

## 基于到达时间差直方图的信号分选算法研究

杨翔 顾洪宇

(中航工业雷华电子技术研究所北京创新中心 北京 100012)

(航空电子系统射频综合仿真航空科技重点实验室 无锡 214063)

**摘要:** 到达时间差(TDOA)直方图分析是电子支援侦察雷达信号主分选的基础;相关信号分选算法的性能与TDOA直方图脉冲重复间隔(PRI)检测门限的设定密切相关。为揭示PRI检测门限与TDOA直方图参数之间的关系,解决传统PRI检测门限依靠经验设定、无法灵活调整的问题,该文从分析TDOA直方图与脉冲序列的统计性质入手,推导了直方图稳定PRI、抖动PRI和参差PRI检测门限的解析表达式,提出了基于TDOA直方图PRI检测的信号分选算法,并通过仿真验证了算法的有效性。

**关键词:** 信号处理;信号主分选;到达时间差直方图;脉冲重复间隔检测门限

中图分类号: TN971

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2015)11-2762-07

DOI: 10.11999/JEIT150209

## A Signal Sorting Algorithm Based on Time Difference of Arrival Histogram

Yang Xiang Gu Hong-yu

(Radar Research (Beijing), Leihua Electronic Technology Institute, AVIC, Beijing 100012, China)

(Aviation Key Laboratory of Science and Technology on AISSS, Wuxi 214063, China)

**Abstract:** The Time Difference Of Arrival (TDOA) histogram is effective for pulse train de-interleaving in radar detection. The performance of TDOA-histogram based pulse sorting algorithm depends on several parameters in the histogram, such as the Pulse Repetition Interval (PRI) detection threshold and the box length, which are set posteriorly in traditional TDOA-histogram based algorithm. In this paper, the explicit expressions of detection threshold for various PRI modes (i.e. stable, jitter, and stagger) are derived, and the relationship among these parameters are revealed. Consequently, a signal sorting algorithm is proposed, and its performance is validated by simulation in complex signal environment.

**Key words:** Signal processing; Signal sorting; Time Difference Of Arrival (TDOA) histogram; Pulse Repetition Interval (PRI) detection threshold

### 1 引言

信号分选是电子侦察信号处理的核心,它利用雷达侦察接收机侦测到的脉冲信息(如到达角度、到达时间、载频、脉宽和幅度等)将由不同辐射源辐射、在时间上相互交叠的脉冲序列分离开,为判断辐射源类别、工作模式和威胁程度提供信息。

信号分选通常分为预分选、主分选和扫描分析3部分<sup>[1]</sup>,分别完成脉冲流稀释、脉冲重复间隔(Pulse Repetition Interval, PRI)检测与脉冲抽取,以及雷达扫描方式分析。其中,信号主分选是信号分选领域的热点和难点<sup>[2]</sup>。从上世纪80年代开始,各种信号分选方法相继出现<sup>[3]</sup>。主要算法包括基于到达时间差(Time Difference Of Arrival, TDOA)直方图的算

法和变换域分析方法。

基于TDOA直方图的算法包括TDOA直方图算法、累积TDOA直方图算法(Cumulative Difference Histogram, CDIF)<sup>[4]</sup>、序列差直方图算法(Sequence Difference Histogram, SDIF)<sup>[5]</sup>、PRI变换法<sup>[6]</sup>等。这些算法利用脉冲序列间TDOA的统计特性检测辐射源PRI,进而完成脉冲抽取。

变换域分析法包括谱估计法<sup>[7]</sup>和平面变换法<sup>[8]</sup>,主要利用脉冲到达时间规律检测辐射源PRI,进而完成脉冲抽取。基于TDOA直方图的算法和变换域分析方法分别适用于低脉冲密度/高重频环境下的PRI检测和高脉冲密度/低重频环境下的PRI检测<sup>[9]</sup>,在实际系统中经常搭配使用<sup>[10]</sup>。此外,近年来,出现了基于聚类/人工智能和脉内特征参数的信号分选算法<sup>[11]</sup>,这些算法充分借鉴了其他领域的研究成果,对复杂电磁环境下的雷达信号分选具有较好

的应用前景<sup>[2]</sup>，但实用性仍有待提升。

本文针对 TDOA 直方图信号分选算法开展研究。与前人将研究重点放在降低计算复杂度<sup>[4,5]</sup>和 PRI 谐波滤除不同<sup>[6]</sup>，本文从 TDOA 直方图的基本性质入手，先后推导了具有稳定 PRI、抖动 PRI 和参差 PRI 的 TDOA 直方图检测门限的解析表达式，从而揭示了各类 PRI 检测门限与 TDOA 直方图参数之间的内在联系。在此基础上，本文进一步给出了一种基于 TDOA 直方图的信号分选算法，并通过仿真验证了所提出算法的有效性。值得一提的是，本文推导的 TDOA 直方图 PRI 检测门限可进一步推广至 CDIF 算法和 PRI 变换法。

本文余下部分安排如下：第 2 节简要回顾 TDOA 直方图与 TOA 序列自相关函数的关系；第 3 节推导稳定、抖动和参差 PRI 脉冲串 TDOA 直方图的解析表达式，并据此设定 PRI 检测门限；第 4 节给出基于 TDOA 直方图的信号分选算法；第 5 节中对理论推导结果和提出的信号分选算法的进行仿真验证；最后对本文进行总结。

