

基于稀疏面阵的低复杂度三维信源定位算法

吴皓威^{*①③} 舒畅^② 欧静兰^② 杨士中^①

^①(重庆大学通信与测控中心 重庆 400044)

^②(重庆大学微电子与通信工程学院 重庆 400044)

^③(空天地网络互连与信息融合重庆市重点实验室 重庆 400044)

摘要: 针对3维信源定位中阵列结构过于复杂、算法复杂度过高、谱峰搜索范围过大的问题, 该文提出一种基于互素线阵互素平移的稀疏面阵(CLACS-SPA)的3维降秩MUSIC算法(RARE-MUSIC)。所提CLACS-SPA拥有中心对称的互素稀疏面阵结构, 相较于同口径均匀面阵结构减少了大量的阵元, 降低了阵列的结构复杂度; 以CLACS-SPA为基础的3维RARE-MUSIC算法利用泰勒公式将接收信号中的方向信息与距离信息进行分离估计, 从而将3维谱峰搜索转化为方位角俯仰角的2维搜索和距离项的1维搜索, 降低了定位算法的计算复杂度。仿真分析表明: 在口径与定位算法相同条件下, 与均匀面阵结构相比, 所提结构的计算复杂度降低了1~2个数量级; 在相同口径与CLACS-SPA结构下, 与经典3维MUSIC算法相比, 所提算法的复杂度降低了2~3个数量级; 在相同口径和阵元数量条件下, 与经典3维MUSIC算法相比, 所提算法不仅降低了计算复杂度, 而且提升了方位角与俯仰角的测量精度。

关键词: 3维信源定位; 稀疏面阵; 降秩MUSIC算法; 低复杂度

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2021)08-2207-07

DOI: [10.11999/JEIT190779](https://doi.org/10.11999/JEIT190779)

A Three-dimensional Source Location Algorithm Based on Sparse Planar Array with Low Complexity

WU Haowei^{*①③} SHU Chang^② OU Jinglan^② YANG Shizhong^①

^①(Center of Communication and Tracking Telemetry Command,
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

^②(School of Microelectronics and Communications Engineering,
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

^③(Chongqing Key Laboratory of Space Information Network and Intelligent
Information Fusion, Chongqing 400044, China)

Abstract: A RAnk REduced MUSIC (RARE-MUSIC) algorithm based on Coprime Linear Array Coprime Shift Sparse Planar Array (CLACS-SPA) is proposed, in order to solve the problems in the three-dimension source location, such as too complex array structure, too high-complexity algorithm and large partial spectrum range. The proposed CLACS-SPA has a centrosymmetric coprime sparse array structure, which reduces the number of antennas and structural complexity of the array, compared with the uniform planar array structure of the same caliber. The direction and distance information in the received signal are separated and estimated by Taylor formula, thus the three-dimensional spectral peak search is transformed into the two-dimensional search of the azimuth angle as well as elevation angle and the one-dimensional search of the distance, which reduces the computational complexity of the positioning algorithm. Simulation results show that the complexity of the proposed structure is one to two orders of magnitude lower than that of the uniform planar array structure, under the same aperture and location algorithm. In addition, for the same caliber of the proposed CLACS-SPA

收稿日期: 2019-10-09; 改回日期: 2021-05-24; 网络出版: 2021-06-16

*通信作者: 吴皓威 wuhaowei@cqu.edu.cn

基金项目: 重庆市科技创新专项院士基金(cstc2018zdcy-yszxX0001, cstc2017zdcy-yszx0009), 民用航天十三五预研项目(D010201)

Foundation Items: The Academician Fund of Chongqing Science and Technology Innovation Guidance Project (cstc2018zdcy-yszxX0001, cstc2017zdcy-yszx0009), The Advanced Research Project of Civil Aerospace Technologies in 13th Five-year Plan (D010201)

structure, the proposed RARE-MUSIC algorithm is less complex than the classical three-dimension MUSIC with two to three orders of magnitude. And under the same aperture and number of antennas, the proposed RARE-MUSIC greatly reduces the computational complexity and improves the measurement accuracy of azimuth and elevation angles, in comparison with the classical three-dimension MUSIC algorithm.

Key words: Three-dimensional source location; Sparse planar array; RAnk REduced MUSIC(RARE-MUSIC); Low complexity

1 引言

近场信源定位技术在射频标签定位^[1]、麦克风阵列声源定位^[2]、被动声呐定位^[3]、5G毫米波终端定位^[4]等领域有着广泛的应用。在近场信源定位中,接收机处于信源天线的菲涅尔区^[5]。3维信源定位^[6]是近场信源定位中最具有现实意义的形式,其通过具有2维平面性质的接收阵列对近场信源进行3维度精确定位,获得距离、方位角与俯仰角信息。

