilde{\mathbf{a}})\} &= (\mathbf{S} \cdot \mathbf{a})^T \cdot \mathbf{S} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \\ &+ (N_0-2) \cdot \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \cdot \sigma_q^2 \end{aligned} \quad (17)$$

其中， $\mathbf{\Sigma}$ 是对角矩阵 $\mathbf{\Sigma} = \text{diag}(2, 1)$ ，当 $\tilde{\mathbf{a}} = \mathbf{a}$ ，即 $\tilde{a}_i = a_i$ 时，由式(9)可得 $\mathbf{S} \cdot \tilde{\mathbf{a}} = 0$ ；当且仅当 $q_0(n) = 0$ 时， $E\{J(\tilde{\mathbf{a}})\} = 0$ 。因此，在噪声的环境中，通过最小化式(12)，再由式(10)计算得到的频率估计值 w_1 为有偏估计。在最小化式(12)时，为了避免 $\mathbf{0}$ 解的出现，利用式(17)第2项中的 $\tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}}$ 建立单位范数约束^[17]，如式(18)所示

$$\tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}} = 1 \quad (18)$$

通过拉格朗日乘数法，将最小化式(12)的问题转变成式(19)的问题，定义拉格朗日方程

$$L(\tilde{\mathbf{a}}, \lambda) = \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \tilde{\mathbf{a}} + \lambda(1 - \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}}) \quad (19)$$

其中， λ 是拉格朗日乘子，对式(19)求偏导

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\tilde{\mathbf{a}}, \lambda)}{\partial \tilde{\mathbf{a}}} &= 2\mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \tilde{\mathbf{a}} - 2\lambda \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}} = 0 \\ \Rightarrow \mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \tilde{\mathbf{a}} &= \lambda \mathbf{\Sigma} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)是求解 $(\mathbf{X}^T \mathbf{X}, \mathbf{\Sigma})$ 的广义特征值问题^[18]。通过求解最小广义特征值对应的特征向量，可得 $\{a_i\}$ 的估计值 $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_0, \hat{a}_1]$ 。此时频率估计为有偏估计，为了减小噪声对频率估计造成的偏差，这里通过加权的方式进行优化。根据“加权残差法”能够提高最小二乘法的求解精度^[19]，因此建立残差权重矩阵式为

$$\mathbf{W} = (E\{e_q \cdot e_q^T\})^{-1} \quad (21)$$

其中, $\mathbf{e}_q = [e_q(N_0-1), e_q(N_0-2), \dots, e_q(2)]^T$, $e_q(n) = a_0[q(n)+q(n-2)] + a_1q(n-1)$ 。

$$\mathbf{W}^{-1} = \begin{bmatrix} a_1^2+2a_0^2 & 2a_0a_1 & a_0^2 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 2a_0a_1 & a_1^2+2a_0^2 & 2a_0a_1 & a_0^2 & \dots & \dots & 0 \\ a_0^2 & 2a_0a_1 & a_1^2+2a_0^2 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & a_0^2 & 2a_0a_1 & a_1^2+2a_0^2 \end{bmatrix} \sigma_q^2 \quad (22)$$

由于 \mathbf{W}^{-1} 是满秩的对称稀疏Toeplitz矩阵, 所以它一定是可逆的。重新定义目标函数, 如式(23)所示

$$J(\tilde{\mathbf{a}}) = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{e} = \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{X} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \quad (23)$$

对式(23)求期望可得

$$E\{\mathbf{e}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{e}\} = (\mathbf{S} \cdot \tilde{\mathbf{a}})^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{S} \cdot \tilde{\mathbf{a}} + \tilde{\mathbf{a}}^T \cdot \boldsymbol{\beta} \cdot \tilde{\mathbf{a}} \cdot \sigma^2 \quad (24)$$

其中, $\boldsymbol{\beta} = E\{\mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{Q}\} / \sigma^2$, 可化简为