## 2 TDOA 直方图与 TOA 序列自相关函数

用函数  $f(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - t_n)$  表示 TOA 序列，其中  $\delta(\cdot)$  为狄拉克函数， $t_n$  表示观测时间  $T$  内第  $n$  个脉冲的 TOA， $N$  表示观测时间  $T$  内到达脉冲的总数，则  $f(t)$  的自相关函数可以写为

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)f(t-\tau)dt = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \delta(\tau - t_m + t_n) \quad (1)$$

可以证明，(1)  $C(0) = N$ ；(2)  $C(\tau)$  为偶函数；(3) 当且仅当  $\exists m, n = 1, 2, \dots, N$ ，使得  $t_m - t_n = \tau$  时， $C(\tau) \neq 0$ 。

对  $C(\tau)$  在区间  $[\tau_1, \tau_2]$  上进行积分可得

$$\begin{aligned} h(\tau_1, \tau_2) &= \int_{\tau_1}^{\tau_2} C(\tau) d\tau \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \delta(\tau - t_m + t_n) d\tau \end{aligned} \quad (2)$$

由式(2)可知， $h(\tau_1, \tau_2)$  可看作脉冲串 TDOA 值（即  $t_m - t_n, \forall m, n = 0, 1, \dots, N-1$ ）落入区间  $[\tau_1, \tau_2]$  的次数。因此，TDOA 直方图可以看作  $C(\tau)$  在连续多个时差段内积分的图形表示方式。

因为所有脉冲均在  $[0, T]$  时段内到达，所以最大时差为  $T$ 。因为  $C(\tau)$  为偶函数，所以下文仅考虑 TDOA 直方图中 TDOA 值非负的部分。不失一般性，本文将观测时长  $T$  等分为  $L$  个长度为  $b_\tau = T/L$  的时差段；其中  $L$  称为直方图箱数， $b_\tau$  称为直方图箱长，直方图第  $l$  箱的幅度为

$$H(l) = h((l-1)b_\tau, lb_\tau), \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

## 3 TDOA 直方图 PRI 检测门限

本节依次考虑稳定、抖动和参差 PRI 脉冲串，推导 TDOA 直方图解析表达式，并在此基础上给出 PRI 检测门限。

### 3.1 稳定 PRI 脉冲串

用  $\psi$  表示脉冲串的 PRI，则在观测周期  $T$  内的 TOA 序列可以表示为  $f_s(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - n\psi - \eta)$ ，其中  $\eta$  为首个脉冲信号的 TOA， $(N-1)\psi + \eta \leq T$ 。

利用第 2 节的推导方法，可以得到稳定 PRI 脉冲串 TOA 序列的直方图表达式：

$$H_s(l) = \sum_{n=1}^{N-1} (N-n) \int_{(l-1)b_\tau}^{lb_\tau} \delta(\tau - n\psi) d\tau \quad (4)$$

由式(4)可知，当且仅当  $l = \lceil n\psi / b_\tau \rceil$  时， $H_s(l)$  不为零，且有  $H_s(\lceil n\psi / b_\tau \rceil) = N - n$ ，其中  $\lceil x \rceil$  表示大于  $x$  的最小整数。

下文中称  $H_s(\lceil \psi / b_\tau \rceil)$  为稳定 PRI 脉冲串 TOA 序列 TDOA 直方图的基波分量，称  $H_s(\lceil n\psi / b_\tau \rceil)$  为稳定 PRI 脉冲串 TOA 序列 TDOA 直方图的  $n$  次谐波分量。

在推导完稳定 PRI TOA 序列的 TDOA 直方图后，下面考虑 TDOA 直方图中稳定 PRI 检测门限设定问题。因为在实际分选过程中，无法预知辐射源辐射脉冲的数目  $N$  和所使用的 PRI，所以需要基于观测时长  $T$  以及直方图参数（如箱长  $b_\tau$ ）来设定 PRI 检测门限。

考虑在观测时间  $T$  内辐射源辐射了  $N$  个脉冲，所以有  $(N-1)\psi \leq T$ 。令常数  $\alpha = (N-1)\psi / T$ ，则 TDOA 直方图中基波分量  $H_s(\lceil \psi / b_\tau \rceil) = \alpha T / \psi$ ，其中  $\alpha \leq 1$ 。

进一步考虑  $\psi \in [(l-1)b_\tau, lb_\tau]$  的情况。因为无法预知  $\psi$  的准确值，所以用  $l$  箱中心值  $(l-0.5)b_\tau$  作为  $\psi$  的估计值。从而，稳定 PRI 脉冲串 TDOA 直方图中的基波分量可以近似为  $\alpha T / (l-0.5)b_\tau$ 。

综上，可以将 TDOA 直方图  $l$  箱内检测稳定 PRI 的门限设定为

$$\Delta_s(l) = \frac{\alpha T}{(l-0.5)b_\tau} \quad (5)$$

其中， $\alpha \leq 1$  与接收机脉冲丢失情况、TOA 测量误差等有关。

### 3.2 抖动 PRI 脉冲串

用  $\psi$  表示脉冲串 PRI 的均值，用随机变量  $\zeta_n$  表示第  $n$  个脉冲的 PRI 抖动，则脉冲串 TOA 序列可以表示为  $f_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \delta(t - n\psi - \hat{\zeta}_n)$ ，其中  $\hat{\zeta}_n = \sum_{m=0}^n \zeta_m$ 。

