

博弈条件下雷达波形设计策略研究

李 伟^{①②} 王泓霖^{*①} 郑家毅^③ 徐建业^① 赵俊龙^① 邹 鲲^①

^①(空军工程大学信息与导航学院 西安 710077)

^②(信息感知技术协同创新中心 西安 710077)

^③(中国人民解放军95019部队 襄阳 441800)

摘 要: 为提高电子战中弹载雷达检测性能, 该文提出基于纳什均衡的雷达波形设计方法。首先建立电子战条件下雷达与干扰信号博弈模型, 基于最大化信干噪比(SINR)准则, 分别设计了雷达和干扰的波形策略; 然后通过数学推导论证了博弈纳什均衡解的存在性, 设计了一种重复剔除严格劣势的多次迭代注水方法来实现纳什均衡; 通过二步注水法推导了非均衡的maxmin优化方案; 最后通过仿真实验测试不同策略下雷达检测性能。仿真结果证明, 基于纳什均衡的雷达信号设计有助于提升博弈条件下雷达检测性能, 对比未博弈时, 雷达检测概率最高可提升12.02%, 较maxmin策略最高可提升3.82%, 证明所设计的纳什均衡策略更接近帕累托最优。

关键词: 雷达波形设计; 纳什均衡; 信干噪比; 迭代注水法; maxmin方法

中图分类号: TN951

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2019)11-2654-07

DOI: 10.11999/JEIT190114

Research on Radar Waveform Design Strategy under Game Condition

LI Wei^{①②} WANG Honglin^① ZHENG Jiayi^③ XU Jianye^①

ZHAO Junlong^① ZOU Kun^①

^①(Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an 710077, China)

^②(Collaborative Innovation Center of Information Sensing and Understanding, Xi'an 710077, China)

^③(95019 troop of the PLA, Xiangyang 441800, China)

Abstract: In order to improve missile-borne radar detection performance in modern electronic warfare, a radar waveform design method based on Nash equilibrium is proposed. Firstly, the radar and jammer game signal models are established in electronic warfare. Based on maximum Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR), waveform strategies of radar and jammer are designed respectively. Secondly, the existence of Nash equilibrium solution is demonstrated by mathematical derivation and verified in experimental simulation. A multiple iterative water-filling method which repeatedly eliminates strict disadvantages is designed to achieve Nash equilibrium. The maxmin scheme of disequilibrium game is deduced by two-step water-filling method. Finally, the radar detection performance of optimization strategies is tested by simulation experiments. Simulation results reveal that the radar waveform design based on Nash equilibrium is beneficial to improve the radar detection performance under game conditions. Compared with no-game and maxmin strategies, the radar detection probability of Nash equilibrium strategy can be increased by 12.02% and 3.82%, respectively. It is proved that the Nash equilibrium strategy of this paper is closer to the Pareto optimality.

Key words: Radar waveform design; Nash equilibrium; Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio (SINR); Iterative water-filling method; Maxmin method

1 引言

弹载雷达作为导弹武器系统制导寻的关键设备,

其对目标的准确检测是识别和跟踪目标的前提。随着电子战技术快速发展, 雷达与目标间博弈日趋激烈, 不仅雷达可自适应优化发射波形, 而且装备有电子对抗系统的目标能够针对雷达波形智能地干扰^[1]。但现有弹载雷达面对不同目标、不同的地物或海面背景时使用固定波形(主要采用线性调频或步进频波形), 面对电子干扰时抗干扰能力非常有限, 这严重制约了弹载雷达对目标的检测、识别和跟踪性

收稿日期: 2019-02-26; 改回日期: 2019-09-01; 网络出版: 2019-09-05

*通信作者: 王泓霖 wanghonglin821@outlook.com

基金项目: 国家自然科学基金(61571456), 航空科学基金(20160196001)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61571456), The Aeronautical Science Foundation of China (20160196001)

能^[2]。因此,在雷达与干扰相互博弈条件下如何优化波形,提高雷达对目标检测性能成为当前极为重要的研究课题。

国内外研究主要集中于优化输出端信干噪比(SINR)提升雷达检测概率^[3-10]。1993年,Bell^[3]首先提出了能量约束下最大化互信息量(MI)和信噪比(SNR)的注水波形设计方法。随后,杂波干扰中的波形设计方法得到了研究,文献^[4,5]等提出了基于有限持续时间的发射波形和接收滤波器对的联合优化方法,但该方法并不能保证收敛到最优。Romero等人^[6]在此基础上给出了最大化SINR的发射波形频域表达式。后来,针对实际约束条件,基于SINR准则的雷达波形设计得到广泛研究^[7-10]。然而,以上波形设计方法均是基于雷达智能目标非智能的假设得到的研究成果。现代电子战环境中,装备有智能干扰系统的目标可通过估计雷达波形参数,自适应改变干扰频谱^[11-14],雷达和目标处于相互博弈的状态。