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 2(D_0+D_2) & 2D_1 \\ 2D_1 & D_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, $D_j = \sum_{i=1}^{N_0-2-j} [\mathbf{W}]_{i,i+j}$, $[\mathbf{W}]_{i,j}$ 代表 \mathbf{W} 的第 (i, j) 个元素, 式(25)的化简过程略。类似于求式(12)–式(20), 将最小化式(23)的问题转换为求式(26)的广义特征值问题, 通过求得最小广义特征值对应的特征向量, 即可获得估计值 $\hat{\mathbf{a}} = [\hat{a}_0, \hat{a}_1]$ 。

$$\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{a}} = \lambda \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{a}} \quad (26)$$

由于 \mathbf{a} 无法直接获得, 且噪声方差 σ_q^2 未知, 所以, 无法直接构造精确的 \mathbf{W} 。可先通过求解式(21)–式(20)的广义特征值问题来获得 \mathbf{a} 初步估计 $\hat{\mathbf{a}}$, 用初步估计 $\hat{\mathbf{a}}$ 取代 \mathbf{a} , 构造一个 \mathbf{W}^{-1} , 得到按比例缩放的 \mathbf{W} , 定义为 $\hat{\mathbf{W}}$, 然后通过除以噪声方差 σ_q^2 , 得到最终 \mathbf{W} , 并得到子信号的频率。由于直接计算困难性较大, 所以这个过程尝试通过迭代加权的方式去完成, 具体算法如下:

步骤 1 通过求解广义特征值问题 $\mathbf{X}^T \mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{a}} = \lambda \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{a}}$, 得到最小特征值对应的特征向量 $\hat{\mathbf{a}}$;

步骤 2 使用 $\hat{\mathbf{a}}$ 去构造 \mathbf{W}^{-1} , 然后获得 \mathbf{W} 和 $\boldsymbol{\beta}$;

步骤 3 计算获得 $\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{W} \cdot \mathbf{X} \cdot \hat{\mathbf{a}} = \lambda \boldsymbol{\beta} \cdot \hat{\mathbf{a}}$ 的最小广义特征值对应的特征向量, 并令其等于 $\hat{\mathbf{a}}$;

步骤 4 重复步骤2和步骤3, 直到获得一个稳定的解 $\hat{\mathbf{a}}$;

步骤 5 使用最后的解 $\hat{\mathbf{a}}$, 计算式(10)的根, 求其根的相位角, 就得到子信号频率。

虽然没有给出上述松弛算法的全局收敛证明, 但第4节的仿真结果表明, 在估计过程中使用几次迭代后, 该算法能够实现全局收敛。

3.3 数字频率有效位数的确定

为了进一步消除噪声和非平稳性对频率估计带

来的偏差, 本文进行如下处理。由于每个子信号具有相同的真实数字频率 w_r , 所以在白噪声环境下, 子信号的数字频率估计值 w_i 都近似地服从期望高斯分布 $w_i \sim N(w_r, \varepsilon_i^2)$ $i = 1, 2, \dots, k'$, 其中, ε_i^2 未知且不同(第4节中进行统计证明)。由高斯分布的特性可知, 越接近真实频率 w_r 的频率估计值, 出现的概率越大, 因此, 通过下面的方法, 可逐步缩小真实频率 w_r 所在的范围, 得到更多有效位数的频率估计值 \hat{w} 。具体步骤如下:

步骤 1 令 $SD=0$, 利用“单位范数约束下的迭代加权最小二乘单频率正弦实信号频率估计法”对每个有用子信号进行频率估计, 得数字频率集合 $\{w_i, i \in [1, 2, \dots, k']\}$;

步骤 2 $SD=SD+1$;

步骤 3 对集合 $\{w_i\}$ 中所有元素依四舍五入原则保留 SD 位小数, 组成新的集合 $\{\Omega_i\}$;