波达方向估计(Direction Of Arrival, DOA)算法是实现3维信源定位的主要方法之一。近年来,为了提高信源定位的精度,学者对多重信号分类(MUltiple SIgnal Classification, MUSIC)算法^[7]与借助旋转不变性估计信号参数算法^[8]进行了广泛的研究^[9]。然而MUSIC算法虽然拥有了超分辨率的DOA估计精度,但是需要对每个参量进行谱峰搜索,复杂度较高;而且随着搜索维度的增加,复杂度会急剧上升。因此,极高的复杂度一直是制约MUSIC算法在信源定位领域应用的主要问题。

现有文献在降低基于MUSIC信源定位算法复杂度方面做了大量的工作。文献^[10]提出了一种基于求根公式法的优化算法,此算法将谱峰搜索转换为多项式根的搜索,在一定程度上降低了复杂度。文献^[11,12]提出了针对2维信源定位的降维优化算法,其将2维面阵谱峰搜索降维成1维线阵谱峰搜索,此算法在阵元数量较大时优化效果极为明显。文献^[13]针对基于线阵的近场定位提出了一种降秩优化MUSIC算法,利用泰勒公式将2维导向矩阵中的距离与方位角剥离,并分别进行谱峰搜索。文献^[14]提出了一种稀疏面阵(Sparse Planar Array, SPA)结构,其利用互素的稀疏结构,极大程度地减少了阵元数量,降低了算法的复杂度。文献^[15]提出了以L型阵列结构进行3维近场测量的结构模型,该结构与面阵结构相比具有较低的结构复杂度,与双平行线阵结构^[16]相比具有更好的定位精度。从现有文献来看,针对3维信源定位的低复杂度MUSIC算法研究较少,而且复杂度仍然较高,难以在实际工程中应用。

针对3维信源定位中计算复杂度过高的问题,本文提出一种基于互素线阵互素平移的稀疏面阵

(Coprime Linear Array Coprime Shift-SPA, CLACS-SPA)的3维降秩MUSIC(RARE-MUSIC)算法。所提CLACS-SPA模型是由稀疏线阵变换得到的,减少了阵元数量,降低了结构复杂度。所提算法将3维谱峰搜索转化为对方向角俯仰角的2维搜索和距离项1维搜索,减小了谱峰搜索范围,降低了算法的复杂度。通过仿真分析得到如下结论:(1)在相同口径与定位算法条件下,所提结构相较于均匀面阵结构在复杂度上有了一定的降低;(2)在相同的口径与CLACS-SPA结构下,所提算法相较于经典3维MUSIC算法在复杂度上优化效果极为明显;(3)在相同口径和阵元数量条件下,相较于经典3维MUSIC算法,所提算法在俯仰角和方向角的测量上有了很大的提升。此外,本文还研究了信噪比、互素因子对本算法定位精度的影响。

2 基于互素线阵互素平移的稀疏面阵构建

均匀平面阵列(Uniform Planar Array, UPA)是一种经典模型,其相邻阵元间距均为半波长,该模型在3维信源定位时精度较高,但在阵列口径较大时,较高的结构复杂度限制了该模型的应用。为了实现低复杂度的3维信源精确定位,本文提出CLACS-SPA结构,其主要特征是将一系列互素线阵(Coprime Linear Array, CLA)沿着与之垂直的方向按照相同的互素规律进行平移而得到。

图1给出了互素线阵和CLACS-SPA的结构图。其中,图1(a)给出了CLA的构成方式,其由两根不同间距的均匀线阵(Uniform Linear Array, ULA)叠加而成。图1中“▷”和“○”图案分别代表相邻阵元间距为 d_a 和 d_b 的阵元,其中 $d_a = a\lambda/2$, $d_b = b\lambda/2$, λ 是该信源信号波长, a 与 b 均为正整数且为互素关系,不失一般性地,设 $d_a < d_b$ 。“◎”图案表示两种间距重合处的阵元,此处仅布置1个阵元。图1(a)中ULA1, ULA2上各阵元与中心阵元的距离可写成集合的形式,为 $L_a = \{L|L = \beta d_a\}$, $L_b = \{L|L = \beta d_b\}$,其中, β 的取值范围为 $\{-N, -N+1, \dots, 0, \dots, N\}$ 。因此,互素线阵上各阵元与中心阵元间距可写成两集合的并的形式,所以有

$$L_{ab} = \begin{Bmatrix} -Nd_b & -Nd_a & (-N+1)d_b & (-N+1)d_a \\ \dots & 0 & \dots & Nd_a & Nd_b \end{Bmatrix} \quad (1)$$