近年来,雷达同目标的博弈现象受到了国内外学者的关注。Song等人^[15]率先对MIMO雷达与干扰机间的相互博弈现象进行了研究,针对Stackelberg博弈模型提出了基于MI准则的波形优化策略。Gao等人^[16]从信息获取不完全角度研究了Bayes博弈中MIMO雷达天线功率分配问题。然而,他们忽略了杂波对优化过程的影响,文献^[17]将Stackelberg模型扩展到高斯杂波环境中,研究了MIMO雷达天线受损时的波形优化方法。但在非高斯杂波环境中,基于MI准则的封闭形式解析解可能不存在,对环境信息的表达不如SINR^[6],且针对MIMO雷达各天线功率优化策略难以适用于载荷受限的弹载雷达。

针对以上问题,本文基于SINR准则研究杂波环境中弹载雷达与目标干扰间的非合作博弈模型,考虑雷达波形功率谱设计,对博弈纳什均衡解的存在性进行分析证明;采用迭代功率注水算法求解纳什均衡时各频带的最优功率分布,设计信号波形;

并将文献^[15]的maxmin方法扩展到SINR准则,将两种优化方案和未进行博弈时雷达性能进行对比。

2 信号与检测模型

2.1 信号模型

假设雷达发射信号与接收信号分别为 $s(t)$ 与 $y(t)$,目标脉冲响应 $h(t)$ 为时间有限的随机模型, $r(t)$ 为接收滤波器脉冲响应。令 $S(f)$, $R(f)$ 与 $H(f)$ 分别为 $s(t)$, $r(t)$ 与 $h(t)$ 的傅里叶变换。噪声 $n(t)$ 为0均值高斯信道过程,功率谱密度(PSD)为 $S_{nn}(f)$,在信号带宽 W 内不为0。杂波 $c(t)$ 为非高斯随机过程,其PSD为 $S_{cc}(f)$,在 W 内不为常数。设干扰信号为 $j(t)$,其PSD为 $J(f)$ 。图1为电子战环境下弹载雷达信号模型。

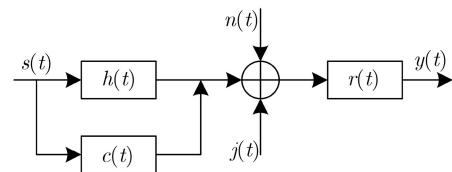


图1 弹载雷达发射-接收信号模型

令 $y_s(t)$ 和 $y_j(t)$ 分别为雷达回波中信号分量与干扰分量,则 t_0 时刻频域SINR为^[4]

$$(\text{SINR})_{t_0} = \frac{|y_s(t_0)|^2}{E(|y_i(t_0)|^2)} = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} R(f)H(f)S(f)e^{j2\pi ft_0} df \right|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2(S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f))df} \quad (1)$$

由于 $h(t)$ 为时间有限的随机模型,需用能量谱方差(ESV)替代PSD^[6],设 $\sigma_h^2(f) = E(|H(f) - \mu_h(f)|^2)$,其中 $\mu_h(f)$ 是 $H(f)$ 的均值。根据施瓦兹不等式

$$(\text{SINR})_{t_0} \leq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2(S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f))df \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sigma_h^2(f)|S(f)|^2}{S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f)}df}{\int_{-\infty}^{+\infty} |R(f)|^2(S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f))df} \quad (2)$$

当且仅当 $R(f) = \frac{[k\sigma_h(f)S(f)e^{j2\pi ft_0}]^*}{S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f)}$ 时,

式(2)取最大值。另一方面,假设干扰机可精确估计雷达信号频谱,并将干扰调整至与雷达信号相同的频带内以提升干扰的有效性,则

$$(\text{SINR})_{t_0} = \int_W \frac{\sigma_h^2(f)|S(f)|^2}{S_{cc}(f)|S(f)|^2 + J(f) + S_{nn}(f)}df \simeq \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k)|S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k)|S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} \quad (3)$$

其中, K 为频率采样数, Δf 为频率采样间隔。

2.2 检测理论

根据统计判决理论, 弹载雷达检测问题可定性为假设检验问题, 解决该问题的基本方法为经典Neyman-Pearson(NP)定理^[18]。根据NP准则构建NP检测器, 则雷达对目标检测概率 P_D 为

$$P_D = Q\left(Q^{-1}(P_{FA}) - \sqrt{d^2}\right) \quad (4)$$

其中, P_{FA} 为虚警概率, $P_{FA} = Q(\tau) = \int_{\tau}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}t^2\right) dt$, τ 为雷达检测门限, d^2 为偏移系数, 即SINR。对于此类检测器, 检测性能完全由偏移系数确定, 因此, 通过求解SINR即可建立雷达发射信号与目标检测概率间的关系。