步骤 4 判别集合 $\{\Omega_i\}$ 中是否存在相同元素。是, 则执行步骤5, 反之执行步骤6;

步骤 5 选取集合 $\{\Omega_i\}$ 中出现频数最多的数值 Ω_{mf} , 并找出其数值所对应的所有元素 Ω_i 。从集合 $\{w_i\}$ 中挑出对应于这些 Ω_i 的元素 w_i , 组成新的集合 $\{w_i\}$ 。返回步骤2;

步骤 6 集合 $\{w_i\}$ 中任意元素的数值都可作为回波信号的数字频率估计值。

4 仿真结果与说明

在matlab仿真实验中, 以典型的谐振型声表面波回波信号为例, 模拟信号的频率被设为 $f_r=400$ kHz, 以 $f_s=9$ Msps 采样频率进行采样, 即数字频率 $w_r \approx 0.27925$ rad, 采样点数为512点的信号, 其持续时间大约为57 μ s, 等幅占比约为30% ($\tilde{N}=150$)。噪声为0均值的高斯白噪声。频率的估计性能是通过1000次蒙特卡洛仿真实验的频率估计值与真实频率值之间的均方误差(MSE)来表示

$$MSE = 10 \lg(\hat{f} - f_r)^2 \quad (27)$$

其中, \hat{f} 为频率估计值。 f_r 与数字频率的关系为 $f_r = f_s \cdot (w_r/2\pi)$ 。

4.1 收敛性验证

当有用子信号样本长度为20, 信噪比为0 dB, $w = 0.2\pi$ 时, 得到3.2节方法中迭代次数与相对误

差图，如图2(a)所示，当迭代次数为3时，频率估计收敛并趋于稳定；当固定迭代次数为3时，测得不同频率下的均方误差图，如图2(b)所示，发现各个频率具有相近的均方误差。

4.2 验证迭代加权的作用

令 $k = 3$ ，则 $x_1(n), n = 1, 2, \dots, 170$ 是唯一的有用子信号，进行1000次蒙特卡洛仿真实验，得不同信噪比下得到均方误差图，如图3(a)，可以看出3次迭代加权后均方误差明显缩小；当信噪比为5 dB时，增加仿真次数至10000次，得数字频率分布的直方图，如图3(b)和3(c)所示。很容易看出两种方法测得的频率近似的服从期望值为 $u = w_r \approx 0.27925$

的高斯分布，但迭代加权获得的高斯分布 w_d 的方差 ϵ_d^2 远小于未加权的高斯 w_m 分布的方差 ϵ_m^2 ，即

$$w_m \sim N(w_r, \epsilon_m^2) \quad w_d \sim N(w_r, \epsilon_d^2), \quad \epsilon_m^2 \gg \epsilon_d^2 \quad (28)$$

进步说明迭代加权后测得的子信号的数字频率具有更高的精度和稳定性。

4.3 不同k值下的稳定性与精确度分析

由式(4)一式(6)可知，不同的 k 值对应不同的有用子信号集 $\{x_i(n), i = 1, 2, \dots, k'\}$ ，本文分别在不同 k 值下进行仿真实验，得均方误差图，如图4(a)；当 $k \geq 12$ 的时候，数字频率估计均方误差基本趋于稳定。在实际算法中，为了应对更小的等幅振荡占比，将 k 选取稍大点，令 $k = 20$ ，改变等幅振荡占比