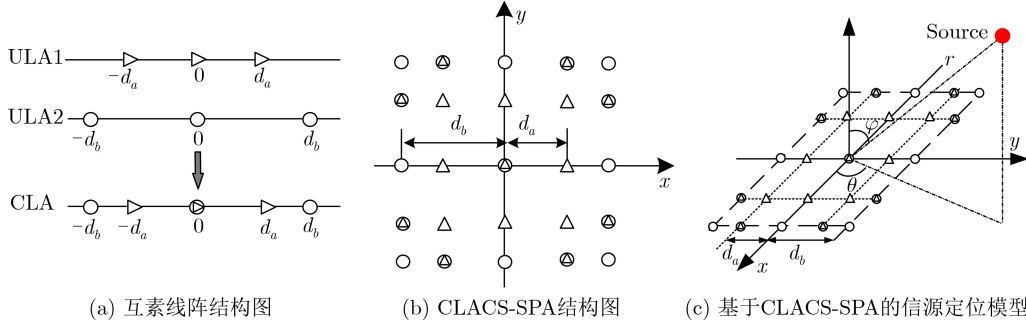


图1 稀疏面阵阵元构造图

其中, L_{ab} 长度为 $4N + 1$ 。

图1(b)给出了CLACS-SPA结构, 其由CLA沿着与之垂直的方向, 按照与其相同的互素规律进行平移, 得到的成中心对称的面阵结构。以对称中心阵元为坐标原点(记为基准阵元), 建立坐标系。在该结构中, 不失一般性, 设面阵为一个方阵, x 轴与 y 轴上阵元相较于基准阵元的坐标分别为 $l_{x,k} \in L_{ab}$ 和 $l_{y,k} \in L_{ab}$, 其中, 为了简化表达式和便于展示阵列的对称特性, 设索引 k 的取值范围为 $\{-2N, -2N + 1, \dots, 0, \dots, 2N\}$ 。

图1(c)给出了基于CLACS-SPA的3维信源定位模型。信源持续向周围辐射信号 $s(t)$, CLACS-SPA处于该信源的近场区域内。其中信源到两坐标轴上任意阵元与其到基准阵元的距离差为

$$\Delta_{x,k} = \sqrt{r^2 + l_{x,k}^2 - 2l_{x,k}r \sin \varphi \cos \theta} - r \quad (2)$$

$$\Delta_{y,k} = \sqrt{r^2 + l_{y,k}^2 - 2l_{y,k}r \sin \varphi \sin \theta} - r \quad (3)$$

其中, φ 为信源的俯仰角, θ 为信源的方位角, r 为信源到基准阵元的距离。

两坐标轴上阵元的导向矩阵可写为

$$\mathbf{A}_x = [e^{j\tau_{x,-2N}} \quad e^{j\tau_{x,-2N+1}} \quad \dots \quad e^{j\tau_{x,0}} \quad \dots \quad e^{j\tau_{x,2N}}]^T \quad (4)$$

$$\mathbf{A}_y = [e^{j\tau_{y,-2N}} \quad e^{j\tau_{y,-2N+1}} \quad \dots \quad e^{j\tau_{y,0}} \quad \dots \quad e^{j\tau_{y,2N}}]^T \quad (5)$$

其中, $\tau_{x,k} = 2\pi\Delta_{x,k}/\lambda$, $\tau_{y,k} = 2\pi\Delta_{y,k}/\lambda$ 分别表示 x 轴和 y 轴上阵元的入射相位差, T表示对矩阵进行转置操作。CLACS-SPA的导向矩阵可以通过计算两坐标轴上导向矩阵的克罗内克积得到, 即

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_x \otimes \mathbf{A}_y \quad (6)$$

其中, \otimes 为克罗内克积。 \mathbf{A}_x 与 \mathbf{A}_y 的维度均为 $(4N + 1) \times 1$, 所以导向矩阵 \mathbf{A} 的维度为 $(4N + 1)^2 \times 1$ 。

因此, 整个近场面阵的接收矩阵可表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N} \quad (7)$$

其中, $\mathbf{S} = [s(1) \quad s(2) \quad \dots \quad s(P)]$ 是入射信号组成的

矩阵, $s(P)$ 为第 P 次快拍时接收信号值, 其维度为 $1 \times P$; \mathbf{N} 是期望为0、方差为 δ^2 的复高斯噪声矩阵, 维度为 $(4N + 1)^2 \times P$; 此接收矩阵 \mathbf{X} 的维度为 $(4N + 1)^2 \times P$ 。

3 近场面阵3维信源定位

3.1 经典3维MUSIC算法

3维MUSIC(3D-MUSIC)算法是一种对信源的3维参数进行估计的方法, 其利用了接收信号中噪声空间与信号空间的正交特性。MUSIC算法的空间谱函数为

$$F_{\text{MUSIC}} = \frac{1}{\widehat{\mathbf{A}}^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H \widehat{\mathbf{A}}} \quad (8)$$

其中, $\widehat{\mathbf{A}}$ 为导向搜索矩阵, 维度与 \mathbf{A} 相同; \mathbf{U}_N 是噪声子空间, 来自对接收信号自相关值 \mathbf{R}_{XX} 的特征值分解

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\text{XX}} &= \mathbb{E}[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_{\text{SS}}\mathbf{A}^H + \delta^2\mathbf{I} \\ &= \mathbf{U}_S\mathbf{A}_S\mathbf{U}_S^H + \mathbf{U}_N\mathbf{A}_N\mathbf{U}_N^H \end{aligned} \quad (9)$$