3 波形设计策略

电子战环境中, 雷达与目标的互动越来越复杂。本节基于SINR准则分别研究雷达与干扰最优波形策略, 论证了博弈过程中纳什均衡解存在性, 同时将文献^[15]中基于博弈理论的maxmin策略扩展到SINR模型。

3.1 均衡策略

3.1.1 雷达策略

假设雷达可根据环境与目标的先验知识自适应地改变发射波形, 这些先验知识可通过一些认知方法获得^[19], 干扰机出于保守性与合理性考虑, 仅在信号频带 W 内释放高斯白噪声干扰。对于此种情况, 雷达可选择式(5)的策略优化发射波形

$$\left. \begin{aligned} \max_{|S(f_k)|^2} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} \\ \text{s.t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 \leq P_S, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, P_S 与 P_J 为雷达与干扰信号能量限制。由于干扰波形功率谱在频带 W 内均匀分布, 目标函数仅取决于 $|S(f_k)|^2$ 。由式(5)可知, 目标函数是关于 $|S(f_k)|^2$ 的凸函数, 功率约束为线性, 结合目标函数与约束条件, 将最优波形求解问题转化为凸规划问题, 利用拉格朗日乘子法求解式(5), 可得

$$\begin{aligned} L(|S(f_k)|^2, \lambda) \\ = \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} \\ + \lambda \left(P_S - \Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 \right) \end{aligned} \quad (6)$$

对式(6)取 $|S(f_k)|^2$ 的导数, 令其为0, 得到最大

化SINR的 $|S(f_k)|^2$, 利用注水定理进行频域能量重新分配

$$\begin{aligned} |S(f_k)|^2 \\ = \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k)(J(f_k) + S_{nn}(f_k))}{S_{cc}(f_k)\lambda}} - \frac{J(f_k) + S_{nn}(f_k)}{S_{cc}(f_k)} \right)^+ \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $(x)^+ \triangleq \max\{0, x\}$, 在 $\lambda > 0$ 条件下可以通过 $\Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 = P_S$ 确定并决定注水位。显然, 优化波形倾向于将更多的功率分配至 $\sigma_h^2(f_k)$ 高且 $S_{cc}(f_k)$, $S_{nn}(f_k)$, $J(f_k)$ 低的频点处。

3.1.2 干扰策略

当目标装备有智能对抗系统时, 为尽量减小雷达接收机端SINR, 降低雷达性能, 目标需根据侦测到的雷达波形参数优化压制干扰信号。假设雷达波形频谱在带宽 W 内均匀分布, 干扰波形设计策略为

$$\left. \begin{aligned} \min_{J(f_k)} \Delta f \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} \\ \text{s.t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 \leq P_S, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式(8)中目标函数为凹函数, $J(f_k)$ 的功率约束是线性的, 同理可得, 干扰优化波形为

$$\begin{aligned} J(f_k) \\ = \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{\gamma}} - S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 - S_{nn}(f_k) \right)^+ \end{aligned} \quad (9)$$

其中, γ 由功率约束 $\Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) = P_J$ 确定。

3.1.3 纳什均衡

现代电子战中, 必须考虑雷达与干扰均智能的情况, 双方都可通过改变自己的波形策略来改进自身利益。由于二者目标函数完全对立, 构成2元零和博弈模型, 在此情况下, 雷达与干扰波形优化受限于对方策略, 不同波形优化策略导致不同博弈结果, 当一方策略改变时, 另一方利益最优解可能会随之改变。

在非合作博弈中, 无论对方如何选择策略, 当事人一方总会有一个相对较优的策略, 该策略被称为支配性策略^[20]。如果博弈双方的策略组合分别构成各自的支配性策略, 那么这个组合就被定义为纳什均衡策略。在纳什均衡时, 任何一方单独改变策略均不会获得更优的结果。为求解雷达与干扰间博弈均衡, 本文设计了一种多次迭代注水方法, 通过重复剔除严格劣势策略实现纳什均衡, 算法流程可归纳如表1所示。

表 1 迭代注水算法

(1) 初始化双方策略 $ S(f_k) = S(f_k) _0$, $J(f_k) = J(f_k)_0$
(2) 最大化雷达效益 $\max_{\text{SINR}}(S(f_k) ^*, \lambda)$
(3) 更新雷达策略 $ S(f_k) = S(f_k) ^*$
(4) 最大化干扰效益 $\min_{\text{SINR}}(J(f_k)^*, \gamma)$
(5) 更新干扰策略 $J(f_k) = J(f_k)^*$
(6) 重复步骤(2)~步骤(5)直到 $ S(f_k) ^*$ 与 $J(f_k)^*$ 保持不变