同样利用第 2 节的推导方法，可以得到抖动 PRI

脉冲串 TOA 序列的直方图表达式:

$$H_j(l) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \int_{(l-1)b_\tau}^{lb_\tau} \delta(\tau - (m-n)\psi - (\hat{\zeta}_m - \hat{\zeta}_n)) d\tau \quad (6)$$

显然, 式(6)是随机变量  $\zeta_n$  的函数。

为消除随机变量  $\zeta_n$  的不确定性, 进而利用  $H_j(l)$  确定 PRI 检测门限, 下文将推导  $H_j(l)$  的数学期望。因为 PRI 检测门限主要依据  $H_j(\lfloor n\psi/b_\tau \rfloor)$  的取值确定, 所以下文将推导  $H_j(l)$  在  $l = \lfloor n\psi/b_\tau \rfloor$  处的数学期望。

式(6)在  $l = \lfloor n\psi/b_\tau \rfloor$  处的数学期望为

$$\bar{H}_j \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) = \bar{H}_j^{(1)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) + \bar{H}_j^{(2+)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) \quad (7)$$

其中

$$\bar{H}_j^{(1)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) = \sum_{n=0}^{N-2} \Pr \left\{ \psi + \zeta_{n+1} \in \left[ \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor b_\tau, \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor b_\tau \right] \right\} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{H}_j^{(2+)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) &= \sum_{n=0}^{N-3} \sum_{m=n+2}^{N-1} \Pr \left\{ \sum_{i=1}^{m-n} \zeta_i \in \left[ \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor b_\tau \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (n-m)\psi, \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor b_\tau + (n-m)\psi \right] \right\} \quad (9) \end{aligned}$$

$\Pr\{\cdot\}$  表示事件发生的概率,  $\lfloor x \rfloor$  表示小于  $x$  的最大整数。

为进一步计算  $H_j(\lfloor n\psi/b_\tau \rfloor)$ , 需要给定随机变量  $\zeta_n$  的分布。下面将分别考虑  $\zeta_n$  服从均匀分布和正态分布两种情况。为便于推导, 这里假设  $\zeta_n, \forall n$  为独立同分布随机变量。

**3.2.1 均匀分布情况** 首先考虑  $\zeta_n$  在区间  $[-\beta\psi, \beta\psi]$  内服从均匀分布的情况, 其中  $0 < \beta < 1$ , 并用  $\bar{H}_{j,u}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  表示随机抖动服从均匀分布时  $\bar{H}_j(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  的取值。

在均匀分布假设下,  $\bar{H}_{j,u}^{(1)}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  可以进一步写为

$$\begin{aligned} \bar{H}_{j,u}^{(1)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) &= \frac{(N-1)}{2\beta\psi} \left[ \min \left( \beta\psi, \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \beta_\tau - \psi \right) \right. \\ &\quad \left. - \max \left( -\beta\psi, \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \beta_\tau - \psi \right) \right] \quad (10) \end{aligned}$$

$\bar{H}_{j,u}^{(2+)}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  的推导相对比较复杂。令  $\nu_n = (\zeta_n + \beta\psi)/2\beta\psi$ , 则  $\nu_n$  在区间  $[0, 1]$  内服从均匀分布。将  $\zeta_n = (2\nu_n - 1)\beta\psi$  代入式(9), 整理可得

$$\bar{H}_{j,u}^{(2+)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) = \sum_{n=1}^{N-3} \sum_{m=n+2}^{N-1} \Pr \{ \kappa_{m-n} \in [\underline{\kappa}_{m-n}, \bar{\kappa}_{m-n}] \} \quad (11)$$

其中,  $\underline{\kappa}_{m-n} = \lfloor \psi/b_\tau \rfloor b_\tau + (n-m)\psi + \beta |n-m| \psi$

$/2\beta\psi$ ,  $\bar{\kappa}_{m-n} = \lfloor \psi/b_\tau \rfloor b_\tau + (n-m)\psi + \beta |n-m| \psi$   
 $/2\beta\psi$ ,  $\kappa_{m-n} = \sum_{i=1}^{m-n} \nu_i$  服从 Irwin-Hall 分布<sup>[13]</sup>, 其概率分布函数为

$$F_{n-m}(\kappa) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(n-m)!} \sum_{j=0}^{n-m} (-1)^j \binom{n-m}{j} \cdot (\kappa - j)^{n-m} \operatorname{sgn}(\kappa - j) \quad (12)$$

$\operatorname{sgn}(\cdot)$  为符号函数。

将式(12)代入式(11), 计算整理可得

$$\begin{aligned} \bar{H}_{j,u}^{(2+)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) &= \sum_{n=1}^{N-3} \sum_{m=n+2}^{N-1} \left\{ \frac{1}{2(m-n)!} \sum_{j=0}^{m-n} (-1)^j \right. \\ &\quad \left. \cdot \binom{m-n}{j} [\bar{z}_{m,n,j} - \underline{z}_{m,n,j}] \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