其中, \mathbf{R}_{SS} 表示信源的辐射信号的自相关函数, \mathbf{I} 是单位矩阵; \mathbf{A}_S 是含有1个 \mathbf{R}_{XX} 大特征值的对角矩阵, \mathbf{A}_N 是含有剩余所有的 \mathbf{R}_{XX} 小特征值的对角矩阵; \mathbf{U}_S 是由 \mathbf{A}_S 中的特征值对应的特征向量组成的矩阵称为信号子空间, \mathbf{U}_N 是由 \mathbf{A}_N 中的特征值对应的特征向量组成的矩阵称为噪声子空间, 这两个空间存在相互正交的关系; \mathbb{E} 表示求矩阵的期望; H表示共轭转置操作。此处, \mathbf{U}_N 的维度为 $(4N + 1)^2 \times ((4N + 1)^2 - 1)$ 。

当导向搜索矩阵与噪声空间正交即 $\widehat{\mathbf{A}}^H \mathbf{U}_N = 0$ 时, 式(8)有最大值。此时, 该导向搜索矩阵与真实的信源导向矩阵一致, 即 $\widehat{\mathbf{A}} = \mathbf{A}$ 。其对应的3维参数与信源的3维参数相同, 从而实现3维信源定位。该方法是经典MUSIC算法实现3维信源定位, 定位精度相对较高。然而, 经典MUSIC算法需要依次对3维参数进行逐一搜索, 其搜索范围为各维度搜索范围的乘积, 复杂度极高。

3.2 稀疏近场面阵的降秩MUSIC算法

为了缩小搜索范围,减少搜索时间,本文提出一种低复杂度的3维RARE-MUSIC算法,该算法通过泰勒公式分离了方向参数与距离参数,并利用代价函数缺秩的要求,将3维谱峰搜索转化为一个包含方位角与俯仰角的2维谱峰搜索和1个仅含有距离项的一维谱峰搜索。具体方法介绍如下。

3.2.1 距离参数分离

利用泰勒公式对 $\tau_{x,k}$ 进行分解得

$$\begin{aligned} \tau_{x,k} &= -\frac{2\pi l_{x,k}}{\lambda} \sin \varphi \cos \theta \\ &\quad + \frac{\pi l_{x,k}^2 (1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta)}{\lambda r} + O\left(\frac{l_{x,k}^2}{r^2}\right) \\ &\approx \gamma_x l_{x,k} + \phi_x l_{x,k}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\gamma_x = -(2\pi \sin \varphi \cos \theta) / \lambda$, $\phi_x = \pi(1 - \sin^2 \varphi \cos^2 \theta) / \lambda r$; $o\left(\frac{l_{x,k}}{r}\right)$ 表示 $(l_{x,k}/r)^2$ 的高阶无穷小,由于定位距离 r 较大,而 $l_{x,k}$ 的处于波长量级,故 $O\left(\frac{l_{x,k}}{r}\right)$ 值对 $\tau_{x,k}$ 的影响较小,可以忽略。结合式(4)与式(10),构建 x 轴导向搜索矩阵,有

$$\widehat{\mathbf{A}}_x = \boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \cdot \mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) \quad (11)$$

其中,

$$\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) = \begin{bmatrix} e^{j\gamma_x l_{x,-2N}} & & & & \\ & e^{j\gamma_x l_{x,-2N+1}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & e^{j\gamma_x l_{x,2N-1}} \\ & & & & & & e^{j\gamma_x l_{x,2N}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) = \begin{bmatrix} e^{j\phi_x l_{x,2N}^2} \\ e^{j\phi_x l_{x,2N-1}^2} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \text{ 是 维 度 为 } (4N+1) \times (2N+1),$$

$\mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r)$ 中变量 $l_{x,k}$ 经过平方后全为非负项,故有 $\mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) \neq 0$,且其维度为 $(2N+1) \times 1$ 。重写后的导向矩阵中的 $\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta)$ 实现了对参数 r 的剥离。

同理,利用式(5)可对 y 轴方向上的导向搜索矩阵进行构建,有

$$\widehat{\mathbf{A}}_y = \boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta) \cdot \mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r) \quad (12)$$

其中,

$$\boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta) = \begin{bmatrix} e^{j\gamma_y l_{y,-2N}} & & & & \\ & e^{j\gamma_y l_{y,-2N+1}} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & e^{j\gamma_y l_{y,2N-1}} \\ & & & & & & e^{j\gamma_y l_{y,2N}} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r) = \begin{bmatrix} e^{j\phi_y l_{y,2N}^2} \\ e^{j\phi_y l_{y,2N-1}^2} \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}。 \text{ 此 处, } \gamma_y \text{ 和 } \phi_y \text{ 来 自 对 } \tau_{y,k}$$

的泰勒级数分解,分解过程与对 $\tau_{x,k}$ 的相似为 $\tau_{y,k} \approx \gamma_y l_{y,k} + \phi_y l_{y,k}^2$,其中 $\gamma_y = -(2\pi \sin \varphi \sin \theta) / \lambda$, $\phi_y = \pi(1 - \sin^2 \varphi \sin^2 \theta) / (\lambda r)$ 。