为确保纳什均衡的存在性, 首先需证明雷达与干扰间为纯策略^[21]。为保证达到均衡时 $|S(f_k)|^2$ 与 $J(f_k)$ 在功率限制下得到注水解, 必须满足以下4个特征:

- (1) 若 $|S(f_k)|^2 = 0$ 则 $J(f_k) = 0$; 若 $J(f_k) \neq 0$, 则 $|S(f_k)|^2 \neq 0$ 。
- (2) 对于任意两个子频带 f_m 与 f_n , 且 $J(f_m) > 0$, $J(f_n) > 0$:
 - (a) 若 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} > \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$, 则有 $J(f_m) + S_{nn}(f_m) > J(f_n) + S_{nn}(f_n)$;
 - (b) 若 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} = \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$, 则有 $J(f_m) + S_{nn}(f_m) = J(f_n) + S_{nn}(f_n)$;
 - (c) 若 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} < \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$, 则有 $J(f_m) + S_{nn}(f_m) < J(f_n) + S_{nn}(f_n)$ 。
- (3) 对于任意两个子频带 f_m 与 f_n , 若 $J(f_m) > 0$, $J(f_n) = 0$, 则有 $J(f_m) + S_{nn}(f_m) < S_{nn}(f_n)$ 。
- (4) 对于任意两个子频带 f_m 与 f_n , 且 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} \geq \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$, $S_{nn}(f_m) < S_{nn}(f_n)$, 若 $J(f_n) > 0$, 则 $J(f_m) > 0$ 。

证明特征(1): 当雷达与干扰达到均衡时, 出于合理性考虑, 如果在某一子频带 f_k 内无信号功率, 干扰机将不会在该子频带内分配任何干扰功率, 不然就会浪费有限的干扰功率。为优化干扰性能, 干扰机将在有信号功率的子频带内分配干扰功率。因此特征(1)得到验证。

证明特征(2): 当 $J(f_k) > 0$ 时, 由特征(1)可得 $|S(f_k)|^2 > 0$, 将雷达优化信号式(7)代入目标优化指标式(8)

$$\frac{\sigma_h^2(f_k)|S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k)|S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} = \frac{\sigma_h^2(f_k)}{S_{cc}(f_k)} - \frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_k)(J(f_k) + S_{nn}(f_k))}}{S_{cc}(f_k)} \quad (10)$$

令 $x_k = J(f_k) + S_{nn}(f_k)$, 则 x_k 对子频带 f_k 上目标函数式(10)的贡献为 $g_k(x_k) = \frac{\sigma_h^2(f_k)}{S_{cc}(f_k)} -$

$\frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_k)x_k}}{S_{cc}(f_k)}$ 。当 $x_k > 0$, $\lambda > 0$ 时, 有 $\frac{\partial g_k(x_k)}{\partial x_k} < 0$, $\frac{\partial g_k^2(x_k)}{\partial x_k^2} > 0$, 函数 $g_k(x_k)$ 为单调递减的凹函数, 故

$$\int_{x_n-\Delta}^{x_n} \frac{\partial g_n(x)}{\partial x} dx - \int_{x_m}^{x_m+\Delta} \frac{\partial g_m(x)}{\partial x} dx > 0 \quad (11)$$

对于任意两个子频带 f_m , f_n , 有 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} > \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$, 不失一般性, 假设存在最优解 $0 < x_m \leq x_n$, 则存在一个非负数 Δ , 满足 $0 \leq \Delta \leq \frac{x_n - x_m}{2}$, 可得

$$\begin{aligned} & \int_{x_n-\Delta}^{x_n} \frac{\partial g_n(x)}{\partial x} dx - \int_{x_m}^{x_m+\Delta} \frac{\partial g_m(x)}{\partial x} dx \\ &= \frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_n)}}{S_{cc}(f_n)} (\sqrt{x_n - \Delta} - \sqrt{x_n}) \\ & \quad - \frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_m)}}{S_{cc}(f_m)} (\sqrt{x_m} - \sqrt{x_m + \Delta}) \\ & \leq \frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_n)}}{S_{cc}(f_n)} (\sqrt{x_n - \Delta} - \sqrt{x_n}) \\ & \quad - \frac{\sqrt{\lambda\sigma_h^2(f_m)}}{S_{cc}(f_m)} (\sqrt{x_n - \Delta} - \sqrt{x_n}) \\ &= \sqrt{\lambda} (\sqrt{x_n - \Delta} - \sqrt{x_n}) \\ & \quad \cdot \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)}} - \sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}} \right) \leq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