其中,  $\bar{z}_{m,n,j} = (\bar{\kappa}_{m-n} - j)^{m-n} \operatorname{sgn}(\bar{\kappa}_{m-n} - j)$ ,  $\underline{z}_{m,n,j} = (\underline{\kappa}_{m-n} - j)^{m-n} \operatorname{sgn}(\underline{\kappa}_{m-n} - j)$ 。虽然该表达式特别复杂, 但幸运的是, 数值计算表明  $\bar{H}_{j,u}^{(2+)}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  趋近于零。

综上,  $\bar{H}_{j,u}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  可近似为

$$\bar{H}_{j,u} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) \approx \bar{H}_j^{(1)} \left( \left\lfloor \frac{\psi}{b_\tau} \right\rfloor \right) \quad (14)$$

在推导出 PRI 均值处 TDOA 直方图幅度期望值后, 下面推导 PRI 均值检测门限。与 3.1 节相同, 这里引入因子  $\alpha = (N-1)\psi/T$ , 考虑  $\psi \in [(l-1)b_\tau, lb_\tau]$  的情况, 则式(14)可进一步写为

$$\begin{aligned} \bar{H}_{j,u}(l) &\approx \frac{\alpha T}{2\beta\psi^2} \left[ \min(\beta\psi, lb_\tau - \psi) \right. \\ &\quad \left. - \max(-\beta\psi, (l-1)b_\tau - \psi) \right] \quad (15) \end{aligned}$$

进一步假设  $b_\tau < \beta\psi$ , 即直方图箱长小于 PRI 抖动范围, 则有  $\psi \approx (l-0.5)b_\tau$  成立, 进而可进一步将式(15)简化为

$$\bar{H}_{j,u}(l) \approx \frac{\alpha T \min(\beta(l-0.5), 0.5)}{\beta(l-0.5)^2 b_\tau} \quad (16)$$

据此, 可以将 TDOA 直方图  $l$  箱内检测抖动服从均匀分布的 PRI 均值的门限设为

$$\Delta_{j,u}(l) = \frac{\alpha T \min(\beta(l-0.5), 0.5)}{\beta(l-0.5)^2 b_\tau} \quad (17)$$

其中,  $\alpha \leq 1$  与接收机脉冲丢失情况、TOA 测量误差等有关。

**3.2.2 正态分布情况** 下面考虑 PRI 抖动服从正态分布的情况, 假设  $\zeta_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2\psi^2), \forall n = 0, 1, \dots, N-1$ , 并用  $\bar{H}_{j,g}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  表示 PRI 抖动服从正态分布时  $\bar{H}_{j,u}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  的取值。

在正态分布假设下,  $\bar{H}_{j,g}^{(1)}(\lfloor \psi/b_\tau \rfloor)$  可以进一步写为

$$\begin{aligned} \overline{H}_{j-g}^{(1)}\left(\frac{\psi}{b_\tau}\right) &= \sum_{n=0}^{N-2} \int_{|\psi/b_\tau|b_\tau-\psi}^{|\psi/b_\tau|b_\tau+\psi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\psi\psi} e^{-\zeta_n^2/(2\sigma_\psi^2\psi^2)} d\zeta_n \\ &= \frac{N-1}{\sqrt{\pi}} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{|\frac{\psi}{b_\tau}|b_\tau+\psi}{\sqrt{2}\sigma_\psi\psi}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{|\frac{\psi}{b_\tau}|b_\tau-\psi}{\sqrt{2}\sigma_\psi\psi}\right) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

其中  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x t^{-2} dt$ 。

下面推导  $\overline{H}_{j,g}^{(2+)}(|\psi/b_\tau|)$ 。因为  $\zeta_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\psi^2 \psi^2)$ ，所以  $\sum_{i=1}^{m-n} \zeta_i \sim \mathcal{N}(0, (m-n)\sigma_\psi^2 \psi^2)$ ，故  $\overline{H}_{j,g}^{(2+)}$  可以进一步表示为

$$\begin{aligned} \overline{H}_{j,g}^{(2+)} &= \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{N-3} \sum_{m=n+2}^{N-1} \left\{ \operatorname{erf}\left(\frac{|\frac{\psi}{b_\tau}|b_\tau+(n-m)\psi}{\sqrt{2(m-n)}\sigma_\psi\psi}\right) \right. \\ &\quad \left. - \operatorname{erf}\left(\frac{|\frac{\psi}{b_\tau}|b_\tau+(n-m)\psi}{\sqrt{2(m-n)}\sigma_\psi\psi}\right) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

其数值计算结果与 PRI 抖动服从均匀分布的情况相同，也趋近于零。

综上， $\overline{H}_{j,g}\left(\frac{\psi}{b_\tau}\right)$  可以近似表示为

$$\overline{H}_{j,g}\left(\frac{\psi}{b_\tau}\right) \approx \overline{H}_{j,g}^{(1)}\left(\frac{\psi}{b_\tau}\right) \quad (20)$$

使用与 3.2.1 节相同的方法，可以得到 TDOA 直方图  $l$  箱内抖动服从正态分布的 PRI 均值的门限：

$$\Delta_{j,g}(l) = \frac{2\alpha T}{\sqrt{\pi}(l-0.5)b_\tau} \operatorname{erf}\left(\frac{0.5}{\sqrt{2}\sigma_\psi(l-0.5)}\right) \quad (21)$$