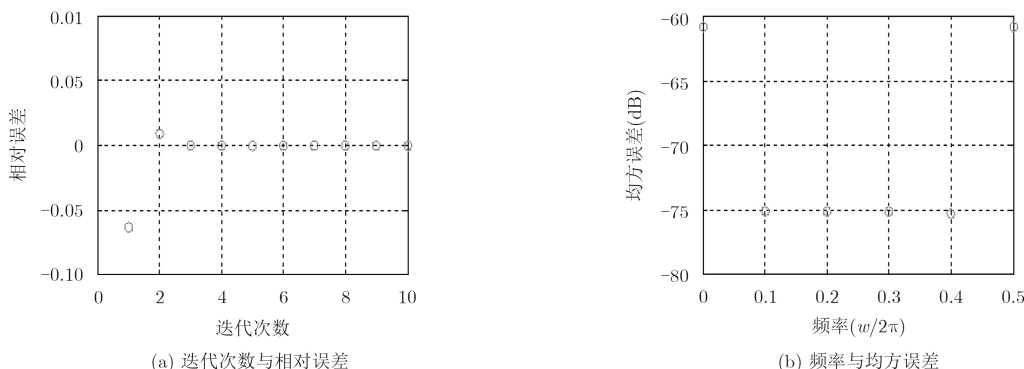


图2 误差图

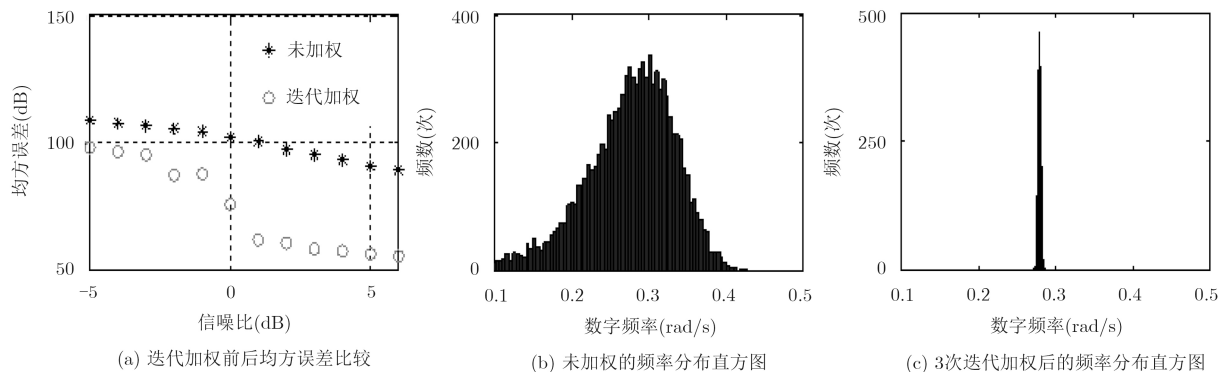


图3 迭代加权前后比较图

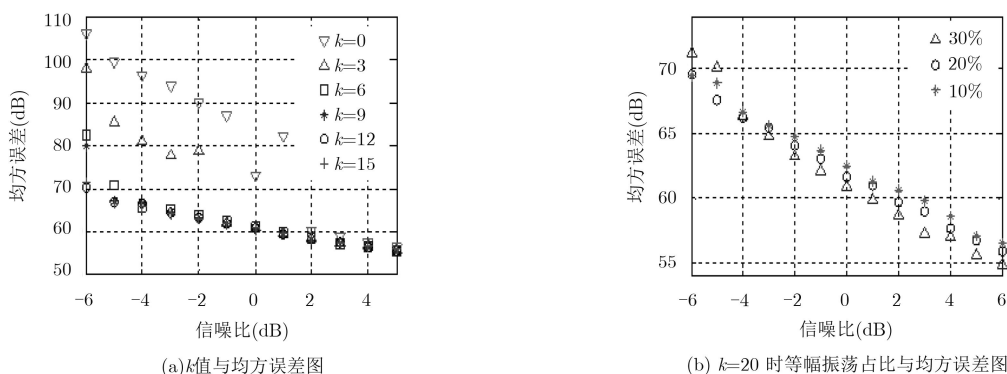


图4 k值分析图

比(10%, 20%, 30%)得均方误差图,如图4(b)所示,从图中能看出,等幅振荡占比(即距离)的改变,“数字频率有效位数跟进法”的频率估计值并不会产生较大波动。