显然, 这与式(11)矛盾, 故不存在 $x_m \leq x_n$ 满足 $\frac{\sigma_h^2(f_m)}{S_{cc}^2(f_m)} > \frac{\sigma_h^2(f_n)}{S_{cc}^2(f_n)}$ 。因此, 特征(a)得证。特征(b), 特征(c)同理可证。

特征(3)、特征(4)同样可通过反证法证明。综合4条特征可知, 雷达与干扰博弈的纯策略组合存在, 可通过重复剔除严格劣势实现纳什均衡。

3.2 maxmin策略

在不确定纳什均衡是否收敛的情况下, 文献[15]基于最大化MI准则提出了2步注水的maxmin算法, 并论证了maxmin算法可近似为博弈的均衡解。本文将此方法扩展到SINR准则, 设计雷达波形如式(13)

$$\left. \begin{aligned} & \max_{|S(f_k)|^2} \min_{J(f_k)} \Delta f \\ & \sum_{k=1}^K \frac{\sigma_h^2(f_k)|S(f_k)|^2}{S_{cc}(f_k)|S(f_k)|^2 + J(f_k) + S_{nn}(f_k)} \\ & \text{s.t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 \leq P_s, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_j \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

通过2步注水法^[17]解得maxmin优化策略为

$$\left. \begin{aligned} |S(f_k)|^2 &= \left(\frac{(\gamma - \lambda_2)^2 \sigma_h^2(f_k)}{4\gamma(\lambda_1 - \lambda_2 S_{cc}(f_k))^2} \right)^+ \\ J(f_k) &= \left(\sqrt{\frac{\sigma_h^2(f_k) |S(f_k)|^2}{\gamma}} \right. \\ &\quad \left. - S_{cc}(f_k) |S(f_k)|^2 - S_{nn}(f_k) \right)^+ \\ \text{s.t. } \Delta f \sum_{k=1}^K |S(f_k)|^2 &\leq P_S, \Delta f \sum_{k=1}^K J(f_k) \leq P_J \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

其中, 注水因子 λ_1, λ_2 分别由雷达和干扰功率约束条件确定。

4 仿真分析

假设某型弹载雷达工作中心频率为35 GHz, 发射信号带宽 $W = 100$ MHz, 功率为20 dBW。考虑弹载平台功放限制, 将全频带划分为5个子频带, 每个子频带 $\Delta f = 20$ MHz, 目标选择某型越野车 $\{\sigma_h^2(f_k)\} = \{1.5, 3, 5, 7, 4\}$, 下标 $k = 1, 2, \dots, 5$ 对应5个不同子频带。定义接收机噪声 $S_{nn}(f_k) = 1$, 对于实际应用场景, 模拟起伏地杂波 $\{S_{cc}(f_k)\} = \{1.2, 2, 1.5, 1, 0.8\}$ [13]。

4.1 干扰功率固定时性能分析

首先, 对3.1节的纳什均衡策略仿真分析, 设干扰功率为20 dBW。图2显示了不同注水策略下SINR变化情况, O点为初次注水点, 即雷达与干扰机未开始博弈的初始优化策略, 此时双方不考虑对方信号变化, 注水位相对较低, 注水因子 $\lambda = 0.0188$, $\gamma = 0.0202$, SINR为9.254 dB。由图3知, 经过6次迭代后, 博弈达到均衡, 此时干扰机/雷达若单独改变其策略, 将不会获得更好的结果, 纳什均衡收敛于E点, 注水因子 $\lambda = 0.0443$, $\gamma = 0.0422$, SINR为9.761 dB。

图4为纳什均衡及maxmin策略下, 雷达与干扰信号在各频带的功率分配, 表2中给出了具体数值解、SINR和检测概率。对比两策略可知, maxmin

策略下, 雷达受回波中目标响应与杂波比值(TCR)影响较大, 在高TCR频段分配更多功率, 降低了低TCR频段的功率分配, 造成低TCR频段雷达性能降低, 而高TCR频段获取的SINR增益并不能弥补其性能的下降; 纳什均衡策略下, 经过雷达与干扰的多次博弈, 雷达综合考虑目标、环境及干扰信息, 取得了较为理想的性能增益, 较maxmin方法SINR可提升0.207 dB, 检测概率可提升3.41%, 但运算时间增加1.052 s。对比两策略可知, 迭代纳什均衡策略为全局最优解, 检测性能优于局部最优解的maxmin策略, 运算耗时略长于maxmin策略, 但仍能满足实时性要求。雷达波形功率谱设计如图5所示。