其中， $\alpha \leq 1$  与接收机脉冲丢失情况、TOA 测量误差等有关。

### 3.3 参差 PRI 脉冲串

用  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_M$  表示辐射源周期使用的一组 PRI，则该辐射源的 TOA 序列可以写为

$$f_{st}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M \delta(t - \hat{\psi}_m - n\hat{\psi}_M)$$

其中  $\hat{\psi}_m = \sum_{i=1}^m \psi_i$ ， $\hat{\psi}_M$  称为参差 PRI 的骨架周期， $\psi_m$  称为参差 PRI 的子周期。

参差 PRI 脉冲串的 TDOA 直方图可以表示为

$$\begin{aligned} H_{st}(l) &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M \sum_{n'=0, n' \neq n+1}^{N-1} \sum_{m'=1}^M \int_{(l-1)b_\tau}^{lb_\tau} \delta((n-n')\hat{\psi}_M \\ &\quad + (\hat{\psi}_m - \hat{\psi}_{m'}) - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (22)$$

由式(22)可知， $H_{st,g}(l)$  仅在参差 PRI 骨架周期和子周期箱内的取值大于零。

考虑  $\hat{\psi}_M \in [(l-1)b_\tau, lb_\tau]$  的情况，则式(22)可以进一步写成

$$\begin{aligned} H_{st}\left(\frac{\hat{\psi}_M}{b_\tau}\right) &= (N-1) \sum_{m=1}^M \sum_{m'=1}^M \int_{[\hat{\psi}_M/b_\tau]b_\tau}^{[\hat{\psi}_M/b_\tau]b_\tau} \delta(\hat{\psi}_M + (\hat{\psi}_m - \hat{\psi}_{m'}) - \tau) d\tau \\ &\quad + \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=1}^M \sum_{n'=0, n' \neq n+1}^{N-1} \sum_{m'=1}^M \int_{(l-1)b_\tau}^{lb_\tau} \delta((n-n')\hat{\psi}_M \\ &\quad + (\hat{\psi}_m - \hat{\psi}_{m'}) - \tau) d\tau = (N-1)M \end{aligned} \quad (23)$$

进一步引入因子  $\alpha = M(N-1)\hat{\psi}_M/T$ ，并令  $\hat{\psi}_M \approx (l-1)0.5b_\tau$ ，则有

$$H_{st}\left(\frac{\hat{\psi}_M}{b_\tau}\right) \approx \alpha \frac{T}{(l-0.5)b_\tau} \quad (24)$$

因此，可以将 TDOA 直方图  $l$  箱内检测参差 PRI 骨架周期的门限设为

$$\Delta_{st,f}(l) = \alpha \frac{T}{(l-0.5)b_\tau} \quad (25)$$

其中， $\alpha \leq 1$  与接收机脉冲丢失情况、TOA 测量误差等有关。

类似地，可以将 TDOA 直方图  $l$  箱内检测参差 PRI 子周期的门限设为

$$\Delta_{st}(l) = \alpha \frac{T}{M(l-0.5)b_\tau} \quad (26)$$

其中， $\alpha \leq 1$  与接收机脉冲丢失情况、TOA 测量误差等有关。

比较式(5)，式(25)和式(26)可知，参差 PRI 骨架周期与稳定 PRI 具有相同的检测门限。因此，在实际检测过程中，参差 PRI 很有可能会被误检为稳定 PRI，需要在后期通过参差 PRI 检验进一步从多个稳定 PRI 脉冲串中识别和提取参差 PRI 脉冲串。

## 4 基于 TOA 直方图分析的信号分选算法

在第 3 节的基础上，本节针对实际应用场景中存在大量具有不同 PRI 模式的 TOA 混合序列，提出基于 TDOA 直方图的信号分选算法。

算法的基本框架见图 1。由于混合脉冲序列中的 PRI 类型未知，所以分别需要利用稳定 PRI 门限值与抖动 PRI 门限值来判断当前序列中是否存在稳定 PRI 与抖动 PRI。对于稳定 PRI 和抖动 PRI，其检测流程分为 3 部分：PRI 检测、PRI 确认和脉冲抽取。其中，PRI 检测是指对于直方图统计结果，将超过门限值所对应的时间变量取为 PRI 候选值，具体来讲，首先利用门限值(5)，若有统计值超过该门