接下来分析 $k = 20$ 时“数字频率有效位数跟进法”的工作过程。以信噪比为 -5 dB时为例,因噪声的影响,接收到的回波信号已近似全等幅振荡,按照式(4)–式(6),得 $k = k' = 20$;根据3.2节的方法可得到子信号频率估计值集合 $\{w_i, i \in [1, 2, \dots, 20]\}$,图5(a)展示了寻找数字频率的第1位有效数字的过程,图中“实线”为真实频率 $w_r \approx 0.27925$ 所在的位置,每1个圆圈都代表一个有用子信号的数字频

率估计值。因为在图5(a)中,在宽度为0.1的两虚线间 $[0.25, 0.35)$,圆圈出现的频数最多,认定此区间为数字频率第1位有效数字区间,能发现真实频率 w_{real} 落在此区间;剔除掉图5(a)区间 $[0.25, 0.35)$ 以外的圆圈后,开始确立第2位有效数字,如图5(b)所示,在图5(b)两虚线间宽度为0.01的区间 $[0.275, 0.285)$ 中圆圈出现频数最多,所以此区间为第2位有效数字的有效区间,同样看出,真实数字频率 w_r 仍落在第2位有效数字的区间中;以此类推,图5(c)是确立第3位有效数字;直到真实数字频率 w_r 不在所确立的有效区间中。信噪比越高所确定的有效位数越多。

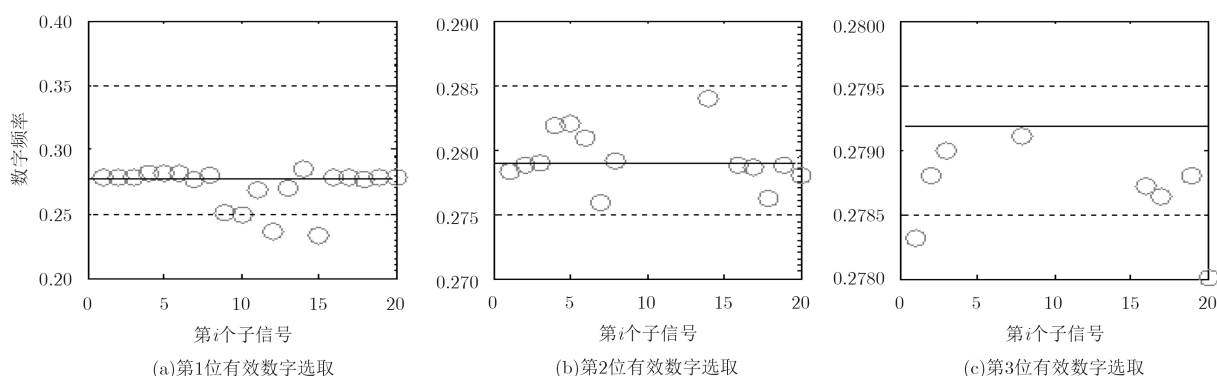


图5 不同信噪比下有效数字选取过程

4.4 3种算法的仿真结果

图6中DFSPT代表的是“数字频率有效位数跟进法”,FFT法用的是三谱线内插法^[20]。SVD是奇异值分解法(选取参数 $M=16, N=32$)^[21];仿真结果表明DFSPT具有最小的均方误差,当信噪比降到 -5 dB的时候,DFSPT频率估计的均方误差仍小于 70 dB,稳定性更好,精度更高。

4.5 算法的时间复杂度

DFSPT算法运行所用的时间 T 主要与输入信号 $y(n)$ 所在环境的信噪比有关;信噪比越低,算法耗时越长,这是由式(6)中的 k' 值所决定。当回波信号中等幅值正弦信号的占比为30%,信噪比为 -5 dB