3.2.2 降秩谱峰搜索

通过式(6)、式(11)和式(12),重构CLACS-SPA的导向搜索矩阵为

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{A}} &= (\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \cdot \mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r)) \otimes (\boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta) \cdot \mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r)) \\ &= (\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \otimes \boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta)) \cdot (\mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) \otimes \mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r)) \end{aligned} \quad (13)$$

通过式(8)和式(13),可获得3维信源定位的降秩MUSIC算法空间谱函数

$$F(\varphi, \theta, r) = \frac{1}{\mathbf{V}^H(\varphi, \theta, r) \boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta) \mathbf{V}(\varphi, \theta, r)} \quad (14)$$

其中, $\mathbf{V}(\varphi, \theta, r) = \mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) \otimes \mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r) \boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta) = (\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \otimes \boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta))^H \mathbf{U}_N \mathbf{U}_N^H (\boldsymbol{\xi}_x(\varphi, \theta) \otimes \boldsymbol{\xi}_y(\varphi, \theta))$ 。 $\mathbf{V}(\varphi, \theta, r)$ 的维度为 $(2N+1)^2 \times 1$, $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 维度为 $(2N+1)^2 \times (2N+1)^2$ 。当 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 缺秩时,即其行列式为0时, $F(\varphi, \theta, r)$ 有最大值,故针对 $F(\varphi, \theta, r)$ 的谱峰搜索可以简化为对 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 函数行列式0点的求解

$$\arg \max_{\varphi, \theta} F \Leftrightarrow \text{Solve}(\det(\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)) = 0) \quad (15)$$

其中, $\text{Solve}(\cdot)$ 表示求解括号内等式的解。

下面给出证明过程。为了获取空间谱函数的谱峰,即 $F(\varphi, \theta, r)$ 的最大值,需使得 $\mathbf{V}^H(\varphi, \theta, r) \boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta) \mathbf{V}(\varphi, \theta, r) = 0$ 。由于 $\mathbf{v}_x(\varphi, \theta, r) \neq 0$ 与 $\mathbf{v}_y(\varphi, \theta, r) \neq 0$,则有 $\mathbf{V}(\varphi, \theta, r) \neq 0$,可知 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 是一个非负定的共轭对称矩阵。因此, $\mathbf{V}^H(\varphi, \theta, r) \boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta) \mathbf{V}(\varphi, \theta, r) = 0$ 的充要条件是 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 为一个奇异矩阵。由于 \mathbf{U}_N 的秩大于 $(2N+1)^2$,所以 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 为满秩矩阵。只有当 φ 与 θ 的取值与真实值相同时, $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 就会降秩,即 $\text{Rank}\{\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)\} < (2N+1)^2$,此时的 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 就会成为一个奇异矩阵。由此,式(15)结论得证。

在进行2维谱峰搜索获得 θ 与 φ 估测值之后,就可以将两个方向参量的值代入到式(8)中。此时的式(8)将成为只含1个距离变量 r 的函数,类似地使用对 r 的1维谱峰搜索就可以获得 r 的估测值。

综上,所提算法通过泰勒级数分解将导向矢量矩阵中的距离参量剥离,然后利用 $\boldsymbol{\psi}(\varphi, \theta)$ 函数缺秩的要求实现了对3维谱峰搜索的低复杂优化,解

决了3维信源定位中搜索范围太大、复杂度太高的问题。虽然泰勒级数分解后高阶项的舍去造成了距离项精度的损失,但是在角度的测量精度上会有所提升。

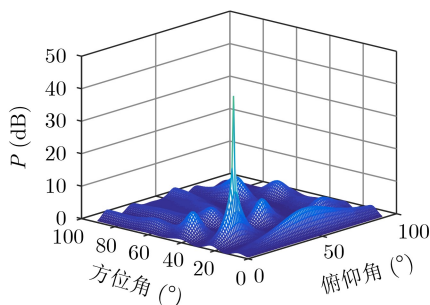
3.3 复杂度分析

在3维信源定位中,复杂度是重要的设计指标之一。表1是在方形面阵边长均为 12λ ,即相同口径的情况下,CLACS-SPA和UPA所需要的阵元数量。从中可以看出,在相同口径下,CLACS-SPA结构比均匀面阵结构所需的阵元数量少,且互素因子的值越大,所需的阵元数量也将越少;所提结构可以有效降低面阵结构复杂度和基于该面阵算法的计算复杂度。