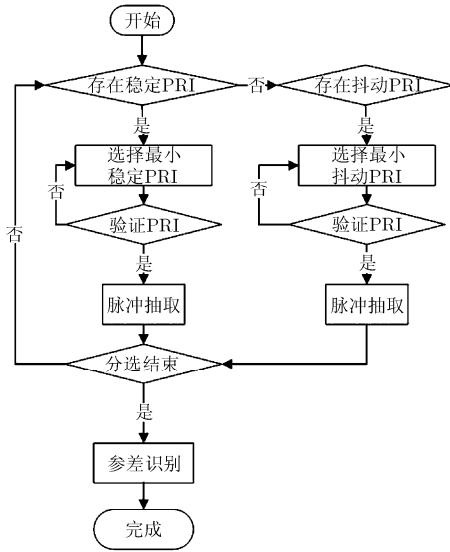


图 1 混合 PRI 检测流程

限, 则认为当前序列中存在稳定 PRI; 否则, 利用门限式(17), 若有统计值超过该门限, 则认为当前序列中存在抖动 PRI。对于抖动 PRI, 还需要通过直方图抖动的展宽估计 PRI 参数, 即对于超过直方图检测阈值的统计值, 利用其对应的直方图旁瓣宽度估计 PRI 的抖动范围, 并利用统计平均值估计 PRI 中心值(采用联通加权策略, 详见文献[14]); PRI 确认是指对检测到的 PRI 候选解进行检验, 判断其是否为真实的 PRI 值, PRI 确认采用文献[15]中的方法, 即通过设定一个容差, 并以任意一个脉冲为起始脉冲, 以检测到的 PRI 为步长, 若能连续检测到 5 个脉冲, 则认为该候选 PRI 为真实的 PRI。这里的容差是指取值的变化范围, 对于稳定 PRI 和参差 PRI, 确定 PRI 时的容差等于检测直方图的箱长; 对于抖动 PRI, 确定 PRI 时的容差等于检测直方图的箱长与抖动范围值之和; 脉冲抽取是指利用 PRI 确认后通过验证的 PRI 值, 提取出其对应的脉冲序列。

对于参差 PRI, 假设其参差数为  $M$ , 骨架周期为  $\hat{\psi}_M$ , 则其会在稳定 PRI 检测流程中被提取分离为  $M$  个 PRI 值为  $\hat{\psi}_M$  的稳定脉冲序列, 因此在分选结束后需要进行参差识别。参差识别采用文献[16]中给出的方法, 即计算分离出的独立脉冲序列之间的相关性来判断独立脉冲序列对是否属于同一个参差脉冲串。具体来讲, 对于完成分选后的两个脉冲串  $f(t)_A$  和  $f(t)_B$ , 当检测到这两个脉冲列的 PRI 十分接近时(一般是之差不大于 PRI 的 2%), 则计算脉冲列之间的均值和方差:

$$\mu_{A-B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (t_{A_i} - t_{B_i}) \quad (27)$$

$$\sigma_{A-B}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N (t_{A_i} - t_{B_i})^2 - \mu_{A-B}^2 \quad (28)$$

其中,  $t_{A_i}, t_{B_i}$  分别为脉冲串  $f(t)_A$  和  $f(t)_B$  第  $i$  对脉冲的到达时间。若  $\sigma_{A-B}$  的值小于参差阈值(与脉冲列之间的抖动差有关), 则认为脉冲串  $f(t)_A$  和  $f(t)_B$  属于同一个参差脉冲列。

参差识别完成后, 整个混合 PRI 的检测流程结束。

## 5 仿真验证

本节将通过仿真对上文推导的 PRI 检测门限和提出的信号分选算法进行验证。所有仿真实验中的观测时长都设定为  $T = 30 \text{ ms}$ , 门限函数的系数设定为  $\alpha = 0.99$ , 直方图箱数设定为  $L = 900$ , 直方图箱长设定为  $b_T = 1 \mu\text{s}$ 。

为验证 PRI 检测门限, 我们选取了 4 个典型的脉冲串, 详见表 1。图 2 给出了仿真结果, 可以看出利用理论推导结果设定的门限函数满足检测需求。同时, 对于稳定 PRI 和抖动 PRI, 其 TDOA 直方图统计结果中的基波成分与谐波成分都会超过门限, 这就要求在检测稳定 PRI 与抖动 PRI 时, 需要引入子谐波验证的操作, 具体方法为: 对于超过门限的统计值, 由小到大遍历其对应时间变量的正约数, 若有正约数处的直方图统计值超过当前门限值, 则认为当前检测到的 PRI 为子谐波成分, 而其正约数处为基波成分; 对于参差 PRI, 其 TDOA 直方图统计结果中会由于子参差 PRI 的互相关产生互相关峰值, 即对于子参差 PRI 为  $\hat{\psi}_1, \hat{\psi}_2, \hat{\psi}_3$  的参差 PRI, 子参差 PRI 间的互相关会导致直方图统计结果在  $\hat{\psi}_1 + \hat{\psi}_2, \hat{\psi}_1 + \hat{\psi}_3, \hat{\psi}_2 + \hat{\psi}_3$  等处产生峰值。

为了验证基于 TDOA 直方图的信号分选算法的性能。实验选取了 3 种典型的脉冲序列, 见表 2, 其中, 抖动 PRI 的抖动值服从均匀分布且抖动范围为中心 PRI 值的  $(-10\%, 10\%)$ , 图 3 给出了仿真图, 表 2 给出了仿真统计结果。由仿真结果可以看出, 本文算法可以有效检测和抽取稳定 PRI 和参差 PRI

表 1 PRI 门限验证的辐射源数据信息表

| 雷达号 | PRI 类型 | PRI 参数   |
|-----|--------|--|
| 1   | 稳定     | $\psi = 215 \mu\text{s}, N = 139$  |
| 2   | 抖动     | $\psi = 100 \mu\text{s}, N = 301, \beta = 10\%,$<br>$\zeta_n \sim \mathcal{U}(-\beta\psi, \beta\psi)$          |
| 3   | 抖动     | $\psi = 100 \mu\text{s}, N = 302, \zeta_n \sim \mathcal{N}(0, 0.0333^2)$                                       |
| 4   | 参差     | $\hat{\psi}_1 = 215 \mu\text{s}, \hat{\psi}_2 = 237 \mu\text{s},$<br>$\hat{\psi}_3 = 252 \mu\text{s}, N = 134$ |