4.2 干扰功率变化时性能分析

针对不同干扰机功率, 假设 P_J 变化范围为0~30 dBW。图6展示了纳什均衡时雷达各频带功

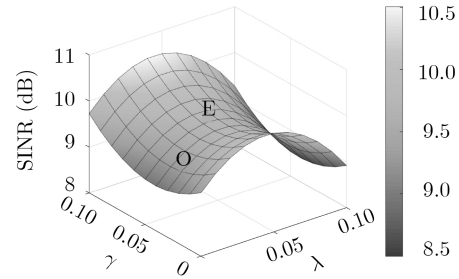


图2 不同注水策略下SINR变化情况

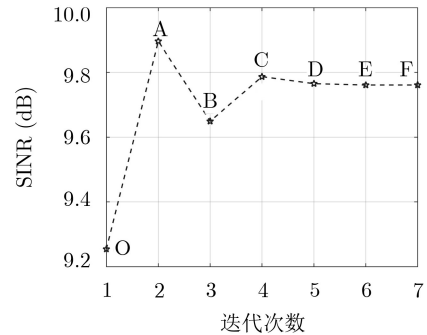


图3 迭代周期内SINR变化

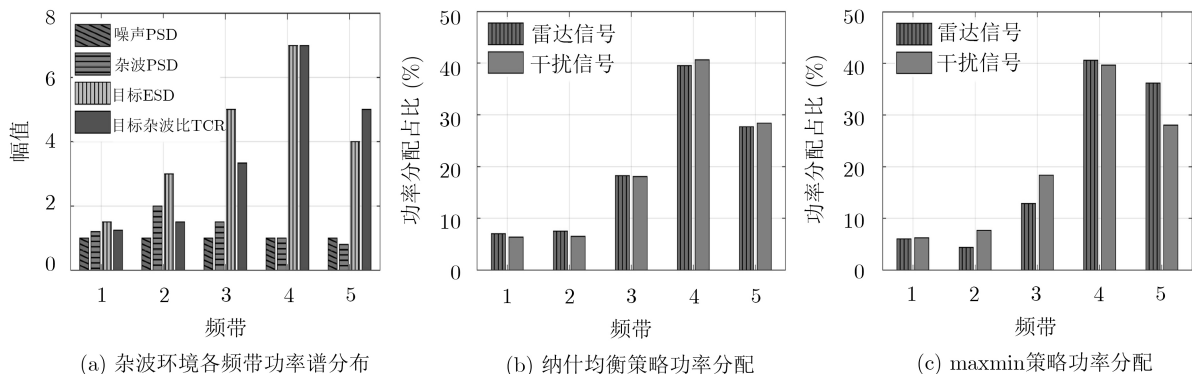


图4 信号功率分配策略

表 2 各频带功率分配策略及性能

策略		子带1(W)	子带2(W)	子带3(W)	子带4(W)	子带5(W)	SINR(dB)	检测概率(%)	运算时间(s)
纳什均衡	雷达	7.0313	7.5312	18.2321	39.5216	27.6882	9.761	52.72	1.537
	干扰	6.3916	6.5261	18.0624	40.6172	28.4126			
maxmin	雷达	6.0337	4.3443	12.8720	40.5470	36.2027	9.554	49.31	0.485
	干扰	6.2589	7.7107	18.3573	39.6503	28.0359			