为了计算所提算法的复杂度,选取俯仰角 φ 的搜索次数为 n_φ ,方位角 θ 的搜索次数为 n_θ ,距离 r 的搜索次数为 n_r ,计算复杂度的评价单位是算法中涉及的复乘次数。设CLACS-SPA结构单边阵元数量 $M = 4N + 1$,总的阵元数量为 M^2 。同口径下UPA方阵结构总阵元数为 C^2 ,其中 $C = 2bN + 1$ 为单边阵元的数量。对所提算法求计算复杂度有:自相关函数 \mathbf{R}_{XX} 的计算复杂度为 M^4N ,对 \mathbf{R}_{XX} 进行特征值分解的计算复杂度为 M^6 ,对 φ 与 θ 的单次谱峰搜索的计算复杂度为 $(2M^2 - 2 + (M + 1)^2/4)$,对行列式计算复杂度为 $(M + 1)^4/16$,对 φ 与 θ 谱峰搜索次数为 $n_\varphi n_\theta$,对距离 r 的单次谱峰搜索计算复杂度为 $M^2(3M^2 - 2)$,对距离 r 的谱峰搜索次数为 n_r 。故此算法总的复杂度为: $M^4P + M^6 + n_r((3M^2 - 2)M^2) + n_\varphi n_\theta((2M^2 - 2 + (M + 1)^2/4)(M + 1)^2M^2/4 + (M + 1)^4/16)$ 。

表1 相同口径下,CLACS-SPA和UPA的阵元数量

		UPA		CLACS-SPA
$d_a = a\lambda$	$a = 1$	$a = 3$	$a = 5$	$a = 11$
$d_b = b\lambda$	$b = 1$	$b = 4$	$b = 6$	$b = 12$
阵元数量	625	169	81	25



(a) 俯仰角与方位角2维联合搜索

4 仿真与分析

本节主要通过仿真实验来说明所提基于CLACS-SPA结构的3维RARE-MUSIC算法的低复杂度性能。如无特殊说明,仿真中使用如下参数:信号频率为2.45 GHz,阵元快拍次数为500次,信噪比为15 dB,阵列为总接收阵元数为 5×5 的稀疏面阵, d_a, d_b 分别为 $3\lambda/2$ 与 $4\lambda/2$,口径(最大值)为 $16\lambda/2$,信源位置 (φ, θ, r) 为 $(23^\circ, 16^\circ, 20 \text{ m})$ 。仿真结果图中,括号内标识的是面阵结构中阵元的数量,例如 (5×5) 表示阵列 x 轴、 y 轴上阵元数量均为5。仿真中,均方根误差(RMSE)的计算公式为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\hat{\alpha} - \alpha)^2} \quad (16)$$

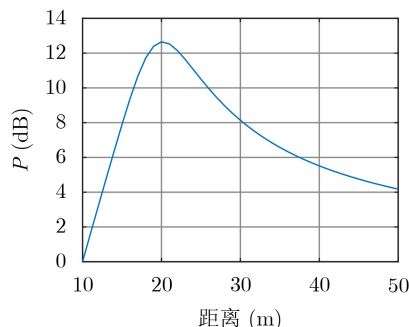
其中, L 为在同一条件下的仿真次数,取值为1000次, $\hat{\alpha}$ 为在对应的仿真条件下求得的估计值,结果包含 φ, θ 与 r ,其中 α 代表该参数的真实值。

4.1 信源参数测量仿真

图2给出了所提算法对信源进行3维定位的测量结果图。其中,图2(a)是剥离了距离参量 r 后,俯仰角与方位角搜索的空间谱图;图2(b)为针对距离 r 搜索的空间谱图。由图2可以看出,所提算法仿真结果谱峰都相当突出,获得的估计值与真实值非常接近,从而验证了所提算法对于3维信源定位的可行性。

4.2 复杂度对比分析

图3给出了3种近场算法在阵列口径相同的条件下,复杂度随着口径变化的关系曲线。其中横坐标的单位是半波长。从中可以看出:(1)所提算法复杂度最低,具有较强的工程实用性;(2)在相同CLACS-SPA结构下,所提算法相较于经典3维MUSIC算法复杂度降低了2到3个数量级;(3)在定位算法相同的条件下,CLACS-SPA结构相较于UPA结构复杂度降低了1至2个数量级。



(b) 距离搜索

图2 信源位置测量结果图

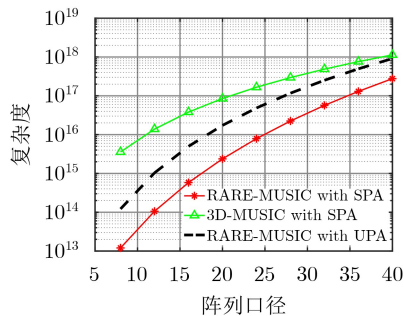


图3 算法复杂度随口径变化对比图

4.3 信噪比对测量精度的影响

图4给出了阵列口径相同的条件下3种算法在对俯仰角、方位角以及距离估计的精度与SNR的关系图。从中可以看出：(1)所提算法的测量精度将随信噪比的增加而增加；(2)在阵元数量相同的情况下，所提算法在方位角与俯仰角上相较于经典3D-MUSIC算法定位精度有了较大提升；(3)所提算法在距离项分离中进行了一定的约舍，从而导致所提算法在距离测量上相较于经典3D-MUSIC算法定位精度稍差。

4.4 互素因子对测量精度的影响

图5给出了在阵列口径相同的情况下，基于3种不同互素因子的所提算法的测量精度随SNR变化的

关系图。图5中，阵列边长为 26λ ，信源到接收阵列的距离为70 m。由图可知，互素因子越大阵元数量越少，测量精度越低，表明在一定范围内增加阵元数量可以提升所提算法的测量精度。在阵列口径固定的情况下，由于阵元数量与所提算法的复杂度直接相关，故可以通过控制所提算法的复杂度来获取不同的定位精度。