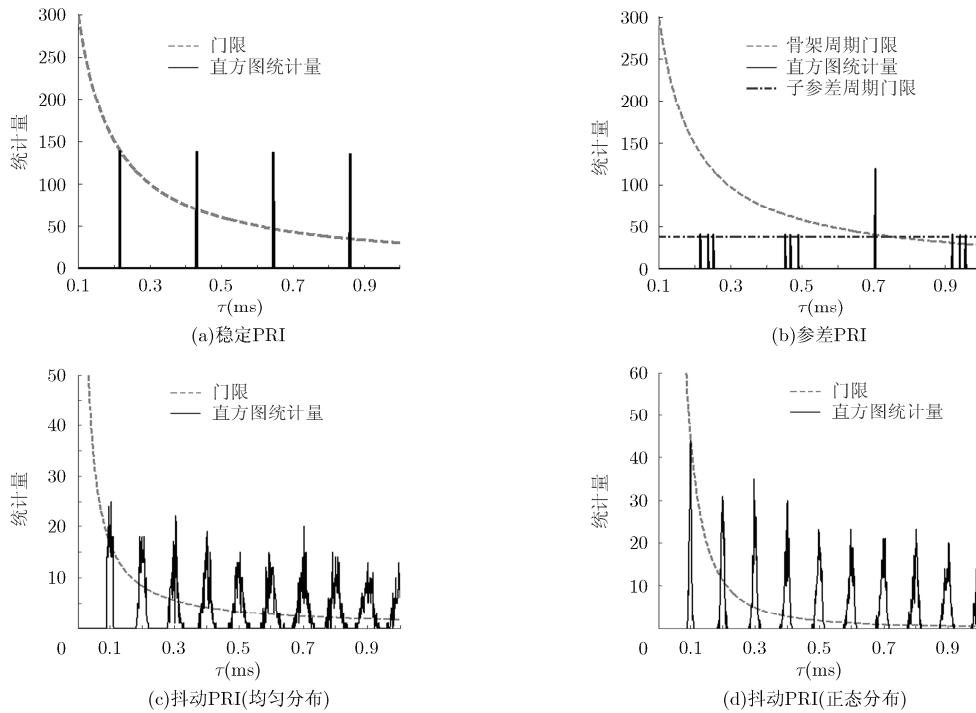


图 2 PRI 检测门限验证

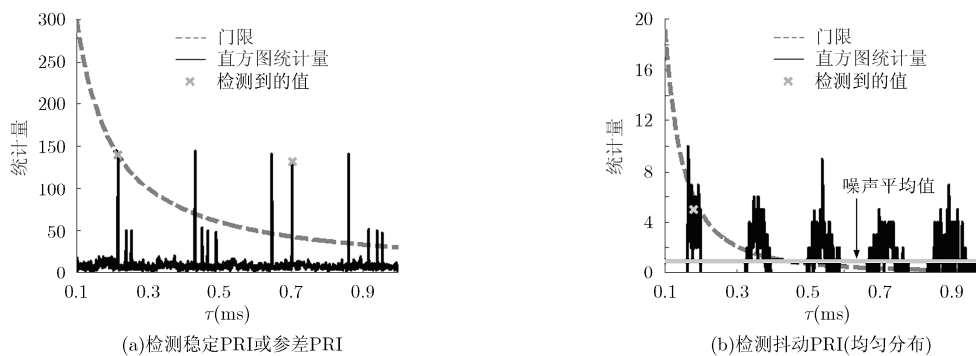


图 3 多模式 PRI 检测

表 2 多模式 PRI 检测的分选结果统计

| 雷达类型 | PRI 取值      | 脉冲个数 | PRI 测定值     | 分选出脉冲个数 | 正确分选个数 | 准确率(%) |
|------|-------------|------|-------------|---------|--------|--------|
| 稳定   | 215         | 139  | 215         | 140     | 138    | 99.28  |
| 抖动   | 180         | 169  | 180         | 150     | 148    | 87.57  |
| 参差   | 213,237,252 | 123  | 213,237,252 | 125     | 122    | 99.19  |

脉冲序列，准确率分别为 99.28%和 99.19%，对于抖动 PRI 脉冲序列，本算法的分选正确率也达到 87.57%。影响抖动脉冲序列分选结果的主要原因有两点：(1)由于先进行稳定 PRI 和参差 PRI 的剔除，后进行参差 PRI 的检测，因此未能完全剔除掉的属于稳定 PRI 或参差 PRI 的脉冲对于后续的抖动 PRI 检测为干扰脉冲，同时，被错误剔除掉的本属于抖动 PRI 的脉冲对于后续抖动 PRI 的检测为丢失脉

冲，干扰脉冲和丢失脉冲的存在会影响对抖动 PRI 的分选；(2)由于抖动的影响，为了保证算法性能，在进行抖动 PRI 序列剔除时需要设定大的容差值，而容差过大会导致将错误脉冲套取到当前序列中，进而影响到后续的序列剔除操作。这是因为在进行序列检测与剔除时，如果在容差范围内出现多于一个的候选脉冲时，算法会选取最接近容差范围中心的脉冲作为最优解，然而这种选择方式得到的仅仅