时,由前面可知,此时的 $k' = 20$,为算法耗时最长的时候。进行1000次随机测量,得图7所示的算法耗时波动图。

在图7中,算法耗时在 $0.04 \sim 0.08$ s之间波动。因此,DFSPT算法能保证频率测量系统的实时性。

5 无线无源SAW传感器实验

实验中,使用的SAW谐振器是Y-旋转 36° (AT-切)石英切型,通过对金属化厚度的控制,温度灵敏度得到很好的保证。其谐振器金属化厚度为3%,从 $-40^\circ \sim +150^\circ$ 过程中,所引起的频率变化为 950 kHz,温度灵敏度是 4.9 kHz/ $^\circ\text{C}$ 。

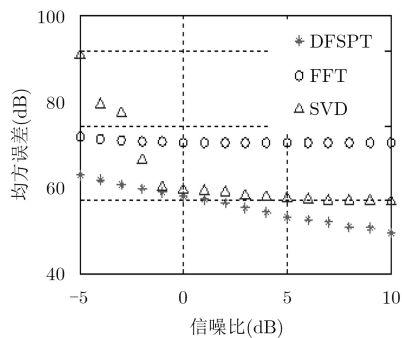


图6 3种算法仿真结果

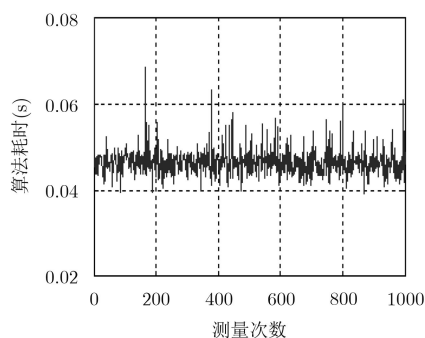


图7 算法耗时波动图

在室温基本恒定的情况下, 分别使用DFSPT, SVD^[21]以及FFT^[20] 3种方法对回波信号的频率进行长时间测量, 得到频率估计值的波动图, 如图8所

示, 并由计算得到标准差分别为372 Hz, 385 Hz, 2765 Hz。显然 DFSPT的标准差最小, 具有更高的分辨率和稳定性。

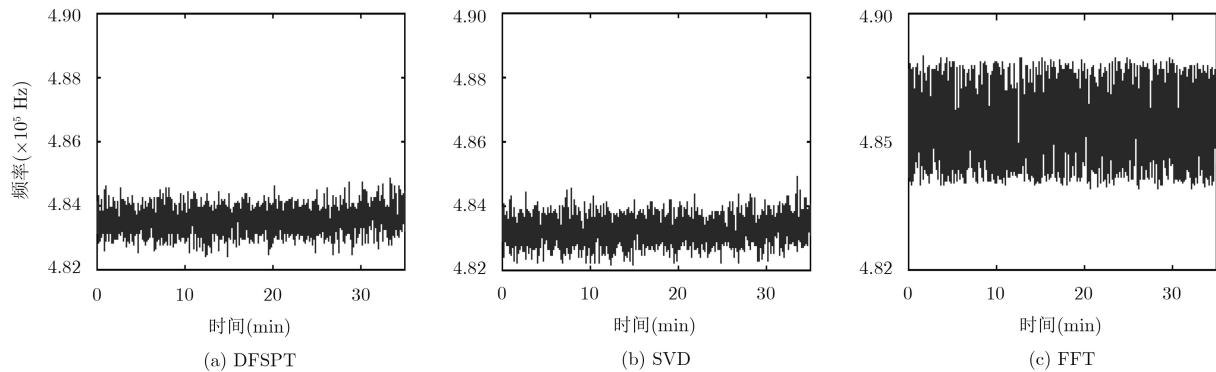


图8 测量频率值波动图

6 结论

声表面波回波信号是一种很典型的非平稳信号。根据其回波信号的特点, “数字频率有效位数跟进法”(DFSPT)能逐一确定回波信号数字频率的有效位数, 不会因为信噪比较低, 得到误差较大的频率估计, 更不会因为测量距离的改变, 对频率估计值产生较大波动, 一定程度上增加了频率估计的稳定性和分辨率。