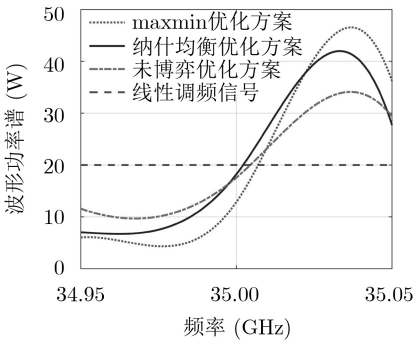


图 5 雷达波形功率谱设计

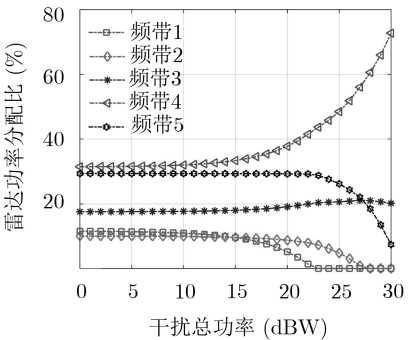


图 7 maxmin雷达功率分配策略

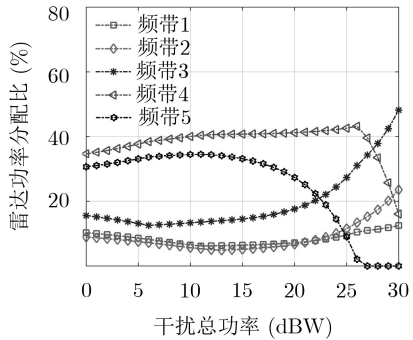


图 6 纳什均衡雷达功率分配策略

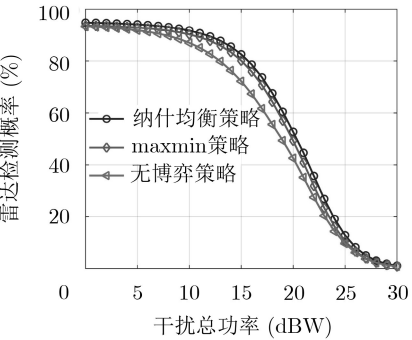


图 8 不同策略间雷达检测概率变化

率分配策略随干扰功率变化情况。可见在干扰信号功率低于雷达时，频带TCR的高低对雷达决策影响较大，随着干扰功率的升高，高TCR频段的目标冲激响应已经逐渐被干扰覆盖，雷达难以获取信息，故雷达降低频带4、5的功率分配，提高频带1、2和3上的功率，期望在TCR相对较低的频段获取目标信息，最大化SINR。

图7为maxmin策略雷达功率分配随干扰功率变化情况。干扰功率较低时，雷达功率分配策略同迭代均衡方法近似，依据各频带TCR的高低分配雷达功率；干扰高于雷达功率时，maxmin策略会将有限的雷达功率集中于目标冲激响应最高的频段4，放弃低冲激响应频段的期望，从而最大化输出SINR。

各策略在不同干扰功率下雷达检测性能如图8所示，可知基于纳什均衡的雷达信号设计有助于提升电子战条件下雷达检测性能，双方功率差异会影响博弈效果。在一方实力占据绝对优势的条件下，

博弈策略难以提升雷达检测性能，例如干扰功率高于30 dBW，全频带被干扰覆盖，此时雷达即使进行博弈也无法提升检测性能；在双方实力差距不大时，博弈策略对雷达性能提升明显，例如双方功率相同时，纳什均衡策略雷达检测概率可提升10.09%，maxmin策略也可提升6.68%。但无论干扰功率如何变化，对雷达而言，多次迭代收敛的纳什均衡策略要优于其他策略，综合不同干扰功率，雷达检测概率较maxmin策略最高可提升3.82%，平均提升1.93%；对比未博弈时，雷达检测概率最高可提升12.02%，平均提升5.22%。

5 结论

针对电子战中弹载雷达与目标相互博弈的现象，本文提出了一种基于纳什均衡的雷达波形设计方法。基于SINR设计了干扰条件下雷达信号优化策略，通过数学推导论证了纳什均衡解的存在性，利用多次迭代注水方法进行求解，在实验仿真中得到验证；并将文献[15]中基于博弈理论的最大最小策

略扩展到SINR模型。仿真对比发现,基于纳什均衡的雷达信号设计有助于提升博弈条件下雷达检测性能,较未进行博弈时,雷达检测概率最高可提升12.02%,对比maxmin策略,检测概率最高可提升3.82%,证明本文设计纳什均衡策略更接近帕累托最优。