5 结束语

在MUSIC算法中，复杂度一直都是制约该种超分辨率算法应用与深入研究的主要问题之一。在新兴的5G毫米波通信系统中，由于采用了大规模阵元阵列、毫米波、小蜂窝覆盖等技术，阵元孔径并不一定远小于收发两端的距离，在这样的场景下，3维信源定位的应用会更加广泛。然而信源的3维定位中，庞大的阵元数量以及对3个参量的谱峰搜索都极大地增加了算法的复杂度。本文提出的基于CLACS-SPA结构的3维RARE-MUSIC算法是一种高效且精确的近场信源定位算法，可以很好地降低复杂度并完成对信源的精确定位。仿真与分析结果表明，与常规算法相比，所提算法不仅降低了运算复杂度，而且提高了对于角度的定位精度，具有较好的工程实用性。

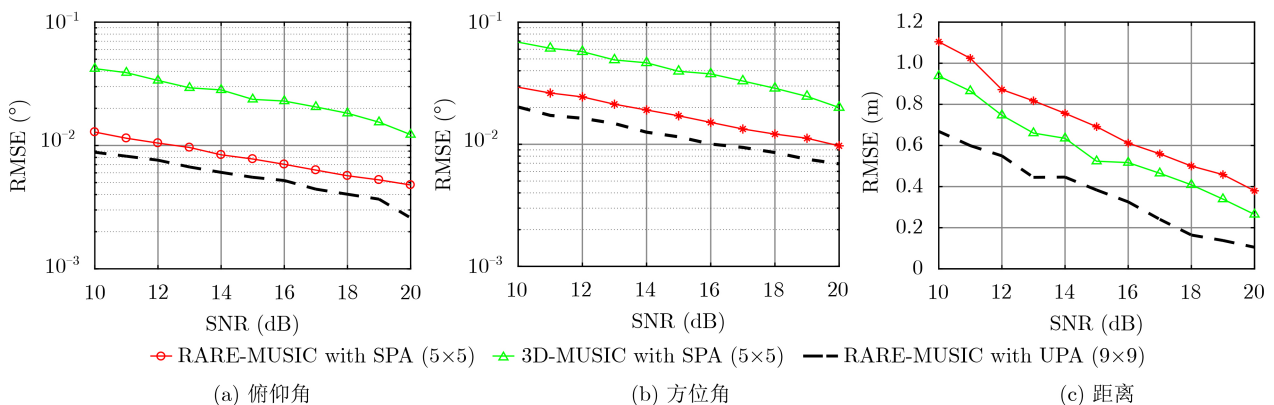


图4 信源位置测量的RMSE与SNR关系图

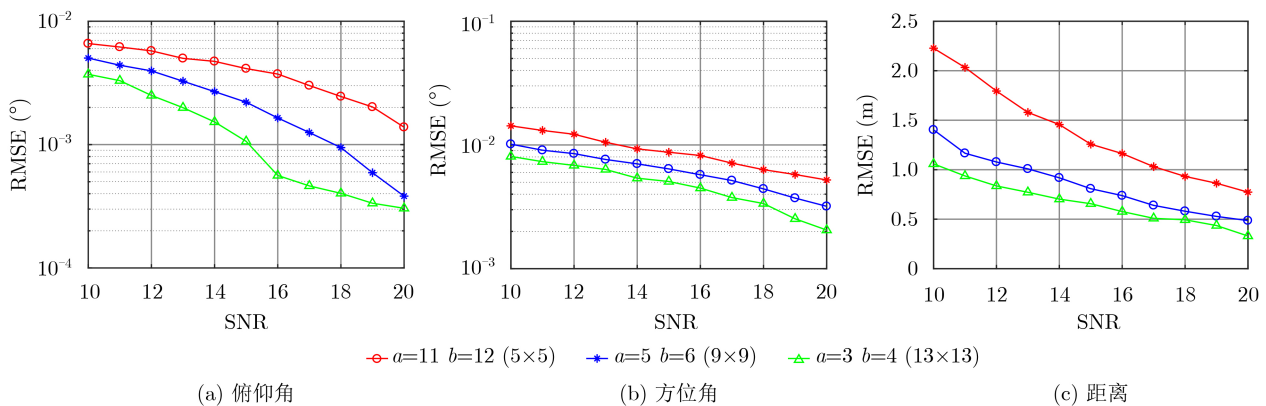


图5 信源位置测量的RMSE与互素因子的关系

参考文献

- [1] GUZEY N, XU Hao, and JAGANNATHAN S. Localization of near-field sources in spatially colored noise[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2015, 64(8): 2302–2311. doi: [10.1109/TIM.2015.2390813](https://doi.org/10.1109/TIM.2015.2390813).
- [2] LIANG Junli and LIU Ding. Passive Localization of mixed near-field and far-field sources using two-stage MUSIC algorithm[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(1): 108–120. doi: [10.1109/TSP.2009.2029723](https://doi.org/10.1109/TSP.2009.2029723).
- [3] TICHAVSKY D, WONG T K, and ZOLTOWSKI M D. Near-field/far-field azimuth and elevation angle estimation using a single vector hydrophone[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2001, 49(11): 2498–2510. doi: [10.1109/78.960397](https://doi.org/10.1109/78.960397).
- [4] JI Yilin, FAN Wei, and PEDERSEN G F. Near-field signal model for large-scale uniform circular array and its experimental validation[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017, 16: 1237–1240. doi: [10.1109/LAWP.2016.2629189](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2629189).
- [5] LIANG Junli and LIU Ding. Passive localization of near-field sources using cumulant[J]. *IEEE Sensors Journal*, 2009, 9(8): 953–960. doi: [10.1109/JSEN.2009.2025580](https://doi.org/10.1109/JSEN.2009.2025580).
- [6] JUNG T J and LEE K. Closed-Form algorithm for 3-D single-source localization with uniform circular array[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2014, 13: 1096–1099. doi: [10.1109/LAWP.2014.2327992](https://doi.org/10.1109/LAWP.2014.2327992).
- [7] SCHMIDT R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276–280. doi: [10.1109/TAP.1986.1143830](https://doi.org/10.1109/TAP.1986.1143830).
- [8] ROY R and KAILATH T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(7): 984–995. doi: [10.1109/29.32276](https://doi.org/10.1109/29.32276).
- [9] WEN Fei, WAN Qun, FAN Rong, *et al.* Improved MUSIC algorithm for multiple noncoherent subarrays[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2014, 21(5): 527–530. doi: [10.1109/LSP.2014.2308271](https://doi.org/10.1109/LSP.2014.2308271).