参考文献

- [1] LUAN Congcong, YAO Xinhua, CHEN Qiuyue, *et al.* Research on transmission performance of a surface acoustic wave sensing system used in manufacturing environment monitoring[J]. *Journal of Zhejiang University-Science A: Applied Physics & Engineering*, 2017, 18(6): 443-453. doi: [10.1631/jzus.A1600259](https://doi.org/10.1631/jzus.A1600259).
- [2] 张政健, 程龙. 声表面波技术在变电站温度检测系统中的应用设计[J]. *现代电子技术*, 2018, 41(9): 117-120. doi: [10.16652/j.issn.1004-373x.2018.09.026](https://doi.org/10.16652/j.issn.1004-373x.2018.09.026).
ZHANG Zhengjian and CHENG Long. Application of SAW technology in substation temperature monitoring system[J]. *Modern Electronics Technique*, 2018, 41(9): 117-120. doi: [10.16652/j.issn.1004-373x.2018.09.026](https://doi.org/10.16652/j.issn.1004-373x.2018.09.026).
- [3] 贾雅娜, 王文. 基于磁致伸缩效应的声表面波电流传感器敏感机理分析[J]. *传感技术学报*, 2017, 30(9): 1310-1317. doi: [10.3969/j.issn.1004-1699.2017.09.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-1699.2017.09.002).
JIA Ya'na and WANG Wen. The sensitive mechanism of SAW current sensor based on the magnetomechanics effect[J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2017, 30(9): 1310-1317. doi: [10.3969/j.issn.1004-1699.2017.09.002](https://doi.org/10.3969/j.issn.1004-1699.2017.09.002).
- [4] 潘小山, 刘芮彤, 王琴, 等. 声表面波传感器的原理及应用综述[J]. *传感器与微系统*, 2018, 37(4): 1-4. doi: [10.13873/J.1000-9787\(2018\)04-0001-04](https://doi.org/10.13873/J.1000-9787(2018)04-0001-04).
PAN Xiaoshan, LIU Ruitong, WANG Qin, *et al.* Research progress of surface acoustic wave based gas sensors[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2018, 37(4): 1-4. doi: [10.13873/J.1000-9787\(2018\)04-0001-04](https://doi.org/10.13873/J.1000-9787(2018)04-0001-04).
- [5] PARK Y M, MOON U C, and LEE K Y. A self-organizing fuzzy logic controller for dynamic systems using a Fuzzy Auto-Regressive Moving Average (FARMA) model[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 1995, 3(1): 75-82. doi: [10.1109/91.366563](https://doi.org/10.1109/91.366563).
- [6] 龙俊波, 汪海滨. 基于SaS过程的分数低阶时频自回归滑动平均模型参数估计及时频分布[J]. *电子与信息学报*, 2016, 38(7): 1710-1716. doi: [10.11999/JEIT151066](https://doi.org/10.11999/JEIT151066).
LONG Junbo and WANG Haibin. Parameter estimation and time-frequency distribution of fractional lower order time-frequency auto-regressive moving average model algorithm based on SaS process[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2016, 38(7): 1710-1716. doi: [10.11999/JEIT151066](https://doi.org/10.11999/JEIT151066).
- [7] SO H C and CHAN K W. Reformulation of Pisarenko harmonic decomposition method for single-tone frequency estimation[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(4): 1128-1135. doi: [10.1109/TSP.2004.823473](https://doi.org/10.1109/TSP.2004.823473).
- [8] LEWANDOWSKI M and WALCZAK J. Optimal base frequency estimation of an electrical signal based on Prony's estimator and a FIR filter[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2018, 319: 551-561. doi: [10.1016/j.amc.2017.06.004](https://doi.org/10.1016/j.amc.2017.06.004).
- [9] 张晓威, 牛晓红, 翟广锐. 改进的Prony算法在多正弦信号频率估计中的应用研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(15): 140-145. doi: [10.7667/PSPC160987](https://doi.org/10.7667/PSPC160987).
ZHANG Xiaowei, NIU Xiaohong, and ZHAI Guangrui. Application research of the improved Prony algorithm in the multiple sinusoidal signal frequency estimation[J]. *Power System Protection and Control*, 2017, 45(15):