是当前最优解, 容差越大, 以这种选择方式得到的当前最优解越多, 会造成序列检测时的误差积累, 最终导致检测错误。解决第(1)种问题的方法之一是对不同模式的 PRI 分选时采用不同的箱长, 解决第(2)种问题的方法之一是对多个候选脉冲进行多假设跟踪, 提高当前解最优的置信度。本文的后续研究将从这两点出发, 以进一步提高 TDOA 直方图对抖动 PRI 的检测性能。

## 6 结束语

本文从具有各种 PRI 模式的脉冲串 TDOA 直方图推导入手, 给出了 TDOA 直方图中各类 PRI 检测门限解析表达式, 揭示了 PRI 检测门限与系统参数之间的关系。在此基础上, 本文提出了基于 TDOA 直方图的信号分选算法, 并通过实验进行仿真, 验证了本文理论推导的正确性以及提出的脉冲分选算法的可行性。

## 参 考 文 献

- [1] Wilkinson D R and Watson A W. Use of metric techniques in ESM data processing[J]. *IEE Proceedings F Communications, Radar and Signal Processing*, 1985, 132(4): 229-232.
- [2] 李英达, 肖立志. 一种脉冲重复间隔复杂调制雷达信号分选方法[J]. *电子与信息学报*, 2013, 35(10): 2493-2497.  
Li Ying-da and Xiao Li-zhi. A method of signal sorting for radar signal of pulse repetition interval complex modulated [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(10): 2493-2497
- [3] 杨学永, 宋国栋, 钱轶. 现代雷达信号分选跟踪的几种方法[J]. *现代雷达*, 2014, 36(3): 43-48.  
Yang Xue-yong, Song Guo-dong, and Qian Yi. A method of signal sorting for radar signal of pulse repetition interval complex modulated[J]. *Modern Radar*, 2014, 36(3): 43-48.
- [4] Mardia H K. New techniques for deinterleaving repetition sequences[J]. *IEE Proceedings F Radar and Signal Processing*, 1989, 136(4): 149-154.
- [5] Milojevic D J and Popovic B M. Improved algorithm for deinterleaving of radar pulses[J]. *IEE Proceedings*, 1992, 139(1): 98-104.
- [6] Nishiguchi K and Kobayashi M. Improved algorithm for estimating pulse repetition[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(2): 407-421.
- [7] Perkins J and Coat I. Pulse train deinterleaving via the hough transform[C]. *Proceedings of IEEE Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Adelaide, 1994: 197-200.
- [8] Orsi R J, Moore J B, and Mahony R E. Spectrum estimation of interleaved pulse trains[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1646-1653.
- [9] 戴胜波, 雷武虎, 程艺喆, 等. 基于 TOA 分选的反电子侦察方法[J]. *电子信息对抗技术*, 2014, 29(4): 45-48.  
Dai Sheng-bo, Lei Wu-hu, Cheng Yi-zhe, et al. Electronic anti-reconnaissance based on TOA analysis[J]. *Electronic Information Warfare Technology*, 2014, 29(4): 45-48.
- [10] Wang P C, Orr M, Sparrow M, et al. System and method for detecting and de-interleaving radar emitters[P]. US Patent, US007397415, 2008.
- [11] 王世强, 张登福, 毕笃彦, 等. 基于快速支持向量聚类 and 相似熵的多雷达信号分选方法[J]. *电子与信息学报*, 2011, 33(11): 2735-2741.  
Wang Shi-qiang, Zhang Deng-fu, Bi Du-yan, et al. Multi-parameter radar signal sorting method based on fast support vector clustering and similitude entropy[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2011, 33(11): 2735-2741.
- [12] 杨承志, 肖卫华, 吴宏超, 等. 一种对多种重频调制类型雷达信号分选算法的研究[J]. *科学技术与工程*, 2014, 14(34): 33-37.  
Yang Cheng-zhi, Xiao Wei-hua, Wu Hong-chao, et al. Research on an improved sorting method for multiple PRI type radar signals[J]. *Science Technology and Engineering*, 2014, 14(34): 33-37.
- [13] The Irwin-Hall distribution[OL]. <http://www.math.uah.edu/stat/special/IrwinHall.html>, 2014.
- [14] 陈维高, 张国毅. 基于直方图和脉冲关联的抖动信号分选算法[J]. *现代防御技术*, 2014, 42(3): 142-148.  
Chen Wei-gao and Zhang Guo-yi. Novel jitter signal sorting algorithm based on histogram and pulse associating[J]. *Modern Defence Technology*, 2014, 42(3): 142-148.
- [15] 王石记, 司锡才. 雷达信号分选新算法研究[J]. *系统工程与电子技术*, 2003, 25(9): 1079-1083.  
Wang Shi-ji and Si Xi-cai. Research on an improved sorting method for radar signal[J]. *System Engineering and Electronics*, 2003, 25(9): 1079-1083.
- [16] 赵长虹, 赵国庆, 刘东霞. 对参差脉冲重复间隔脉冲列的重频分选[J]. *西安电子科技大学学报*, 2003, 30(3): 381-385.  
Zhao Chang-hong, Zhao Guo-qing, and Liu Dong-xia. The deinterleaving of radar pulse trains with stagger PRI[J]. *Journal of Xidian University*, 2003, 30(3): 381-385.

杨翔: 女, 1989年生, 助理工程师, 研究方向为电子对抗。

顾洪宇: 男, 1979年生, 高级工程师, 研究方向为低截获概率雷达、电子对抗。