- [10] ZHANG Dong, ZHANG Yongshun, ZHENG Guimei, *et al.* Two-dimensional direction of arrival estimation for coprime planar arrays via polynomial root finding technique[J]. *IEEE Access*, 2018, 6: 19540–19549. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2821919](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2821919).
- [11] ZHAO Hongwei, CAI Muren, and LIU Heng. Two-dimensional DOA estimation with reduced-dimension MUSIC algorithm[C]. International Applied Computational Electromagnetics Society Symposium (ACES), Suzhou, China, 2017: 1–2.
- [12] 李建峰, 沈明威, 蒋德富. 互质阵中基于降维求根的波达角估计算法[J]. 电子与信息学报, 2018, 40(8): 1853–1859. doi: [10.11999/JEIT171087](https://doi.org/10.11999/JEIT171087).
- LI Jianfeng, SHEN Mingwei, and JIANG Defu. Reduced-dimensional root finding based direction of arrival estimation for coprime array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2018, 40(8): 1853–1859. doi: [10.11999/JEIT171087](https://doi.org/10.11999/JEIT171087).
- [13] XIE Jian, TAO Haihong, RAO Xuan, *et al.* Passive localization of noncircular sources in the near-field[C]. International Radar Symposium (IRS), Dresden, Germany, 2015: 493–498. doi: [10.1109/IRS.2015.7226309](https://doi.org/10.1109/IRS.2015.7226309).
- [14] ZHENG Wang, ZHANG Xiaofei, and ZHAI Hui. Generalized coprime planar array geometry for 2-D DOA estimation[J]. *IEEE Communications Letters*, 2017, 21(5): 1075–1078. doi: [10.1109/LCOMM.2017.2664809](https://doi.org/10.1109/LCOMM.2017.2664809).
- [15] ASCHER A, LECHNER J, NOSOVIC S, *et al.* 3D localization of passive UHF RFID transponders using direction of arrival and distance estimation techniques[C]. The 2nd IEEE Advanced Information Technology, Electronic and Automation Control Conference (IAEAC), Chongqing, China, 2017: 1373–1379. doi: [10.1109/IAEAC.2017.8054239](https://doi.org/10.1109/IAEAC.2017.8054239).
- [16] 李建峰, 蒋德富, 沈明威. 基于平行嵌套阵互协方差的二维波达角联合估计算法[J]. 电子与信息学报, 2017, 39(3): 670–676. doi: [10.11999/JEIT160488](https://doi.org/10.11999/JEIT160488).
- LI Jianfeng, JIANG Defu, and SHEN Mingwei. Joint two-dimensional direction of arrival estimation based on cross covariance matrix of parallel nested array[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2017, 39(3): 670–676. doi: [10.11999/JEIT160488](https://doi.org/10.11999/JEIT160488).

吴皓威: 男, 1981年生, 副研究员, 研究方向为宽带无线通信、阵列信号处理等.

舒畅: 男, 1996年生, 硕士生, 研究方向为阵列信号处理、微波输能等.

欧静兰: 女, 1981年生, 副教授, 研究方向为宽带无线通信、中继通信等.

杨士中: 男, 1937年生, 教授, 中国工程院院士, 研究方向为飞行器测控、遥感传输等.

责任编辑: 余蓉