- 140–145. doi: [10.7667/PSPC160987](https://doi.org/10.7667/PSPC160987).
- [10] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [11] ROY R and KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984–995.
- [12] LATHAUWER L D, MOOR B D, and VANDEWALLE J. Blind source separation by higher-order singular value decomposition[C]. EU-SIPCO'94, Edinburgh, UK, 1994: 175–178.
- [13] 肖学蕊, 李红浪, 陈淑芬, 等. 一种基于奇异值分解的SAW传感器频率估计算法[J]. *压电与声光*, 2017, 39(4): 487–489.
XIAO Xuerui, LI Honglang, CHEN Shufen, *et al.* A SAW sensor frequency estimation algorithm based on singular value decomposition[J]. *Piezoelectrics & Acousto-optics*, 2017, 39(4): 487–489.
- [14] RAO B D and ARUN K S. Model based processing of signals: A state space approach[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1992, 80(2): 283–309. doi: [10.1109/5.123298](https://doi.org/10.1109/5.123298).
- [15] 张洪伦, 巴晓辉, 陈杰, 等. 基于FFT的微弱GPS信号频率精细估计[J]. *电子与信息学报*, 2015, 37(9): 2132–2137. doi: [10.11999/JEIT150204](https://doi.org/10.11999/JEIT150204).
ZHANG Honglun, BA Xiaohui, CHEN Jie, *et al.* FFT-based fine frequency estimation for weak GPS signal[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2015, 37(9): 2132–2137. doi: [10.11999/JEIT150204](https://doi.org/10.11999/JEIT150204).
- [16] CHAN Y T, LAVOIE J M M, and PLANT J B. A parameter estimation approach to estimation of frequencies of sinusoids[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1981, 29(2): 214–219. doi: [10.1109/TASSP.1981.1163543](https://doi.org/10.1109/TASSP.1981.1163543).
- [17] REGALIA P A. An unbiased equation error identifier and reduced-order approximations[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994, 42(6): 1397–1412. doi: [10.1109/78.286956](https://doi.org/10.1109/78.286956).
- [18] MOON T K and STIRLING W C. *Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing*[M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000.
- [19] SODERSTROM T and STOICA P. *System Identification*[M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
- [20] 蔡晓峰, 张鸿博, 鲁改凤. 应用三谱线插值FFT分析电力谐波的改进算法[J]. *电力系统保护与控制*, 2015, 43(2): 33–39.
CAI Xiaofeng, ZHANG Hongbo, and LU Gaifeng. Improvement algorithm for harmonic analysis of power system using triple-spectrum-line interpolation algorithm based on window FFT[J]. *Power System Protection and Control*, 2015, 43(2): 33–39.
- [21] 刘伯权. 自确认无线无缘谐振式声表面波传感器系统[D]. [博士论文], 上海交通大学, 2015.
LIU Boquan. Wireless and passive surface acoustic wave sensor system with self-validating ability[D]. [Ph.D. dissertation], Shanghai Jiaotong University, 2015.

刘伯权: 男, 1985年生, 讲师, 主要研究方向为无线无源声表面波传感器超分辨率测量方法研究、集成电路设计等。

郭佳佳: 男, 1993年生, 硕士生, 信号处理与超分辨率研究等。

罗治民: 男, 1991年生, 硕士生, 集成电路设计。