参 考 文 献

- [1] HAYKIN S. Cognitive radar: A way of the future[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2006, 23(1): 30–40. doi: [10.1109/MSP.2006.1593335](https://doi.org/10.1109/MSP.2006.1593335).
- [2] 翁木云, 郑家毅, 李伟, 等. 低RCS目标检测的制导雷达波形优化方法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2019, 47(2): 41–46. doi: [10.13245/j.hust.190208](https://doi.org/10.13245/j.hust.190208).
WENG Muyun, ZHENG Jiayi, LI Wei, et al. Guidance radar waveform optimization method for low RCS target detection under interference conditions[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology: Natural Science Edition*, 2019, 47(2): 41–46. doi: [10.13245/j.hust.190208](https://doi.org/10.13245/j.hust.190208).
- [3] BELL M R. Information theory and radar waveform design[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1993, 39(5): 1578–1597. doi: [10.1109/18.259642](https://doi.org/10.1109/18.259642).
- [4] PILLAI S U, OH H S, YOULA D C, et al. Optimal transmit-receiver design in the presence of signal-dependent interference and channel noise[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(2): 577–584. doi: [10.1109/18.825822](https://doi.org/10.1109/18.825822).
- [5] KAY S. Optimal signal design for detection of Gaussian point targets in stationary Gaussian clutter/reverberation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2007, 1(1): 31–41. doi: [10.1109/jstsp.2007.897046](https://doi.org/10.1109/jstsp.2007.897046).
- [6] ROMERO R A, BAE J, and GOODMAN N A. Theory and application of SNR and mutual information matched illumination waveforms[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2011, 47(2): 912–927. doi: [10.1109/TAES.2011.5751234](https://doi.org/10.1109/TAES.2011.5751234).
- [7] AUBRY A, DEMAIO A, FARINA A, et al. Knowledge-aided (potentially cognitive) transmit signal and receive filter design in signal-dependent clutter[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2013, 49(1): 93–117. doi: [10.1109/TAES.2013.6404093](https://doi.org/10.1109/TAES.2013.6404093).
- [8] WU Linlong, BABU P, and PALOMAR D P. Transmit waveform/receive filter design for MIMO radar with multiple waveform constraints[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2018, 66(6): 1526–1540. doi: [10.1109/TSP.2017.2787115](https://doi.org/10.1109/TSP.2017.2787115).
- [9] IMANI S, NAYEBI M M, and GHORASHI S A. Colocated MIMO radar SINR maximization under ISL and PSL constraints[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2018, 25(3): 422–426. doi: [10.1109/LSP.2018.2796603](https://doi.org/10.1109/LSP.2018.2796603).
- [10] BUTT F A, NAQVI I H, and RIAZ U. Hybrid phased-MIMO radar: A novel approach with optimal performance under electronic countermeasures[J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(6): 1184–1187. doi: [10.1109/LCOMM.2018.2828408](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2018.2828408).
- [11] WANG Li, WU Huaqing, and STÜBER G L. Cooperative jamming-aided secrecy enhancement in P2P communications with social interaction constraints[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2017, 66(2): 1144–1158. doi: [10.1109/TVT.2016.2553121](https://doi.org/10.1109/TVT.2016.2553121).
- [12] GUAN Yanpeng and GE Xiaohua. Distributed secure estimation over wireless sensor networks against random multichannel jamming attacks[J]. *IEEE Access*, 2017, 5: 10858–10870. doi: [10.1109/ACCESS.2017.2713807](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2017.2713807).
- [13] WANG Lulu, WANG Hongqiang, WONG K K, et al. Minimax robust jamming techniques based on signal-to-interference-plus-noise ratio and mutual information criteria[J]. *IET Communications*, 2014, 8(10): 1859–1867. doi: [10.1049/iet-com.2013.1054](https://doi.org/10.1049/iet-com.2013.1054).
- [14] FENG Dejun, XU Letao, PAN Xiaoyi, et al. Jamming wideband radar using interrupted-sampling repeater[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2017, 53(3): 1341–1354. doi: [10.1109/TAES.2017.2670958](https://doi.org/10.1109/TAES.2017.2670958).
- [15] SONG Xiufeng, WILLETT P, ZHOU Shengli, et al. The MIMO radar and jammer games[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(2): 687–699. doi: [10.1109/TSP.2011.2169251](https://doi.org/10.1109/TSP.2011.2169251).
- [16] GAO Hao, WANG Jian, JIANG Chunxiao, et al. Equilibrium between a statistical MIMO radar and a jammer[C]. 2015 IEEE Radar Conference, Arlington, USA, 2015: 461–466. doi: [10.1109/RADAR.2015.7131043](https://doi.org/10.1109/RADAR.2015.7131043).
- [17] LAN Xing, LI Wei, WANG Xingliang, et al. MIMO radar and target stackelberg game in the presence of clutter[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2015, 15(12): 6912–6920. doi: [10.1109/JSEN.2015.2466812](https://doi.org/10.1109/JSEN.2015.2466812).
- [18] KAY S M and LUO Pengfei. Fundamentals of Statistical Signal Processing: Estimation and Detection Theory[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2014: 425–445.
- [19] 邹鲲. 认知雷达的未知目标检测[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(1): 166–172. doi: [10.11999/JEIT170254](https://doi.org/10.11999/JEIT170254).
ZOU Kun. Unknown target detection for cognitive radar[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(1): 166–172. doi: [10.11999/JEIT170254](https://doi.org/10.11999/JEIT170254).
- [20] CARABALLO M A, MÁRMOL A M, MONROY L, et al. Cournot competition under uncertainty: Conservative and optimistic equilibria[J]. *Review of Economic Design*, 2015, 19(2): 145–165. doi: [10.1007/s10058-015-0171-z](https://doi.org/10.1007/s10058-015-0171-z).
- [21] FUDENBERG D and TIROLE J. Game Theory[M]. Cambridge: MIT Press, 1991: 18–26.

李 伟: 男, 1978年生, 副教授, 研究方向为新体制雷达信号处理。
王泓霖: 男, 1995年生, 博士生, 研究方向为雷达及电子战系统。
郑家毅: 男, 1991年生, 助理工程师, 研究方向为雷达信号处理。
徐建业: 男, 1992年生, 博士生, 研究方向为信道编码及深度学习。
赵俊龙: 男, 1995年生, 硕士生, 研究方向为雷达信号处理、雷达波形设计。
邹 鲲: 男, 1976年生, 副教授, 研究方向为雷达信号处理、统计信号处理、复杂电磁环境下的目标探测等。